$$\begin{cases} x = \alpha \cdot \dfrac{\alpha^2 + |u|^2}{\alpha^2 - |u|^2} \\ y = \dfrac{2\alpha^2 u^1}{\alpha^2 - |u|^2} \\ z = \dfrac{2\alpha^2 u^2}{\alpha^2 - |u|^2} \end{cases}$$

Пусть $\alpha = 1$.

$$\Rightarrow \begin{cases} u^1 = r\cos\varphi \\ u^2 = r\sin\varphi \end{cases} \Rightarrow$$

$$x = \frac{1+r^2}{1-r^2}; \quad y = \frac{2r\cos\varphi}{1-r^2}; \quad z = \frac{2r\sin\varphi}{1-r^2}$$

$ds^2(L^2) = \{$считать не будем$\} =$

$$= \frac{dr^2 + r^2 d\varphi^2}{(1-r^2)^2}$$ ← положительно определённая метрика, т.е. Римановa.

Сделаем ещё одну замену: по аналогии со стереографической проекцией $\begin{cases} r = \operatorname{cth}\dfrac{\chi}{2} \\ \varphi = \varphi. \end{cases}$

$$\Rightarrow (!) = ds^2(L^2) = d\chi^2 + \operatorname{sh}^2\chi\, d\varphi^2.$$

Сравнение метрики сферы и Лобачевского.

S^2	L^2
$\dfrac{dr^2 + r^2 d\varphi^2}{(1+r^2)^2}$	$\dfrac{dr^2 + r^2 d\varphi^2}{(1-r^2)^2}$
$d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2$	$d\chi^2 + \operatorname{sh}\chi^2\, d\varphi^2$

комплексные формы записи:

1 $\mathbb{E}$. $\mathbb{R}^2 : (x, y)$ $\quad z = x + iy$

$\bar{z} = x - iy.$

$$(x, y) \longleftrightarrow (z, \bar{z})$$

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 = (dx + i\,dy)(dx - i\,dy) =$$