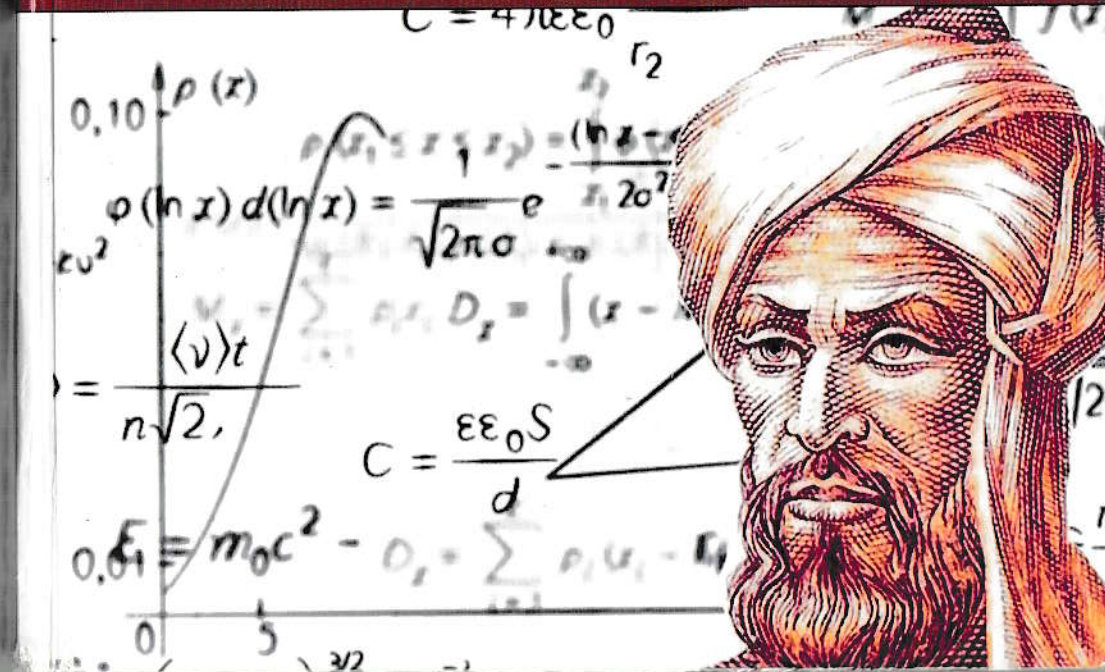


Nusratova D, Shamshiyev A.

BOSHLANG'ICH MATEMATIKA KURSI NAZARIYASI

(amaliy mashg'ulotlar uchun)



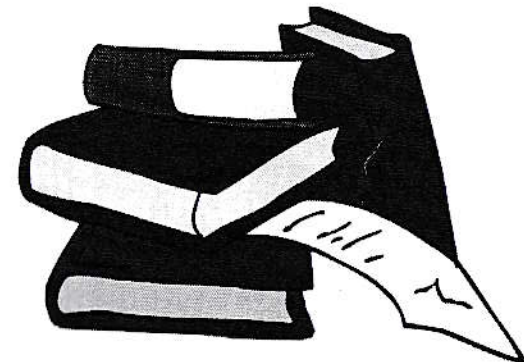
O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIMI VAZIRLIGI

Nusratova D., Shamshiyev A.

BOSHLANG'ICH MATEMATIKA KURSI NAZARIYASI

(amaliy mashg'ulotlar uchun)

O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi Oliy
ta'lim muassasalari "5111700-Boshlang'ich ta'lim va sport tarbiyaviy
ish" bakalavriat ta'lim yo'nalishi talabalari uchun darslik sifatida
tasdiqlagan
(qayta nashr)



"VNESHINVESTPROM.,
Toshkent-2021

UO`K: 517(075)

KBK: 22.11я7

D.N.Nusratova, A.Shamshiyev Boshlang'ich matematika kursi nazariyasi (amaliy mashg'ulotlar uchun). "VNESHINVESTPROM",- Toshkent-2021 - 344 bet

Taqrizchilar:

X.A.To'raqulov - Abdulla Qodiriy nomidagi JDPI
"Boshlang'ich ta'lim nazariyasi va amaliyoti,"
kafedrası professori, pedagogika fanlari doktori

M. Nosirova- Abdulla Qodiriy nomidagi JDPI
"Matematika o'qitish metodikasi," kafedrası dotsenti

A.Musayev- JPI Oliy matematika kafedrası dotsenti,
fizika-matematika fanlari nomzodi

Darslik pedagogika oliy o'quv yurtlarida «**Boshlang'ich ta'lim va sport tarbiyaviy ish**» bakalavriat ta'lim yo'nalishining talabalari uchun mo'ljallangan bo'lib, davlat ta'lim standartlariga va «Boshlang'ich matematika kursi nazariyasi» fan dasturiga to'la mos keladi.

Darslik O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligining 2019-yil 20-iyuldagi "654-sonli, buyrug'iga asosan 5111700-" Boshlang'ich ta'lim va sport tarbiyaviy ish" bakalavriat ta'lim yo'nalishi talabalari uchun darslik sifatida tavsiya etilgan hamda O'z. R.V.M tomonidan litsenziya berilgan nashryotlarda nashr etishga ruxsat berilgan.

© D.N.Nusratova, A. Shamshiyev, 2021
ISBN 978-9943-6706-4-8 © "VNESHINVESTPROM," - Toshkent-2021

SO'Z BOSHI O'RNIDA

Pedagogika institutlari boshlang'ich ta'lim mutaxassisligida o'qitilayotgan "Boshlang'ich matematika kursi nazariyasi" bo'lajak boshlang'ich sinf o'qituvchisining matematik ta'lim tizimida juda muhim ahamiyatga ega bo'lgan o'quv fanidir. Ushbu darslik DTS asosida va tayanch oliy o'quv yurti ToshDPU tomonidan tavsiya etilgan va Oliy va O'rta Maxsus Ta'lim, Kasb hunar ta'limi bo'yicha O'quv uslubiy birlashmalari faoliyatini Muvofiqlashtiruvchi Kengashning 2017 yil 24-avgustdagi 603-sonli buyrug'i bilan ma'qullangan fan dasturi asosida tayyorlandi. Shuningdek, Oliy va o'rta maxsus, kasb-hunar ta'limi yo'nalishlari bo'yicha O'quv-uslubiy birlashmalar faoliyatini Muvofiqlashtiruvchi Kengashning 2018-yil 18-avgustdagi 4-sonli bayonnomasi bilan ma'qullangan fan dasturi asosida qayta ko'rib tuzatib chiqildi.

Mazkur darslikning I-bobida hozirgi zamon matematikasining asosini tashkil etuvchi to'plamlar nazariyasi, matematik mantiq elementlari, kombinatorika, moslik, munosabat, algebraik amal, graflar nazariyasi haqida shuningdek, har bir mavzuga oid alohida - alohida misol va masalalar keltirilgan. 2-bob boshlang'ich maktabning asosiy tushunchalaridan bo'lgan natural son, butun nomanfiy sonlar va ular ustida bajariladigan amallar, shuningdek, butun nomanfiy sonlar ustida bajariladigan to'rt amalning xossalari to'g'risida masala va misollar keltirilgan. 3-bobda son tushunchasini kengaytirish, ratsional, haqiqiy, kompleks sonlar va ular ustida amallar, 4-bobda geometriya elementlari, 5- bobda matnli masalalarni yechish usullariga oid misol va masalalar keltirilgan. 6-bobda "Kattaliklar"ga doir, 7-bobda ifoda, tenglik tengsizlik, tenglama, tenglamalar sistemasi va tengsizliklar sistemasini yechishga oid misol va masalalar hamda ularning yechimlarini topish bo'yicha namunalar keltirilgan. Shuningdek, har bir mavzu bo'yicha qisqacha nazariy tushuncha berib, oxirida debat uchun savollar hamda oraliq, yakuniy nazoratlar uchun testlar, yozma ish variantlari yoritilgan.

Mualliflar darslik bilan tanishib, uning kamchiliklarini bartaraf qilishda bergan foydali maslahatlari uchun professor X.A.To'raqulov, dotsentlar N.Nosirova va A.O.Musayevlarga o'z minnatdorchiligini bildiradilar. Darslik haqidagi fikr va mulohazalaringizni kutamiz.

I BOB. DISKRET MATEMATIKA ASOSLARI 1-MAVZU: TO'PLAMLAR VA ULAR USTIDA AMALLAR

1.1. To'plam va uning elementi

To'plam tushunchasiga matematikada ta'rif berilmaydi. "To'plam" so'zi matematikada "majmua", "yig'in", "ko'plik", "to'da", "uyum" ma'noda ishlatiladi. To'plamlar nazariyasining asoschilari chex matematigi B. Bo'lsano, nemis matematiklari P.Kantor va R.Dedikind hisoblanadi. To'plamlarni lotin alfavitining bosh harflari bilan, uning elementlarini esa kichik harflar bilan belgilashga kelishilgan. Masalan: $M=\{a, b, c, d, e\}$, $N=\{x, y, \dots, z\}$ va x.k.

To'plam tushunchasi matematikaning asosiy tushunchalaridan biridir va shuning uchun u boshqa tushunchalar orqali ta'riflanmaydi. Uni misollar yordamida tushuntirish mumkin. Jumladan, biror sinfdagi o'quvchilar to'plami haqida, natural sonlar to'plami haqida gapirish mumkin.

To'plamlar lotin alfavitining A,B,C ..., Z harflari bilan belgilanadi. Birorta ham ob'ektni o'z ichiga olmagan to'plam bo'sh to'plam deyiladi va $\emptyset$ belgi bilan belgilanadi.

To'plamni tashkil etuvchi ob'ektlar uning elementlari deyiladi. To'plam elementlarini lotin alfavitining kichik harflari a,b,c,...,z bilan belgilash qabul qilingan.

To'plamdagi elementlarining ushbu to'plamga qarashli ekanligini quyidagicha belgilaymiz. $a \in A$ (a element A to'plamiga qarashli.) Agar biror element to'plamga qarashli bo'lmasa, u holda $\notin$ belgidan foydalaniladi. M: $A=\{1,a,b,c,4\}$ bo'lsin u holda quyidagilar o'rinli $1 \in A$, $a \in A$, $b \in A$, $c \in A$, $4 \in A$, $5 \notin A$, $d \notin A$, $k \notin A$.

Ta'rif. Agar B to'plamning har bir elementi A to'plamning ham elementi bo'lsa, B to'plam A to'plamning qism to'plami deyiladi.

Agar B to'plam A to'plamning qism to'plami bo'lsa, $B \subset A$ kabi yoziladi va bunday o'qiladi: "B to'plam A ning qism to'plami", "B to'plam A ga kiradi".

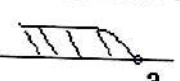
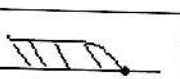
Ta'rif. Agar $A \subset B$ va $B \subset A$ bo'lsa, A va B to'plamlar teng deyiladi.

Agar A va B to'plamlar teng bo'lsa, u holda $A = B$ kabi yoziladi.

Ko'rilayotgan barcha qism to'plamlarni o'z ichiga oluvchi to'plam

universal to'plam deyiladi va U, I harflari bilan belgilanadi.

To'plamni son o'qida tasvirlash bo'yicha namuna:

To'plam osti	Belgilanishi	Tasvirlanishi	Nomlanishi
$x/x \in R, a < x < b$	(a, b)		Interval
$x/x \in R, a \leq x \leq b$	[a, b]		Kesma
$x/x \in R, a \leq x < b$	[a, b)		Yarim interval yoki yarim kesma
$x/x \in R, a < x \leq b$	(a, b]		Yarim interval yoki yarim kesma
$x/x \in R, x > a$	$(a; +\infty)$		Ochiq nur
$x/x \in R, x \geq a$	$[a; +\infty)$		Nur yoki yarim to'g'ri chiziq
$x/x \in R, x < a$	$(-\infty; a)$		Ochiq nur
$x/x \in R, x \leq a$	$(-\infty, a]$		Nur

Yozma mashq

1.1.1. O'zbek tili alfavitining unli harflar to'plami elementlarini sanang.

1.1.2. Quyidagi yozuvlardan qaysilari to'g'ri:

- a) $10 \in \mathbb{N}$; b) $20 \in \mathbb{Z}$; v) $-5 \notin \mathbb{Z}$; g) $41 \in \mathbb{Z}$;
d) $-1 \in \mathbb{N}$; e) $0 \notin \mathbb{N}$; j) $0 \in \mathbb{Z}$; z) $0.2 \notin \mathbb{Z}$;
i) $-1 \in \mathbb{Z}$; k) $0.1 \in \mathbb{Z}$; l) $35 \notin \mathbb{N}$; m) $-2,3 \notin \mathbb{R}$

1.1.3. $Q = \{-4; -5; -6; -7; 2; -1\}$ bo'lsa, bu to'plam elementlariga qarama – qarshi sonlardan tuzilgan to'plamni yozing. Bu ikkita to'plamdan natural sonlar to'plamini va juft sonlar to'plamini ajratib yozing.

1.1.4. Quyidagi to'plamlarni yozing: A – “juft natural sonlar to'plami”; B – “toq natural sonlar to'plami”; S – “1 va 100 sonlari orasidagi natural sonlar to'plami”; D – “3 va 10 sonlari va ular orasidagi butun sonlar to'plami”.

Namuna: F – “1 va 9 sonlari va ular orasidagi natural sonlar to'plami”.
Yechim: $F = \{x | x \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 9\}$.

1.1.5. Quyidagi yozuvlarni o'qing va elementlarni ko'rsating:

- a) $A = \{x | x \in \mathbb{N}, x < 11\}$ b) $B = \{x | x \in \mathbb{N}, 0 \leq x \leq 8\}$
v) $C = \{x | x \in \mathbb{N}, -5 \leq x \leq 2\}$ g) $D = \{x | x \in \mathbb{N}, x < 10.2\}$
d) $E = \{x | x \in \mathbb{N}, x^2 = 9\}$ e) $M = \{x | x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 9\}$
f) $F = \{x | x \in \mathbb{Z}, x^2 = 9\}$ j) $K = \{x | x \in \mathbb{N}, x^2 < 9\}$

1.1.6. Quyidagi to'plamlarning xarakterlovchi xossalarni ko'rsating:

- a) $\{3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; 24; 27\}$;
b) $\{1; 2; 3; 4; 5; 7; 8; 9\}$
v) $\{2; 4; 8; 16; 32; 64; 128; 256; \dots\}$.

1.1.7. Quyidagi to'plamlarni son o'qida tasvirlang:

- a) $\{x | x \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 6\}$; b) $\{x | x \in \mathbb{Z}, -5 \leq x \leq 1\}$;
v) $\{x | x \in \mathbb{R}, x > 0\}$; g) $\{x | x \in \mathbb{R}, x \leq 3\}$;
d) $\{x | x \in \mathbb{R}, 1 \leq x \leq 6\}$; e) $\{x | x \in \mathbb{R}, 0 \leq x < 5\}$;
j) $\{x | x \in \mathbb{R}, -2.5 \leq x \leq 1\}$. z) $\{x | x \in \mathbb{Z}, x \leq 0\}$;

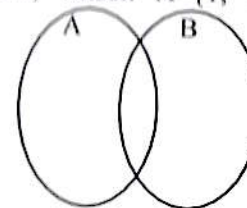
Mavzuni mustahkamlash uchun savollar:

1. To'plam va uning elementlari qanday belgilanadi?
2. Chekli va cheksiz to'plamlarga misollar keltiring?
3. Qism to'plam ta'rifini ayting?
4. To'plamlar qanday usullarda beriladi
5. To'plamlar mavzusi bo'yicha qanday belgilarni bilasiz.
6. Universal to'plam deb nimaga aytiladi?

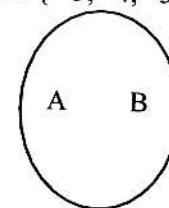
1.2. To'plamlar orasida munosabatlar

To'plamlar orasida munosabatlar to'rt xil bo'ladi.

1) To'plamlar kesishadi, ya'ni $A \cap B \neq \emptyset$ Kesishadigan to'plamlarni Eyler-Veyn doirachalari yordamida quyidagicha tasvirlash mumkin (1-rasm) Misol: $A = \{1; 2; 3; 4\}$ $B = \{3; 4; 5; 7; 8; 9\}$



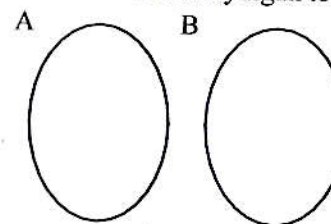
(1-a) rasm



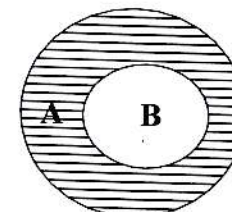
(1-b) rasm

2) To'plamlar kesishmaydi, ya'ni

$A \cap B = \emptyset$ Kesishmaydigan to'plamlarni



2- rasm



3- rasm

Eyler-Veyn dio'grammasi yordamida quyidagicha tasvirlash mumkin (2-rasm) Misol: $A = \{1; 2; 3; 4\}$ $B = \{7; 8; 9\}$

3) Qism to'plam munosabati $B \subset A$ (3-rasm) Misol: $A = \{1; 2; 3; 4\}$ $B = \{3; 4\}$

4) Teng munosabat. $A = B$ Teng munosabatda bo'lgan A va B to'plamlar Eyler –Veyn doiralaridagi tasviri 1ta doirani ifodalaydi (1-b rasm)

Misol: $A = \{1; 2; 3; 4\}$ $B = \{x | x \in \mathbb{N}, x \leq 4\}$;

Yozma mashq

1.1.8 $A = \{a; b; c; d\}$ va B to'plamlar orasidagi munosabatlarni aniqlang; bunda

- a) $B = \{k; l; m\}$;
b) $B = \{b; c; e; f; k\}$;

$$v) B = \{a; b; d;\};$$

$$g) B = \{c; d; a; b;\};$$

$$d) B = \{a; b; c; m; k;\}.$$

1.1.9 Quyidagi to'plamlar berilgan:

$$A = \{x | x \in \mathbb{N}, x < 20\},$$

$$B = \{x | x \in \mathbb{N}, 3 \leq x \leq 11\},$$

$$C = \{x | x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x \leq 14\},$$

$$D = \{x | x \in \mathbb{Z}, 2 \leq x \leq 8\}.$$

Ular bir – birlari bilan qanday munosabatda ekanligini aniqlang?

1.1.10. A – barcha juft sonlar to'plami. B – 4 ga bo'linadigan barcha natural sonlar to'plami, C – 5 ga bo'linadigan barcha natural sonlar to'plami. D – 21 ning natural bo'luvchilari. B, C, D to'plamlar A to'plam bilan qanday munosabatda bo'ladi?

1.1.11. A – barcha uchburchaklar to'plami bo'lsin. Uning qanday qism to'plamlarini bilasiz?

1.1.12. A – Parallelogrammlar to'plami, B – to'g'ri to'rtburchaklar to'plami, C – Kvadratlar to'plami bo'lsin. $B \cup A$, $C \cap B$, $B \cap A$ to'plam elementlarini aniqlang.

1.1.13. P – uchburchaklar to'plami: A – o'tkir burchakli uchburchaklar to'plami; B – teng tomonli uchburchaklar to'plami; C – to'g'ri burchakli uchburchaklar to'plami bo'lganda ularni Eyer diagrammasida tasvirlang.

1.1.14. A – ikki xonali sonlar to'plami;

B – juft natural sonlar to'plami;

C – 4 ga karrali natural sonlar to'plami. Bu to'plamlarni Eyer doirachalari yordamida tasvirlang. Tasvirlangan holatga mos boshqa to'plamlardan misollar keltiring.

Mavzuni mustahkamlash uchun savollar:

1. To'plamlar orasida qanday munosabatlar bo'ladi. Misol keltiring?
2. Kesishadigan to'plamga misol keltiring?
3. Kesishmaydigan to'plamga misol keltiring va Eyer doirasini chizib ko'rsating?
4. Qism to'plam ta'rifini ayting va misol keltiring hamda Eyer doirasida chizib ko'rsating?
5. Teng munosabatida bo'lgan 2 ta to'plam ayting?
6. To'plamlar qanday usullarda beriladi?
7. To'plamlar orasida munosabatlarni belgilar bilan ko'rsating?

1.3. To'plamlar birlashmasi va kesishmasi

Ta'rif: A va B to'plamlarning kesishmasi deb, bir vaqtda A to'plamda ham B to'plamda ham mavjud bo'lgan elementlardan tuzilgan to'plamga aytiladi

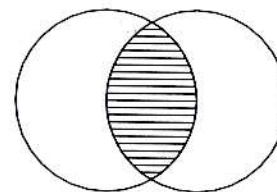
A va B to'plamlarning kesishmasi $A \cap B$ kabi belgilanadi. Agar A va B to'plamlarni Eyer doiralari yordamida tasvirlasak, u holda berilgan to'plamlarning kesishmasi shtrixlangan soha bilan tasvirlanadi (1-rasm).

Agar A va B to'plamning elementlari sanab ko'rsatilgan bo'lsa u holda $A \cap B$ ni topish uchun A va B ga bir vaqtda tegishli bo'lgan elementlarni, ya'ni ularning umumiy elementlarini sanab ko'rsatish yetarli.

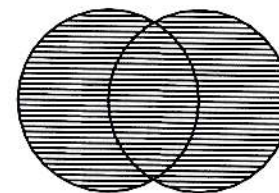
Endi A – juft natural sonlar to'plami va B – 4 ga karrali natural sonlar to'plamining kesishmasi qanday to'plam ekanini aniqlaymiz. Berilgan A va B to'plamlar cheksiz to'plamlar va B to'plam A to'plamning qism to'plami. Shuning uchun A to'plamga va B to'plamga bir vaqtda tegishli elementlar B to'plamning elementlari bo'ladi. Demak, $A \cap B = B$.

Ta'rif: A va B to'plamlarning birlashmasi deb shunday to'plamga aytiladiki, u A va B to'plamning barcha elementlarini o'z ichiga oladi. Agar biror element A da ham B da ham mavjud bo'lsa, birlashma to'plamda u bir marta yoziladi.

A va B to'plamlarning birlashmasi $A \cup B$ kabi belgilanadi. Agar kesishuvchi A va B to'plamlarni Eyer doiralari yordamida tasvirlasak u holda ularning birlashmasi shtrixlangan soha bilan tasvirlanadi. (2-rasm)



1-rasm



2-rasm

To'plamlarning birlashmasini topishda bajariladigan operatsiya ham birlashma deb ataladi

Endi A – juft natural sonlar to'plami va B – 4 ga karrali natural sonlar to'plamining birlashmasi qanday to'plam ekanini aniqlaymiz. Ilgariroq

$B \subset A$ ekani aniqlangan edi. Shuning uchun $A \cup B$ to'plamga tegishli elementlar A to'plamning elementlari bo'ladi. Demak mazkur holda $A \cup B = A$.

To'plamlar kesishmasi va birlashmasi qonunlari

1. Ixtiyoriy A va B to'plamlar uchun to'plamlar kesishmasi va birlashmasining o'rin almashtirish qonunini ifodalovchi $A \cup B = B \cup A$, $A \cap B = B \cap A$ tengliklar o'rinli bo'lishi kelib chiqadi.

2. To'plamlar birlashmasi va kesishmasi uchun gruppash qonuni ham o'rinli, ixtiyoriy A , B va C to'plamlar uchun $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$, $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ tengliklar bajariladi.

Gruppash qonunlarini Eyler doiralari yordamida ko'rgazmali tasavvur qilish mumkin. Masalan: A , B va C to'plamlarni juft-jufti bilan kesishadigan uchta doira ko'rinishida tasvirlash mumkin.

3. Taqsimot xossasi:

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C),$$

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

Yozma mashq

1.1.15. "Filologiya" va "filosofiya", "sosiologiya" va "biologiya", "paxta" va "taxta", "matematika" va "grammatika" so'zlaridagi harflar to'plamining kesishmalarini va birlashmalarini toping.

1.1.16. $M = \{x | x \in \mathbb{N}, x < 10\}$, $N = \{x | x \in \mathbb{Z}, x > -4\}$,

$P = \{x | x \in \mathbb{Z}, 0 < x < 14\}$ to'plamlar berilgan. Ularni sonlar o'qida tasvirlang $M \cap P$, $M \cup N$, $N \cap P$, $M \cap P \cap N$, $N \cup P$, $M \cup P \cap N$ to'plam elementlarini tengsizliklar yordamida yozing.

1.1.17. A – juft sonlar to'plami. B – 7 ga karrali natural sonlar to'plami, C – 3 ga karrali natural sonlar to'plami. $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$, $A \cap B \cap C$, $(A \cap B) \cup C$, $A \cup (B \cap C)$, $A \cup B$, $A \cup C$, $B \cup C$, to'plamlarni toping. Ularni Eyler diagrammasi yordamida tasvirlab, xarakterlovchi xossalarni ko'rsating.

