

72

22.15
ЖС 81

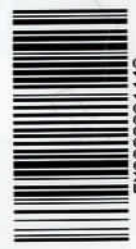
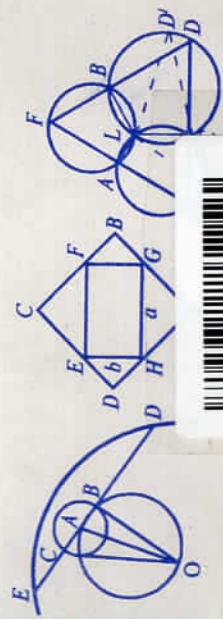


Э.Э.Жумаев

ГЕОМЕТРИЯ МАСАЛАЛАР ТҮҮПЛАМИ

I ҚИСМ

1 я 72
87



F10000024448

Книга должна быть
возвращена не позже
указанного здесь срока

Количество предыдущих выдач	
4.12.20	9.12.20.

Жумаев Эркин Эргашевич

ГЕОМЕТРИЯ МАСАЛАЛАР ТЎПЛАМИ

I қисм

Ўзбекистан Республикаси Олий ва Ўрта махсус таълим
вазирлиги Академик лицей талабалари учун ўқув
қўлланма сифатида нашрга тавсия этган.



Тошкент - 2001



К и р и ш

Жаманитинимизда юз бераётган иқтисодий-ижтимоий ўзгаришлар ҳар бир касб эгасидан "Қадрлар тайёрлаш миллий стратегияси" ва "Таълим тўғрисида" ги Қонун талаблари асосида таълим кўришни тақозо этмоқда. Академик лицей талабалари учун маълум масалалар туълами 10 бўлимдан иборат бўлиб, ҳар бўлимда масалаларни ечиш учун фойдаланиш зарур бўлган насларий билимлар қолтирилган. Талабалардан уйга берилган вазифаларни бажаришда дарс давомида олган билимларидан мақорат билан фойдаланишни тақозо этади. Ҳуш қўланишда қолтирилган масалани тузишда ва бу масалани инфолатсия геометрик шаклини барча элементлари орасидан танлашни инфолатсияга асосланган бўлиб оқимидан таърифага таърифларни а амал қилади. Ушбу ўқув қўлидан масалалар тузишда иборатчи таърибга бўлганлиги учун қаварилардан қолма эмас, албатта. Қитобхондан ушбу қўлимдан туърифтаги фюр ва мулоқотларини қуйидаги маънада иборатларини туърифта: 733002, Термиз шаҳри ф. қўлидан 4-йўл, Термиз/ДУ. Дифференциал тенгламалар ва геометрия" кафедраси. Ушбу қўлимдан ёзишда ўзларининг қўлимдан масалаларини берган ф-м.ф. доктори О. Қолмухаммадов, и.ф.а. проф. Т. Тўлағанов, ф-м.ф.н. Т. Собирова ларга қўлимдан берилган билдираман.

Муаллифдан

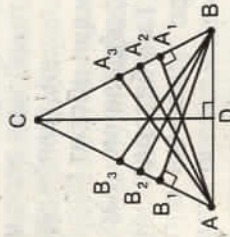
1. Низомий номидаги ТДПУ "математика ва уни ўқитиш методикаси" кафедрасининг доценти, педагогика фанлари доктори М.Тожиёв.
2. Термиз ДУ "Геометрия ва дифференциал тенгла-малар" кафедрасининг доценти, ф.-м.ф.н.Г.М.Аллаёв.
3. ТПЕСИ Академик лицейининг олий тоифали ўқитув-чиси А.Э.Тангиров ва ф.-м. ф.н. Ҳ.Исаёв.

Масъл муҳаррир: педагогика фанлари номзоди,
доцент О.Мусурмонов

Nizomiy nomli
T D P U
kutubxonasi
000343/74

1. Тенг ёнли учбурчак

1) Таъриф. Агар учбурчакнинг икки томони тенг бўлса, унга тенг ёнли учбурчак деб айтилади.



Агар $AC=BC$ бўлса, $\triangle ABC$ -тенг ёнли, AB -асоси, AC ва BC ён томонлари, D -эса асосининг ўртаси.

2) Хоссалари:

- Тенг ёнли учбурчакнинг асосига ёпишган бурчаклари тенг; $\angle A = \angle B$;
- Тенг ёнли учбурчакда CD медиана, баландлик ва биссектриса вазифасини бажаради;
- Тенг ёнли учбурчакнинг асосига туширилган баландлиги, медианаси ва биссектрисаси устма-уст тушади.

3) Белгилари:

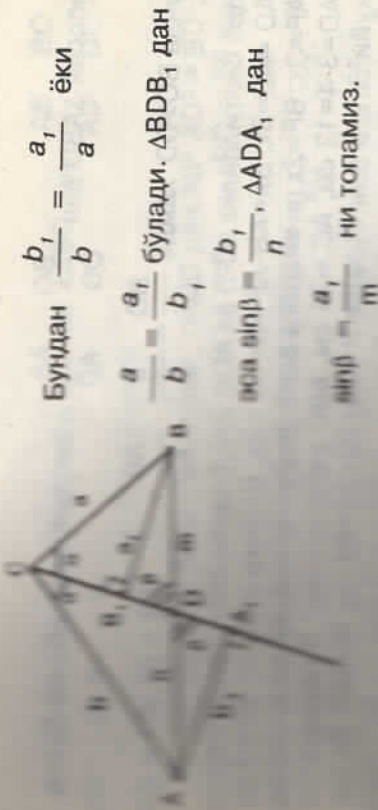
- Агар ABC учбурчакда $\angle A = \angle B$ бўлса, унда $AC=BC$ бўлади;
- Агар $AA_1=BB_1$ бўлса, $AC=BC$ бўлади, бу ерда AA_1, BB_1 - учбурчакнинг баландликлари;
- Агар $AA_2=BB_2$ бўлса, $AC=BC$ бўлади, бу ерда AA_2, BB_2 - учбурчакнинг медианалари;
- Агар $AA_3=BB_3$ бўлса, $AC=BC$ бўлади, бу ерда AA_3, BB_3 - учбурчакнинг биссектрисалари.

4) Учбурчак биссектрисасининг хоссалари:

Учбурчак биссектрисаси қарама-қарши томонини қолган икки томонига пропорционал бўлган кесмага ажратади.

Исбот: ABC учбурчакнинг биссектрисаси CD -бўлсин. A ва B учларидан CD га перпендикуляр AA_1 ва BB_1 ни ўтказамиз. $AC=b$, $BC=a$, $\angle ACD = \angle BCD = \alpha$, $AA_1=b_1$, $BB_1=a_1$, $AD=p$, $BD=m$ деб белгилаб олайлик. $\angle B_1DB = \angle A_1DA = \beta$ бўлгани

учун $\triangle A_1CA_1$, $\triangle B_1CB_1$ дан $\sin \alpha = \frac{b_1}{b}$, $\sin \alpha = \frac{a_1}{a}$, ни топамиз.



Бундан $\frac{b_1}{b} = \frac{a_1}{a}$ ёки

$\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1}$ бўлади. $\triangle BDB_1$ дан

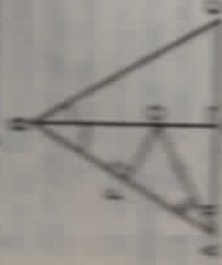
эса $\sin \beta = \frac{b_1}{n}$, $\triangle ADA_1$ дан

$\sin \beta = \frac{a_1}{m}$ ни топамиз.

Бундан $\frac{a_1}{n} = \frac{a_1}{m}$ ва $\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$ бўлади.

Демак $\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$ ва $\frac{BD}{DC} = \frac{AD}{BD}$

1 маълум. Тенг ёнли учбурчакнинг биссектрисалари кесилиши нуктасидан ён томонига айлмаси 4 см га тенг бўлган қандайдир перпендикуляр ўтказилган. Бу нукта асосига ўтказилган биссектрисанинг 5/3 нисбатда бўлади. Агар асосига ёпишган бурчани 60° дан кичик бўлса, учбурчакнинг периметрини топиш.



Едини. Айтайлик ABC учбурчакда, $AD=BC$ бўлсин, $BD=AC$ асосга ўтказилган баландлик, $AD=DC$ ва $BD=BC$ бурчакнинг биссектрисаси B ва A бурчакларининг BD ва AO биссектрисаларини кесибсан нуктаси O бўлсин.

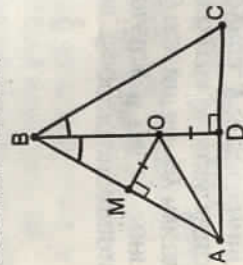
$OF \perp AB$ ни ўтказамиз, $F \in AB$, шартга кўра $OD \perp AC$. OA -биссектриса бўлгани учун $OF=OD$, $\angle A < 60^\circ$, унда $\angle B > 60^\circ$; $\angle OAF < 30^\circ$, $\angle OBF > 30^\circ$, шунинг учун $\angle OAF < \angle OBF$. $AF=OF \cdot \cot \angle OAD$; $BF=OF \cdot \cot \angle OBF$, $\cot \angle OAD > \cot \angle OBF$. Унда $AF > BF$, шартга кўра $AF-BF=4$ см. A бурчакнинг AO биссектрисасининг хоссасига

асосан $\triangle ABD$ дан $\frac{BO}{OD} = \frac{AB}{AD}$. Бундан, агар $AB > AD$ бўлса,

унда $BO > OD$ ҳамда $\frac{BO}{OD} = \frac{5}{3}$, $\frac{AB}{AD} = \frac{5}{3}$ $AB = 5x$, $AD = 3x$

деб белгилайлик. Агар ва AO учбурчакларнинг тенглигидан $AD = AF = 3x$, $BF = AB - AF = 5x - 3x = 2x$, Шартга кўра $AF \cdot BF = 4$ ва $AF = 3x$, $BF = 2x$ ни ҳисобга олиб $3x \cdot 2x = 4$; $x = 4$. $AB = 4 \cdot 5 = 20$ см, $AD = 3 \cdot 4 = 12$ см, $AC = 24$ см. ABC учбурчакнинг P периметри куйидагига тенг бўлади: $P = 20 + 20 + 24 = 64$ см. Жавоб: 64 см.

2-масала. Тенг ёнли учбурчакда ён томони ва асосининг йиғиндиси 78 см га тенг. Ён томони ва асосидан тенг узоқликда жойлашган биссектрисада ётувчи нуқта асосига ўтказилган биссектрисани 5:4 нисбатда бўлади. Учбурчакнинг асосини топинг.

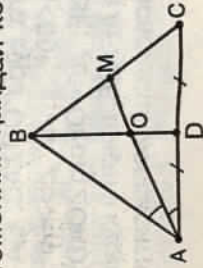


Ечиш. Айтайлик, ABC учбурчакда $AB = BC$, AC эса асоси бўлсин. Шартга кўра $AB + AC = 78$ см, BD биссектриса-сини ўтказамиз. $BD \perp AC$ ва $AD = DC$, $O \in BD$. $OM \perp AB$ ни ўтказамиз.

$\frac{OB}{OD} = \frac{5}{4}$ ва $OM = OD$ эканлигидан $\frac{OB}{OD} = \frac{5}{4}$ $\frac{AB}{AD} = \frac{5}{4}$ $OA - BAD$ бурчак биссектрисаси ва $\frac{OB}{OD} = \frac{AB}{AD}$

Агар $AB = 5x$, $AD = 4x$, $AC = 8x$ деб белгиласак, $5x + 8x = 78$, $x = 6$, $AC = 8 \cdot 6 = 48$ см ни топамиз. Жавоб: 48 см.

3-масала. Тенг ёнли учбурчакнинг асосидаги бурчак биссектрисаси асосига ўтказилган медианани 16,5 ва 27,5 смли кесмаларга ажратади. Бу биссектриса ён томонини қандай кесмаларга ажратади?



Биссектриса хоссасига асосан $\triangle ABD$ дан $\frac{AB}{AD} = \frac{BO}{DO}$;
 $\frac{AB}{AD} = \frac{27,5}{16,5} = \frac{5}{3}$ га эга бўламиз.

$AB = 5x$, $AD = 3x$ деб белгилаб, $\triangle ABD$ дан $AB^2 - AD^2 = BD^2$;
 $(5x)^2 - (3x)^2 = 44^2$; $x = 11$. $AB = 5 \cdot 11 = 55$ см, $BC = 55$ см
ни топамиз. Биссектриса хоссасига асосан $\frac{AB}{AC} = \frac{BM}{CM}$

$BM = CM = y$ деб $BM = 55 - y$, $\frac{55 - y}{y} = \frac{5}{6}$ $y = \frac{55}{6} \cdot 1$;

$\frac{55}{6} = \frac{11}{6}$; $y = 30$; $CM = 30$ см, $BM = 55 - 30 = 25$ см ни топамиз.

Жавоб: 30 см, 25 см.

Машқлар

1. Тенг ёнли учбурчакнинг ён томони 13 см, асосига қарама-қарши бурчагининг биссектрисаси 12 см бўлса, унинг периметрини топинг.
2. Тенг ёнли учбурчакнинг асоси 10 см, унга ўтказилган медианаси 12 см га тенг бўлса, унинг периметрини топинг.
3. Тенг ёнли учбурчакнинг асосидаги бир учидан ўтказилган биссектриса ва баландлик орасидаги бурчак 30° га тенг бўлса, учбурчак бурчакларини топинг.
4. Тенг ёнли учбурчакда асосига ўтказилган баландлик ва асосидаги бурчак биссектрисаси орасидаги бурчак 55° га тенг бўлса, учбурчакнинг бурчакларини топинг.
5. Тенг ёнли учбурчакда куйидагилар маълум бўлса, унинг периметрини топинг:
 - а) ён томони 25 см ва унга ўтказилган баландлиги 24 см;
 - б) асоси 30 см ва ён томонига ўтказилган баландлиги 24 см;
 - в) ён томонига ўтказилган баландлик уни 18 ва 7 смли кесмаларга ажратади;
 - г) асоси 30 см ва унга ўтказилган медианаси 20 см;