**14-Mavzu. Funksiyaning nuqtadagi va to’plamdagi uzluksizligi. Uzluksiz funksiyaning xossalari. Bir tomonli uzluksizlik va uzilish nuqtalari.**

**REJA**

1. **Funksiyaning nuqtadagi uzluksizligi**
2. **Funksiyaning to’plamdagi uzluksizligi**
3. **Uzluksiz funksiyaning xossalari**
4. **Bir tomonli uzluksizlik va uzilish nuqtalari**
5. **Xulosa**

**Funksiyaning uzluksizlik tariflari.**  funksiya  to’plamda berilgan bo’lib,  nuqta  to’plamning limit nuqtasi bo’lsin.

**1-ta’rif.** Agar  tenglik o’rinli bo’lsa, funksiya  nuqtada uzluksiz deyiladi.

Agar  bo’lib uning limit nuqtasi bo’lmasa, ya’ni yakkalangan ( nuqtaning biror atrofida  to’plamning  dan farqli elementi mavjud bo’lmasa), u holda funksiyaning  nuqtada uzluksiz deb qabul qilamiz.

Agar  funksiya  to’olamning har bir nuqtasida uzluksiz bo’lsa,  funksiya  to’plamda uzluksiz deyiladi.

**2-ta’rif (Geyne).** Agar  to’olamning elementlaridan tuzilgan va  ga intiluvchi har qanday  ketma-ketlik olinganda ham funksiya qiymatlaridan tuzilgan  ketma-ketlik hamma vaqt  ga intilsa,  funksiya  nuqtada uzluksiz deyiladi.

**3-ta’rif(Koshi).** Agar har bir  son uchun shunday  son topilib,  ning  tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha qiymatlarida  tengsizlik o’rinli bo’lsa,  funksiya  nuqtada uzluksiz deyiladi.

 argument orttirmasi deyiladi va  orqali belgilanadi.  ayirma funksiyaning  nuqtadagi orttirmasi deyiladi va  orqali belgilanadi.

Funksiya  nuqtada uzluksiz bo’lsa,  bo’ladi va aksincha  bo’lsa, funksiya  nuqtada uzluksiz bo’ladi.

 da  bo’ladi.

**4-ta’rif.** Agar  bo’lsa, funksiya  nuqtada uzluksiz deyiladi.

 dan  ni hosil qilamiz. Bundan  limitni tekshirish maqsadga muvofiq bo’ladi.

**1-misol.**  bo’lib,  nuqta  oraliqning ixtiyoriy nuqtasi bo’lsin.

;

Bundan  ekanligi kelib chiqadi. Demak, , ya’ni barcha  nuqtalarda uzluksiz bo’ladi.

**10.** Agar  funksiya  nuqtada uzluksiz bo’lsa, u holda  ning  ga yetarlicha yaqin qiymatalrida  funksiya chegaralangan bo’ladi.

**20.** Agar funksiya nuqtada uzluksiz,  bo’lsa, u holda  ning  ga yetarlicha yaqin qiymatlarida  bo’ladi.

Bir tomonli uzluksizlik.

**5-ta’rif.** Agar  tenglik o’rinli bo’lsa,  funksiya  nuqtada chapdan uzluksiz deyiladi.

**6-ta’rif.** Agar  tenglik o’rinli bo’lsa,  funksiya  nuqtada o’ngdan uzluksiz deyiladi.

Tariflardan ko’rinadiki,  funksiya  nuqtada uzluksiz bo’lishi uchun shu nuqtada bir vaqtda ham chapdan, ham o’ngdan uzluksiz bo’lishligi zarur va yetarlidir.

Funksiyaning uzulish nuqtalari. Uzulish turlari.

**7-ta’rif.** Agar  bo’lsa, u holda  funksiyaning uzulish nuqtasi deyiladi.

Bu holda funksiya  nuqtada uzulishga ega deyiladi.

Faraz qilaylik   funksiyaning uzulish nuqtasi bo’lsin.