1.1.18. Quyidagi to'plamlarning kesishmalari va birlashmalarini toping.

a) $[8; 25]$ va $[-1; 16]$;

b) $[-3; 2]$; $[0; 6]$ va $[-1; 9]$;

v) $[2; 4]$ va $[-3; 3]$

g) $[5; 15]$ va $[-1; 10]$;

1.1.19. K – ikki xonali sonlar to'plami, M – toq sonlar to'plami. $K \cap M$,

$K \cup M$ to'plamlarni toping. Quyidagi yozuvlar to'g'rimi:

a) $21 \in K \cap M$,

b) $32 \notin K \cup M$,

v) $7 \in K \cap M$,

g) $8 \notin K \cup M$.

1.1.20. A – 2 ga karrali sonlar to'plami, B – 3 ga karrali sonlar to'plami, C – 5 ga karrali sonlar to'plami.

$(A \cap B) \cup C$ va $(A \cup B) \cap C$ to'plamlar elementlarini xarakterlovchi xossalarni aniqlang.

1.1.21. A – barcha juft sonlar to'plami, B – 2 ga bo'linadigan sonlar to'plami, C – 2 ga bo'linmaydigan sonlar to'plami, D – 21 sonining natural bo'luvchilari to'plami.

B , C , D to'plamlar A to'plam bilan qanday munosabatda bo'ladi?

1.1.22. A – ikki xonali sonlar to'plami;

B – juft natural sonlar to'plami;

C – 4 ga karrali natural sonlar to'plami. Bu to'plamlarni Eyler doirachalar yordamida tasvirlang.

$$(A \cap B) \cup C \text{ va } (A \cup B) \cap C$$

to'plamlarni shtrixlab ko'rsating va bu to'plam elementlarini xarakterlovchi xossalarni aniqlang.

1.1.23. $A = \{a; b; c; d\}$ va B to'plamlar kesishmasi va birlashmasini toping; bunda

a) $B = \{k; l; m\}$;

b) $B = \{b; c; e; f; k\}$;

v) $B = \{a; b; d\}$;

g) $B = \{a; b; c; d\}$;

$B = \{a; b; c; m; k\}$.

1.1.24. Quyidagi to'plamlarni son o'qida tasvirlang va A va B to'plamlar kesishmasi va birlashmasini toping;

a) $A = \{x | x \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 6\}$;

$B = \{x | x \in \mathbb{R}, x \leq 8\}$;

b) $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, -5 \leq x \leq 1\}$;

$B = \{x | x \in \mathbb{N}, 0 \leq x < 5\}$;

v) $A = \{x | x \in \mathbb{R}, x > 0\}$

$B = \{x | x \in \mathbb{R}, 1 \leq x \leq 6\}$;

g) $A = \{x | x \in \mathbb{R}, -2.5 \leq x \leq 1\}$.

$B = \{x | x \in \mathbb{R}, 2.5 \leq x \leq 10\}$.

1.1.25. A , B , C to'plamlar uchun $A \cap B \cap C \neq \emptyset$ o'rinli ularni Eyler diagrammasi yordamida tasvirlang va

a) $(A \cup B) \cap C$,

c) $A \cup B \cup C$

b) $A \cap B \cup C$,

d) $A \cap (B \cap C)$,

to'plamlarni shtrixlab ko'rsating. Har bir holat uchun alohida chizma

chizing.

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollari:

1. To'plamlar kesishmasi deb nimaga aytiladi?
2. To'plamlar birlashmasi deb nimaga aytiladi?
3. Kesishma va birlashma amallarining qonunlarini ayting?
4. Ikkita kesishuvchi to'plamga misol keltiring va ular kesishmasini aniqlang?
5. Qism munosabatida bo'lgan Ikkita to'plamga misol keltiring va ular kesishmasini va birlashmasini aniqlang?
6. Ikkita kesishmaydigan to'plamga misol keltiring va ular kesishmasini va birlashmasini aniqlang?

1.4. To'plamlar ayirmasi. To'ldiruvchi to'plam.

Ta'rif. A va B to'plamlar ayirmasi deb A to'plamning B to'plamga kirmagan elementlaridan tuzilgan to'plamga aytiladi va $A \setminus B$ ko'rinishda yoziladi

Eyler doiralari yordamida mazkur vaziyat 3-rasmdagi kabi tasvirlanadi, Ushbu chizmadagi ayirma A va B to'plamlar qism munosabatda bo'lgan hol uchun to'g'ri

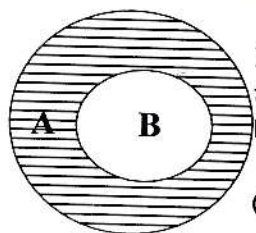
A to'plamdan B qism to'plam chiqarib tashlangandan keyin qolgan qism – bu shtrixlangan qismdir. Bu qism B to'plamning A to'plamgacha to'ldiruvchisi ham deyiladi.

Ta'rif: $B \subset A$ bo'lsin, A to'plamning B to'plamga tegishli bo'lmagan elementlarinigina o'z ichiga olgan to'plam B to'plamning A to'plamgacha to'ldiruvchisi deyiladi.

B to'plamning A to'plamgacha to'ldiruvchisi

$(B \subset A \text{ shart bajarilganda}) A \setminus B$ kabi belgilanadi.

Qism to'plamning to'ldiruvchisini topishda foydalaniladigan operasiya ayirish amali deyiladi.



(3-rasm)

Agar A va B to'plamlar elementlari sanab ko'rsatilgan bo'lsa, u holda $A \setminus B$ ni topish uchun A to'plamga tegishli bo'lgan va B to'plamga tegishli bo'lmagan elementlarni sanab ko'rsatish yetarli.

Yozma mashq

1.1.26. $A = \{a; b; c; d; e\}$ va B to'plamlar uchun $A \setminus B$ ni toping, bunda:

- | | |
|-----------------------|--------------------------------------|
| a) $B = \{c; d; e\};$ | g) $B = \{b; c; e; d; a\};$ |
| b) $B = \{c; a; d\};$ | d) $B = \{a; b; c; d; e; f; k; m\};$ |
| v) $B = \{k; l; m\};$ | e) $B = \emptyset.$ |

1.1.27. "Geometriya" so'zidagi harflar to'plami bilan "geologiya" so'zidagi harflar to'plamining ayirmasini toping.

1.1.28. $A = \{x/x \in \mathbb{R}, x \in [1; 15]\}$, $B = \{x/x \in \mathbb{R}, x \in [3; 18]\}$, bo'lsa, $A \setminus B$, $B \setminus A$, A va B to'plamlarning simmetrik ayirmasini toping va son o'qida tasvirlang.

1.1.29. $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ to'plamlarning ikkita qism to'plamlarini toping va ularning X to'plamgacha to'ldiruvchi to'plami elementlarini yozing.

1.1.30. Quyidagi to'plamlarning to'ldiruvchilarini toping.

- juft natural sonlar to'plamining N to'plamigacha;
- manfiy butun sonlar to'plamining Z to'plamigacha;
- butun sonlar to'plamining Q to'plamigacha
- rasional sonlar to'plamining R to'plamigacha

1.1.31. Ixtiyoriy A va B to'plamlar uchun

a) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

b) $(A' \cup B')' = A \cap B$

tengliklar to'g'ri ekanini isbotlang.

1.1.32. A, B, C to'plamlar uchun $A \cap B \cap C \neq \emptyset$ o'rinli ularni Eyler doiralari yordamida tasvirlang va

$(A \setminus B) \cap C$, $A \setminus B \cap C$, $A \cup (B \setminus C)$, $A \cup B \setminus C$ to'plamlarni shtrixlab ko'rsating. Har bir holat uchun alohida chizma chizing.

1.1.33. P- o'tkir burchakli uchburchaklar to'plami, Q – teng yonli uchburchaklar to'plami, M – teng tomonli uchburchaklar to'plami. Bu to'plamlar uchun Eyler diagrammalarini chizing va $(P \setminus Q) \cup M$, $(Q \setminus M) \cup P$, $P \cap Q \setminus M$ to'plamlarni shtrixlab ko'rsating. Har bir holat uchun alohida chizma chizing.

1.1.34. Universal to'plamning qism to'plamlari bo'lgan A, B, C to'plamlar uchun $A \cap B \cap C \neq \emptyset$ munosabat o'rinli. Berilgan to'plamlar uchun Eyler diagrammalarini chizing va

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| a) $A \cap B \cap C;$ | b) $(A \cup B)' \cap C;$ |
| v) $(A \cup B)' \cap C;$ | g) $A' \cup B \cap C$ |

to'plamlarni tasvirlovchi sohalarni shtrixlar bilan ko'rsating. Har bir holat uchun alohida chizma chizing.

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollari:

1. Qism to'plam ta'rifini ayting?
2. To'plamlar ayirmasi deb nimaga aytiladi?
3. Kesishma va birlashma amallarining guruhlash qonunlarini ayting?
4. To'ldiruvchi to'plam deb nimaga aytiladi?
5. To'ldiruvchi to'plam tushunchasini misol keltirib tushuntirib bering?
6. To'plamlarning simmetrik ayirmasi deb nimaga aytiladi?
7. To'plamlar ayirmasining qonunlarini yozing?

1.5. To'plamlarni sinflarga ajratish tushunchasi

To'plamlar va to'plamlar ustida operatsiyalar tushunchasi bizning klassifikatsiya haqidagi tasavvurlarimizni oydinlashtirishga imkon beradi.

Klassifikatsiya – bu sinf ichida ob'ektlarning o'xshashligi va ularning boshqa sinflardagi ob'ektlardan farq qilishi asosida sinflar bo'yicha ajratish amaliidir.

Matematikada klassifikatsiya keng qo'llaniladi. Masalan, natural sonlar juft va toq sonlarga bo'linadi; burchaklar: o'tkir, o'tmas, to'g'ri va, yoyiq bo'ladi.

Agar: 1) $X_1, X_2, \dots, X_n$ qism to'plamlar juft-jufti bilan o'zaro kesishmasa;

2) $X_1, X_2, \dots, X_n$ qism to'plamlarning birlashmasi X to'plam bilan mos tushsa, X to'plam $X_1, X_2, \dots, X_n$ sinflarga to'g'ri ajratilgan deb hisoblanadi.

Agar shu shartlardan aqalli bittasi bajarilmasa, klassifikatsiya noto'g'ri hisoblanadi.

1.1.35. $R = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ to'plam A, B, C qism to'plamlarga ajratilgan.

Qaysi hollarda to'plamlarni sinflarga to'g'ri ajratilganligini aniqlang;

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------|
| a) $A = \{1; 3; 5\},$ | $B = \{2; 4; 6; 8\},$ | $C = \{7; 9\}$ |
| b) $A = \{5\},$ | $B = \{3; 4; 8; 9\},$ | $C = \{1; 6\},$ |

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|-------------------|
| v) $A = \{1; 3; 5\},$ | $B = \{2; 4; 6; 8\},$ | $C = \{5; 7; 9\}$ |
| g) $A = \{1; 3; 5\},$ | $B = \{4; 6; 8\},$ | $C = \{5; 6; 9\}$ |

1.1.36. Natural sonlar to'plamini qanday sinflarga ajratish mumkin?

1.1.37. Yer yuzida xalqlarini qanday belgilariga ko'ra sinflarga ajratish mumkin?

1.1.38. Koordinata to'g'ri chizig'ini $]-\infty; 5]$ va $[5; +\infty[$ to'plamlarga ajratsak, haqiqiy sonlar to'plami ikkita sinfga to'g'ri ajratilgan bo'ladimi?

1.1.39. Qaysi hollarda sinflarga ajratish to'g'ri amalga oshirilgan:

a) Uchburchaklar: to'g'ri burchakli, o'tmas burchakli va teng yonli uchburchaklarga

b) burchaklar: o'tkir, to'g'ri va yoyiq burchaklarga

v) butun sonlar: natural, 0, manfiy butun sonlarga

g) o'zbek tili fe'llari: hozirgi zamon, o'tgan zamon va kelasi zamon fe'llariga

e) gap bo'laklari: bosh va ikkinchi darajali bo'laklarga

j) gazlamalar: paxtali va ipak gazlamalarga ajratilgan

1.1.40. Universal to'plamning qism to'plamlari bo'lgan A, B, C to'plamlar uchun $A \cap B \cap C \neq \emptyset$ munosabat o'rinli. Berilgan to'plamlar uchun Eyer diagrammalarini chizing va universal to'plam nechta turli sinfga ajralishini aniqlang. Quyidagi:

- | | |
|---------------------------|-------------------------|
| a) $A \cap B \cup C;$ | b) $(A \cup B) \cup C;$ |
| v) $(A' \cup B') \cap C;$ | g) $A \cup B \cap C$ |

to'plamlarni tasvirlovchi sohalarni shtrixlar bilan ko'rsating. Har bir holat uchun alohida chizma chizing.

1.1.41. A -to'rtburchaklar to'plamini sinflarga ajrating?

1.1.42. R -haqiqiy sonlar to'plamini 2 ta A va B sinflarga ajratsak $A = Q$ bo'lsa, B -to'plamni toping.

1.1.43. Natural sonlar to'plamini a) 5 ga karrali sonlar. b) 3 ga karrali sonlar xossalariga ko'ra sinflarga ajrating. Natural sonlar to'plami nechta sinfga ajraladi.

1.1.44. Juft natural sonlar to'plamini a) 5 ga karrali sonlar. b) 3 ga karrali sonlar c) 4 ga karrali xossalariga ko'ra sinflarga ajrating. Juft natural sonlar to'plami nechta sinfga ajraladi.

1.1.45. Natural sonlar to'plamini a) 7 ga karrali sonlar. b) 3 ga karrali sonlar c) 2 ga karrali sonlar xossalariga ko'ra sinflarga ajrating. Natural sonlar to'plami nechta sinfga ajraladi. Ajratilgan sinflarning ketma-ket 3

tadan elementlarini yozing?

Mavzuni mustahkamlash uchun savollar:

1. Universal to'plam deb nimaga aytiladi?
2. To'plamlarni xarakteristik xossasi deganda nimani tushunasiz misollar keltiring?
3. Klassifikasiya nima?
4. Kesishmaydigan to'plamga misol keltiring. Ularga umumiy nom bering?
5. Kesishma va birlashma amallarining taqsimot qonunlarini ayting?
6. Birorta to'plam ayting va uni 2 ta xossaga ko'ra sinflarga ajrating?
7. To'ldiruvchi to'plam deb nimaga aytiladi?
8. To'plamlarni sinjlarga ajratish shartlarini ayting?

1.6. To'plamlarning Dekart ko'paytmasi

To'plam elementlarining kelish tartibi muhim bo'lgan hollarda, matematikada elementlarning tartiblangan jamlanmasi haqida gap boradi. Mazkur masalada biz tartiblangan juftliklar bilan ish ko'ramiz.

a va b elementlardan tashkil topgan tartiblangan juftlikni (a, b) bilan belgilash qabul qilingan, bunda a element juftliklarning birinchi koordinatasi (komponentasi), b element esa bu juftlikning ikkinchi koordinatasi (komponentasi) deyiladi.

(a, b) va (c, d) juftliklarda $a = c$ va $b = d$ bo'lgan holdagina bu juftliklar teng bo'ladi.

Ikkita turli to'plamlar elementlaridan ham tartiblangan juftliklar hosil qilish mumkin. Masalan, $A = \{1, 2, 3\}$ va $B = \{3, 5\}$ to'plamlarni olamiz va mumkin bo'lgan tartiblangan juftliklarni shunday hosil qilamizki, juftliklarning birinchi komponentasi A to'plamdan, ikkinchi komponentasi esa B to'plamdan tanlab olinsin. Ushbu to'plamga ega bo'lamiz:

$$\{(1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5)\}$$

Formal xarakterga ega bo'lgan ushbu masalaga konkret ma'no berish mumkin bo'lgan barcha ikki xonali sonlarni shunday hosil qilingki, bunda o'nliklar raqami 1, 2, 3 raqamlardan tanlab olinadi, birliklar raqami esa 3 yoki 5 raqami bo'lishi mumkin.

Ta'rif. A va B to'plamlarning Dekart ko'paytmasi deb birinchi komponentasi A to'plamga, ikkinchi komponentasi B to'plamga tegishli bo'lgan juftliklar to'plamiga aytiladi.

$$A \times B = \{(x, y) / x \in A, y \in B\}$$

A va B to'plamlarning Dekart ko'paytmasi $A \times B$ kabi belgilanadi.

Dekart ko'paytmani topishda qo'llaniladigan amal to'plamlarning Dekart ko'paytirish deyiladi.

Ta'rif. $A_1, A_2, \dots, A_n$ to'plamlarning Dekart ko'paytmasi deb uzunligi n bo'lgan shunday kortejlar to'plamiga aytiladiki, bunda kortejning birinchi komponentasi A_1 to'plamga, ikkinchi komponentasi A_2 to'plamga, ..., n-komponentasi A_n to'plamga tegishli bo'ladi.

$A_1, A_2, \dots, A_n$ to'plamlarning Dekart ko'paytmasi $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ kabi belgilanadi.

A va B to'plamlar chekli bo'lib, uncha ko'p bo'lmagan elementlarni o'z ichiga olsa, ularning Dekart ko'paytmasini topish qiyin emas. Koordinata to'g'ri chizig'i – bu unda sanoq boshi, uzunlik birligi va musbat yo'nalish berilgan to'g'ri chiziqdur.

Ox to'g'ri chiziq abssissalar o'qi, Oy esa ordinatalar o'qi, umumiy sanoq boshiga va aynan bir xil uzunlik birligiga ega bo'lgan koordinata o'qlari yasagan tekislik koordinata tekisligi deyiladi. (4-rasm).

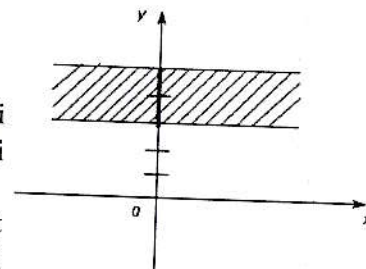
Koordinatalar tekisligida A va B to'plamlarning Dekart ko'paytmasini tasvirlaymiz, bunda:

1. $A = \{1, 2, 3\}, B = \{3, 5\};$
2. $A = \{1, 2, 3\}, B = [3, 5];$
3. $A = [1, 3], B = [3, 5];$
4. $A = \mathbb{R}, B = [3, 5];$
5. $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}.$

1-holda berilgan to'plamlar chekli va uncha katta bo'lmagan chekli sondagi elementlarni o'z ichiga oladi, shuning uchun ularning Dekart ko'paytmasining hamma elementlarini sanab ko'rsatish mumkin:

$$A \times B = \{(1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5)\}.$$

Koordinata o'qlarini yasaymiz va Ox o'qda A to'plam elementlarini, Oy o'qda B to'plam elementlarini belgilaymiz. So'ngra $A \times B$ to'plamdagi



4-rasm

har bir sonlar juftligini koordinata tekisligidagi nuqtalar bilan tasvirlaymiz.

2-holda to'plamlarning Dekart ko'paytmasi elementlarini sanab ko'rsatishning imkoni yo'q, chunki B to'plam cheksiz to'plamdir.

Biroq bu Dekart ko'paytmani hosil qilish jarayonini namoyish qilish mumkin. Har bir juftlikda birinchi komponenta yoki 1, yoki 2, yoki 3 ikkinchi komponenta esa [3,5] oraliqdan olingan haqiqiy sonlardir. Birinchi komponentasi 1 soni bo'lgan, ikkinchi komponentasi esa 3 dan 5 gacha qiymatlarini ketma-ket qabul qilgan barcha juftliklar PM kesma nuqtalari bilan tasvirlanadi; birinchi komponentasi 2 bo'lgan, ikkinchi komponentasi [3,5] oraliqdagi hamma haqiqiy qiymatlarni qabul qiluvchi barcha juftliklar KL kesma nuqtalari bilan tasvirlanadi; birinchi komponentasi 3 soni bo'lgan, ikkinchi komponentasi [3,5] oraliqdagi ixtiyoriy haqiqiy sonni qabul qiluvchi juftliklar esa SQ kesma nuqtalari bilan tasvirlanadi.

4-holda A to'plam barcha haqiqiy sonlardan tashkil topgan, ya'ni $A \times B$ to'plam elementlarini tasvirlovchi nuqtalarning absissasi hamma haqiqiy qiymatlarni ketma-ket qabul qiladi, bu vaqtda ordinata sifatida [3,5] oraliqdagi sonlar olinadi. Bunday nuqtalar to'plami polosa hosil qiladi. (4-rasm)

Yozma mashq

1.1.46. O'nli raqamlari $A = \{2; 5; 7\}$ to'plamga birlik raqamlari $B = \{4; 6\}$ to'plamga tegishli bo'lgan barcha ikki xonali sonlarni yozing.

1.1.47. Surati $A = \{5; 2\}$ to'plamdan, maxraji $B = \{3; 4; 5; 6; 7\}$ to'plamdan olingan barcha to'g'ri kasrlarni yozing.

1.1.48. $A \times B$ to'plam elementlarini ko'rsating, bunda:

- a) $X = \{a; b; c\}$, $Y = \{f; e\}$;
- b) $X = \{a; b; c; d\}$, $Y = \{x\}$;
- v) $X = \{a; b; c; d\}$, $Y = \{c\}$;
- g) $X = \{a; b; c\}$, $Y = \{q\}$.

1.1.49. $\{(1; 2), (1; 4), (1; 16), (3; 2), (3; 4), (3; 16)\}$ to'plam $A \times B$ Dekart ko'paytmaning qism to'plami bo'lsa, berilgan A va B to'plam elementlarini ko'rsating.

1.1.50. $A = \{4; 5; 9\}$, $B = \{6; 7; 8\}$ to'plamlarning Dekart ko'paytmasini tuzing. Hosil bo'lgan to'plamdan quyidagi xossalarga asosan qism to'plamlar ajrating.

a) juftliklarning birinchi elementi ikkinhisidan katta,

b) juftliklarning birinchi elementi beshga teng

v) juftliklarning ikkinhi elementi yettiga teng

1.1.51. X va Y to'plamlarning Dekart ko'paytmasini koordinata tekisligida tasvirlang, bunda:

- a) $X = \{-1; 0; 1; 4\}$, $Y = \{2; 3; 4\}$;
- b) $X = \{-2; 0; 1; 2\}$, $Y = \{3; 4\}$;
- v) $X = [-2; 1]$, $Y = \{2; 3; 4\}$
- g) $X = \{2; 6\}$, $Y = \{0; 5\}$;
- d) $X = \{3\}$, $Y = R$
- e) $X = R$, $Y = [-3; 2]$
- j) $X = R$, $Y = \{2; 5\}$;
- i) $X = [-3; 2]$, $Y = [2; 6]$;

1.1.52. Qanday ikkita to'plamning Dekart ko'paytmasi koordinata tekisligida yarim tekislikni beradi?

1.1.53. X – ikki xonali natural sonlar to'plami, Y-juft natural sonlar to'plami, E-4 ga karrali sonlar to'plami bu to'plamlarni Eyler diagrammalarida tasvirlang. Quyidagi to'plamlarni shtrixlab ko'rsating, hamda xarakteristik xossasini aniqlang.

- a) $A = X \cap E \cap Y$
- b) $B = X \cup E / Y$;
- v) $C = X \cap E \cup Y$

1.1.54. Koordinata tekisligida M (3;5) nuqtadan o'tuvchi va Ox o'qqa parallel to'g'ri chiziqni chizing. Qanday ikki to'plamning Dekart ko'paytmasi bu to'g'ri chiziqni tasvirini beradi.

1.1.55. Koordinata tekisligida uchlari A(2;5), B(-3;5), C(-3;-2), D(2;-2) nuqtalarda bo'lgan to'rtburchak yasang. Uning yuzasiga tegishli bo'lgan nuqtalar qanday ikki to'plamning Dekart ko'paytmasini ifodalaydi. Bu ikki to'plamni yozing.

1.1.56. Koordinata tekisligida quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi nuqtalar to'plamini yasang:

- a) $x \in R$, $y = 5$;
- b) $x \in R$, $|y| = 2$;
- v) $|x| = 3$, $y \in R$;
- g) $x = 3$, $y \in R$
- d) $x \in R$, $y \geq 4$;
- e) $x \in R$, $y \leq 4$;
- j) $x \leq 4$, $y \in R$;
- i) $|x| \geq 1$; $|y| \geq 4$;

1.1.57. Koordinatalar tekisligida F shaklini yasang, bunda

- a) $F = \{(x; y) | x = 5, y \in R\}$;
- b) $F = \{(x; y) | x \in R, y = -2\}$;

- v) $F = \{(x;y) \mid x \leq 2, y \in R\};$
 g) $F = \{(x;y) \mid x \in R; y \geq 0\};$
 d) $F = \{(x;y) \mid x \in R; |y| = 4\};$
 e) $F = \{(x;y) \mid 4y - 3x - 12 = 0, x \leq 0, y \geq 0\};$

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollari:

1. Kortej nima? Kortejning uzunligini qanday tushunasiz?
2. To'plamlar nazariyasida uchragan belgilarni yozing?
3. Ikkita chekli to'plamlarga misollar keltiring va ular dekart ko'paytmasini aniqlang?
4. Ikkita A va B to'plamlarning dekart ko'paytmasi deb nimaga aytiladi?
5. n ta to'plam dekart ko'paytmasining kortejlari uzunligini ayting?
6. Kesishma va birlashma amallarining qonunlarini ayting?
7. To'ldiruvchi to'plam deb nimaga aytiladi?
8. To'plamlar dekart ko'paytmasini belgilar bilan yozing?

