

PEDAGOGIK MAHORAT

7(2)
2024



ISSN 2181-6883

PEDAGOGIK MAHORAT

Ilmiy-nazariy va metodik jurnal

7-son (2024-yil, iyul)

Jurnal 2001-yildan chiqa boshlagan

Buxoro – 2024

UCHBURCHAK O'XSHASHLIGIGA DOIR MISOLLARNI YECHISHNING BIR NECHA USULLARI

Islomov San'at Mash'al o'g'li,

Chirchiq davlat pedagogika universiteti

Matematika o'qitish metodikasi va geometriya kafedrası doktoranti

Mazkur maqolada uchburchak o'xshashligiga doir masalalarni yechishning turli usullari ko'rib chiqilgan. Maqsad - o'quvchilarga uchburchak o'xshashligi haqidagi tushunchalarni kengroq anglatish va masalalarni samarali yechish metodlarini o'rgatishdir. Tadqiqot davomida uchburchak o'xshashligini isbotlash va qo'llash uchun quyidagi usullar qo'llanildi: burchak-burchak (AA), tomon-tomon-tomon (SSS), va tomon-burchak-tomon (SAS) usullari. Har bir usulning nazariy asoslari va amaliy misollar orqali yechish jarayoni batafsil tahlil qilingan. Asosiy natijalar shuni ko'rsatdiki, uchburchak o'xshashligini aniqlash va isbotlashda turli usullarni qo'llash o'quvchilarning geometrik tushunchalarini chuqurlashtiradi va masalalarni samarali yechishga yordam beradi. Xulosa qilib aytganda, bu usullarni puxta o'rganish va qo'llash orqali geometriya darslarining samaradorligini oshirish mumkin.

Kalit so'zlar: Uchburchak o'xshashligi, geometriya, o'xshashlik isbotlash, geometrik tushunchalar, matematik masalalar, o'qitish metodlari, geometrik yechimlar.

СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ПОДОБИЮ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

В данной статье рассматриваются различные методы решения задач по подобию треугольников. Цель – расширить понимание учащимися концепций сходства треугольников и обучить их эффективным методам решения задач. В ходе исследования были использованы следующие методы для доказательства и применения подобия треугольников: угол-угол (AA), сторона-сторона-сторона (SSS) и сторона-угол-сторона (SAS). Были подробно проанализированы теоретические основы каждого метода и процесс решения задач с практическими примерами. Основные результаты показывают, что использование различных методов для определения и доказательства подобия треугольников углубляет геометрические понятия учащихся и помогает эффективно решать задачи. В заключение можно сказать, что тщательное изучение и применение этих методов может повысить эффективность уроков геометрии.

Ключевые слова: подобие треугольников, геометрия, доказательство подобия, геометрические понятия, математические задачи, методы обучения, геометрические решения.

SEVERAL METHODS FOR SOLVING PROBLEMS ON TRIANGLE SIMILARITY

This article explores various methods for solving problems related to triangle similarity. The objective is to enhance students' understanding of the concept of triangle similarity and to teach effective methods for solving related problems. The study utilizes the following methods to prove and apply triangle similarity: Angle-Angle (AA), Side-Side-Side (SSS), and Side-Angle-Side (SAS) methods. Each method's theoretical foundations and practical problem-solving processes are thoroughly analyzed through examples. The main findings indicate that using different methods to identify and prove triangle similarity deepens students' geometric understanding and aids in effectively solving problems. In conclusion, mastering and applying these methods can significantly improve the effectiveness of geometry lessons.

Keywords: triangle similarity, geometry, similarity proof, geometric concepts, mathematical problems, teaching methods, geometric solutions.

«Matematika bilimlarini yaxshi egallagan yoshlar har qanday sohada muvaffaqiyatli ishlashlari mumkin. Chunki bu fan ularga mantiqiy va analitik fikrlash qobiliyatini rivojlantiradi.»

Sh. Mirziyoyev

Kirish. Geometriya fanida uchburchak o'xshashligi tushunchasi muhim o'rin tutadi. Bu tushuncha nafaqat matematika, balki ko'plab fanlar va amaliy sohalarda ham keng qo'llaniladi. Uchburchaklarning

o‘xshashligi orqali ulardagi muayyan xossalarni aniqlash, masalalarni samarali yechish mumkin. Mazkur maqolada uchburchak o‘xshashligiga doir masalalarni yechishning turli usullari ko‘rib chiqilgan.

Maqolaning asosiy maqsadi – o‘quvchilarga uchburchak o‘xshashligi haqidagi tushunchalarni kengroq anglatish va masalalarni samarali yechish metodlarini o‘rgatishdir. Tadqiqot davomida uchburchak o‘xshashligini isbotlash va qo‘llash uchun quyidagi usullar qo‘llanildi: burchak-burchak (AA), tomon-tomon-tomon (SSS), va tomon-burchak-tomon (SAS) usullari. Har bir usulning nazariy asoslari va amaliy misollar orqali yechish jarayoni batafsil tahlil qilingan.

Asosiy natijalar shuni ko‘rsatadiki, uchburchak o‘xshashligini aniqlash va isbotlashda turli usullarni qo‘llash o‘quvchilarning geometrik tushunchalarini chuqurlashtiradi va masalalarni samarali yechishga yordam beradi. Ushbu usullarni puxta o‘rganish va qo‘llash orqali geometriya darslarining samaradorligini oshirish mumkin.

Asosiy qism. Uchburchak o‘xshashligi shartlari va usullari. Uchburchaklarning o‘xshashligini aniqlash uchun turli xil usullar mavjud. Ushbu maqolada burchak-burchak (AA), tomon-tomon-tomon (SSS), va tomon-burchak-tomon (SAS) usullari tahlil qilinadi. Har bir usulning nazariy asoslari va amaliy qo‘llanilishi batafsil ko‘rib chiqiladi.

1. Burchak-Burchak (AA) Usuli

Burchak-burchak usulida uchburchakning ikki burchagi teng bo‘lsa, uchinchi burchak ham teng bo‘ladi va uchburchaklar o‘xshash hisoblanadi. Bu usul quyidagi tarzda qo‘llaniladi:

Misol: Uchburchak ABC va DEF bor. $A = D$ va $B = E$ bo‘lsa, uchburchak ABC o‘xshash DEF ga.

Amaliy Qo‘llanish: Biror uchburchakda ikki burchak tengligini isbotlash orqali uchburchaklarning o‘xshashligini aniqlash mumkin. Bu usul ko‘pincha geometriya masalalarida foydalaniladi.

2. Tomon-Tomon-Tomon (SSS) Usuli

Tomon-tomon-tomon usulida uchburchakning uchta tomoni mos ravishda proporsional bo‘lsa, uchburchaklar o‘xshash hisoblanadi. Bu usul quyidagicha ishlaydi:

Misol: Uchburchak PQR va STU bor. $PQ = 5$ cm, $QR = 7$ cm, $PR = 8$ cm; $ST = 10$ cm, $TU = 14$ cm, $SU = 16$ cm.

$$PQ/ST = 5/10 = 1/2$$

$$QR/TU = 7/14 = 1/2$$

$$PR/SU = 8/16 = 1/2$$

Amaliy Qo‘llanish: Uchburchakning tomonlari nisbatlarini solishtirish orqali o‘xshashlikni aniqlash mumkin. Bu usul geometriya darslarida juda samarali.

3. Tomon-Burchak-Tomon (SAS) Usuli

Tomon-burchak-tomon usulida ikkita uchburchakning ikkita tomoni proporsional bo‘lib, shu tomonga qo‘shni burchaklar teng bo‘lsa, uchburchaklar o‘xshash hisoblanadi. Bu usul quyidagicha qo‘llaniladi:

Misol: Uchburchak ABC va DEF bor. $AB/DE = 3/4$, $AC/DF = 3/4$, va burchak $A =$ burchak D .

Amaliy Qo‘llanish: Proporsional tomonlar va teng burchak yordamida uchburchaklarning o‘xshashligini aniqlash mumkin. Bu usul o‘quvchilarning tushunchalarini kengaytiradi va masalalarni yechishda qo‘l keladi.

Nazariy Asoslar va Amaliy Qo‘llanilishi

Uchburchaklarning o‘xshashligini aniqlash va isbotlash uchun nazariy asoslar va amaliy misollar muhim ahamiyatga ega. Har bir usulning asosiy nazariy qoidalari va ularni amalda qo‘llash jarayoni quyidagi tahlillarda ko‘rsatilgan.

AA Usuli:

- Nazariya: Ikki burchakning tengligi asosida uchburchaklar o‘xshashligi isbotlanadi.
- Amaliyot: O‘quvchilarga ikki burchakning tengligini tekshirish orqali o‘xshashlikni aniqlash metodikasi o‘rgatiladi.

2. SSS Usuli:

- Nazariya: Uch tomonning proporsional ekanligini tekshirish orqali uchburchaklar o‘xshashligi aniqlanadi.
- Amaliyot: O‘quvchilarga tomonlar nisbatini hisoblash va solishtirish metodikasi ko‘rsatiladi.

3. SAS Usuli:

- Nazariya: Ikki tomon va ular orasidagi burchak tengligini aniqlash orqali uchburchaklar o‘xshashligi isbotlanadi.

- Amaliyot: Proporsional tomonlar va teng burchak yordamida masalalarni yechish usullari tushuntiriladi.

Amaliy Misollar.

Uchburchak o'xshashligi shartlarini tushunish va qo'llashni osonlashtirish uchun amaliy misollar keltiriladi. Har bir misol uchun o'xshashlik shartlari va usullari aniq ko'rsatilgan.

Misol 1: AA Usuli

Shart: Uchburchak ABC va DEF. $A = D$ va $B = E$. Yechish:

- $C = F$ (uchinchi burchaklar teng)
- Uchburchak ABC o'xshash DEF ga.

Misol 2: SSS Usuli

Shart: Uchburchak PQR va STU. $PQ = 6$ cm, $QR = 8$ cm, $PR = 10$ cm; $ST = 12$ cm, $TU = 16$ cm, $SU = 20$ cm. Yechish:

- $PQ/ST = 6/12 = 1/2$
- $QR/TU = 8/16 = 1/2$
- $PR/SU = 10/20 = 1/2$
- Uchburchak PQR o'xshash STU ga.

Misol 3: SAS Usuli

Shart: Uchburchak ABC va DEF. $AB/DE = 3/4$, $AC/DF = 3/4$, va burchak $A =$ burchak D . Yechish:

- $AB/DE = 3/4$
- $AC/DF = 3/4$
- burchak $A =$ burchak D
- Uchburchak ABC o'xshash DEF ga.

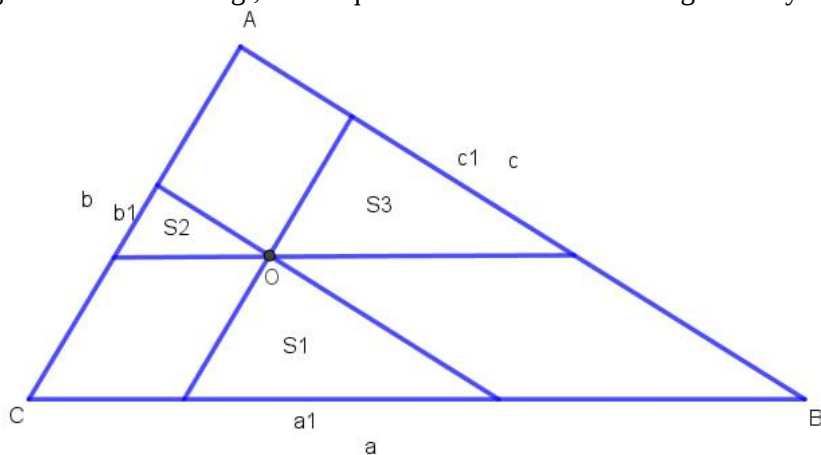
Olingan natijalar va ularning tahlili. Agar uchburchaklar o'xshash bo'lsa mos chiziqli o'lchovlari o'zaro proporsional bo'ladi. O'xshash uchburchaklarning yuzlari ularga mos chiziqli o'lchovlarining kvadratlariga mos proporsional bo'ladi. Mos chiziqli o'lchovlari bu teng burchaklar qarshisidagi tomonlar

$$\frac{A_1B_1}{A_2B_2} = \frac{B_1C_1}{B_2C_2} = \frac{A_1C_1}{A_2C_2} = \frac{m_{b1}}{m_{b2}} = \frac{l_{a1}}{l_{a2}} = \frac{P_{A_1B_1C_1}}{P_{A_2B_2C_2}} = \frac{h_{A1}}{h_{A2}} = \dots\dots\dots$$

tushuniladi.

$$\frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{A_2B_2C_2}} = \left(\frac{A_1B_1}{A_2B_2}\right)^2 = \left(\frac{B_1C_1}{B_2C_2}\right)^2 = \left(\frac{m_{b1}}{m_{b2}}\right)^2 = \left(\frac{h_{A1}}{h_{A2}}\right)^2 = \dots\dots\dots$$

Uchburchak ichidagi ixtiyoriy nuqtadan uning tomonlariga parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazish natijasida hosil bo'lgan uchburchakchalarning yuzlari berilganda uchburchakni yuzini topish. Bizga berilgan uchburchakning yuzi S_{ABC} , hosil bo'lgan uchburchakchalarning yuzi esa S_1, S_2, S_3 bu yerda $S_1 + S_2 + S_3 = S_{ABC}$, a, b, c - berilgan uchburchak tomonlari, a_1, h_1 - S_1 yuzali uchburchakning tomoni va balandligi, b_1, h_2 - S_2 yuzali uchburchakning tomoni va balandligi, c_1, h_3 - S_3 yuzali uchburchakning tomoni va balandligi, O - nuqta esa uchburchakchalarning umumiy nuqtasi.



$$\frac{S_1}{S_{ABC}} = \left(\frac{a_1}{a}\right)^2 \Rightarrow \frac{a_1}{a} = \sqrt{\frac{S_1}{S_{ABC}}} \Rightarrow a_1 = a \cdot \sqrt{\frac{S_1}{S_{ABC}}}$$

$$S_1 = \frac{a_1 \cdot h_1}{2} \Rightarrow S_1 = \frac{a \cdot \sqrt{\frac{S_1}{S_{ABC}}} \cdot h_1}{2} \Rightarrow \sqrt{S_1 \cdot S_{ABC}} = \frac{a \cdot h_1}{2} = S_{BOC}$$

$$\frac{S_2}{S_{ABC}} = \left(\frac{b_1}{b}\right)^2 \Rightarrow \frac{b_1}{b} = \sqrt{\frac{S_2}{S_{ABC}}} \Rightarrow b_1 = b \cdot \sqrt{\frac{S_2}{S_{ABC}}}$$

$$S_2 = \frac{b_1 \cdot h_2}{2} \Rightarrow S_2 = \frac{b \cdot \sqrt{\frac{S_2}{S_{ABC}}} \cdot h_2}{2} \Rightarrow \sqrt{S_2 \cdot S_{ABC}} = \frac{b \cdot h_2}{2} = S_{AOC}$$

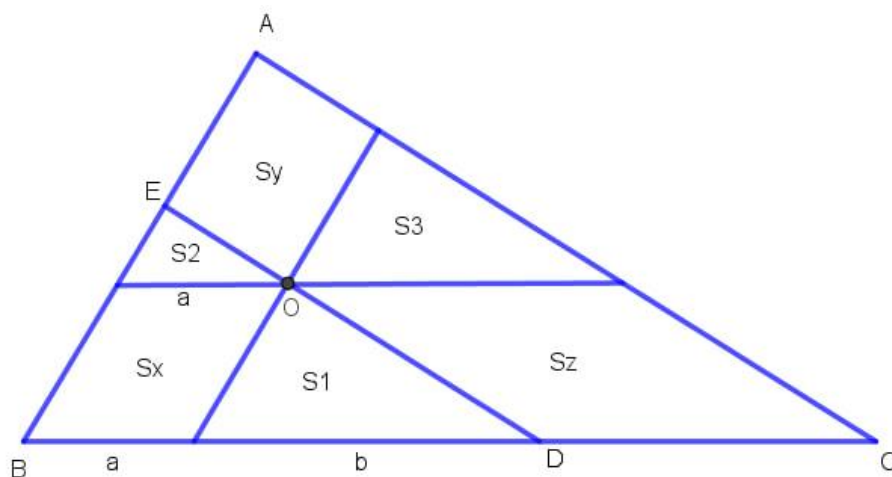
$$\frac{S_3}{S_{ABC}} = \left(\frac{c_1}{c}\right)^2 \Rightarrow \frac{c_1}{c} = \sqrt{\frac{S_3}{S_{ABC}}} \Rightarrow c_1 = c \cdot \sqrt{\frac{S_3}{S_{ABC}}}$$

$$S_3 = \frac{c_1 \cdot h_3}{2} \Rightarrow S_3 = \frac{c \cdot \sqrt{\frac{S_3}{S_{ABC}}} \cdot h_3}{2} \Rightarrow \sqrt{S_3 \cdot S_{ABC}} = \frac{c \cdot h_3}{2} = S_{AOB}$$

$$S_{ABC} = S_{AOC} + S_{BOC} + S_{AOB} \Rightarrow S_{ABC} = \sqrt{S_1 \cdot S_{ABC}} + \sqrt{S_2 \cdot S_{ABC}} + \sqrt{S_3 \cdot S_{ABC}}$$

$$* S_{ABC} = \left(\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3}\right)^2$$

Endi esa uchburchak ichidagi ixtiyoriy nuqtadan uning tomonlariga parallel to‘g‘ri chiziqlar o‘tkazish natijasida hosil bo‘lgan to‘rtburchaklarning (parallelogrammlarning) yuzlari berilganda uchburchakning yuzini topishni ko‘ramiz. Bizga berilgan uchburchakning yuzi S_{ABC} , uchburchakchalarning yuzi esa $S_1, S_2, S_3, S_x, S_y, S_z$ -hosil bo‘lgan to‘rtburchakchalarning (parallelogrammlarning) yuzi, E, D nuqtalar AB, AC tomonlarda yotuvchi nuqtalar $a - S_x$ parallelogrammning tomoni,



$$\frac{S_1}{S_2} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{b}{a}\right)^2 \quad \frac{b}{a} = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}}$$

$$\frac{S_{BED}}{S_2} \Rightarrow \frac{S_{BED}}{S_2} = \frac{S_x + S_1 + S_2}{S_2} = \left(\frac{a+b}{a}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_x}{S_2} + \frac{S_1}{S_2} + 1 = 1 + 2\frac{b}{a} + \left(\frac{b}{a}\right)^2$$

$$\frac{S_x}{S_2} + \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 1 = 1 + 2\frac{b}{a} + \left(\frac{b}{a}\right)^2 \quad \frac{S_x}{S_2} = 2\frac{b}{a}$$

$$\frac{S_x}{S_2} = 2\frac{b}{a} \quad \frac{S_x}{S_2} = 2\sqrt{\frac{S_1}{S_2}} \Rightarrow S_x = 2\sqrt{S_1 \cdot S_2}$$

Bundan:

$$S_x = 2\sqrt{S_1 \cdot S_2}, \quad S_y = 2\sqrt{S_3 \cdot S_2}, \quad S_z = 2\sqrt{S_1 \cdot S_3}$$

$$\Rightarrow \frac{S_x \cdot S_z}{S_y} = 2S_1, \quad \frac{S_x \cdot S_y}{S_z} = 2S_2, \quad \frac{S_z \cdot S_y}{S_x} = 2S_3,$$

$$S_{ABC} = (\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3})^2 = \left(\sqrt{\frac{S_x \cdot S_z}{2 \cdot S_y}} + \sqrt{\frac{S_x \cdot S_y}{2 \cdot S_z}} + \sqrt{\frac{S_z \cdot S_y}{2 \cdot S_x}} \right)^2$$

$$*S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{\frac{S_x \cdot S_z}{S_y}} + \sqrt{\frac{S_x \cdot S_y}{S_z}} + \sqrt{\frac{S_z \cdot S_y}{S_x}} \right)^2$$

Xulosa. O‘quvchilarni muammoni hal etishda bir necha usullardan foydalanib hal etish ko‘nikmalarini shakllantirish muhim ahamiyat kasb etadi. Maqolada tadqiq etilgan usullar o‘quvchilarda analitik fikrlash, geometrik tasavvurlar, muammolarni hal qilish, amaliy qo‘llanilishi, matematik ishonch va muammoni mustaqil hal qilish qobiliyatini shakllantiradi. Jumladan, analitik fikrlash– uchburchaklarning o‘xshashligini isbotlash va bunga asoslangan misollarni yechish, o‘quvchilarga matematik mantiq va dalillarni tushunishda yordam beradi. Har xil yechim usullarini qo‘llash orqali o‘quvchilar turli xil matematik vaziyatlarda muammolarni hal qilish uchun eng samarali yondashuvni tanlashni o‘rganadilar. Geometrik tasavvurlar– O‘xshash uchburchaklar kontseptsiyasini o‘rganish, o‘quvchilarga fazoviy tushunchalarni yaxshiroq anglash imkonini beradi. Bu, o‘z navbatida, o‘quvchilarning muhandislik, arxitektura va boshqa ko‘plab sohalarida geometrik masalalarni yechish qobiliyatini oshiradi. Muammolarni hal qilish–Turli usullar yordamida muammolarni yechish, o‘quvchilarni murakkab masalalarni tahlil qilish va ularni bosqichma-bosqich hal qilishga o‘rgatadi. Bu ko‘nikmalar matematikadan tashqari boshqa fanlarda ham qo‘llanilishi mumkin. Amaliy qo‘llanilishi – Geometriya, ayniqsa, uchburchaklarning o‘xshashligi bilan bog‘liq bilimlar, ko‘plab amaliy sohalarida, jumladan, fizika, muhandislik va texnologiyalarda qo‘llaniladi. Misollar orqali bu tushunchalar yanada chuqurroq o‘rganiladi va o‘quvchilar ulardan amaliyotda foydalanishni o‘rganadilar. Matematik ishonch va mustaqillik–turli xil yechim usullarini o‘zlashtirish, o‘quvchilarga o‘z bilimlariga ishonch hosil qilishga yordam beradi. Bu ishonch o‘quvchilarning matematikaga bo‘lgan qiziqishini oshiradi va mustaqil o‘rganishni rag‘batlantiradi.

Adabiyotlar:

1. Alexander Daniel C., and GERALYN M. KOEBERLEIN. "Elementary Geometry for College Students." Brooks Cole, 2013.
2. Posamentier Alfred S., and Lehmann, Ingmar., "The Secrets of Triangles: A Mathematical Journey." Prometheus Books, 2012.
3. Jacobs Harold R. "Geometry: Seeing, Doing, Understanding." W. H. Freeman, 2017.
4. Burton, David M., "Elementary Number Theory." McGraw-Hill Education, 2010.
5. Yaglom, I. M. "Geometric Transformations I." MAA, 2014.
6. Shmoop Geometry. "Proving Triangle Similarity." Shmoop, 2020.
7. Calcworkshop. "Similar Right Triangles: Fully Explained with 9 Examples!" Calcworkshop, 2020.

8. DepEd Tambayan. "Grade 9 Mathematics Module: Solving Problems in Triangle Similarity and Right Triangles." DepEd Tambayan, 2021.
9. Rakhimov I. A., "Matematik analiz va geometriya" -, 2017.
10. Abdurashidov T. T., "Geometriya asoslari" -, 2014.
11. Abdurashidov T. T., "Geometriya asoslari va amaliyoti" -, 2021.
12. Qodirov A. R., "Geometriya nazariyasi va amaliy masalalar", 2022.
13. Rakhimov I. A., "Matematik geometriya va uning ilovalari", 2023.