Agar  va  bir tomonli limitlar chekli bo’lsa, u holda  funksiyaning birinchi tur uzulish nuqtasi deyiladi.

Agar  bo’lsa,bu holda  bartaraf qilish mumkin bo’lgan uzulishga ega deyiladi.

**2-misol.** 

, demak .  bo’lgani uchun  uzulish nuqta bo’ladi. Agar  deb olsak, funksiya  nuqtada uzluksiz bo’lib qoladi.

Agar  bo’lsa,  nuqtada sakrashga ega deyiladi.  son sakrash qadamining kattaligi deyiladi.

**3-misol.**  Bunda ,

, ya’ni  nuqtada funksiya sakrashga ega, sakrash qadamining kattaligi .

Agar  va  bir tomonli limitlarning kamida bittasi chekli bo’lmasa (ya’ni kamida bittasi  yoki mavjud bo’lmasa) u holda  funksiyaning ikkinchi tur uzulish nuqtasi deyiladi.

**4-misol.** . Bunda , 

Demak,  ikkinchi tur uzulish nuqta.

Monoton funksiyalarning uzluksizligi.

**1-teorema.** Agar  funksiya X oraliqda monoton funksiya bo’lsa, u shu oraliqning istalgan nuqtasida uzluksiz bo’ladi yoki faqat birinchi tur uzulishga(sakrashga) ega bo’ladi.

**Isbot.**  funksiya  oraliqda o’suvchi bo’lsin.  nuqta  to’plamning ichki nuqtasi bo’lsin. Ya’ni  nuqtaning shunday  atrofi mavjud bo’lib,  bo’lsin.  funksiya o’suvchi bo’lgani uchun barcha  larda  ya’ni, funksiya yuqoridan chegaralangan. Shuning uchun u chekli  limitga ega. Xuddi shu kabi chekli limit mavjud bo’lib,  bo’ladi.

Agar  bo’lsa, funksiya  nuqtada uzluksiz bo’ladi. Aks holda  bo’lib,  funksiyaning birinchi tur uzulish nuqtasi bo’ladi.

Monoton kamayuvchi funksiya uchun ham shu kabi isbotlanadi.

**2-teorema.** Agar  funksiya  oraliqda monoton bo’lib, uning qiymatlari biror U oraliqdan iborat bo’lsa, u holda funksiya  oraliqda uzluksiz bo’ladi.

**Isbot.**  funksiya  oraliqda o’suvchi bo’lsin. Faraz qilaylik funksiya biror  nuqtada uzulishga ega bo’lsin. U holda yuqoridagi teoremaga binoan  bo’lib,

 to’plamdagi sonlarning hech biri funksiyaning qiymati bo’lmaydi, ya’ni funksiya qiymatlari  oraliqdan iborat bo’lmaydi. Teorema isbotlandi.

**Xulosa.**

1. Uzluksiz funksiya-funksiyaning limiti bilan qiymati teng bo’lsa, bunday funksiya uzluksiz funksiya deyiladi.

2. Orttirma -  ayirma argument orttirmasi,  ayirma funksiya orttirmasi deyiladi.

3. Bir tomonli uzluksizlik -  tenglik o’rinli bo’lsa,  funksiya  nuqtada chapdan (o’ngdan) uzluksiz deyiladi

Xulosa

1. Uzluksiz funksiya-funksiyaning limiti bilan qiymati teng bo’lsa, bunday funksiya uzluksiz funksiya deyiladi.

2. Orttirma -  ayirma argument orttirmasi,  ayirma funksiya orttirmasi deyiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar  
1. Toshmetov O’., Turgunbayev R., Saydamatov E., Madirimov M. Matematik analiz I-qism. T.: “Extremum-Press”, 2015. -95-105 b.  
2. Claudia Canuto, Anita Tabacco Mathematical analysis. I. Springer-Verlag. Italia, Milan. 2008.- 105-109p.  
3. Xudayberganov G., Vorisov A., Mansurov X., Shoimqulov B. Matematik analizdan ma’ruzalar. I T.:«Voris-nashriyot». 2010 y. 97–102 b.