2-Mavzu: MOSLIK VA MUNOSABAT

2.1. Ikki to'plam elementlari orasidagi moslik

Ta'rif. $X \times Y$ dekart ko'paytmaning istalgan G_f qism to'plami X va Y to'plamlar orasidagi moslik deyiladi.

Moslik lotin alifbosining f, g, t, s kabi harflari bilan belgilanadi.

Sizga ma'lum bo'lgan funktsiyalarning hammasi moslik tushunchasiga misol bo'la oladi.

X to'plam moslikning birinchi to'plami deyiladi. X to'plamning moslikda ishtirok etuvchi elementlari to'plami moslikning aniqlanish sohasi deyiladi.

Y to'plam moslikning ikkinchi to'plami deyiladi. Y to'plamning moslikda qatnashgan elementlari to'plami moslikning qiymatlar to'plami deyiladi.

$G_f \subset X \times Y$ to'plam moslikning grafigi deyiladi. 2 to'plam orasidagi moslikni nuqtalar va yo'nalishli kesmalar (strelkalar) yordamida tasvirllovchi rasmlar moslikning grafi deyiladi. Masalan:

$X = \{a, b, c, d, e\}$ $Y = \{m, n, p, q\}$
 to'plamlar orasida

$G_f = \{(a,n), (b,n), (b,p), (c,p), (d,p)\}.$

moslik o'rnatilgan desak uning grafi

5-rasmdagi kabi bo'ladi

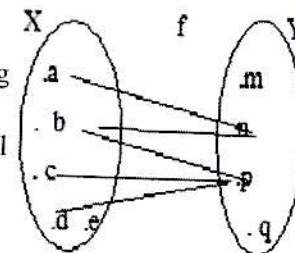
$X = \{a, b, c, d, e\}$ - Moslikning yo'naltiruvchi sohasi

$Y = \{m, n, p, q\}$ - Moslikning qabul qiluvchi sohasi

$G_f = \{(a,n), (b,n), (b,p), (c,p), (d,p)\}.$

Aniqlanish sohasi $= \{a, b, c, d\}$

Qiymatlar to'plami $= \{n, p\}.$



5-rasm

2-Ta'rif: Agar f moslikning aniqlanish sohasi birinchi to'plam bilan ustma-ust tushsa, f moslik hamma yerda aniqlangan deyiladi.

3-Ta'rif: Agar f-moslikning qiymatlar to'plami ikkinchi to'plam bilan ustma-ust tushsa, f moslik syur'ektiv deyiladi.

4-Ta'rif: Agar f moslikda birinchi to'plamning har bir elementiga ikkinchi to'plamning bittadan ortiq bo'lmagan elementi mos kelsa, f moslik funktsio'nal deyiladi.

5-Ta'rif: Agar f moslikda ikkinchi to'plamning har bir elementiga birinchi to'plamning 1 tadan ortiq bo'lmagan elementi mos qo'yilgan bo'lsa, f moslik in'ektiv deyiladi.

6-Ta'rif: Syur'ektiv va in'ektiv moslik bir so'z bilan biektiv deyiladi.

7-Ta'rif: Hamma yerda aniqlangan funktsio'nal moslik akslantirish deyiladi.

8-Ta'rif: X va Y to'plamlar orasidagi f moslik biektiv akslantirish bo'lsa, X va Y to'plamlar orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatilgan deyiladi. Masalan: $X = \{a; b; c; d\};$ va $Y = \{x; y; z; t\};$ to'plamlar orasidagi moslik $G_f = \{(a; x), (b; y), (c; z), (d; t)\}$ bo'lsa, f moslik X va Y to'plamlari orasidagi o'zaro bir qiymatli moslik bo'ladi.

9-Ta'rif. X va Y to'plamlar orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatilgan bo'lsa, bu to'plamlar teng quvvatli yoki ekvivalent deyiladi va $X \approx Y$ ko'rinishida yoziladi. Bu holda $n(X) = n(Y)$ bo'ladi.

10-Ta'rif: Barcha natural sonlar to'plami N ga teng quvvatli to'plamlar sanoqli to'plam deyiladi.

Yozma mashq

1.2.1. $M = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$ va N- natural sonlar to'plami

berilgan. Bu to'plamlar orasida R moslik : « m sonning kvadrati n soniga teng », bunda $m \in M$, $n \in N$ berilgan. R moslik juftliklari to'plamini aniqlang va uning grafini yasang. Bu moslik in'ektiv, surektiv, funksio'nal bo'ladimi?

1.2.2. $X = \{x/x \in N, x \leq 7\}$ $Y = \{y/y \in N, 15 \leq y \leq 19\}$ to'plam elementlari orasida C: « x soni y sonining bo'luvchisi, bunda $x \in N$, $y \in N$ moslik berilgan bo'lsa, uning grafini yasang va qiymatlar to'plamini yozing?

1.2.3. $A = \{1; 2; 3; 4; 6\}$, $B = \{5; 7\}$ to'plamlar elementlari orasida "kichik" mosligi o'rnatilgan. Bu moslik grafini quring?

1.2.4. Kundalik hayotdan mosliklarga misollar keltiring.

1.2.5. $X = \{x/x \in N, x \leq 9\}$, $Y = \{y/y \in N, y \leq 4\}$ to'plamlar elementlari orasida R: "x soni y soniga karrali" mosligi berilgan. R va R^{-1} mosliklar grafini quring?

1.2.6. O'zaro bir qiymatli moslikka misol keltiring?

1.2.7. $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 6\}$, $Y = \{6; 7; 8\}$ to'plamlar elementlari orasida "bo'luvchi bo'ladi" mosligi o'rnatilgan. Bu moslik grafini quring va moslikning aniqlanish sohasini tengsizlik ko'rinishida yozing? Teskari moslik grafini quring

1.2.8. $A = \{x/x \in N, x \in [1; 5]\}$ va $B = \{y/y \in N, y \in [2; 18]\}$ to'plamlar elementlari orasida R: "m sonning kvadrati n soniga teng" bunda $m \in A$, $n \in B$ mosligi berilgan. Moslikning yo'naltiruvchi sohasi va qabul qiluvchi sohalari elementlarini yozing. R va R^{-1} mosliklar graflarini quring.

1.2.9. $M = \{9; 16; 0; 1; 8; 25; 4; -9\}$ va $K = \{1; 3; 0; -2; 8; 5; -4\}$ to'plamlar berilgan. Bu to'plamlar orasida R moslik : "m sonning kvadrat ildizi n soniga teng" bunda $m \in M$, $n \in K$ moslik berilgan. R moslik juftliklari to'plamini aniqlang va R moslikka qarama-qarshi moslik grafini quring. Bu moslik in'ektiv, surektiv, akslantirish bo'ladimi?

1.2.10. $X = \{x/x \in N, x \leq 10\}$ va $Y = \{y/y \in Z, -2 \leq y \leq 5\}$ to'plam elementlari orasida C: "x soni y sonining karralisi" bunda $x \in X$, $y \in Y$ moslik berilgan bo'lsa bu moslik juftliklari to'plamini aniqlang va uning grafini yasang. Teskari moslik grafini quring. Moslikning aniqlanish sohasi va qabul qiluvchi to'plami elementlarini yozing.

1.2.11. $A = \{5; 2; 7; 3; 6\}$, $B = \{1; 4; 8\}$ to'plamlar elementlari orasida

" $\geq$ " "katta yoki teng" mosligi o'rnatilgan. Bu moslik grafini quring. Moslikning aniqlanish sohasi va qiymatlar to'plami elementlarini yozing. Teskari moslik graflarini quring. Bu moslik surektiv yoki funksio'nal bo'ladimi?

1.2.12. $X = \{0; 3; 15; 12\}$ va $Y = \{0; 6; 5; 8\}$ to'plamlar orasida "qoldiqsiz bo'la oladi" mosligi juftliklarini yozing va bu moslikning qiymatlar to'plamini aniqlang? Moslikka qarama-qarshi moslik grafini quring. Bu moslik in'ektiv, surektiv yoki X to'plamni Y to'plamga akslantirish bo'ladimi?

1.2.13. $X = \{x/x \in N, 4 \leq x \leq 7\}$ va $Y = \{x/x \in N, x \leq 6\}$ to'plamlar elementlari orasida R: " $x \geq y$ " mosligi berilgan. R moslik va R moslikka qarama-qarshi moslik grafini quring? Bu moslik in'ektiv, surektiv yoki funksio'nal bo'ladimi?

1.2.14. $M = \{3; 6; 0; 1; 2; 4\}$ va $K = \{1; 3; 0; 8; 5\}$ to'plamlar berilgan. Bu to'plamlar orasida R moslik : « m soni n sonidan katta yoki teng », bunda $m \in M$, $n \in K$ moslik berilgan. Moslikka qarama-qarshi moslik grafini quring. R moslik in'ektiv, surektiv, funksio'nal yoki X to'plamni Y to'plamga akslantirish bo'ladimi?

1.2.15. Quyidagi G_1, G_2, G_3, G_4 to'plamlardan qaysilari $A = \{0; 3; 6; 9; 12; 1\}$ va $B = \{1; 3; 6; 9; 12; 14\}$ to'plam elementlari orasidagi moslik bo'lishi mumkin?
 $G_1 = \{(0; 3), (9; 3), (12; 3), (12; 6), (1; 3), (3; 3), (6; 6), (9; 9), (12; 12), (1; 12)\};$

$G_2 = \{(0; 3), (3; 6), (6; 9), (9; 12), (12; 15)\};$

$G_3 = \{(3; 3), (3; 6), (3; 9), (3; 12), (3; 14), (6; 6), (9; 9), (12; 12)\};$

$G_4 = \{(3; 6), (6; 12), (9; 18)\};$

1.2.16. $M = \{3; 6; 0; 1; 2; 4\}$ va $K = \{1; 3; 0; 8; 5\}$ to'plamlar berilgan. Bu to'plamlar orasida R moslik : « m soni n sonidan katta yoki teng », bunda $m \in M$, $n \in K$ moslik berilgan. Teskari moslik grafini quring. R moslik in'ektiv, surektiv, funksio'nal yoki X to'plamni Y to'plamga akslantirish bo'ladimi?

Debat uchun savollar:

1. $G_f \subset X \times Y$ shartni izohlang.
2. Moslik nima?
3. Moslik turlariga misollar keltiring va ular graflarining o'ziga

xos xususiyatlarini ko'rsating.

4. Uchburchakning o'rta chizig'i bilan asosi orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatish mumkinmi?
5. Chekli to'plamlarning teng kuvvatli bo'lish shartini ayting.
6. Cheksiz to'plamlar uchun bu shart qanday?
7. Qanday moslik inektiv deyiladi?
8. Qanday moslik surektiv deyiladi?
9. Qanday moslik funksio'nal deyiladi?

Mustaqil ish uchun topshiriqlar

1. 2 ta chekli to'plam yozing va ular orasida biror moslik o'rnatib
2. O'rnatilgan moslikning grafi va grafigini quring?
3. O'rnatilgan moslikning yo'naltiruvchi sohasi, aniqlanish sohasi, qabul qiluvchi sohasi va qiymatlar to'plamini yozing?
4. O'rnatilgan moslikka teskari moslik, qarama-qarshi moslik, graflari va grafiklarini quring?

2.2. Binar munosabatlar va ularning xossalari

Agar moslik bitta X to'plamning elementlari orasida berilgan bo'lsa, bunday moslikni binar munosabat deyiladi. O'z – o'zidan ko'rinib turibdiki binar munosabatni qanoatlantiruvchi juftliklar to'plami X to'plamning o'z-o'ziga dekart ko'paytmasining qism to'plami bo'ladi. $R \subset X \times X$ Binar munosabat R , T , Q , G , K , M ... kabi harflar bilan belgilanadi. Binar munosabatni qanoatlantiruvchi juftliklarni ifoda qiluvchi strelkalar o'tqazishdan hosil bo'lgan chizmani munosabatning grafi deymiz.

Munosabat grafida har bir juftlikka bitta strelka mos keladi. Bu strelkalar dekart koordinatalar sistemasida har biri bitta nuqtani ifoda qiladi. Bunday nuqtalarni topishdan munosabatning grafigini hosil qilamiz. Masalan: $X = \{1, 2, 4, 7, 8\}$ to'plamda

R : " $x < y$ " munosabat berilgan. 6-rasm shu munosabatning grafidir. $R = \{(1, 2) (1, 4) (1, 7) (1, 8) (2, 4) (2, 7) (2, 8) (4, 7) (4, 8) (7, 8)\}$

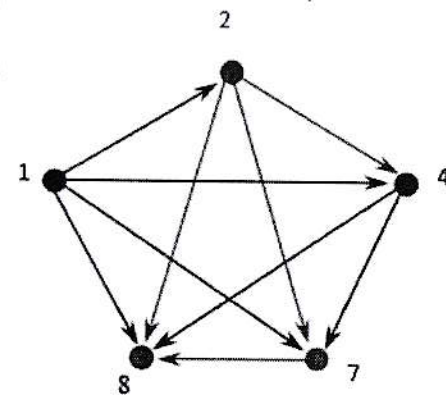
Matematikada ob'ektlar (sonlar, figuralar, kattaliklar) ning o'ziga emas, balki ular orasidagi bog'lanishlar, munosabatlar ham o'rganiladi.

Masalan: Boshlang'ich maktab matematikasidagi muhim

tushunchalardan biri natural son tushunchasini o'zlashtirish, sonlar orasidagi turli bog'lanishlarni o'rganish amalga oshiriladi ulardan 5 2 dan katta, 10 8 dan 2 ta ko'p, 7 soni 6 dan keyin keladi. Sonlar bir-biri bilan "ortiq", "ta ko'p", "keyin keladi", to'plamlar geometrik figuralar orasida ham shu kabi turli tuman munosabatlar o'rganiladi. Katta e'tibor sonlar orasidagi moslikni o'rganishga qaratiladi. Munosabatlar orasidagi bog'lanishlarni o'rganishda ularning xossalari bo'yicha turlarga ajratish muhim.

X kesmalar to'plamida a, b, c, d, e kesmalar berilgan. Bu kesmalar orasida tenglik munosabati o'rinni.

Chizmalarda " $\leq$ " va tenglik munosabatlari graflari sirtmoqlarga ega. Bu sirtmoqlar biz qanday kesma olmaylik, u o'z-o'ziga teng yoki o'z-o'ziga parallel deyish mumkinligini bildiradi. Parallellik va tenglik munosabatlari haqida ular refleksivlik xossasiga ega deyiladi.



6-rasm

Ta'rif. $X \times X$ ning istalgan

G qism to'plami binar munosabat deyiladi. Binar munosabatlar P , Q , R va boshqa lotin harflari bilan belgilanadi.

Matematikada binar munosabatlar " $=$ ", " $<$ ", " $>$ ", " $\neq$ ", " $\parallel$ ", " $\perp$ " kabi belgilar orqali beriladi.

Ta'rif: Agar X to'plamning har bir elementi o'z-o'zi bilan R munosabatda bo'lsa (ya'ni, xRx bajarilsa), u holda X to'plamdagi R munosabat refleksiv deyiladi.

Masalan, " $=$ ", " $\parallel$ " munosabatlar refleksivdir.

Ta'rif: Agar X to'plamning birorta ham elementi uchun xRx bajarilmasa, u holda R munosabat X to'plamda antirefleksiv deyiladi.

Masalan, " $<$ ", " $>$ ", " $\neq$ " munosabatlar antirefleksivdir.

Ta'rif: Agar X to'plamda R munosabat berilgan bo'lib, xRy va yRx shartlar bir vaqtda bajarilsa, R -simmetrik munosabat deyiladi.

Masalan, «||», «1», «=» munosabatlar simmetrik munosabatlardir.

Ta'rif: Agar X to'plamda R munosabat uchun xRy va yRx ekanligidan $x=y$ ekanligi kelib chiqsa, R antisimmetrik munosabat deyiladi.

Masalan, «x soni u soniga karrali» munosabati antisimmetrikdir.

Ta'rif: Agar X to'plamda berilgan R munosabat uchun xRy va yRz ekanligidan xRz bajarilishi kelib chiqsa, u holda R munosabat tranzitiv deyiladi.

Masalan, «=», «:», «<», «<a||b>», kabi munosabatlar tranzitivdir.

Tranzitiv munosabat grafida x dan y ga, y dan z ga boruvchi strelkalar bo'lsa, albatta x dan z ga boruvchi strelka ham bo'lishi kerak.

Ta'rif: Har qanday R munosabat refleksiv, simmetrik va tranzitiv bo'lsa, u holda R ekvivalentlik munosabati deyiladi.

Masalan, «||», «=» kabi munosabatlar ekvivalentlik munosabati bo'ladi. Ekvivalentlik munosabati to'plamni sinflarga ajratadi.

Ta'rif: Agar R munosabat antisimmetrik va tranzitiv bo'lsa, u holda R qat'iymas tartib munosabati deyiladi.

Masalan, «≤», «≥», «:» lar qat'iymas tartib munosabati bo'ladi.

Ta'rif: Agar R munosabat asimmetrik va tranzitiv bo'lsa, u holda R qat'iy tartib munosabati deyiladi.

Masalan, «<», «>», «keyin keladi» munosabatlari qat'iy tartib munosabat bo'ladi.

Ta'rif: Agar R munosabat funktsio'nal bo'lsa, u holda uning aniqlanish sohasi funktsiyaning aniqlanish sohasi deyiladi. Qiymatlar sohasi esa, funktsiyaning qiymatlar to'plami deyiladi.

Yozma mashq

1.2.17. $M=\{0; 1; 2; 3; 4; 9\}$ to'plamda R: "x sonning kvadrati y soniga teng" munosabati berilgan. R munosabat juftliklari to'plamini yozing va grafini chizing?

1.2.18. Birlik kesma oling va uni e bilan belgilang. Bu birlik kesmadan foydalanib uzunligi 3e bo'lgan 2 ta, 2e bo'lgan 4 ta, 4e bo'lgan 2 ta kesma chizing. Hosil bo'lgan kesmalar to'plamida R: " $x \geq y$ " munosabati grafini yasang. Bu munosabat ekvivalent munosabat bo'ladimi? Tekshiring?

1.2.19. $A=\{-1; 2; -2; 4; 6\}$, to'plam elementlari orasida "kichik" munosabati berilgan bo'lsa, uning grafini quring.

1.2.20. Tekislikdagi to'g'ri chiziqlar to'plamida "x to'g'ri chiziq

y to'g'ri chiziqqa perpendikulyar" munosabat uchun qanday xossalar o'rinli bo'lishini aniqlang?

1.2.21. Quyidagi to'plamlardan qaysilari

$A=\{0; 3; 6; 9; 12; 15\}$ to'plam elementlari orasidagi munosabat bo'la oladi?

$G_1=\{(7; 3), (9; 3), (12; 3), (12; 6), (15; 3), (3; 3), (6; 6), (9; 9), (12; 12), (15; 15)\};$

$G_2=\{(0; 3), (3; 6), (6; 9), (9; 12), (12; 15)\};$

$G_3=\{(3; 3), (3; 6), (3; 9), (3; 12), (3; 15), (6; 6), (9; 9), (12; 12)\};$

$G_4=\{(3; 6), (6; 12), (9; 18)\};?$

1.2.22. $C=\{0; 1; 3; 9; 12\}$ to'plamda berilgan "kichik yoki teng" munosabati grafini yasang. Bu munosabat uchun asimmetrik, tranzitiv antisimmetrik, simmetrik, refleksiv xossalaridan qaysilari o'rinli bo'lishini tekshiring?

1.2.23. $K=\{0; 3; -5; 7\}$ to'plam elementlari orasida R: "kichik yoki teng" munosabati juftliklari to'plamini aniqlang va bu munosabat grafini yasang.

1.2.24. $M=\{9; 16; 5; 1; 8; 3; 25; 4\}$ to'plam elementlari orasida

R: "m sonning kvadrat ildizi n soniga teng" munosabati berilgan. R munosabati juftliklari to'plamini aniqlang va bu munosabat uchun graf chizing?

1.2.25. $Y=\{y/y \in N, 5 \leq y \leq 16\}$ to'plam elementlari orasida

C: "x soni y sonining karralisi" munosabati berilgan bo'lsa, uning grafini yasang.

1.2.26. $A=\{5; 2; -7; -3; 6\}$, to'plam elementlari orasida

"katta yoki teng" munosabati berilgan bo'lsa, uning grafini yasang.

1.2.27. $X=\{x/x \in N, -2 \leq x \leq 3\}$ to'plam elementlari orasida R: "x soni y sonining bo'luvchisi" munosabati berilgan bo'lsa, uning grafini yasang va bu munosabat uchun qanday xossalar o'rinli bo'lishini aniqlang?

1.2.28. $C=\{0; 1; 3; 9; 12\}$ to'plam berilgan "karrali bo'ladi" munosabati grafini yasang. Bu munosabat tartib munosabat bo'ladimi? Tekshiring?

1.2.29. Quyidagi to'plamlardan qaysilari $B=\{3; 5; 6; 9; 12\}$ to'plam elementlari orasidagi munosabat bo'ladi:

$G_1=\{(0; 3), (3; 6), (6; 9), (9; 12), (12; 5)\};$

$G_2=\{(6; 3), (9; 3), (12; 3), (12; 6), (5; 3), (3; 3), (6; 6), (12; 12)\}$

$G_3 = \{(3; 3), (3; 6), (3; 9), (3; 12), (3; 5), (6; 6), (9; 9), (12; 12), (1; 5)\}$
 $G_4 = \{(3; 6), (6; 12), (3; 12), (3; 15), (12; 3), (12; 6), (15; 3), (6; 6)\}$

1.2.30. $D = \{0; 1; 6; 3; 9; 12; \}$ to'plam berilgan "bo'luvchi bo'ladi" munosabati grafi va grafigini yasang. Bu munosabat tartib munosabat bo'ladimi? Tekshiring?

1.2.31. $X = \{x/ x \in N, x \leq 9\}$ to'plam elementlari orasida C : "x soni y sonining bo'linuvchisi" munosabati berilgan bo'lsa, uning grafi va grafigini yasang, hamda bu munosabat uchun qanday xossalar o'rinli bo'lishini aniqlang?

1.2.32. $Y = \{y/ y \in N, y \leq 8\}$ to'plam elementlari orasida R : "x soni y soniga karrali" munosabati berilgan. R munosabati grafigini quring va bu munosabat uchun qanday xossalar o'rinli bo'lishini aniqlang?

Debat uchun savollar:

1. $G_f \subset X \times X$ shartni izohlang.
2. Turli uchburchaklar chizing va bu uchburchaklar to'plamida «tengdoshlik» ekvivalentlik munosabati ajratadigan sinflarni ko'rsating?
3. Chekli to'plamlarning teng quvvatli bo'lish shartini ayting.
4. Munosabat moslikning xususiy holi ekanini tushuntiring.
5. Munosabatning refleksivlik xossasini ayting?
6. To'g'ri chiziqlarning parallelligi ekvivalentlik munosabati bo'ladimi? Perpendikulyarligi-chi? Isbotlang.
7. Munosabatning antirefleksivlik xossasini ayting?
8. Munosabatning simmetriklik xossasini ayting?
9. Munosabatning asimmetriklik xossasini ayting?
10. Munosabatning tranzitivlik xossasini ayting?
11. Qanday munosabat tartib munosabat bo'ladi?

Mustaqil ish uchun topshiriqlar

1. Chekli to'plam yozing va ular orasida biror munosabat o'rnatib.
2. O'rnatilgan munosabni grafi va grafigini quring?
3. O'rnatilgan munosabat uchun qaysi xossalar o'rinli bo'lishini aniqlang?
4. Bu munosabatlar tartib, ekvivalent munosabat bo'ladimi tekshiring?

3-MAVZU: KOMBINATORIKA ELEMENTLARI

3.1. Yig'indi va ko'paytma qoidasi

A va B to'plamlar berilgan bo'lsin. Bu to'plamlar birlashmasining elementlari sonini yig'indi qoidasidan foydalanib topiladi. Bu qoida quyidagicha:

A to'plamning elementlari n ta bo'lsin. $r(A) = n$. B to'plamning elementlari soni m ta bo'lsin. $r(B) = m$ ko'rinishda yoziladi.

a) A va B to'plamlar umumiy elementga ega bo'lmasa, u holda bu to'plamlar birlashmasining elementlari soni A to'plam elementlari soni bilan B to'plam elementlari soni yig'indisidan iborat bo'ladi. Ya'ni:

$$r(A \cup B) = r(A) + r(B) = n + m$$

Bu qoidani n ta to'plam uchun ham to'g'ri deb qabul qilamiz. Ya'ni $A_1, A_2, \dots, A_n$ ta to'plam berilgan bo'lsin va bu to'plamlar umumiy elementga ega emas. Ya'ni o'zaro kesishmaydigan to'plamlar.

U holda. $r(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = r(A_1) + r(A_2) + \dots + r(A_n)$ bo'ladi.

b) A va B to'plamlar umumiy elementga ega bo'lsin u holda

$$r(A \cup B) = r(A) + r(B) - r(A \cap B)$$

$A_1, A_2, \dots, A_n$ to'plam uchun bu holni umumlashtiramiz. Ya'ni berilgan n ta to'plam umumiy elementga ega bo'lsa, u holda bu to'plamlar birlashmasining elementlari soni quyidagicha bo'ladi:

$$r(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = r(A_1) + r(A_2) + \dots + r(A_n) - r(A_1 \cap A_2) -$$

$$r(A_2 \cap A_3) - \dots - r(A_{n-1} \cap A_n) + r(A_1 \cap A_2 \cap A_3) + \dots + (-1)^{n-1} r(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n)$$

Ko'paytirish qoidasi

X va Y chekli to'plamlar dekart ko'paytmasining elementlari soni X to'plam bilan Y to'plamdagi elementlari sonlarining ko'paytmasiga teng. X va Y to'plamlar dekart ko'paytmasi (x, y) ko'rinishidagi juftliklardan iborat bo'lib bu juftliklar soni nechta degan savolga ko'paytirish qoidasi javob beradi.

$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ va $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ Bu ikki to'plam Dekart ko'paytmasi $X \times Y$ ta'rifga ko'ra quyidagi juftliklardan iborat bo'ladi.

Bu juftliklarni tuzaylik.

$(x_1; y_1) (x_1; y_2) \dots (x_1; y_m)$

$(x_2; y_1) (x_2; y_2) \dots (x_2; y_m)$

$(x_n; y_1) (x_n; y_2) \dots (x_n; y_m)$

Bu yerda har bir qatorda m ta juftlik, har bir ustunda n ta juftlik bor bo'lib, hammasi bo'lib $m \times n$ ta juftlik bor.

$$r(X \times Y) = r(X) \cdot r(Y) = m \times n$$

Demak, X va Y to'plamlar dekart ko'paytmasining (kortejlari) juftliklari soni X to'plam elementlari soni bilan Y to'plam elementlari sonlarining ko'paytmasiga teng

Bu qoida n ta to'plam uchun ham to'g'ri.

$$r(X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n) = r(X_1) \cdot r(X_2) \cdot \dots \cdot r(X_n)$$

Yozma mashq

1.3.1. Sinfda 40 ta o'quvchi bor. Ulardan 32 tasi matematika to'garagida, 21 tasi "Yosh rassomlar" to'garagida shug'ullanadi. 15 ta o'quvchi ikkalasida ham shug'ullanadi. Sinfdagi qancha o'quvchi ikkilasida ham shug'ullanmaydi?

1.3.2. Ingliz va nemis tillari o'rganayotgan 100 o'quvchidan ingliz tilini 85 ta, nemis tilini 45 ta o'quvchi o'rganadi. Qancha o'quvchi ikkala tilni ham o'rganadi?

1.3.3. 200 ta talabadan ingliz tilini 42 ta, nemis tilini 30 ta, fransuz tilini 28 ta, ingliz va nemis tilini 8 ta, ingliz va fransuz tilini 10 ta, nemis va fransuz tilini 5 ta talaba o'rganadi. 3 ta talaba uchala tilni ham o'rganadi. Qancha talaba faqat 1 tadan tilni o'rganadi, qancha talaba birorta ham tilni o'rganmaydi?

1.3.4. 80 ta maktab o'quvchisidan 40 tasi futbol, 50 tasi voleybol o'ynaydi. Ikkala o'yinni ham o'ynaydigan o'quvchilar qancha bo'lishi mumkin? Hech bo'lmaganda 1 ta o'yinni o'ynovchi o'quvchilar sonichi?

1.3.5. 100 ta o'quvchidan 40 tasi futbol, 50 tasi voleybol o'ynaydi. Ikkala o'yinni ham o'ynaydigan o'quvchilar qancha bo'lishi mumkin? Hech bo'lmaganda 1 ta o'yinni o'ynovchi o'quvchilar soni – chi?

1.3.6. 25 ta o'quvchidan 15 tasi matematikaga, 12 tasi ona tiliga qiziqadi. Ikkala fanga qiziquvchi o'quvchilar soni qancha bo'lishi mumkin? Hech bo'lmaganda bittasiga qiziquvchilar – chi?

1.3.7. 25 ta o'quvchidan 12 tasi matematikaga, 8 tasi o'bek tiliga qiziqadi. Ikkala fanga qiziquvchi o'quvchilar soni qancha bo'lishi mumkin? Hech bo'lmaganda bittasiga qiziquvchilar – chi? Ikkala fanga ham qiziqmaydigan oquvchilarchi?

1.3.8. $A = \{a, b, c, d\}$ va $B = \{m, f\}$ to'plamlar berilgan. Berilgan to'plamlarning dekart ko'paytmasi qancha elementni o'z ichiga olishi mumkin?

1.3.9. $n(A) = 52$, $n(B) = 100$ bo'lsa, $n(A \times B)$ to'plamlarning dekart ko'paytmasi qancha elementni o'z ichiga oladi?

1.3.10. $A = \{1, 3, 5, \dots, 101\}$, $B = \{5, 10, 15, \dots, 100\}$ bo'lsa A va B to'plamlarning dekart ko'paytmasida nechta uzunligi 2 ga teng kortej bor?

1.3.11. $A = \{1, 3, 5, \dots, 99\}$, $B = \{5, 10, 15, \dots, 50\}$, $C = \{2, 4, 6, 8\}$ bo'lsa A , B va C to'plamlarning dekart ko'paytmasining kortejlari uzunligini aniqlang? Bunday kortejlar nechta.

1.3.12. Beshga karrali qancha ikki xonali son bor?

1.3.13. Beshga karrali nechta 3 xonali toq son bor?

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollari:

1. Kesishmaydigan ikki to'plam uchun yig'indi qoidasini ayting va formulasini yozing?
2. Kesishuvchi ikki to'plam uchun yig'indi qoidasini ayting va formulasini yozing?
3. Kesishmaydigan n ta to'plam uchun yig'indi qoidasini ayting?
4. Ikki to'plam uchun ko'paytirish qoidasini ayting?
5. n ta to'plam Dekart ko'paytmasining kortejlar soni qanday topiladi?
6. Kesishuvchi n ta to'plam uchun yig'indi qoidasini ayting?

3.2. O'rinashtirishlar va o'rin almashtirishlar

Ta'rif: n ta elementni k tadan o'rinashtirish deb k tadan kamida bitta elementi yoki elementlarining tartibi bilan farq qiluvchi gruppalariga (kombinasiyalarga) aytiladi.

Teorema: n elementni k tadan o'rinashtirishlar soni

$A_n^k = n(n-1)(n-2)\dots(n-(k-1))$ (1) ga teng. $A_n^1 = n$,
 n elementni 2 tadan o'rinashtirish soni $n(n-1)$ ta ekanligiga ularni
 tuzib ishonch hosil qilish mumkin.

$$A_n^2 = n(n-1) \quad (2)$$

Shu n ta elementni 3 tadan o'rinashtirsak Bunda har bir qatorda $(n-2)$
 tadan $n(n-1)$ ta qatorda jami $n(n-1)(n-2)$ ta juftlik bor. (7-rasm)

Demak, n ta elementni 3 tadan o'rinashtirishlar soni

$$A_n^3 = n(n-1)(n-2) \quad (3) \text{ bo'ladi.}$$

Xuddi shu tartibda n elementni 4 tadan o'rinashtirishlar soni

$A_n^4 = n(n-1)(n-2)(n-3)$ ekanligini topish mumkin. Bu xulosalarimizni
 umumlashtirsak

$$A_n^k = n(n-1)(n-2)\dots(n-(k-1)) \text{ bo'lib, (1) formula bilan bir xil.}$$

Demak, n elementni k tadan o'rinashtirishlar soni haqiqatdan

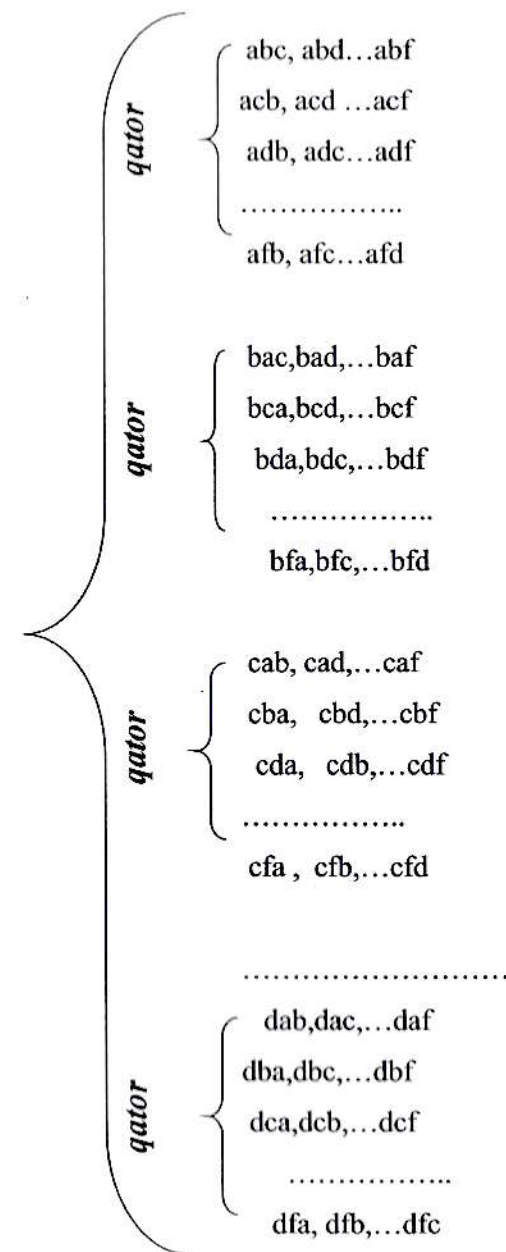
$A_n^k = n(n-1)(n-2)\dots(n-(k-1))$ bo'lar ekan. O'rinashtirishlarning
 ushbu fo'rmlasini soddalashtirish uchun $(n-k)!$ ga ham bo'lib, ham
 ko'paytiramiz.

$$\text{Natijada } A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

hosil bo'lib u (1) formula bilan teng kuchli.

Agar o'rinashtirishda elementlari bir xil bo'lgan gruppalar ham
 qo'shib hisoblansa u takrorlanuvchi o'rinashtirish deyiladi.

Takrorlanuvchi o'rinashtirishlar soni $A = n^k$ ga teng.



(7-rasm)

Ta'rif: n elementni n tadan o'rinlashtirishlar o'rin almashtirishlar deyiladi.

O'rin almashtirishlar P_n bilan belgilanadi. O'rin almashtirishlar sonini o'rinlashtirishdagi k ning o'rniga n ni qo'yib keltirib chiqarish mumkin.

$$A_n^k = n(n-1)\dots(n-(k-1)) \quad (1) \text{ dagi } k \text{ ning o'rniga } n \text{ ni qo'yib,}$$

$$A_n^n = n(n-1)\dots(n-(n-1)) = n(n-1)(n-2)\dots 1 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots (n-2)(n-1)n = n!$$

$$P_n = A_n^n = n!$$

Demak, n elementli to'plam elementlaridan n faktorialta o'rin almashtirishlar tuzish mumkin. Birdan n gacha bo'lgan sonlar ko'paytmasi n faktorial deyiladi.

$P_n = n!$ O'rin almashtirishlarda har bir grupp boshqasidan kamida 1 ta elementining o'rnini bilan farq qiladi

Ta'rif: Bir necha elementi bir xil bo'lgan n ta elementli o'rin almashtirish takrorlanuvchi o'rin almashtirish deyiladi.

k ta elementi bir xil bo'lgan n ta elementni o'rin almashtirishlar soni $P_{n(k)}$ bilan yoziladi.

Bu n ta element turli xil bo'lganda $P_n = n!$ edi. Uning k ta elementi bir xil bo'lgani uchun bu elementlar o'rin almashtirilib hosil qilingan gruppalarining hammasi bir xil. O'shancha gruppaning bittasinigina hisobga olinib $n!$ ta gruppaga $k!$ marta kamayadi. Demak, $a, b, c, c, c, c, c, \dots, d, \dots, f$ (n ta) elementdan k tasi bir xil c bo'lgan holda

O'rin almashtirishlar soni

$$P_{n(k)} = \frac{n!}{k!} \quad \text{bo'lar ekan.}$$

n ta elementning k tasi bir xil bo'lishi bilan yana m tasi bir xil bo'lsin.

$a, b, b, b, \dots, b, c, c, c, \dots, c, d, \dots, f$ (n ta) elementdan k tasi bir xil c va m tasi bir xil b bo'lgan holda o'rin almashtirishlar soni yana $m!$ marta kamayadi va

$$P_{n(k,m)} = \frac{n!}{k!m!} \quad \text{bo'ladi.}$$

Yozma mashq

1.3.14. $X = \{a, b, c, d\}$ to'plam elementlaridan uzunligi 2 ga teng barcha kortejlarni tuzing. Bu kortejlar kombinatorikada nima deyiladi? Kortejlar soni qancha bo'ladi?

1.3.15. 4 ta turli lavozimga nomzodlari ko'rsatilgan 9 kishidan 4 kishini necha xil usul bilan saylash mumkin?

1.3.16. 9-sinfda 35 o'quvchi bor. Ular bir – birlari bilan suratlarini almashishdi. Hamma surat almashinshlar soni nechta?

1.3.17. Sinfda 40 ta o'quvchidan necha xil usul bilan sinf faollarini; sinfkomni, tozalik rahbarini va devoriy gazeta muharririni tayinlash mumkin?

1.3.18. 1,2,3,4,5 raqamlardan foydalanib nechta raqamlari turli bo'lgan 3 xonali son yozish mumkin.

1.3.19. Talaba 4 ta imtihonni 6 kunda topshirishi kerak. Buni necha xil usulda amalga oshirish mumkin?

1.3.20. 12 musobaqadosh o'rtasida birinchi, ikkinchi va uchinchi mukofotlar necha xil usulda taqsimlanishi mumkin?

1.3.21. Har birida ikkitadan element bo'lgan 110 ta o'rinlashtirishni nechta har xil narsadan tuzish mumkin?

1.3.22. Agar $A_n^5 = 18 \times A_{n-2}^4$ bo'lsa n ni toping.

1.3.23. 7 xonali 10^7 ta telefon nomerlarini qanday qismi 7 ta har xil raqamdan iborat bo'ladi?

1.3.24. 0,1,2,3,4 raqamlaridan foydalanib nechta raqamlari turli bo'lgan 2 xonali son yozish mumkin.

1.3.25. Musobaqada 8 kishi qatnashmoqda 1-2-3- o'rinlarni aniqlash usullari sonini toping?

1.3.26. 2,4,6,8, raqamlardan foydalanib nechta 3 xonali son yozish mumkin. 3 xonali sonda bir xil raqamlar qaytarilishi ham mumkin.

1.3.27. 1,4,3,8,6 raqamlaridan foydalanib nechta raqamlari turli bo'lgan 3 xonali toq son yozish mumkin.

1.3.28. 2,7,4 raqamlardan foydalanib nechta 3 xonali juft son yozish mumkin. 3 xonali sonda bir xil raqamlar qaytarilishi ham mumkin.

1.3.29. 3,7,9,6,1 raqamlaridan foydalanib nechta raqamlari turli bo'lgan 2 xonali son yozish mumkin.

1.3.30. Agar:

a) $A = \{1\}$ b) $A = \{7;8\}$; v) $A = \{a;b;c\}$; g) $A = \{m;n;p;q\}$ bo'lsa,

A to'plam elementlaridan mumkin bo'lgan barcha o'rin almashtirishlarni tuzing.

1.3.31. Ifodaning qiymatini toping:

$$\begin{array}{llllll} \text{a)} \frac{14!}{12!} & \text{b)} \frac{19!}{17!} & \text{v)} \frac{16!}{18!} & \text{g)} \frac{9!}{5!4!} & \text{d)} \frac{10!}{6!4!} & \text{e)} \frac{7!+6!+5!}{8!-7!} \end{array}$$

1.3.32. Musobaqada 6 ta talaba qatnashmoqda. O'rinlarni ular o'rtasida necha xil usul bilan taqsimlash mumkin?

1.3.33. Kasrni qisqartiring:

$$\begin{array}{llllll} \text{a)} \frac{n!}{(n-1)!} & \text{b)} \frac{(n-2)!}{n!} & \text{v)} \frac{(n-1)!}{(n-3)!} & \text{g)} \frac{2k(2k-1)!}{2k!} & & (k \in \mathbb{N}) \end{array}$$

1.3.34. 0, 1, 2, 3, 4 raqamlardan foydalanib, nechta besh xonali son hosil qilish mumkin? Bunda raqamlar besh xonali sonda bir marta ishlatilishi kerak.

1.3.35. 7 ta o'quvchi ro'yxatini necha xil usul bilan tuzish mumkin?

1.3.36. 0, 1, 2, 3 raqamlaridan, har bir sonda bir xil raqamlar bo'lmaydigan qilib, mumkin bo'lgan barcha to'rt xonali sonlar tuzilgan. Nechta son hosil bo'lgan?

1.3.37. 5 ga karrali nechta 5 xonali son bor?

1.3.38. 1,1,1,2 raqamlardan foydalangan holda nechta 4 xonali toq son yozish mumkin?

1.3.39. 2, 1, 2, 3 raqamlaridan mumkin bo'lgan barcha to'rt xonali sonlar tuzilgan. Nechta son hosil bo'lgan?

1.3.40. 1,1,1,2,3 raqamlardan foydalangan holda nechta 5 xonali son yozish mumkin?

1.3.41. 2, 3, 3, 3, 3 raqamlaridan mumkin bo'lgan barcha besh xonali sonlar tuzilgan. Nechta son hosil bo'lgan?

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollari:

1. n ta to'plam Dekart ko'paytmasining n liklar soni qanday topiladi?
2. O'rinlashtirishlar deb nimaga aytiladi?
3. O'rinlashtirishlar sonini topish formulasini yozing?
4. Takrorlanuvchi o'rinlashtirishlar deb nimaga aytiladi?
5. Takrorlanuvchi o'rinlashtirishlar sonini topish formulasini yozing?
6. O'rin almashtirishlar deb nimaga aytiladi?
7. O'rin almashtirishlar sonini topish formulasini yozing?
8. O'rin almashtirishlar sonini topish formulasini keltirib chiqaring
9. Takrorlanuvchi o'rinlashtirishlar deb nimaga aytiladi?
10. Takrorlanuvchi o'rinlashtirishlar sonini topish formulasini yozing?

3.3. Guruhlashlar. Chekli to'plam qism to'plamlari soni.

Ta'rif: n ta elementni k tadan gruppashlar deb kamida 1 ta elementi bilan farq qiluvchi o'rinlashtirishlarga aytiladi.

Teorema: n elementni k tadan gruppashlar soni

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!} \text{ ga teng.}$$

Isbot: Dastlab 4 ta elementdan a,b,c,d 3 tadan o'rinlashtirishlar tuzaylik.

abc, abd, acd, bcd

acb, adb, adc, bdc

bac, bad, bca, bda

cab, cad, cbd, cba

cda, cdb, dab, dbc

dac, dca, dba, dcba

4 ta

$$A_4^3 = 24 = 6 \cdot 4$$

$$P_3 = 6 = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 3!$$

$$C_4^3 = \frac{A_4^3}{P_3} = \frac{24}{6} = 4$$

$$C_4^3 = \frac{A_4^3}{P_3} = 4$$

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{P_k} = \frac{n!}{(n-k)!} \times \frac{1}{P_k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Demak,

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

hosil bo'ladi. Bu n elementni k tadan gruppashlar sonini topish formulasi deyiladi. Agar biror M to'plamning k ta elementi bo'lsa u holda bu to'plamning qism to'plamlari soni 2^k -ta bo'ladi.

Yozma mashq

1.3.41. a) $M=\{1\}$; b) $M=\{1,2\}$; v) $M=\{a;b;c;d\}$ bo'lsin, M to'plamning barcha qismi to'plamlarini tuzing va ular sonini toping.

1.3.42. 6 ta elementdan iborat to'plamning nechta qism to'plami bor?

1.3.43. Quyidagilarni hisoblang:

a) C_8^2 ; b) $C_5^4 + C_5^0$; v) C_6^8 ; g) C_7^4 ; d) C_7^7 ;

e) $C_{100}^{100} + C_{100}^1$

1.3.44. O'quvchi 6 ta kitobdan 4 tasini nechta usul bilan ajratishi mumkin?

1.3.45. Mamlakat aholisi sonini toping? Bu mamlakatda hamma odamlari bir-birlaridan tishlari bilan farq qiladi. Bazi odamlarda 1 tagina tish bolib, ular qaysi o'rindagi tishlari borligi bilan bir-birlaridan farq qiladi. Bazi odamlarda 2 tagina tish bolib, ular ham qaysi o'rindagi tishlari borligi bilan bir-birlaridan farq qiladi va hakazo boshqalarida 31 ta tish bolib ular ham qaysi o'rindagi tishlari borligi bilan bir-birlaridan farq qiladi. 1 ta odamning hamma tishlari bor. Bu mamlakatda qancha aholi yashaydi?

1.3.46. Tenglik to'g'riligini isbotlang:

a) $C_7^4 + C_7^3 = C_8^4$ b) $C_{10}^5 + C_{10}^6 = C_{11}^6$

1.3.47. Tenglamalarni yeching:

a) $C_x^2 = 1$; b) $C_{x-3}^2 = 21$; g) $C_x^4 = 0$ d) $12C_{x+1}^{x-1} = 6A_{x+1}^2$

1.3.48. Guruhda 24 ta talaba bor. U holda guruh talabalari to'plamining nechta qism to'plami bo'lishini aniqlang?

1.3.49. 5-sinfda 110 ta o'quvchi o'qiydi. Bulardan matematika to'garagiga 51, adabiyotga 40, tarixga 22, ham matematika, ham adabiyotga 12, ham matematika, ham tarixga 11, ham adabiyotga, ham tarixga 8 o'quvchi qatnashadi. Nechta 5-sinf o'quvchisi birorta ham to'garakka qatnashmaydi?

1.3.50. Avtomobillarni nomerlash uchun 10 ta raqam va 28 ta harf ishlatiladi. Har bir nomer 3 ta harf va 4 ta raqam (00-00 dan boshqa) dan tashkil topgan. Bunday tartibda ko'pi bilan qancha mashinani nomerlash mumkin?

1.3.51. "Omad loto" o'yinida 1 dan boshlab ketma-ket 36 ta son yozilgan kataklar bo'lib, ulardan 5 tasini tanlab o'chirish usullari sonini toping?

1.3.52. Vzvodka 5 serjant va 60 soldat bor. Nechta usul bilan bir serjant va uch soldatdan iborat qorovulni tuzish mumkin?

1.3.53. n ning qanday qiymatlarida tengsizlik o'rinli:

a) $C_n^5 < C_n^4$ b) $C_n^5 > C_n^4$

1.3.54. 10 ta atirgul va 8 ta chinniguldan shunday guldasta tuzish kerakki, har bir guldastada 2 ta atirgul va 3 ta chinnigul bo'lsin. Bunday guldastani necha xil usul bilan tuzish mumkin?

1.3.55. 5498 son raqamlardan bir marta foydalangan holda nechta 4 xonali toq son yozish mumkin?

1.3.56. $C_n^m = C_n^{n-m}$ formuladan foydalanib quyidagilarni hisoblang:

a) C_{20}^{18} b) C_{94}^{94} v) C_{37}^{34} g) C_{1000}^{999} d) C_{100}^{98} e) C_{200}^{110}

1.3.57. Ma'lum bo'limda ishlash uchun 20 ishchidan 6 ishchini ajratish kerak. Buni nechta usul bilan amalga oshirish mumkin?

1.3.58. 9-sinfda 35 ta o'quvchi bor. Ulardan to'rttasini anjumanga delegat qilib saylash kerak. Bu saylovda necha xil imkoniyat bor?

1.3.59. 2310 sonining tub bo'luvchilaridan ikkitadan tub bo'luvchiga ega bo'lgan nechta murakkab son tuzish mumkin?

Debat uchun savollar

1. Gruppashlar deb nimaga aytiladi?
2. Gruppashlar sonini topish formulasini yozing?

3. Gruppalashlarda har bir grupp boshqasidan nimasi bilan farq qiladi?
4. Chekli to'plam qism to'plamlari sonini topish fo'rmulasini ayting?
5. Chekli to'plam qism to'plamlari soni bilan Paskal uchburchagi orasidagi bog'lanishni tushuntiring?

4-MAVZU: MATEMATIK MANTIQ ELEMENTLARI

4.1. Matematik tushuncha

Har qanday matematik ob'ekt ma'lum xossalarga ega. Masalan: kvadrat to'rtta tomon, to'rtta to'g'ri burchak, teng diagonallarga ega.

O b'ektning barcha o'zaro bog'langan muhim xossalari to'plami bu ob'ekt haqidagi tushunchalar mazmuni deyiladi.

Tushunchaning hajmi – bu aynan bir termin bilan belgilanuvchi barcha obyektlar majmuidir.

Tushunchaning hajmi qancha «katta» bo'lsa, uning mazmuni shuncha «kichik» bo'ladi va aksincha.

Obyektni bilish uchun yetarli bo'lgan uning muhim xossalarini ko'rsatish ob'ekt haqidagi tushunchaning ta'rif deyiladi.

Ta'rif –bu tushunchaning mazmunini ochuvchi logik (mantiqiy) operatsiyadir.

Tushunchani ta'riflash usullari turlichadir.

Oshkor ta'rif tenglik, ikki tushunchaning mos kelishlik shakliga ega. Masalan, to'g'ri burchakli uchburchak – bu to'g'ri burchagi bo'lgan uchburchakdir.

Oshkormas ta'rif ikki tushunchaning mos kelishlik shakliga ega emas. Bunday ta'riflarga kontekstual va ostensiv ta'rif deb ataluvchi ta'riflar misol bo'la oladi.

Kontekstual ta'riflarda yangi tushunchaning mazmuni kiritilayotgan tushunchaning ma'nosini ifodalovchi matn parchasi orqali, konkret vaziyatning tahlili orqali ochib beriladi.

Ostensiv ta'riflar ob'ektlarni namoyish qilish yo'li bilan terminlarni keltirib chiqarish uchun ishlatiladi. Masalan: boshlang'ich maktabda tenglik va tengsizlik tushunchalari mana shunday usul bilan ta'riflanadi

$$2 \cdot 7 < 2 \cdot 6$$

$$9 \cdot 3 = 27$$

$$78 - 9 < 78$$

$$39 + 6 > 37$$

Bular tengsizliklar

$$6 \cdot 4 = 4 \cdot 6$$

$$17 - 5 = 8 + 4$$

Bular tengliklar

Yuqorida aytib o'tilganidek, oshkor ta'riflarda ikki tushuncha bir biriga tenglashtiriladi. Ulardan biri ta'riflanuvchi tushuncha, ikkinchisi ta'riflovchi tushuncha deb aytiladi.

Masalan: kvadrat ta'rifining strukturasi tahlil qilamiz: «Kvadrat deb hamma tomonlari teng bo'lgan to'g'ri to'rtburchakka aytiladi». U mana bunday: dastlab ta'riflanuvchi tushuncha «kvadrat» ko'rsatiladi, keyin esa ushbu: to'g'ri to'rtburchak bo'lishlik, hamma tomonlari teng bo'lishlik xossalarini o'z ichiga oluvchi ta'riflovchi tushuncha kiritiladi.

«Uchburchak deb bir to'g'ri chiziqda yotmagan uchta nuqta va ularni juft – jufti bilan tutashtiruvchi uchta kesmadan iborat figuraga aytiladi». Bunday ta'riflash genetik ta'riflash deb ataladi.

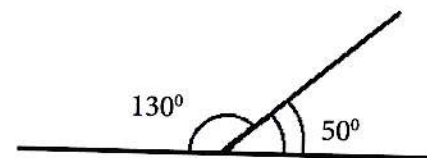
«Arifmetik progressiya deb, ikkinchi hadidan boshlab har bir hadi oldingi hadga ayni bir sonni qo'shish natijasiga teng bo'lgan sonli ketma-ketlikka aytildi». Bunday ta'rif induktiv yoki rekurrent ta'rif deb ataladi.

Tushunchalar ta'rifiga qo'yiladigan talablar

Oshkor ta'riflarning to'g'riligini baholash uchun tushunchalarni ta'riflash qoidasini bilish zarur.

1. Ta'riflanuvchi va ta'riflovchi tushunchalar o'lburchodosh (mutanosib) bo'lishi zarur.

2. Ta'riflashning ikkinchi qoidasi nuqsonli doirani man etadi: tushunchani o'z – o'zi bilan ta'riflash yoki o'zi shu tushuncha bilan ta'riflanadigan boshqa tushuncha orqali ta'riflash mumkin emas.

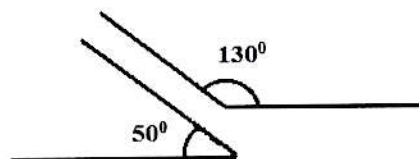


5-rasm

3. Ta'rifda ta'riflanuvchi tushunchaning hajmiga tegishli bo'lgan ob'ektlarni bir qiymatli ajratishga imkon beruvchi barcha xossalari ko'rsatilishi kerak.

4. Tushunchaning ta'rifida ortiqcha narsalar bo'lmasligi lozim. Bu

shuni bildiradiki, tushunchaning ta'rifida shu ta'rifga kirgan xossalardan kelib chiquvchi boshqa ortiqcha xossalarni ko'rsatilmagani kerak.



6-rasm

Yozma mashq

1.4.1. 1) geometrik figura; 2) to'g'ri to'rtburchak; 3) kvadrat; 4) romb tushunchasining hajmiga tegishli bo'lgan uchta ob'ektni chizing.

1.4.2. 1) Teng tomonli uchburchak 2) To'g'ri burchakli uchburchak 3) To'g'ri burchakli trapetsiya 4) Teng yonli trapetsiya tushunchasining hajmiga tegishli bo'lgan uchta ob'ektni chizing.

1.4.3. Trapetsiya uchun quyidagilarning qaysilari muhim xossalarni:

- 1) trapetsiyaning ikkita tomoni parallel;
- 2) trapetsiyaning asoslari gorizantal holatda;
- 3) katta asosidagi ikkala burchagi o'tkir;
- 4) kichik asosdagi ikkala burchagi o'tmas;
- 5) trapetsiyaning ichki burchaklari yig'indisi 180° ga teng?

1.4.4. To'g'ri to'rtburchak uchun quyidagilarning qaysilari muhim xossalarni:

- a) to'g'ri to'rtburchakning ikkita tomoni teng;
- b) to'g'ri to'rtburchakning asoslari gorizantal holatda ;
- c) to'rtala burchaklari 90° dan bo'ladi ;
- d) to'g'ri to'rtburchakning ichki burchaklarining yig'indisi 180° ga teng

1.4.5. Boshlang'ich sinflarda "uch xonali son" tushunchasi quyidagicha kiritiladi: o'quvchilarga quyidagi savolga javob berish taklif etiladi: "Quyidagi sonlarning har birini yozishda hammasi bo'lib, qancha raqamdan foydalaniladi: 582, 336, 400, 841, 804, 333, 565". Keyin o'qituvchi xulosa chiqaradi: "Bular uch xonali sonlardir". Bu holda uch xonali son tushunchasi qanday ta'riflangan?

1.4.6. O'quvchi to'g'ri burchakni tomonlari o'zaro perpendikulyar bo'lgan burchak sifatida, o'zaro perpendikulyar to'g'ri chiziqlarni esa

kesishish natijasida to'g'ri burchaklar hosil qiluvchi to'g'ri chiziqlar sifatida ta'rifladi. O'quvchi qanday xatoga yo'l qo'ygan? Boshlang'ich sinf o'quvchilarini to'g'ri burchak tushunchasi bilan qanday tanishtirish mumkin?

1.4.7. Quyidagilarning muhim xossalarni aniqlang:

1) to'g'ri to'rtburchak; 2) parallelogramm; 3) romb; 4) teng yonli uchburchak; 5) trapetsiya; 6) kvadrat;

1.4.8. Ushbu tushunchalar uchun eng yaqin jins tushunchani ko'rsating:

1) to'g'ri to'rtburchak; 2) toq son; 3) kesma; 4) aylana

1.4.9. Quyidagi keltirilgan ta'riflarda ta'riflanuvchi tushuncha, jins tushuncha va tur jihatdan farqni ajrating:

1) Agar to'g'ri chiziqlar bir tekislikda yotsa va kesishmasa, ular parallel deyiladi.

2) Agar uchburchakning aqalli ikkita tomoni teng bo'lsa, bu uchburchaklar teng yonli uchburchaklar deyiladi.

3) O'zgaruvchining tenglamani qanoatlantiradigan qiymati tenglamaning ildizi deyiladi.

4) Uchburchakning ikkita tomoni o'rtalarini tutashtiruvchi kesma uning o'rta chizig'i deyiladi.

1.4.10. Algebra kursidan genetik va induktiv ta'riflarga misollar keltiring.

1.4.11. I-IV sinflarda quyidagi tushunchalar qanday ta'riflanishini aniqlang: 1) matematik ifoda; 2) bo'lish; 3) ko'paytma; 4) toq son ; 5) perimetr; 6) ikki xonali son; 7) bir xonali son; 8) santimetr.

1.4.12. Ikkinchi hadidan boshlab har bir hadi oldingi hadga ayni bir sonni ko'paytirish natijasida hosil bo'lan ketma-ketlikka geometrik progressiya deb aytiadi». Bu qanday ta'rif turiga kiradi

1.4.13. Matematik tushunchalarning quyida keltirilgan ta'riflaridan qaysilarida xatolar bor? Ularni tuzating?

1) Uchburchakning bissektrisasi deb uchburchak burchagini teng ikkiga bo'luvchi to'g'ri chiziqqa aytiladi.

2) Doiraning diametri deb doira markazidan o'tuvchi vatarga aytiladi.

3) Aylanaga urunma deb aylanaga urunuvchi to'g'ri chiziqqa aytiladi.

4) Romb deb ikkita qo'shni tomoni teng bo'lgan parallelogrammga aytiladi.

5) Teng tomonli uchburchak deb barcha tomonlari va barcha

burchaklari teng bo'lgan uchburchakka aytiladi.

6) Bitta niqtadan chiquvchi ikkita nurdan iborat shakl burchak deyiladi.

7) Hamma burchaklari va hamma tomonlari o'zaro teng bo'lgan to'rtburchak kvadrat deyiladi

1.4.14. Quyidagi masalalarni yeching va qaysi geometrik figuralar ular orasida real predmetlarning ideal modellari sifatida ishtirok etayotganini tushuntiring:

1) Maktab koridorining uzunligi 30 metr, eni esa 5 metr. Maktab koridorining yuzi qanday?

2) Zilzila er sirtida 0,8 km/s tezlik bilan tarqaladi. 10 sekunddan keyin zilzila qanday maydonni egallashi mumkin?

1.4.15. Qaysi hollarda ushbu da'vo to'g'ri bo'ladi:

“a tushuncha b tushunchaga nisbatan jins tushunchadir”

1) a- ko'pburchak, b - uchburchak,

2) a-burchak, b-o'tkir burchak,

3) a- nur, b-to'g'ri chiziq;

4) a-romb, b-kvadrat?”

5) a-to'rt burchak, b – ko'pburchak,

6) a- son, b- ratsio'nal son,

7) a- aylana, b- doira.

Mustaqil ish uchun mashqlar:

1. Bo'yi 4 sm, eni 6sm bo'lgan to'g'ri to'rtburchakning perimetiri va yuzini toping?

2. Tushunchaning hajmi qanday;

a) 1) figura; 2) ko'pburchak?

b) 1) ratsio'nal son 2) irratsio'nal son

v)1) Tengsizlik 2) O'zgaruvchili tengsizlik

3. Quyida keltirilgan ta'riflarda ta'riflanuvchi tushuncha, jins tushunchasi va tur jihatdan farqni ajrating:

1). Agar parallelogramning hamma tomoni teng bo'lsa, u holda u romb bo'ladi.

2). Agar uchburchakning hamma tomonlari teng bo'lsa, bu uchburchak teng tomonli uchburchak deyiladi.

3). Agar ifodada o'zgaruvchi qatnashsa u o'zgaruvchili ifoda

deyiladi.

4). Trapetsiyaning ikkita tomoni o'rtalarini tutashtiruvchi kesma uning o'rtacha chizig'i deyiladi.

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollar:

1. Tushunchaning hajmi deb nimaga aytiladi?

2. Tushunchaning mazmuni deb nimaga aytiladi?

3. Tushunchaning ta'riflari deb nimaga aytiladi?

4. Oshkor ta'riflarning sxematik tasvirini tushuntiring?

5. Qanday ta'riflash turlarini bilasiz?

6. Tushunchaning ta'riflashga qo'yiladigan talablarni ayting?

4.2. Mulohaza. Mulohazalar ustida amallar.

Tabiatda duch kelgan narsalar, ob'ektlarni o'rganamiz va ular haqida tushunchalarga ega bo'lamiz. O'z tushunchalarimizni jumlar bilan bayon qilamiz. Biz bayon qilayotgan jumlar o'sha ob'ekt uchun to'g'ri bo'lsa, u rost mulohaza noto'g'ri bo'lsa yolg'on mulohaza hosil bo'ladi.

M: «2 – tub son» rost (1)

«2 – toq son» yolg'on (2)

Shunday qilib rost yoki yolg'onligini aytish mumkin bo'lgan jumlar mulohazalar deyiladi. Rost yoki yolg'onligini bilish mumkin bo'lmagan jumlar ham mavjud bo'lib ular mulohazalar emas.

M: «Sen bugun kinoga borasanmi?»

«Paxtakorlarga shon – sharaflar!»

Bu jumlar rost ham emas yolg'on ham emas, mulohazalar ham emas. So'roq yoki xis-hayajon gaplar mulohaza bo'la olmaydi. Noma'lum qatnashgan gaplar ham mulohazaga kirmaydi.

Mulohazalarni lotin alifbosining katta harflari: A, B, C, D,... orqali belgilanadi. Yuqorida keltirilgan (1), (2) jumlar sodda mulohazalardir. Agar sodda mulohazalar «va»-konyunksiya, «yoki»-dezyunksiya bog'lovchilar bilan bog'lanib kelsa murakkab mulohazalar hosil bo'ladi.

M: «2-tub son yoki 2 toq son» (3)

1. Bu murakkab mulohaza bo'lib rost yoki yolg'onligini aytish talab qilingan bo'lsin. Buning uchun dezyunksiya «v» ning rostlik jadvaliga

murojat qilamiz. (2-jadval)

Murakkab mulohazalarni sodda mulohazalarga ajratish mumkin bo'ladi.

2. A- biror mulohaza bo'lsin, A mulohaza inkori deb, A rost bo'lganda yolg'on, yolg'on bo'lganda rost bo'luvchi mulohazaga aytiladi, $\bar{A}$ ko'rinishda belgilanadi, «A emas», «A ekanligi yolg'on» deb o'qiladi. (1-jadval)

Masalan: A: « $3^2 = 6$ » bo'lsa $\bar{A}$: « $3^2 \neq 6$ »

A: «Hozir yoz fasli» bo'lsa, uning inkori: «hozir yoz fasli emas» kabi ifodalanadi.

A: «17-tub son»

$\bar{A}$: «17-tub son emas»

$\bar{A}$: «17-tub son emasligi yolg'on»

Ikkita sodda A, B mulohazalar «va» bog'lovchisi bilan bog'lansa, mulohazalar konyunktsiyasi hosil bo'ladi « $A \wedge B$ » yoki « $A \& B$ » ko'rinishda yoziladi «A va B» kabi o'qiladi.

Mulohazalar konyunktsiyasi uning tarkibiga kirgan mulohazalar rost bo'lgandagina rost bo'ladi. Ikkita sodda A, B mulohazalar «yoki» bog'lovchisi bilan bog'lansa, mulohazalar dizyunktsiyasi hosil bo'ladi. Mulohazalar dizyunktsiyasi « $A \vee B$ » ko'rinishda yoziladi, «A yoki B» deb o'qiladi va uning tarkibiga kirgan mulohazalarning hech bo'lmaganda bittasi rost bo'lganda rost bo'ladi. (2-jadval)

Mulohaza inkorining rostlik jadvali quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

A	$\bar{A}$
R	Yo
Yo	R

1-jadval

Xossasi: $\bar{\bar{A}} = A$ bo'ladi.

Yozma mashq

1.4.16. Qiymatlarni rost bo'lgan mulohazalarini ko'rsating:

a) $|3-5| = |3| - |5|$

$$b) \sqrt{16} = -4$$

v) $4,1 \in \mathbb{N}$

g) $-0,1 \in \mathbb{R}$

d) $A = \{1; 3; 4; 8\}$ $B = \{2; 5\}$, $A=B$

1.4.17. Quyidagi jumalarda yolg'on qiymat qabul qiladigan mulohazalarni ajratib yozing.

a) 4- natural son

b) 2 va 4 sonlarining ko'paytmasi 9 ga teng

v) $2^{12} > 3^{12}$

g) $x = 8$ soni $3x-4 > 19$ tengsizlikning yechimi bo'ladi;

d) $18 \cdot 36 - 16 \cdot 36 + 24 \cdot 27 - 25 \cdot 24 = 54 \cdot 2$;

1.4.18. Quyidagi mulohazalarning rostlik qiymatini toping?

a) $17 \cdot 2 - 21 = 52$

b) $21 \cdot 18 - 19 \cdot 18 = 36$

v) $26 \cdot 25 - 25 \cdot 24 = 52$

g) $24 \cdot 23 - 23 \cdot 22 = 46$

d) $18 \cdot 17 - 17 \cdot 16 + 16 \cdot 15 - 15 \cdot 14 = 64$

e) $18 \cdot 36 - 16 \cdot 36 + 24 \cdot 27 - 25 \cdot 24 = 59 \cdot 2$;

1.4.19. Elimentar mulohazalarni harflar bilan belgilab, quyidagi mulohazalarni matematik mantiq belgilari yordamida yozing, ya'ni logik strukturasini quring?

a) ABCD parallelogrammda A burchak to'g'ri va dioganallari perpendikulyar;

b) ABC uchburchak to'g'ri burchakli yoki o'tkir burchakli bo'ladi;

v) 24 soni ikki xonali va 6 yoki 4 ga bo'linadi;

g) Agar teng tomonli to'rtburchak bo'lsa u holda u kvadrat yoki romb bo'ladi.

d) 25 sonining kvadrat ildizi 4 ga teng, yoki u 5 ga bolinadi.

g) 342 uch xonali son va uchga karrali.

1.4.20. Quyidagi mulohazalar berilgan:

A: "Bugun havo harorati 0° dan past";

B: "Bugun havo ochiq";

C: "Men sayr qilishga boraman";

D: "Men sa'nat saroyiga boraman".

Quyidagi logik formulalarning murakkab mulohazalar sifatidagi matnini tuzing va o'qing:

a) $A \vee B$;

b) $A \vee D$;

- v) $C \wedge D$;
 d) $A \wedge B \Rightarrow C$;
 j) $B \Rightarrow C$
 g) $A \Rightarrow (C \vee D)$;
 e) $C \Rightarrow (A \vee B)$.
 z) $A \Rightarrow D$

1.4.21. Murakkab mulohazalarga misollar keltiring. Ularning rost yoki yolg'onligini aniqlang?

1.4.22. Quyidagi jumlar orasidan mulohazalarni ajrating va ularning rostlik qiymatini toping:

- a) 48 ni 5 ga bo'lganda 4 qoldiq qoladi; b) 9-butun son;

- d) $x^2 + 4 = 13$
 g) so'roq gap mulohaza bo'ladi; f) $17 \cdot 2 - 21 = 13$;
 h) 24-tub son.

1.4.23. Quyidagi mulohazalar inkorini tuzing va ularning rostlik qiymatini toping:

- a) 225 soni 8 ga bo'linadi; e) 21 soni 7 ga bo'linadi;
 b) 7,6 – natural son; f) Praga – Bolgariyaning poytaxti;

- d) $7 < 3$; g) $27:2 + 2 \cdot 3 - 18$; ifodaning qiymati 0 ga teng.

1.4.24. A: "4 soni 56 ning bo'luvchisi", B: "56-tub son" mulohazalari berilgan bo'lsa,

- a) $A \vee B$;
 v) $B \Rightarrow A$;
 f) $\overline{A \vee B}$
 b) $A \Rightarrow B$;
 g) $A \vee B$

Formulalarni sozlar orqali ifodalang.

4.3. Logik formulalarning chinlik jadvallarini chizish

Mulohazalar konyunksiya va dezyunksiyasining rostlik jadvallari quyidagicha bo'ladi. 2-jadval dizyunksiyasining chinlik jadvali bo'lib 2 ta mulohazaning ikkalasi ham yolg'on bo'lgandagina yolg'on qolgan barcha hollarda rost bo'ladigan mulohaza shu ikki mulohazaning dezyunksiyasi deyiladi.

2-jadval

A	B	$A \vee B$
R	R	R
R	E	R
E	R	R
E	E	E

3-jadval

A	B	$A \vee B$
R	R	R
R	E	E
E	R	E
E	E	E

Masalan: A: « $3 < 8$ » B: « $18 < 11$ »

$A \wedge B$: « $3 < 8 \vee 18 < 11$ »

Bu murakkab mulohaza jadvalga ko'ra rost bo'ladi.

$A \wedge B$: « $(3 < 8) \wedge (18 < 11)$ »

Bu murakkab mulohaza jadvalga ko'ra yolg'on bo'ladi.

Misol-2:

"2-tub son" -rost. "2 toq son" - yolg'on. Demak "2 tub son yoki 2 toq son" murakkab mulohaza ham rost bo'ladi.

Agar shu ikki sodda mulohaza " $\wedge$ "-"va" bog'lovchisi bilan bog'langan bo'lsa uning chinlik qiymatini 3 – jadvaldan aniqlanadi.

$A \wedge B$: «2-tub son va 2-toq son» yolg'on bo'ladi.

Mulohazalar orasida «implikasiya» va «ekvivalent» munosabatlari

Agar (1) va (2) sodda mulohazalar «agar ... bo'lsa,... bo'ladi» ko'rinishida bog'langan bo'lsa uning chinlik qiymati quyidagi jadvaldan aniqlanadi. (4 – jadval)

$A \Rightarrow B$: "Agar 2 tub son bo'lsa, u holda u toq son bo'ladi",

Bu murakkab mulohaza yolg'on

A: "4- soni 2 ga bo'linadi" rost B: "4- soni juft son" rost
 $A \Rightarrow B$: "Agar 4- soni 2 ga bo'linsa, u holda u juft son bo'ladi" rost
 A: "4 soni 2 ga bo'linadi". - Rost.
 B: "4 soni- tub son". Yolg'on

4-jadval

A	B	$A \Rightarrow B$
R	R	R
R	E	E
E	R	R
E	E	R

5-jadval

A	B	$A \Leftrightarrow B$
R	P	R
R	E	E
E	R	E
E	E	R

$A \Rightarrow B$: "Agar 4 soni 2 ga bo'linsa, u holda u tub son bo'ladi. "yolg'on"
 Agar ikki sodda mulohazalar uchun $A \Rightarrow B$ chin bo'lishidan $B \Rightarrow A$
 ham chinligi kelib chiqsa ular ekvivalent mulohazalar bo'ladi

Ekvivalent mulohazalarning chinlik qiymatini quyidagi jadvaldan
 aniqlaymiz. (5-jadval)

Yozma mashq

1.4.25. Quyidagi jumlar orasidan mulohazalarni ajratib ko'rsating:

- a) $5 < x < 6$; $x \in \mathbb{N}$
- b) shunday natural son mavjudki, bunda $5 < x < 26$;
- v) to'rtburchakda hamma tomonlar teng;
- d) x - bir xonali son
- e) ba'zi bir natural sonlar bir xonali bo'ladi.

1.4.26. Quyidagi mulohazalarni chinlik jadvalini chizing:

- a) $\bar{A} \wedge B$; b) $A \wedge D \Rightarrow C$; v) $\bar{A} \Rightarrow C \wedge D$; g) $\bar{A} \wedge (C \vee D)$;
- d) $A \wedge B \Rightarrow C$; e) CVD

1.4.27. A: "26:2+11=28", B: "3-tub son" mulohazalari berilgan bo'lsa,

$$A \vee B, B \vee A, \bar{A} \vee B, \bar{A} \vee \bar{B}, A \vee \bar{B}$$

formulalarni so'z orqali ifodalang va ularga rostlik jadval tuzing.

1.4.28. A: "3-toq son", B: "7 soni 28 ning bo'luvchisi" mulohazalari
 berilgan bo'lsa, ularning konyunksiyasi va implikasiyasini ifodalang va
 rostlik jadvalni tuzing.

1.4.29. A: "111201 sonining raqamlari yig'indisi 3 ga bo'linadi",

B: "111201 soni 3 ga bo'linadi" mulohazalari berilgan. Ularning
 implikasiyasi va ekvivalentsiyasini so'z yordamida ifodalang va rostlik
 jadval tuzing.

1.4.30. A: "9-tub son", B: "17-toq son", C: "18 soni 3 ga bo'linadi",
 D: "24- tub son" sodda mulohazalari berilgan bo'lsa, quyidagi murakkab
 mulohazalarni so'z yordamida ifodalang va ularning rostlik jadval tuzing.

- a) $A \vee B$; b) $A \wedge B$; d) $A \vee \bar{A}$; e) $A \Rightarrow B$; f) $C \Leftrightarrow D$;
- g) $A \vee C \Rightarrow \bar{D}$; h) $A \wedge D \Rightarrow \bar{C}$; i) $\bar{A} \vee \bar{D}$; j) $(A \wedge B \wedge C) \vee D$.

1.4.31. A: "7<12", B: "Romb - to'rtburchak", C: "2-tub son"
 mulohazalari berilgan bo'lsa,

$$\bar{A} \wedge \bar{C} = \overline{A \wedge C} \quad \bar{A} \vee \bar{C} = \overline{A \wedge C}, \quad \bar{A} \wedge \bar{C} = \bar{A} \wedge \bar{B}$$

$$A \Rightarrow B; \quad C \Leftrightarrow B; A \vee C \Rightarrow B; A \wedge B \Rightarrow \bar{C};$$

larni to'g'ri yoki noto'g'riligini tekshiring?

1.4.32. A: "4 < 7", B: "Varshava - O'zbekistonning poytaxti"
 mulohazalari berilgan bo'lsa, ularning dizyunksiyasini tuzing va rostlik
 qiymatini toping. Shuningdek,

$$\bar{A} \wedge B, \bar{A} \wedge \bar{B}, A \wedge \bar{B} \quad A \Rightarrow B; \quad A \Leftrightarrow B; \quad B \Rightarrow A;$$

formulalarni so'z orqali ifodalang hamda rostlik qiymatini aniqlang.

1.4.33. A: "4 soni 56 ning bo'luvchisi", B: "54-tub son", C: "12soni
 36 ning bo'luvchisi" mulohazalari berilgan bo'lsa,

- a) $A \vee B \vee C$;

- b) $A \wedge B \wedge C$;
 d) $(A \vee B) \wedge C$;
 e) $(A \wedge B) \vee C$;
 c) f) $(\overline{A} \vee \overline{B}) \wedge (\overline{A} \vee \overline{C})$

logik formulalar uchun rostlik jadval tuzing.

Debat uchun savollar:

1. *Mulohazalar inkori deb nimaga aytiladi? Misol keltirib tushuntiring?*
2. *Mulohazalar implikasiya uchun jadval tuzing?*
3. *Taftologiya nima? Misollar keltiring.*
4. *Mulohazalar konyungsiyasi uchun jadval tuzing?*
5. *Mulohazalar disyungsiyasi uchun jadval tuzing?*
6. *Mulohazalar ekvivalensiyasi uchun jadval tuzing?*

4.4. Logik (mantiqiy) amallarning qonunlari

1. Mulohazalar inkorining qonuni. Inkorni inkor qonuni. $\overline{\overline{A}} = A$

A ning inkorining inkori A ning o'ziga teng

2. Mulohazalar konyunksiyasining xossalari:

1. $A \wedge B = B \wedge A$ (kommutativlik)

$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C) = A \wedge B \wedge C$ (assotsiativlik)

$A \wedge \overline{A} = Y_0$ ($A \wedge \overline{A}$ - aynan yolg'on mulohaza).

Mulohazalar dezyunksiyasining xossalari:

$A \vee B = B \vee A$ (kommutativlik).

$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C) = A \vee B \vee C$ (assotsiativlik).

$A \vee \overline{A} = R$ ($A \vee \overline{A}$ - aynan rost mulohaza).

$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

diz'yunktsiyaning kon'yuktsiyaga nisbatan distributivligi.

$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ -

kon'yuktsiyaning diz'yunktsiyaga nisbatan distributivligi.

$A \Rightarrow B = \overline{B} \Rightarrow \overline{A}$ (kontrapozitsiya qonuni).

$\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}$

$\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$ } De Morgan qonunlari (De Morgan -

shotland matematigi (1806-1871))

Tengliklar to'g'riligini rostlik jadvalini tuzib isbot qilinish mumkin.

Misol:

"2-tub son" -rost. "2 toq son" - yolg'on. Demak "2 tub son yoki 2 toq son" murakkab mulohaza ham rost bo'ladi.

Agar shu ikki sodda mulohaza " $\wedge$ " - "va" bog'lovchisi bilan bog'langan bo'lsa uning chinlik qiymatini 2 - jadvaldan aniqlanadi.

Demak A - «2 tub son» rost, B - «2 toq son» yolg'on bo'lib,

$A \wedge B$: «2-tub son va 2-toq son» yolg'on bo'ladi.

Agar logik formulaning chinlik jadvalida oxirgi ustunda faqat chin qiymatlar hosil bo'lsa, u holda bu fo'rmla taftologiya bo'ladi. Taftalogiya bu - aynan chin fo'rmla.

Yozma mashq

1.4.34. Konyungsiyaning asosativlik qonunini isbotlang?

1.4.35. Quyidagi tenglikning tog'riligini ko'rsating?

a) $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ -

b) $(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C) = A \vee B \vee C$ (assotsiativlik).

v) $A \vee \overline{A} = R$ ($A \wedge \overline{A} = Y_0$)

g) $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

1.4.36. De Morgan qonunlarini to'g'riligini ko'rsating

$\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}$

$\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$

1.4.37. A: "7 < 7", B: "Romb - uchburchak", C: "2-tub son" mulohazalari berilgan bo'lsa,

a) $\overline{A \wedge C} = \overline{A} \wedge \overline{C}$ b) $\overline{A \vee B} \neq \overline{A} \wedge \overline{B}$, $\overline{A \vee C} = \overline{A} \wedge \overline{C}$, larni to'g'ri yoki noto'g'riligini tekshiring?

1.4.38. Mulohazalar dezyunksiyasining va konyungsiyasining kommutativlik qonunini isbotlang

1.4.39. A: "26:2+11=28", B: "3-tub son" mulohazalari berilgan bo'lsa,

$$A \vee B, B \vee A, \bar{A} \vee B, \bar{A} \vee \bar{B}, A \vee \bar{B}$$

formulalarni so'z orqali ifodalang va ularning rostlik qiymatini toping.

1.4.40. A: "3-toq son", B: "7 soni 38 ning bo'luvchisi" mulohazalari berilgan bo'lsa, ularning implikasiyasini ifodalang va rostlik qiymatini toping.

1.4.41. A: "135201 sonining raqamlari yig'indisi 3 ga bo'linadi",

B: "351201 soni 3 ga bo'linadi" mulohazalari berilgan. Ularning ekvivalentsiyasini so'z yordamida ifodalang va rostlik qiymatini toping.

1.4.42. A: "10-tub son", B: "16-toq son", C: "18 soni 5 ga bo'linadi", D: "23-toq son" sodda mulohazalari berilgan bo'lsa, quyidagi murakkab mulohazalarni so'z yordamida ifodalang va ularning rostlik qiymatini toping.

$$\begin{aligned} a) A \vee B; \quad b) A \wedge B; \quad d) A \vee \bar{A}; \quad e) A \Rightarrow B; \quad f) C \Leftrightarrow D; \\ g) (A \vee C) \Rightarrow \bar{D}; \quad h) A \wedge D \Rightarrow \bar{C}; \quad i) \bar{A} \vee \bar{D}; \quad j) (A \wedge B \wedge C) \Rightarrow D. \end{aligned}$$

1.4.43. A: "5 soni 14 ning bo'luvchisi", B: "Romb - figura", C: "6-tub son" mulohazalari berilgan bo'lsa,

$$\overline{A \vee B} \Leftrightarrow \bar{A} \wedge \bar{B}, \quad \overline{A \vee C} \Leftrightarrow \bar{A} \wedge \bar{C}, \quad \overline{A \wedge C} = \bar{A} \wedge \bar{B}$$

larni to'g'ri yoki noto'g'riligini tekshiring?

1.4.44. A: " $8 < 7$ ", B: "Toshkent - O'zbekistonning poytaxti" mulohazalari berilgan bo'lsa, ularning kon'yunktsiyasini tuzing va rostlik qiymatini toping. Shuningdek,

$$\bar{A} \wedge B, \quad \bar{A} \wedge \bar{B}, \quad A \wedge \bar{B}$$

formulalarni so'z orqali ifodalang hamda rostlik qiymatini aniqlang.

1.4.45. Diz'yunktsiyaning kon'yuktsiyaga nisbatan distributivligi qonunini isbotlang.

$$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

Debat uchun savollar:

1. Mulohazalar inkorining qonunini ayting? Misol keltirib tushuntiring?
2. Mulohazalar implikasiyasi uchun jadval tuzing?
3. Taftologiya nima? Misollar keltiring.
4. Mulohazalar kon'yungsiyasining qonunlarini ayting?
5. Mulohazalar diz'yungsiyasining qonunlarini ayting?
6. De Morgan qonunlarini ayting?

Mustaqil ish topshirig'i

1. Uchta A, B va C mulohaza yozing? Ularning chinlik qiymatini aniqlang va quyidagi logik fo'rmulalarni ifodalovchi murakkab mulohazalarni so'z bilan ifodalang hamda ularning chinlik qiymatini aniqlang?

$$A \wedge B, A \Leftrightarrow B, A \vee B \Rightarrow C, A \vee B$$

$$A \vee B, A \vee (B \wedge C), \bar{A} \Rightarrow (B \vee C), C \Leftrightarrow B, A \Rightarrow (B \vee C)$$

4.5. Predikatlar va ularning chinlik to'plami. Kvantorlar

1. O'zgaruvchi qatnashgan darak gap predikat deyiladi. Predikatlar tarkibiga kirgan o'zgaruvchilar soniga qarab bir o'rinli, ikki o'rinli va hokazo bo'ladi. Biz ko'prok bir o'rinli predikat haqida gapiramiz, uni $A(x), B(y), \dots$ ko'rinishda belgilaymiz

Predikat—shunday $M(x)$ formaki, x o'rniga berilgan to'plam elementlarini qo'yganda «rost» yoki «yolg'on» mulohazalar hosil bo'ladi.

Masalan: Natural sonlar to'plamida

$M(x)$: "x-tub son"

jumla predikatdir. Chunki quyidagi mulohazalarni hosil qiladi.

"1-tub son"—yolg'on,

"2-tub son"—rost,

"3-tub son"—rost

"4-tub son"—yolg'on, va hokazo...

Bu $M(x)$ predikatning chinlik to'plami

$$G = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$$

bo'lib bu to'plamning har bir elementida u chin mulohaza hosil qiladi.

Predikat tarkibiga kirgan o'zgaruvchi qabul qilishi mumkin bo'lgan barcha qiymatlar to'plami predikatning aniqlanish sohasi deyiladi.

O'zgaruvchi o'rniga qo'yilganda, predikatni rost mulohazaga aylantiruvchi qiymatlarga predikatning rostlik to'plami deyiladi.

$A(x)$ predikatning aniqlanish sohasi X to'plam bo'lsa, rostlik to'plami T_A bilan belgilanadi va

$$x \in X \wedge T_A \subset X$$

bo'ladi.

Predikatni mulohazaga aylantirishning yana bir usuli kvantorlardan foydalanishdir. 2 xil kvantor bor bo'lib, ularning biri «umumiylik»

2-«mavjudlik» kvantori deb ataladi.

Umumiylik kvantori « $\forall$ » belgisi bilan belgilanadi va «har bir», «hamma», «barcha» so'zlari o'rnida ishlatiladi. Inglizcha «All»-hamma ma'nosini bildiradi.

Mavjudlik kvantori

« $\exists$ » - belgisi bilan belgilanadi, inglizcha

«Exist»-«mavjud» so'zining bosh harfidan olingan va «bor», «mavjud», «topiladi» so'zlari o'rnida ishlatiladi.

Kvantorlar qatnashgan predikat $(\forall x \in X)P(x)$ yoki $(\exists x \in X)P(x)$ ko'rinishda yoziladi va u mulohazaga aylanadi.

Masalan:

1) $A(x)$: « x soni tub son» predikatini olaylik, bu yerda

$(\forall x \in \mathbb{N}) A(x)$: «barcha x -natural sonlar tub son»-yolg'on mulohaza,

$(\exists x \in \mathbb{N}) A(x)$: « x soni tub son bo'ladigan natural sonlar topiladi»-rost mulohaza.

2) $R(x)$: « x soni 5 ga karrali», $x \in \mathbb{N}$ Predikat berilgan bo'lsin.

$(\forall x \in \mathbb{N}) R(x)$: «Barcha natural sonlar 5 ga karrali»-yolg'on mulohaza

$(\exists x \in \mathbb{N}) A(x)$: «5 ga karrali natural sonlar mavjud» - rost mulohaza.

Yozma mashq

1.4.46. Quyidagi jumllarning mulohaza yoki predikat ekanini ko'rsating va javobingizni asoslang:

a) 15- natural son

b) 2 va x - sonlarining ko'paytmasi 8 ga teng

v) $2^{32} > 3^x$

g) $x = 5$ soni $3x-4 > 19$ tengsizlikning yechimi bo'ladi;

1.4.47. Quyidagi predikatlar rostlik to'plamini toping, va kvantorlardan foydalanib mulohazalar hosil qiling?

a) $A(x)$: « $x < 7$ », $x \in \mathbb{N}$;

b) $B(y)$: « $y^2 < 0$ », $y \in \mathbb{R}$;

v) $D(y)$: « $3 < y < 9$ », $y \in \mathbb{R}$;

g) $F(x)$: « $5 < x < 6$ », $x \in \mathbb{N}$;

d) $E(x, y)$: « $x^2 + y^2 = 169$ », $x, y \in \mathbb{Z}$;

1.4.48. Bir o'rinni predikatlarining rostlik to'plamini toping:

$$a) \frac{1}{x^2-1} = 2x-1 \quad b) \frac{2x^2}{x-1} = 4 \quad v) |x| = |x+2| \quad g) \frac{3x-2}{x-3} = \frac{15x-3}{x^2-9} - \frac{x-4}{x+3}, \quad x \in \mathbb{R}$$

1.4.49. Quyidagi jumllar jufti predikat bo'ladimi? Ular bir-birining inkori bo'ladimi? Fikringizni asoslang:

a) $A(x)$: «ABCD to'rtburchak - romb»

$B(x)$: «ABCD to'rtburchak - romb emas»;

b) $A(x)$: «A-burchak o'tkir»

$B(x)$: «A-burchak - o'tmas»;

e) $A(x)$: « x -son toq son»;

$B(x)$: « x -son juft son»;

g) $A(x)$: « x -son tub son»;

$B(x)$: « x -son murakkab son»;

1.4.50. Quyidagilar mulohaza yoki predikat ekanligini aniqlang. Ular bir-birining inkori bo'ladimi? $(\exists x \in X)P(x)$

a) $P(x)$: « x soni 5ga karrali» b) $P(x)$: « x soni 5 ga karrali emas».

v) $P(x)$: « β -to'g'ri burchak» g) « β -to'g'ri burchak emas»

1.4.51. Z to'plamda $E(x)$: « $x:5$ » va $K(x)$: « x ni 5ga bo'lganimizda 2 qoldiq qoladi» predikatlar berilgan.

Bu predikatlarining $x=6$; $x=10$; $x=1$; $x=15$; $x=16$; $x=20$ bo'lgandagi qiymatlarini toping. Bu javoblarga asosan, $E(x)$ va $K(x)$ bir - birining inkori bo'lishi yoki bo'lmasligini tushuntiring.

1.4.52. $X = \{0; 3; 6; 9; 12\}$ to'plamida $F(x)$: « x son 6ga karrali» va

$B(x)$: « x son 6 ga bo'linmaydi» predikatlar berilgan. $A(x)$ va $B(x)$ predikatlarining chinlik to'plamlarini toping? X to'plamdagi $A(x)$ va $B(x)$ predikatlar bir - birining inkori bo'ladimi?

1.4.53. Quyidagi jumllar orasidan predikarlarni ajrating va ularning rostlik to'plamlarini toping:

- a) x -toq butun son;
b) x -ni 5 ga bo'lganda 4 qoldiq qoladi;

v) $(\forall x \in \mathbb{N}) x$ -tub son.

e) $x \leq 7; (\exists x \in \mathbb{N})$

g) $x^2 + 4 = 13$; bo'ladigan son mavjud.

f) $17x - 21 = 13$;

d) $x^2 + 4 = 13$;

k) $17x - 21 = 13$;

m) x -toq son.

n) $2x = 5$

1.4.54. Quyidagilar mulohaza bo'ladimi asoslang, hamda ulardan predikat hosil qiling?

$(\forall x \in \mathbb{N}) A(x)$: «barcha x -natural sonlar tub son»

$(\exists x \in \mathbb{N}) A(x)$: « x soni tub son bo'ladigan natural sonlar topiladi».

$(\forall x \in \mathbb{N}) R(x)$: «Barcha natural sonlar 1 ga karrali»

$(\exists x \in \mathbb{N}) A(x)$: «1 ga karrali natural sonlar mavjud»

1.4.55. $X = \{24; 45; 7; 18; 9; 11; 13; 15\}$ to'plamida berilgan $A(x)$: « $x:3$ » va $B(x)$: « x son raqamlarining yig'indisi 3ga karrali» predikatlarining rostlik to'plamini toping? X to'plamdagi $A(x)$ va $B(x)$ predikatlar bir-biridan kelib chiqadimi?

1.4.56. Quyidagi predikatlar inkorini tuzing va ularning rostlik to'plamini toping:

- a) y -soni 8 ga bo'linadi; e) 21 soni x ga bo'linmaydi;
b) $\frac{6}{x}$ - natural son; c) x -natural sonlar mukammal son
d) « $x > 7, x \in \mathbb{N}$ » e) natural sonlar x -ga karrali
f) x -shahar - Bolgariyaning poytaxti;

1.4.57. Quyidagi predikatlar berilgan.

a) $\frac{2}{x^2 + x + 1} = \frac{1}{x + 1} + \frac{2x - 1}{x^3 + 1}$ b) $\frac{2(x^2 + 1)}{2x - 1} - \frac{4x^3 - 3}{4x^2 - 1} = 1$

Ularining aniqlanish sohasini toping:

1.4.58. $\mathbb{N}$ -natural sonlar to'plamida $E(x)$: « $x:4$ » va $K(x)$: « $x:7$ » predikatlar berilgan. Bu predikatlarining chinlik to'plamlarini aniqlang?

Debat uchun savollar

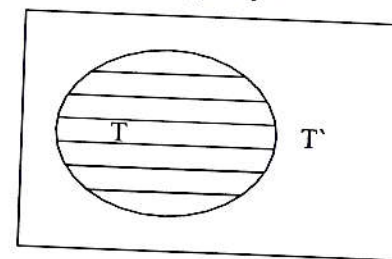
1. Predikat deb nimaga aytiladi? Misol keltiring.?
2. Predikatning aniqlanish sohasiga ta'rif bering.
3. Predikatlarining chinlik to'plami deb nimaga aytiladi?
4. Predikatlar inkorining chinlik to'plami qanday topiladi?
5. Kvantorlar deb nimaga aytiladi?
6. Qanday kvantorlarni bilasiz?
7. Predikat ayting, uni 2 xil usulda kvantor orqali mulohazaga aylantiring?

4.6. Predikatlar ustida amallar

X to'plamda $A(x)$ predikat berilgan bo'lsin. $A(x)$ rost mulohazaga aylanadigan qiymatlarda yolg'on, yolg'on mulohazaga aylanadigan qiymatlarda rost mulohazaga aylanadigan $\overline{A(x)}$ predikat $A(x)$ ning inkori deyiladi. $A(x)$ ning rostlik to'plami T bo'lsa, $\overline{A(x)}$ ning rostlik to'plami T'

bo'ladi. (6-rasm)

Masalan: $A(x)$: « x soni 5 raqami bilan tugaydi».
 $\overline{A(x)}$: « x soni 5 raqami bilan tugamaydi».



(6-rasm)

X to'plamda ikkita $A(x)$ va $B(x)$ predikatlar berilgan bo'lsin.
Ta'rif. $A(x)$ va $B(x)$ predikatlarining har ikkalasi ham rost mulohazaga aylanadigan qiymatlardagina rost mulohaza hosil bo'ladigan $A(x) \wedge B(x)$ predikatga bu predikatlarining konyungsiyasi deyiladi.
Agar $A(x)$ predikatning chinlik to'plami T_1 va $B(x)$ predikatning

chinlik to'plami T_2 bo'lsa, $A(x) \wedge B(x)$ --predikatlar konyunksiyasining chinlik to'plami

$$T = T_1 \cap T_2$$

bo'ladi. (7 - rasm)

Masalan:

$A(x)$: «X-juft son» $B(x)$: «X soni 5ga karrali».u holda

$A(x) \wedge B(x)$: «X juft son va 5ga karrali»

bo'ladi va uning chinlik to'plami

$$T_{A \wedge B} = T_A \cap T_B = \{10, 20, 30, \dots\}$$

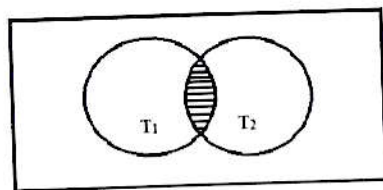
bo'ladi.

Ta'rif. $A(x)$ va $B(x)$ predikatlarining har ikkalasini ham yolg'on mulohazaga aylantiradigan qiymatlardagina yolg'on, qolgan barcha hollarda rost mulohaza hosil bo'ladigan $A(x) \vee B(x)$ predikatga bu predikatlarining dizyunksiyasi deyiladi.

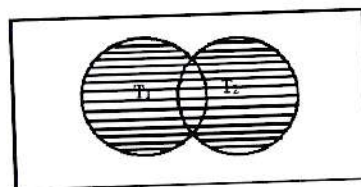
$A(x)$ predikatning chinlik to'plami T_1 , $B(x)$ predikatning chinlik to'plami T_2 bo'lsa ular dizyunksiyasining chinlik to'plami.

$$T = T_1 \cup T_2$$

bo'ladi. (8 - rasm)



(7 - rasm)



(8 - rasm)

Masalan: $A(x)$: «X-juft son» $B(x)$: «X soni 5ga karrali».u holda $A(x) \vee B(x)$: «X juft son yoki 5ga karrali» bo'lib, uning chinlik to'plami

$$T_{A \vee B} = T_A \cup T_B = \{2, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, \dots\}$$

bo'ladi.

$A(x)$ va $B(x)$ predikatlardan tuzilgan «Agar $A(x)$ bo'lsa, $B(x)$ bo'ladi»

predikat berilgan predikatlarining implikasiyasi deyiladi.

Ta'rif. $A(x)$ predikat rost $B(x)$ predikat yolg'on mulohazaga aylanadigan qiymatlardagina yolg'on mulohaza hosil bo'ladigan predikatga $A(x)$ va $B(x)$ predikatlar implikasiyasi deyiladi va $A(x) \Rightarrow B(x)$ ko'rinishda yoziladi.

Agar $A(x)$ predikatning chinlik to'plami T_1 va $B(x)$ predikatning chinlik to'plami T_2 bo'lsa, $A(x) \Rightarrow B(x)$ predikatning chinlik to'plami

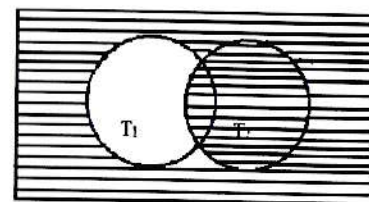
$$T_{A \Rightarrow B} = T_1^c \cup T_2$$

bo'ladi. (9 - rasm)

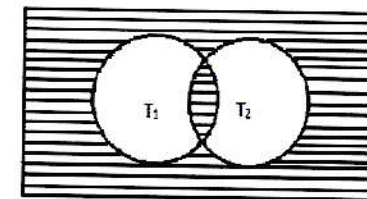
Masalan: $A(x) \Rightarrow B(x)$: «Agar $x : 2$ bo'lsa, u holda x -juftdir».

$$T_{A \Rightarrow B} = T_A^c \cup T_B = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\} \text{ bo'ladi.}$$

Ta'rif. Agar $T_A \subset T_B$ bo'lsa, u holda $A(x) \Rightarrow B(x)$ mantiqiy kelib chiqish munosabati deyiladi. Bu holda « $B(x)$ predikati $A(x)$ dan mantiqiy kelib chiqadi» deb o'qiladi. Masalan: $A(x) \Rightarrow B(x)$: «Agar $x : 4$ bo'lsa, u holda x -juft bo'ladi» haqiqatdan ham $T_A \subset T_B$.



(9 - rasm)



(10 - rasm)

Bunday holda $A(x) \Rightarrow B(x)$ formula barcha qiymatlarda rost mulohazaga aylanadi.

$$A(x) \Leftrightarrow B(x)$$

predikatning chinlik to'plami

$$T = (T_1 \cap T_2) \cup (T_1^c \cap T_2^c)$$

bo'ladi. (10 - rasm)

Yozma mashq

1.4.60. $A(x)$: " $4 < x, x \in \mathbb{N}$ ", $B(x)$: " $x < 12, x \in \mathbb{N}$ " predikatlari berilgan bo'lsa, ularning konyunktsiyasini tuzing va rostlik to'plamini toping. Shuningdek,

$$\overline{A}(x) \wedge B(x),$$

$$\overline{A}(x) \wedge \overline{B}(x),$$

$$A(x) \wedge \overline{B}(x)$$

logik fo'rmulalarni so'z orqali ifodalab, rostlik to'plamini toping?

1.4.61. $A(x)$: " $34 : x + 11 = 28$ ", $B(x)$: " x - tub son" predikatlari berilgan bo'lsa,

$$A(x) \wedge \overline{B}(x), \quad \overline{A}(x) \wedge B(x),$$

$$B(x) \vee A(x), \quad \overline{A}(x) \vee B(x), \quad \overline{A}(x) \vee \overline{B}(x), \quad A(x) \vee \overline{B}(x),$$

logik formulalarni so'z orqali ifodalang va ularning rostlik to'plamlarini toping.

1.4.62. $A(x)$: " x -toq son", $B(x)$: " x -soni 28 ning bo'luvchisi"

predikatlari berilgan bo'lsa, ularning implikasiyasini ifodalang va

$$a) \overline{A}(x) \wedge B(x) \quad b) A(x) \Leftrightarrow B(x) \quad v) A(x) \Rightarrow B(x);$$

logik fo'rmular bilan ifodalangan predikatlarning rostlik to'plamini toping.

1.4.63. $A(x)$: " 811215 sonining raqamlari yig'indisi x -ga bo'linadi",

$B(x)$: " 811215 soni x -ga bo'linadi" predikatlari berilgan. Ularning rostlik to'plamini toping va bu predikatlarning implikasiyasi, ekvivalentligini so'z yordamida ifodalang hamda rostlik to'plamini toping.

1.4.64. $A(z)$: " z -tub son", $B(z)$: " z -toq son", $C(z)$: " z -soni 3 ga bo'linadi"

$D(z)$: " z -son 2 ga karrali" predikatlari berilgan bo'lsa, quyidagi murakkab jumalarni so'z yordamida ifodalang va ularning rostlik to'plamini toping.

$$a) A(z) \vee B(z);$$

$$b) A(z) \wedge B(z);$$

$$d) A(z) \vee \overline{A}(z);$$

1.4.65. $X = \{24; 45; 7; 18; 9; 11; 13; 15\}$ to'plamida berilgan

$A(x)$: " $x \div 3$ " va $B(x)$: " x son raqamlarining yig'indisi 3ga karrali" predikatlarning rostlik to'plamini toping va ularni qanday munosabatda bo'lishini aniqlang. Bu predikatlarning implikasiyasining chinlik to'plamlarini aniqlang?

1.4.66. Konyunksiya va dizyunksiyadan foydalanib, quyidagi jumalarni yozing va ularni rostlik qiymatini toping:

a) 1,2,3 sonlarining barchasi $(x-1)(x-2)(x-3) = 0$ tenglamani yechimi bo'ladi;

b) 1,4,3 sonlarining ba'zilar $(x-1)(x-2)(x-3) = 0$ tenglamani yechimi bo'ladi;

v) $X = \{1; 12; 23; 41; 15; 6; 27; 8; 9\}$ to'plamining barcha elementlari 3ga karrali

g) $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ to'plamining ba'zi elementlari 3ga karrali

1.4.67. $\mathbb{N}$ -natural sonlar to'plamida $E(x)$: " $x \div 5$ " va

$K(x)$: " $x \div 3$ " predikatlari berilgan. Bu predikatlarning konyunksiyasi, dizyunksiyasi, implikasiyasining chinlik to'plamlarini aniqlang?

Debat uchun savollar:

1. Predikatlarning chinlik to'plami deb nimaga aytiladi?
2. Predikatlarning inkorining, predikatlarning konyunksiyasining chinlik to'plami qanday topiladi?
3. Predikatlarning dizyunksiyasi deb nimaga aytiladi?
4. Predikatlarning implikasiyasi deb nimaga aytiladi?
5. Predikatlarning ekvivalentligi deb nimaga aytiladi?
6. Predikatlarning konyunksiyasiga misol keltiring?
7. Predikatlarning inkoriga misol keltirib tushuntiring?
8. Ikki o'rinli predikatga misol keltirib tushuntiring?
9. Ikki o'rinli predikat deb nimaga aytiladi?

Mustaqil ish topshiriqlari

1. Uchta $A(x)$, $B(x)$ va $C(x)$ predikat yozing? Ularning chinlik to'plamlarini aniqlang va quyidagi logik fo'rmulalarni ifodalovchi murakkab predikatlarni so'z bilan ifodalang hamda ularning chinlik to'plamlarini aniqlang?

$$e) A(z) \Rightarrow B(z);$$

$$g) A(z) \vee C(z) \Rightarrow \bar{D}(z);$$

$$h) A(z) \wedge D(z) \Rightarrow \bar{C}(z);$$

$$i) \bar{A}(z) \vee \bar{D}(z);$$

$$A(z) \Leftrightarrow C(z), A(z) \Leftrightarrow D(z), A(z) \Leftrightarrow B(z)$$

1.4.65. $X = \{24; 45; 7; 18; 9; 11; 13; 15\}$ to'plamida berilgan

$A(x)$: " $x \vdots 3$ " va $B(x)$: " x son raqamlarning yig'indisi 3ga karrali" predikatlarining rostlik to'plamini toping va ularni qanday munosabatda bo'lishini aniqlang. Bu predikatlar implikasiyasining chinlik to'plamlarini aniqlang?

1.4.66. Konyungsiya va dizyngsiyadan foydalanib, quyidagi jumalarni yozing va ularni rostlik qiymatini toping:

a) 1,2,3 sonlarining barchasi $(x-1)(x-2)(x-3) = 0$ tenglamani yechimi bo'ladi;

b) 1,4,3 sonlarining ba'zilar $(x-1)(x-2)(x-3) = 0$ tenglamani yechimi bo'ladi;

v) $X = \{1; 12; 23; 41; 15; 6; 27; 8; 9\}$ to'plamining barcha elementlari 3ga karrali

g) $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ to'plamining ba'zi elementlari 3ga karrali

1.4.67. N-natural sonlar to'plamida $E(x)$: " $x \vdots 5$ " va

$K(x)$: " $x \vdots 3$ " predikatlar berilgan. Bu predikatlar konyuksiyasi, dizyuksiyasi, implikasiyasining chinlik to'plamlarini aniqlang?

Mustaqil ish topshiriqlari

1. Uchta $A(x)$, $B(x)$ va $C(x)$ predikat yozing? Ularning chinlik to'plamlarini aniqlang va quyidagi logik formulalarni ifodalovchi murakkab predikatlarini so'z bilan ifodalang hamda ularning chinlik to'plamlarini aniqlang?

$$A(x) \wedge B(x), \quad A(x) \Leftrightarrow (B(x)), \quad A(x) \vee (B(x) \Leftrightarrow C(x))$$

$$A(x) \vee B(x), \quad A(x) \vee (B(x) \wedge C(x)), \quad (x) \Rightarrow (B(x) \vee C(x))$$

2. Predikatlarining yechimlar to'plamini toping?

$$a) (2-3x) = 6(0,8-1) + 6,8$$

$$v) \left(\frac{1}{3} + x\right) : 7 = \left(\frac{3}{4} + x\right) : 9$$

$$b) 3\left(4\frac{3}{8}x + 5\frac{1}{16}\right) \times \frac{4}{15} = \frac{5}{12}x + 2\frac{2}{5}$$

$$g) \frac{3x-11}{4} - \frac{3-5x}{8} = \frac{x+6}{2}$$

3. Tenglamalarni yeching:

$$a) 3x+17 = 5x-4;$$

$$b) -x+1 = 4-x;$$

$$v) (6-3x)4+2x = 4;$$

$$d) x-4-4x+3=0$$

$$e) 9x-6x+1=0$$

$$k) 2x-3x+5=0$$

4.7. Zaruriy va yetarli shartlar

Ta'rif. Agar $T_A \subset T_B$ bo'lsa, u holda $A(x) \Rightarrow B(x)$ mantiqiy kelib chiqish munosabati deyiladi. Bu holda « $B(x)$ predikati $A(x)$ dan mantiqiy kelib chiqadi» deb o'qiladi.

Masalan: $A(x) \Rightarrow B(x)$: «Agar " $x \vdots 4$ " bo'lsa, u holda x -juft bo'ladi» haqiqatdan ham $T_A \subset T_B$. Bunday holda $A(x) \Rightarrow B(x)$ formula barcha qiymatlarda rost mulohazaga aylanadi.

$A(x) \Rightarrow B(x)$ predikati har qanday qiymatlar uchun chin mulohaza hosil qilsa, $B(x) \Rightarrow A(x)$ esa ayrim qiymatlarda chin bo'lsa, $B(x)$ predikat $A(x)$ uchun zarur, $A(x)$ esa $B(x)$ uchun yetarli shart deyiladi.

$A(x) \Rightarrow B(x)$ va $B(x) \Rightarrow A(x)$ predikatlar ikkalasi ham har doim to'g'ri bo'lsa u holda $A(x)$ va $B(x)$ predikatlar bir-birlari uchun ham yetarli ham zaruriy shart bo'ladi. Bunday holda ular teng kuchli boladi.

Ta'rif. Agar $A(x) \Leftrightarrow B(x)$ teng kuchlilik munosabati bo'lsa, u holda $A(x)$ va $B(x)$ larning har biri ikkinchisi uchun zaruriy va yetarli shart bo'ladi.

$$A(x) \Leftrightarrow B(x)$$

predikatning chinlik to'plami

$$T = (T_1 \cap T_2) \cup (T'_1 \cap T'_2)$$

bo'ladi.

Ta'rif. Agar $T_A = T_B$ bo'lsa, u holda $A(x) \Leftrightarrow B(x)$ tengkuchlilik (ekvivalentlik) munosabati deyiladi.

Masalan: $A(x) \Leftrightarrow B(x)$: «Agar X -juft bo'lsa, u holda bu x -son 2 ga

bo'linadi" predikati berilgan. Ushbu predikat ekvivalentligi har doim to'g'ri bo'lib, bu predikatning chinlik to'plami barcha natural sonlarni tashkil etadi. Shunga ko'ra, $A(x) \Leftrightarrow B(x)$: "x son 2ga bo'linishi uchun, bu x juft son bo'lishi yetarli va zarur" holida yuqorida berilgan ekvivalentlikni qayta ifodalash mumkin va aksincha.

Yozma mashq

1.4.68. Natural sonlar to'plamida "Agar $(x-1)(x-2)(x-3)=0$ bo'lsa, 1,2,3 sonlarining barchasi tenglamani yechimi bo'ladi" jumla berilgan bo'lsa, uni ikkita predikatga ajrating va ushbu munosabatini "Yetarli", "zarur" so'zlari yordamida qayta ifodalang?

1.4.69. Natural sonlar to'plamida "Agar $X = \{12;23;41;15;6;27;8;9\}$ to'plamning ba'zi elementlarining raqamlari yig'indisi 3 ga bo'linsa, bu to'plamning ba'zi elementlari 3ga karrali" jumla berilgan. Uni ikkita predikatga ajrating va $A(x) \Rightarrow B(x)$ munosabatini "Yetarli", "zarur" so'zlari yordamida qayta ifodalang?

1.4.70. Maktab darsligidan biror teoremani yozing. Uni shart va xulosaga ajrating hamda "Yetarli", "zarur" so'zlari yordamida qayta ifodalang?

1.4.71. "Agar tortburchak kvadrat bo'lsa, uning diagonallari o'zaro perpendikulyr bo'ladi" jumla to'g'rimi. Bu jumla "yetarli", "zarur" so'zlari yordamida qayta ifodalang?

1.4.72. $X = \{0;3;6;9;12\}$ to'plamida $A(x)$: "x son 6 ga karrali" va $B(x)$: "x son 6 ga bo'linadi" predikatlari berilgan. $A(x) \Rightarrow B(x)$ predikati berilgan bo'lsa, u mantiqiy kelib chiqish munosabati bo'la oladimi? Bu holda « $B(x)$ predikati $A(x)$ dan mantiqiy kelib chiqadi» deb o'qiladigan jumla har doim to'g'ri bo'ladimi?

1.4.73. $X = \{24;45;7;18;9;11;13;15\}$ to'plamida berilgan

$A(x)$: "x 3 ga karrali" va $B(x)$: "x son raqamlarining yig'indisi 3ga karrali" predikatlarining rostlik to'plamini toping va ularni qanday munosabatda bo'lishini aniqlang. $A(x) \Rightarrow B(x)$ predikati berilgan bo'lsa, « $B(x)$ predikati $A(x)$ dan mantiqiy kelib chiqadi», « $A(x)$ predikati $B(x)$ dan mantiqiy kelib chiqadi» deb o'qiladigan jumla har doim to'g'ri bo'ladimi? Javobingizni asoslang?

1.4.74. Quyidagi murakkab jummalarni sodda jummalarga ajrating hamda logik strukturasi aniqlang.

Agar $(x-1)(x-2)(x-3)=0$ bo'lsa, 1,3,4 sonlarining bazilari bu tenglamaning yechimi bo'ladi;

1.4.75. Quyidagi jumla kvantorlardan foydalanib yozing. Uning chinlik to'plamini aniqlang hamda logik strukturasi quring.

Agar $X = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ to'plam berilgan bo'lsa, bu to'plamning barcha elementlari 3ga karrali

1.4.76. N-natural sonlar to'plamida $E(x)$: "x 5 ga karrali" va

$K(x)$: "x 3 ga karrali" predikatlar berilgan. Bu predikatlar implikasiyasining chinlik to'plamlarini aniqlang?

Debat uchun savollar

1. Predikatlar implikasiyasi deb nimaga aytiladi?
2. Predikatlar ekvivalensiyasi deb nimaga aytiladi?
3. Predikatlar implikasiyasining chinlik to'plami qanday topiladi?
4. Predikatlar ekvivalensiyasining chinlik to'plamini topish formulasini ayting?
5. "Zarur" so'zi yordamida qayta ifodalash mumkin bo'lgan 2 ta predikat ayting?
6. "Yetarli va zarur" so'zi yordamida qayta ifodalash mumkin bo'lgan 2 ta predikat ayting?

Mustaqil ish uchun topshiriqlar

1. 2 ta predikat yozing.
2. Ularni implikasiya bilan bog'lab uning chinlik to'plamini aniqlang
3. Ularni "zarur", "yetarli" so'zlari yordamida qayta quring.

4.8. Teoremaning tuzilishi va ularning turlari

Matematikani o'rganishda teoremlar deb ataluvchi jumla bilan ishlashga to'g'ri keladi. Ular mazmunan xilma-xil bo'lishiga qaramasdan, ularning hammasi isbotlashni talab qiladigan fikrlardir.

Masalan: «Agar nuqta burchak bissektrisasida yotsa, u burchak tomonlaridan teng uzoqlashgan bo'ladi».

Bu teoremaning sharti «Nuqta burchak bissektrisasida yotadi» va xulosasi «Nuqta burchak tomonlaridan teng uzoqlashgan». Teoremaning sharti ham, xulosasi ham tekislikda yotgan barcha nuqtalarning R

to'plamida aniqlangan predikatdan iborat. Bu predikatlarni mos ravishda $A(x)$ va $B(x)$ deb belgilasak, (bu yerda $x \in R$, ya'ni x tekislikning ixtiyoriy nuqtasi) teoremani $A(x) \Rightarrow B(x)$ ko'rinishdagi implikasiya shaklida yozish mumkin va bu implikasiya R to'plamning ixtiyoriy x nuqtasi uchun o'rinli, ya'ni teoremlarning logik strukturasi

$$(\forall x \in R)(A(x) \Rightarrow B(x)).$$

Ko'rinishda bo'lib, ularning tuzilishi 3 qismdan iborat bo'ladi:

Teorema sharti- $A(x)$

Teorema xulosasi- $B(x)$

Tushuntirish qismi- $\forall x \in R$ ning qanday to'plam ekani.

Tushuntirish qismida teoremda so'z yuritilayotgan ob'ektlar to'plami tasvirlanadi. Agar bunday to'plam alohida ko'rsatilmagan bo'lsa, teorema mazmunidan uni bilib olish mumkin bo'ladi.

Teoremaning isboti bu fikrlar ketma-ketligi bo'lib, u qaralayotgan nazariyaning aksiomalariga yoki avvalroq isbot qilingan teoremlarga asoslanadi.

Masalan: «Rombning diagonallari o'zaro perpendikulyar» teoremasini qaraylik. Uni implikasiya ko'rinishiga keltiramiz:

«Agar to'rtburchak romb bo'lsa, uning diagonallari perpendikulyar bo'ladi».

Agar X -tekislikdagi barcha to'rtburchaklar to'plami va bu tekislikdagi ixtiyoriy to'rtburchak x bo'lsa, teoremani umumiy ko'rinishda

$$(\forall x \in X)(A(x) \Rightarrow B(x))$$

deb yozish mumkin bo'ladi. Bu yerda

$A(x)$: « x -to'rtburchak-romb»,

$B(x)$: « x -to'rtburchak diagonallari o'zaro perpendikulyar».

Zaruriy shart: «To'rtburchak romb bo'lishi uchun uning diagonallari perpendikulyar bo'lishi zarur».

Yetarli shart: «To'rtburchak diagonallari perpendikulyar bo'lishi uchun uning romb bo'lishi Yetarli».

Berilgan

$$(\forall x \in X)(A(x) \Rightarrow B(x)) \quad (1)$$

teoreмага ko'ra bir nechta yangi teoremlarni hosil qilish mumkin.

A) Teoremaning sharti va xulosasi o'zini almasha, berilgan teoreмага teskari teorema hosil bo'ladi:

$$(\forall x \in X)(B(x) \Rightarrow A(x)) \quad (2)$$

Teskari teorema har doim ham to'g'ri bo'lavermaydi. Agar berilgan teoreмага teskari teorema to'g'ri bo'lsa, teoremani

$$(\forall x \in X)(A(x) \Leftrightarrow B(x))$$

ekvivalentsiya ko'rinishida yozish mumkin bo'ladi. Bunday holda $A(x)$ va $B(x)$ predikatlar bir-biri uchun zarur va yetarli shart bo'ladi.

Masalan: «Agar natural son raqamlari yig'indisi 9 ga bo'linsa, sonning o'zi ham 9 ga bo'linadi».

Teskari teorema: «Agar natural son 9 ga bo'linsa, uning raqamlari yig'indisi ham 9 ga bo'linadi». Teskari teorema to'g'ri bo'lgani uchun bu ikki teoremani bittaga birlashtirish mumkin:

«Natural son 9 ga bo'linishi uchun uning raqamlari yig'indisi 9 ga bo'linishi zarur va yetarli».

b) Agar $(\forall x \in X)(A(x) \Rightarrow B(x))$ teoremaning sharti va xulosasi ularning inkorlari bilan almashtirilsa, berilgan teoreмага qarama-qarshi teorema hosil bo'ladi:

$$(\forall x \in X)(\neg A(x) \Rightarrow \neg B(x)) \quad (3)$$

Masalan: (1) Teorema «Sonning o'nli yozuvi 0 raqami bilan tugasa, son 5 ga bo'linadi» ko'rinishida bo'lsa, unga qarama – qarshi teorema

«Sonning o'nli yozuvi 0 raqami bilan tugamasa, son 5 ga bo'linmaydi» ko'rinishida bo'ladi va bu teorema noto'g'ridir. Lekin qarama-qarshi teorema to'g'ri bo'ladigan hollar ham bo'ladi.

$$c) (\forall x \in X)(B(x) \Rightarrow A(x)) \quad (4)$$

teorema berilgan (1) teoreмага teskarisiga qarama-qarshi teorema deyiladi.

Masalan: Yuqoridagi teoreмага teskari teoremaning qarama-qarshisi: «Son 5 ga bo'linmasa, uning o'nli yozuvi 0 bilan tugamaydi» ko'rinishida bo'ladi va u berilgan teoreмага teng kuchlidir. Umuman olganda (1) va (4) teoremlar har doim o'zaro teng kuchlidir.

Matematikada (1) berilgan teorema orniga (4) teorema to'g'riligini isbotlash usulidan ham keng foydalaniladi va buni isbotning kontrapozitsiya metodi deyiladi.

Yozma mashq

1.4.77. Quyidagi teoremlarda shartlarni va xulosalarni ajrating:

a) agar uchburchaklar o'xshash bo'lsa, u holda ular balandliklarining nisbati yuzalarining nisbatiga teng bo'ladi.

b) agar ko'pburchak muntazam bo'lsa, u holda unga ichki aylana chizish mumkin.

v) agar ikki to'g'ri chiziq bitta to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel bo'ladi.

g) agar uchburchak teng tomonli bo'lsa, u holda bu uchburchakning balandliklari bissektrisalar bilan ustma – ust tushadi.

1.4.78. Quyidagi jummalarni „Yetarli“, „zarur“ so'zlaridan foydalanib qaytadan tuzing:

a) agar har bir qo'shiluvchi berilgan songa bo'linsa, u holda yig'indi ham berilgan songa bo'linadi;

b) kasrning surati maxrajidan kichik bo'lsa, bu kasr to'g'ri kasr bo'ladi.

v) agar uchburchaklar o'xshash bo'lsa, u holda ularning mos tomonlari proporsional bo'ladi.

g) agar uchburchakning bitta burchagi 90° bo'lsa, u holda u to'g'ri burchakli uchburchak bo'ladi

1.4.79. Quyidagi teoremlar berilgan.

a) agar har bir qo'shiluvchi 11 ga bo'linsa, u holda yig'indi ham 11 ga bo'linadi;

b) agar qo'shiluvchilardan birortasi 11 ga bo'linmasa, u holda yig'indi ham 11 ga bo'linmaydi;

v) agar qo'shiluvchilardan birortasi 11 ga bo'linsa, u holda yig'indi ham 11 ga bo'linadi;

g) agar yig'indi 11 ga bo'linsa, u holda har bir qo'shiluvchi 11 ga bo'linadi;

d) agar yig'indi 11 ga bo'linmasa, hech bo'lmaganda bitta qo'shiluvchi 11 ga bo'linmaydi.

e) agar yig'indi 11 ga bo'linmasa, har bir qo'shiluvchi 11 ga bo'linmaydi.

k) agar har bir qo'shiluvchi 11 ga bo'linmasa, u holda yig'indi ham 11 ga bo'linadi; Bunda

1) qaysi teorema rostligini;

2) qaysilari bir –biriga qarama – qarshi ekanini;

3) qaysilari bir xil ma'noga ega ekanini

4) qaysilari bir –biriga teskari ekanini; aniqlang

1.4.80. Quyidagi teorema to'g'rimi:

a) Agar ikki sonning ko'paytmasi 14 ga bo'linsa, u holda hech

bo'lmaganda bitta ko'paytuvchi 14 ga bo'linadi.

Bunga teskari teorema-chi

b) Agar son 4 ga bo'linsa, u holda u 2 ga ham bo'linadi? Bunga teskarisiga qarama-qarshi teorema to'g'rimi?

1.4.81. "Tog'rito'rtburchakning diagonalari o'zaro perpedikulyar bo'lishi uchun bu to'rtburchak kvadrat bo'lishi yetarli, degan teorema berilgan bo'lsin. Unda shart va xulosalarni ajrating va "kelib chiqadi, va "ixtiyoriy, so'zlaridan foydalanib, qaytadan tuzing.

1.4.82. Matematika kursidan biror teoremani olib, sharti, xulosasi va tushuntirish qismini ajratib ko'rsating.

1.4.83. Biror to'g'ri teorema olib, unga teskari, qarama-qarshi, teskarisiga-qarama-qarshi teoremlarni tuzing va ularning to'g'ri yoki noto'g'riligini aniqlang.

1.4.84. "Parellelogram ro'mb bo'lishi uchun uning dio'gonallari perpendikulyar bolishi zarur" teoremani yetarli so'zi yordamida yozing?

1.4.85. Yuqoridagi 4.84.dagi teoremani "agar...bo'lsa...bo'ladi" ko'rinishida yozing va uni shart, xulosa qismlarga ajrating, hamda u teoreмага teskarisiga qarama-qarshi teorema tuzing?

Debat uchun savollar

1. Teo'rema nima? Misol keltiring.?
2. Teo'rema qanday qismlardan tuzilgan. Misol keltirib tushuntiring?
3. Teskari teo'rema qanday tuziladi. Misol keltirib tushuntiring?
4. Qarama-qarshi teo'rema qanday tuziladi. Misol keltirib tushuntiring?
5. Biror teo'rema ayting va uni qarama-qarshisiga tekarsinisini tuzing?/
6. Yetarli va zarur so'zi bilan tugallanadigan to'g'ri teo'rema tuzing?

Mustaqil ish uchun topshiriqlar

1. 2 ta teo'rema yozing
2. Uni sharti, xulosasi va tushuntirish qismini ajratib ko'rsating
3. Ularga teskari teo'rema, qarama-qarshi teo'rema va teskarisiga qarama-qarshi teo'remalarni tuzing
4. Ularni "zarur", "Yetarli" so'zlari yordamida qayta quring.

5-Mavzu: ALGEBRAIK SISTEMALAR

5.1. Algebraik operatsiyalar va uning xossalari

1. Maktab matematika kursida sonlar ustida har xil operatsiyalar qaraladi: qo'shish, ayirish, ko'paytirish va bo'lish kabilar.

Har bir operatsiyani bajarish natijasida yana sonlar hosil bo'ladi. Masalan: $5+9=14$, $5*9=45$, $5:9$ natural sonlar to'plamida aniqlangan emas.

Agar operatsiya (ayirish) butun sonlar ($\mathbb{Z}$) to'plamida berilsa, aniqlangan, ya'ni $5-9=-4$. Nihoyat $5:9$ to'plamida aniqlangan. Demak, har bir operatsiyani bajarishda ikkita element uchun shu to'plamdan uchinchi elementni topdik.

Bunday moslik algebraik operatsiya deyiladi. Endi umumiy ta'rif beramiz.

Ta'rif. Agar X to'plamdan olingan har bir (x,y) ga, yana shu to'plamdan z element mos kelsa, u holda bu moslik X da berilgan binar algebraik operatsiya deyiladi,

ya'ni $(\forall (x,y) \in X, \exists z \in X) [(x,y)=z]$.

Misol. Qo'shish $\mathbb{N}$ da algebraik operatsiya bo'ladi. Haqiqatdan ham,

$$(\forall (a,b) \in \mathbb{N}, \exists c \in \mathbb{N}) (a+b=c).$$

Ta'rif. Agar X to'plamdan olingan ba'zi (x,y) -juftga yana shu to'plamdan bitta z element mos kelsa, u holda bu moslik qisman algebraik operatsiya deyiladi, ya'ni

$$(\exists (x,y) \in X, \exists z \in X) ((x,y)=z).$$

Masalan, ayirish va bo'lish $\mathbb{N}$ da qisman algebraik operatsiya bo'ladi.

Ta'rif. Agar X to'plamdan olingan istalgan x, y, z elementlar uchun

$$(x*y)*z = x*(y*z)$$

shart bajarilsa, u holda « $*$ » assosiativ operatsiyasi deyiladi, ya'ni

$$(\forall x, y, z \in X) ((x*y)*z = x*(y*z)).$$

Masalan: « $+$ » $\mathbb{N}$ da assosiativ algebraik operatsiyadir. Chunki

$$(\forall a, b, c \in \mathbb{N}) ((a+b)+c = a+(b+c)).$$

Ta'rif. Agar X dan olingan istalgan x, y elementlar uchun $x*y=y*x$ shart bajarilsa, u holda « $*$ »-kommutativ operatsiya deyiladi.

Qisqacha:

$$(\forall x, y \in C) (x*y = y*x)$$

kabi yoziladi.

Masalan: « $+$ » $\mathbb{N}$ da kommutativdir, chunki $(\forall a, b \in \mathbb{N}) (a+b=b+a)$.

Ta'rif. Agar X dan olingan istalgan x, y, z elementlar uchun

$$x*(y*z) = (x*y)*(x*z)$$

shart bajarilsa, u holda « $*$ » operatsiya « $*$ » ga nisbatan distributiv deyiladi,

Masalan: $\mathbb{N}$ da ko'paytirish qo'shishga nisbatan distributiv bo'ladi. Haqiqatdan $(\forall a, b, c \in \mathbb{N}) (a*(b+c) = (a*b)+(a*c))$.

Agar X dan olingan istalgan x, y lar uchun shunday bir $a \in X$ topilib $x*a=y*a$ dan $x=y$ kelib chiqsa, u holda « $*$ » operatsiya qisqaruvchan deyiladi, ya'ni qisqacha

$$(\forall x, y \in C, \exists a \in C) (a*x = a*y \Rightarrow x = y)$$

kabi yoziladi.

Masalan, $a+x=a+y \Rightarrow x=y$ demak « $+$ » qisqaruvchan operatsiya.

2. Ta'rif. Agar istalgan $x \in X$ uchun, shunday $e \in X$ topilsaki, natijada $xTe=eTx=x$ shart bajarilsa, u holda « T » operatsiyasi uchun neytral element deyiladi.

Qisqacha $(\forall x \in X, \exists e \in X) (xTe=eTx=x)$ kabi yoziladi.

Ta'rif. Agar X to'plamda berilgan « $*$ » operatsiyaga nisbatan $e \in X$ neytral element bo'lsa va $x*\bar{x} = \bar{x}*x = e$

shart bajarilsa, u holda $\bar{x} \in X$ element x ga « $*$ » amalga nisbatan simmetrik element deyiladi. Masalan, « $-$ » element a ga qo'shishga nisbatan simmetrik bo'ladi, chunki

$$a+(-a)=0.$$

Ta'rif. Agar X -to'plamda berilgan « $*$ »ga nisbatan $a*e = e*a = e$ shart bajarilsa, u holda e -yutuvchi element deyiladi.

Masalan, 0 element, ko'paytirishga nisbatan yutuvchidir.

$$0 \times a = a \times 0 = 0.$$

Yozma mashq:

1.5.1. Natural sonlar to'plamida aniqlangan qo'shish, ko'paytirish amallari binar algebraik amal bo'ladimi?

J: Natural sonlar to'plamida aniqlangan qo'shish va ko'paytirish amallari binar algebraik amallar bo'la oladi. Chunki ixtiyoriy 2 ta natural sonning yig'indisi, ko'paytmasi yana natural son bo'ladi.

1.5.2. Natural sonlar to'plamida ayirish amali algebraik amal bo'ladimi?

J: Natural sonlar to'plamida ayirish amali binar algebraik amal bo'la olmaydi, lekin qisman algebraik amal bo'ladi. Chunki har qanday ikkita natural sonning ayirmasi har doim ham natural son bo'lavermaydi, ba'zi natural sonlar ayirmasi natural son bo'ladi.

1.5.3. Mulohazalar ustida bajariladigan mantiqiy amallar mulohazalar to'plamida binar algebraik amal bo'ladimi?

J: Mulohazalar inkori binar algebraik amal emas. Konyungsiya, dizyungsiya, implikasiya, ekvivalentsiya binar algebraik amal bo'ladi. Chunki inkor amalida 2 ta mulohazaga 3- bir mulohaza mos qo'yilmagan.

1.5.4. Algebraik operatsiya nima? Uning qanday xossalari bor?

1.5.5. To'plamning qanday elementlari algebraik operatsiyaning neytral, simmetrik elementi deyiladi? Misol keltiring.

1.5.6. $X = \{-1; 0; 1\}$ to'plamda ko'paytirish algebraik amal ekanini isbotlang. Qo'shish va ayirish bu to'plamda algebraik amal bo'ladimi?

1.5.7. $\{a, b, c\}$ to'plam berilgan. Bu to'plamning qism to'plamlaridan iborat X to'plamni tuzing. Toplamlarning birlashmasi X to'plamda algebraik amal bo'ladimi? To'plamlarning kesishmasi-chi?

1.5.8. N to'plamda darajaga ko'tarish amalini qarang, Darajaga ko'tarish N to'plamda algebraik amal ekanini ko'rsating. Bu amalda $(2;3), (3;2), (1;5), (5;1), (5;2), (2;5)$ juftliklarga mos sonlarni toping.

1.5.9. 12 va 56, 108 va 24 sonlarining eng katta umimiy bo'luvchisini toping. Ikki sonning eng katta umimiy bo'luvchisini to'pish N to'plamda algebraik amal bo'ladimi? Bu amalda $(24;32), (23;2), (15;5), (45;15), (52;22), (26;12)$ juftliklarga mos sonlarni toping.

1.5.10. $X = \{-4; -1; 0; 1; 4\}$ to'plamda ko'paytirish, bolish, qo'shish va ayirish amallaridan qaysilari qisman algebraik amal bo'lishini ko'rsating?

1.5.11. Nima uchun natural sonlar to'plamida qo'shish va ko'paytirish algebraik amal bo'lishini, ayirish va bo'lish qisman algebraik amal bo'lishini tushuntiring.

1.5.12. $2k+1$ ko'rinishdagi sonlar to'plamida qo'shish, ko'paytirish, ayirish va bo'lish algebraik amal bo'ladimi?

1.5.13. Natural sonlar to'plamida a) darajaga ko'tarish; b) eng katta umimiy bo'luvchini topish amallari o'rin almashtirish qonuniga

bo'ysunadimi? Javobingizni asoslang.

1.5.14. Belgilardan foydalanib natural sonlarni qo'shish, to'plamlarning birlashmasi, mulohazalar kon'yungksiyasining guruhlash qonunlarini yozing va ularni

a) $(4+7)+5$;

b) $X \cup Y \cup P$;

v) $(A \wedge B \wedge M)$ ifodalarga tatbiq eting.

1.5.15. Belgilardan foydalanib, taqsimot qonunini yozing:

a) qo'shishga nisbatan ko'paytirishning (N to'plamda);

b) ayirishga nisbatan ko'paytirishning (Z to'plamda);

v) to'plamlar kesishmasiga nisbatan birlashmasining

g) diz'yunksiyaga nisbatan kon'yunksiyaning (mulohazalar uchun).

1.5.16. Guruhlash va taqsimot qonunlaridan foydalanib ifodalarning qiymatini toping:

a) $(569 + 59) + 31$;

v) $(453 \times 25) \times 4$;

b) $150 \times (15+40)$;

g) $112 \times (a+12)$;

1.5.17. Quyidagilarga taqsimot qonunini qo'llang:

a) $125 \times (35+200)$;

v) $X \cap (Y \cup P)$;

d) $A \wedge (C \vee D)$;

b) $8 \times (15+a)$;

g) $A \cup (B \cap C)$;

e) $CV(A \wedge B)$.

1.5.18. Taqsimot qonunini qo'llab, ifodalarning qiymatini toping:

a) $(25+32) \times 5$;

b) $(132 - 121) : 11$;

v) $(60 - 3) \times 8$;

g) $41 \times (5+2)$.

1.5.19. N to'plamda darajaga ko'tarish amali uchun neytral elementni ko'rsating.

1.5.20. Qo'shishga nisbatan quyidagi butun sonlarga simmetrik elementni ko'rsating

a) 9

b) -11

v) 68;

g) 0.

1.5.21. Ko'paytirishga nisbatan quyidagi sonlarga simmetrik elementni ko'rsating:

a) 12;

b) -23;

v) $\frac{4}{7}$;

g) $-\frac{3}{5}$.

1.5.22. Belgilardan foydalanib, natural sonlarni qo'shish,

to'plamlarning kesishmasi, mulohazalar kon'yunksiyasining o'rin almashtirish qonunlarini yozing va ularni

a) $7+16$; b) $K \cap M$; v) $A \wedge B$ larga tatbiq eting.

5.2. Algebralr. Gruppa, Halqa va Maydon

Ta'rif. X to'plam va binar algebraik operatsiya (amal) lar to'plami Ω dan iborat $\langle X, \Omega \rangle$ strukturaga algebra deyiladi

Ta'rif. Agar X to'plamda binar algebraik operatsiya berilgan bo'lsa, u holda X to'plam gruppoid deyiladi.

Ta'rif. Assotsiativ operatsiya berilgan gruppoid assotsiativ, kommutativ operatsiya berilgan gruppoid kommutativ gruppoid deyiladi.

Ta'rif. Agar gruppoid assotsiativ bo'lsa, u holda yarim gruppa deyiladi.

Ta'rif. Agar A neytral elementga ega bo'lgan yarim gruppada istalgan $a \in A$ ga simmetrik element mavjud bo'lsa, u holda A to'plam gruppa deyiladi.

Ta'rif. G to'plam $\langle * \rangle$ operatsiyasiga nisbatan gruppa bo'lsa va $a*b=b*a$ shart bajarilsa, u holda G kommutativ gruppa yoki Abel gruppasi deyiladi.

Ta'rif. Agar X to'plamda ikkita binar algebraik operatsiya $(+, *)$ berilgan bo'lib, quyidagi shartlar bajarilsa:

1) X qo'shishga nisbatan kommutativ gruppa;

2) Ko'paytirish qo'shishga nisbatan distributiv, ya'ni $a*(b+c)=a*b+a*c$, u holda X to'plam halqa deyiladi.

Ta'rif. Agar M halqaning noldan tashqari barcha elementlari ko'paytirishga nisbatan (nolsiz) kommutativ gruppa tashkil qilsa, u holda M-maydon deyiladi.

Misol. Q- ratsional sonlar to'plami maydondir.

Chunki:

1) Q- halqa kommutativ.

2) Q- Ko'paytirishga nisbatan kommutativ gruppa (nolsiz).

Yozma mashq:

1. Misol. Z to'plam qo'shishga nisbatan gruppa tashkil qiladimi?

Javob:

1) Z da $\langle + \rangle$ amali binar algebraik amal bo'ladi.

2) Z to'plam yarim gruppa bo'ladi chunki, assotsiativ algebraik operatsiya aniqlangan. $(\forall a, b, c \in Z) ((a+b)+c = a+(b+c))$.

3) $0 \in Z$, $\langle + \rangle$ uchun neytral element mavjud.

4) Simmetrik element ham mavjud, $a+(-a)=0$, $(a, -a \in Z)$

Demak, Z to'plam qo'shishga nisbatan gruppa tashkil qiladi.

1.5.23. Barcha butun sonlar to'plami Z halqa tashkil qiladimi?

Yichish: $\langle Z, +, \times \rangle$ algebra halqa ekanligini ko'rsatamiz.

1) Z to'plamda $\langle \times \rangle$ va $\langle + \rangle$ algebraik amallar aniqlangan.

2) $\langle Z, + \rangle$ - additiv gruppa, chunki $\langle + \rangle$ ga nisbatan Z da ixtiyoriy a ga simmetrik element $-a$ ham, neytral element nol ham mavjud

3) $a+b = b+a$, $\forall a, b \in Z$, ya'ni Z-Abel gruppasi bo'ladi.

4) $\langle Z, \times \rangle$ - yarim gurippa, chunki $\langle \times \rangle$ amali aniqlangan Z gruppoid va

$(\forall a, b, c \in Z)$ uchun $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$ bajariladi.

5) $a(b+c) = ab+ac$ $(\forall a, b, c \in Z)$, taqsimot xossasi o'rinli.

Demak, $\langle Z, +, \times \rangle$ algebra halqa bo'lar ekan

1.5.24. Biron bo'sh bo'lmagan M to'plamning barcha qism to'plamlari to'plamini 2^M deb belgilaylik bunday holda $\langle 2^M, \cap, \cup, - \rangle$ algebra necha turli algebra bo'ladi?

1.5.25. $\langle N, + \rangle$ algebra gruppa bo'ladimi? Javobingizni asoslang.

1.5.26. $\langle Z, + \rangle$ algebra gruppa bo'ladimi? Javobingizni asoslang.

1.5.27. $\langle Z, +, \cdot \rangle$ algebra halqa bo'ladimi? Javobingizni asoslang.

1.5.28. $\langle Q, +, \times \rangle$ algebra gruppa bo'ladimi? Javobingizni asoslang

1.5.29. $\langle Q, +, \times \rangle$ algebra halqa bo'ladimi? Javobingizni asoslang.

1.5.30 $\langle R, + \rangle$ algebra gruppa bo'ladimi? Javobingizni asoslang.

1.5.31. $\langle R, +, \times \rangle$ algebra gruppa bo'ladimi? Javobingizni asoslang.

1.5.31. $\langle R, +, \times \rangle$ algebra halqa bo'ladimi? Javobingizni asoslang.

1.5.32. $\langle R, +, \times \rangle$ algebra maydon bo'ladimi? Javobingizni asoslang.

1.5.33. $\langle R, + \rangle$ algebra halqa bo'ladimi? Javobingizni asoslang.

1.5.34. $\langle N, +, \times \rangle$ algebra nacha turli algebra?

1.5.35. $\{a+b\sqrt{2}\}$ to'plam komutativ xalqa bo'ladimi?

1.5.36. $a, b \in Q, \{a+b\sqrt{2}\}$ to'plam maydon bo'ladimi?

6-Mavzu: GRAFLAR NAZARIYASI

6.1. Graflar nazariyasining boshlang'ich ma'lumotlari

1736 yilda L.Eyler tomonidan qiziqarli amaliy masalalardan biri hisoblangan Kyonigsberg ko'prigi haqidagi masalaning qo'yilishi va yechilishi graflar nazariyasining paydo bo'lishiga asos bo'ladi.

V qandaydir bo'shmas to'plam bo'lsin. Uning elementlaridan tuzilgan (v_1, v_2) barcha juftliklar (kortejlar) to'plamini $V \times V$ bilan belgilaymiz.

Ta'rif. Graf deb shunday (V, U) juftlikka aytiladiki, bu yerda $V \neq \emptyset$ va $U - (v_1, v_2)$ bunda, $(v_1, v_2 \in V)$ V bo'sh bo'lmagan to'plam va $U - V$ to'plamning elementlaridan tuzilgan (v_1, v_2) kortejlar to'plami.

Grafni elementini ko'rsatish shart bo'lmasa uni lotin alfavitining bitta harfi bilan belgilash mumkin. $G=(V, U)$ graf berilgan bo'lsin. V to'plamning elementlariga G grafning uchlari, V to'plam esa graf uchlari to'plami, (v_1, v_2) kortejlar grafning qirralari, yoylari (v_1, v_2) kortejlardan tuzilgan U to'plam grafning qirralari yoki yoylari to'plami deyiladi. Agar (v_1, v_2) grafning qirrasi bo'lsa, u holda $(v_1,)$ va (v_2) uchlar qoshni uchlar boshqa uchlar esa qoshni bo'lmagan uchlar bo'ladi. G grafning qirralari yo'naltirilmagan (oreyentirlanmagan) yoki yo'naltirilgan (oreyentirilgan) bo'lishi mumkin.

Agar G grafning qirralari yo'naltirilgan (oreyentirilgan) bo'lsa

¹ Kyonigsberg-bu shahar 1255-yilda asoslangan bo'lib, 1946 yildan boshlab, Kaliningrad deb nomlanadi. Hozir Rossiya Federatsiyasi tarkibida.

yo'naltirilgan (oreyentirilgan) graf yoki qisqacha orggraf deb ataladi. Ikkala uchi ustma-ust tushgan qirralari bo'lsa, grafning bu elementi sirtmoq deyiladi. Qirralari orasida sirtmoqlari bo'lgan graf psevdograf deyiladi.

Hech qanday qirra bilan bog'lanmagan uch yakkalangan (ajratilgan, xolis, yalang'och) uch deyiladi. Graf uchiga insdent qirralar soni shu uchning darajasi yoki valentligi deb ataladi. Grafdagi a uchning darajasi bilan belgilanadi. Grafning hamma uchlarning darajasi $p(a)$ ga teng bo'lsa, u kubik graf deyiladi.

Faqat uchlardan iborat qirrasi yoq graf nolgraf (bosh graf) deyiladi. Nolgraf $(O_m \text{ yoki } N_m)$ bilan belgilanadi.

Istalgan ikki uchi qo'shni bo'lgan karrali qirralarsiz yo'naltirilmagan (oriyentirlanmagan) graf to'la graf deyiladi. Uchlari soni m ga teng bo'lgan to'la graf K_m bilan belgilanadi. K_m grafning qirralari soni

$$C_m^2 = \frac{m(m-1)}{2}$$

ga teng. Agar orggrafning istalgan ikki uchini yo'nalishlari qarama-qarshi bo'lgan yoylar bilan almashtirilsa, u holda to'la orggraf hosil bo'ladi.

To'la orggrafning qirralari soni to'la oriyehtirlanmagan grafning qirralari sonidan ikki barobar ko'pdir, yani

$$C_m^2 = m(m-1) \text{ boladi}$$

XVIII asrdayoq L. Eyler graflar haqida quyidagi lemmani isbotlagan.

1-lemma. ("ko'rishishlar" haqida). Istalgan oriyehtirlanmagan grafda barcha uchlar darajalari yig'indisi qirralar sonining ikki barobariga teng.

Yozma mashq

1.6.1-masala. Biron idishdagi 8 litr suyuqlikni shu idish va 5 litrli hamda 3 litrli idishdan foydalanib teng ikki qismga bo'ling?

Yechish:

Idishlarning hajmlarini a, b, c bilan belgilaymiz. Bunda a, b, c o'zgaruvchilar butun qiymatlar qabul qilgan holda $0 \leq a \leq 8, 0 \leq b \leq 5, 0 \leq c \leq 3$ shartlarni qanoatlantirishlari kerak. Bu shartlarni qanoatlantiruvchi holatlar quyidagicha:

(8,0,0), (7,1,0), (7,0,1), (6,2,0), (6,1,1), (6,0,2),
 (5,3,0), (5,2,1), (5,1,2), (5,0,3), (4,4,0), (4,3,1),
 (4,2,2), (4,1,3), (3,5,0), (3,4,1), (3,3,2), (3,2,3),
 (2,5,1), (2,4,2), (2,3,3), (1,5,2), (1,4,3), (0,5,3).

Holatlar to'plamini V bilan, sistemaning bir holatdan boshqa holatga bevosita o'tishlar to'plamini U bilan belgilaymiz. Natijada hosil bo'lgan (V,U) juftlikni graf deb atash mumkin. Bu grafning uchlari sistema holatlariga, qirralari(yoylari) esa, bevosita o'tishlarga mos keladi.

Berilgan masalani hal qilish uchun (V,U) grafning qirralari(yoylari) dan tashkil topgan shunday ketma-ketlik tuzish kerakki bu ketma-ketlikning birinchi hadi (8,0,0), oxirgi hadi (4,4,0) bo'lsin. Bunday ketma-ketliklardan biri quyi dagi cha:

(8,0,0), (5,0,3), (5,3,0), (2,3,3), (2,5,1), (7,0,1),
 (7,1,0), (4,1,3), (4,4,0)

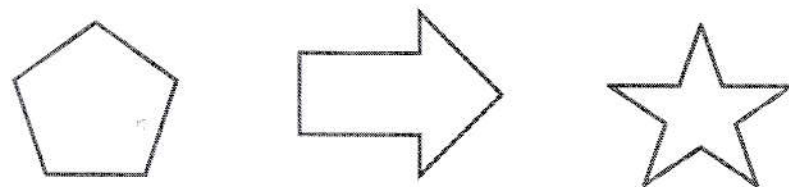
javob: 8 marta quyishdan keyin teng 2 ga bo'lishga erishildi.

1.6.2-masala. $G=(V,U)$ grafda V -Aeroportlar to'plami, U -Samalyotlarning uchib qo'nish hodisalari korteji deb belgilang va sirtmoqlari bo'ladigan grafga misol keltiring?

1.6.3-masala. L. Eylarning ko'rinishlar haqidagi lemmaning qo'llanilishiga doir amaliy misol keltiring?

1.6.4-masala. Yo'lovchi daryodan bo'ri, qo'y va bir bog' pichanni olib o'tishi kerak, lekin u qayiqdan o'zi bilan ularning faqat bittasini olib yurish imkoniyatiga ega. Yo'lovchi bu narsalarni sohilning bir qismidan ikkinchi qismiga ularni bus butun olib otishi grafni tuzing va elementlarini tahlil qiling? Tuzilgan graf yordamida masalani hal qiling?

1.6.5-masala. Quyidagi graflarda uchlari soni hamda har bir uchdagi qirralari sonini aniqlang?

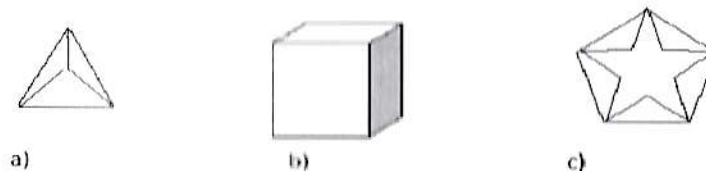


1-shakl

1.6.6-masala U - bu sonlar orasidagi bo'luvchi bo'lishlik holatiga mos kortejlar deb belgilang. Ushbu $G=(V,U)$ grafga mos kortejlarni tuzing?

Bu graf orggraf bo'ladimi? Fikringizni asoslang?

1.6.7-masala. Quyidagi chizmalarda Platon jismlaridan tetraedr, kub



2-shakl

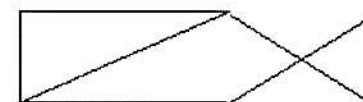
Grafga misol bo'ladi. Ularning uchlarning lokal darajasini aniqlang hamda qaysilari kubik graf bolishini ko'rsating.

1.6.8-masala. Uch uy va uch quduq haqida qadimiy boshqotirma masala. Tepalikda ketma-ket joylashgan uchta uy u_1, u_2, u_3 hamda pastlikda shunday uchta quduq q_1, q_2, q_3 bor. Har bir uydan har bir quduqqa ixtiyoriy ikkitasi kesishmaydigan qilib uzluksiz yo'lakchalar o'tkazish mumkinmi? Masala shartini qanoatlantiradigan grafni chizishga harakat qiling va xulosa fikringizni bayon qiling?

1.6.9-masala. