**2-MAVZU. Haqiqiy sonlar to’plamining xossalari.**

**REJA:**

1. **Haqiqiy sonlar to’plamining xossalari**
2. **Dedikant teoremasi**
3. **Haqiyqiy sonlarni son o’qidagi tasviri**

**Haqiqiy sonlar to’plamining tartiblanganligi.** Avval haqiqiy sonlar to’plamida tenglik, katta va kichik tushunchalarni kiritamiz.  va  haqiqiy sonlar berilgan bo’lsin.

**1)** ,  larning ikkalasi ham ratsional sonlar bo’lishsa, u holda ular orasida , ,  munosabatlardan faqat bittasi o’rinli bo’lishligi ma’lum.

**2)**  ratsional  irratsional son bo’lsin, u holda  ni aniqlovchi 3-xil  kesim mavjud, ya’ni , agar  bo’lsa, ; bo’lsa  deb qaraladi.

**3)**  va  larning har biri irratsional son bo’lsa, u holda  va  larni aniqlovchi 3- xil ,  kesimlar mavjud bo’ladi.  bo’lganda  deb olinadi.  va  bo’lganda  deb,  va  bo’lganda  deb olinadi.

SHunday qilib, har qanday va haqiqiy sonlar uchun , ,  munosabatlardan faqat biri o’rinli bo’ladi va ,  dan  kelib chiqadi. Bu mulohazalar haqiqiy sonlar to’plamining tartiblangan to’plam ekanligini ko’rsatadi.

**Haqiqiy sonlar to’plamining zichligi:** Teng bo’lmagan ixtiyoriy ikkita haqiqiy  va sonlar orasida kamida bitta haqiqiy (hatto ratsional) son mavjud.

Faraz qilaylik  bo’lsin. Agar  va  larning ikkalasi ham ratsional son bo’lsa, ratsional sonlar zichligiga binoan ular orasida kamida bitta ratsional son mavjud. Agar -ratsional, u irratsional son bo’lsa,  3-xil kesim bo’lib,  bo’lganligidan A bo’ladi. A ning eng katta elementi mavjud bo’lmaganligi sababli A da  dan katta bo’lgan kamida bitta z son mavjud va bo’ladi.

 va  larning ikkalasi ham irratsional son bo’lsa, u holda ,  3- xil kesimlar mavjud bo’lib,  bo’lganligidan  va bo’ladi. Bundan S da A ga tegishli bo’lmagan ratsional son mavjud ekanligi kelib chiqadi va  bo’ladi.

**Haqiqiy sonlar to’plamining uzluksizligi.** Ratsional sonlar to’plami  dagi kabi haqiqiy sonlar to’plami da bajarilgan kesim tushunchasini ko’raylik.

**1-ta’rif**. Haqiqiy sonlar to’plami ni  va to’plamlarga ajratilgan bo’lib, quyidagi shartlar qanoatlantirilsa, bu ajratish  ning kesimi deyiladi;

**1)** 

**2)** 

**3)** Har qanday  lar uchun .

Kesimni avvalgidek, kabi belgilanadi va  kesimning quyi sinfi, kesimning yuqori sinfi deyiladi.

**1-teorema (Dedekind teoremasi)**. Haqiqiy sonlar to’plami R da bajarilgan har qanday  kesim uchun quyidagi ikki holdan faqat biri o’rinli bo’ladi:

**1)** Quyi sinf  da eng katta element mavjud, lekin yuqori sinf  da eng kichik element mavjud emas;

**2)** Quyi sinf  da eng katta element mavjud emas, lekin yuqori sinf  da eng kichik element mavjud. (isbotlang)

Bu teoremaning mazmuni, yahni haqiiy sonlar to’plamida 3- xil kesim mavjud emasligi haqiqiy sonlar to’plamining uzluksizlik xossasini ifoda qiladi.

Demak, haqiqiy sonlar to’plamida olinadigan har qanday kesim har doim bitta haqiqiy sonni ifoda qiladi.

**Haqiqiy sonlarni son o’qida tasvirlash:** Oldingi mahruzada sonlarni to’g’ri chiziqdagi nuqtalar orqali ifodalash masalasiga to’xtalib o’tgan edik. Unda to’g’ri chiziqda shunday nuqtalar borki, ularga hech qanday ratsional son mos kelmaydi, degan fikr tasdiq-langan edi, yahni ratsional nuqtalar butun to’g’ri chiziqni to’ldira olmaydi.

Endi ratsional sonlar to’plami yangi sonlar bilan kengaytirildi, shuning uchun yana bu masalaga qaytamiz. Buning uchun quyidagi uch mulohazani o’rinli deb olamiz:

**1)** To’g’ri chiziqdagi nuqtalar to’plami tartiblangandir, yahni to’g’ri chiziqdagi har qanday  va  nuqtalardan biri ikkinchisidan chapda yotadi (bu fikrni  orali belgilaymiz) va ,  dan  kelib chiqadi. Har qanday ikki va b nuqtalar orasida hech bo’lmaganda bitta “ratsional” nuqta mavjud.

**2)** To’g’ri chiziqning uzluksizlik aksiomasi: to’g’ri chiziqdagi barcha nuqtalar to’plamida olingan  kesim uchun  sinfning eng o’ng nuqtasi yoki  sinfning eng chap nuqtasi mavjud.

**3)** To’g’ri chiziqdagi nuqtalar orasida eng chap va eng o’ng nuqta mavjud emas.

O’tgan mahruzada ratsional sonlar to’plami bilan to’g’ri chiziqdagi ratsional nuqtalar orasida o’zaro bir qiymatli moslik o’rnatilgan edi. Endi shunday moslikni irratsional sonlar to’plami bilan to’g’ri chiziqdagi ratsional bo’lmagan nuqtalar orasida o’rna-tishga harakat qilamiz.

irratsional son berilgan bo’lsin.  sinfdagi ratsional sonlarga mos keladigan “ratsional” nuqtalarni  sinfga,  sinfdagi ratsional sonlarga mos keladigan “ratsional” nuqtalarni  cinf-ga kiritsak, to’g’ri chiziqda ratsional nuqtalar to’plamida  kesim hosil bo’ladi. Demak, kesim berilishi bilan kesim bir qiymatli holda hosil bo’ladi.

Ravshanki,  sinfda eng katta o’ng nyqta ,  sinfda esa chap nuqta bo’lmaydi.

Endi to’g’ri chiziqdagi barcha nuqtalar to’plamini  va  sinflarga ajratamiz:  ning hech bo’lmaganda bitta nuqtasidan chap-roqda joylashgan nuqtalarini  sinfga, qolgan nuqtalarni  sinfga kiritsak, to’g’ri chiziqdagi barcha nuqtalar to’plamida  kesim hosil bo’ladi.

To’g’ri chiziqning uzluksizlik aksiomasigi ko’ra  kesim biror  nuqtani ifoda qiladi. Bu nuqta  da eng o’ng nuqta yoki  da eng chap nuqta bo’ladi, lekin “ratsional” nuqta bo’la olmaydi.  nuqtani  irratsional songa mos qo’yamiz. Endi, aksincha har bir “ratsional” bo’lmagan nuqtaga ham bitta irratsional son kelishini yuqoridagiga o’xshash mulohazalar yordamida ko’rsatish mumkin.

SHunday qilib, barcha haqiqiy sonlar va to’g’ri chiziq nuqtalari orasida o’zaro bir qiymatli moslik mavjuddir, ya’ni, har bir haqiqiy songa to’g’ri chiziqdagi bitta nuqta va to’g’ri chiziqdagi har bir nuqtaga bitta haqiqiy son mos keladi.

Foydalanilgan adabiyotlar  
1. Toshmetov O’., Turgunbayev R., Saydamatov E., Madirimov M. Matematik analiz I-qism. T.: “Extremum-Press”, 2015. -12-17 bb.  
2. Claudia Canuto, Anita Tabacco Mathematical analysis. I. Springer-Verlag. Italia, Milan. 2008.- 12-16p.  
3. Xudayberganov G., Vorisov A., Mansurov X., Shoimqulov B. Matematik analizdan ma’ruzalar. I T.:«Voris-nashriyot». 2010 y.16 – 21b.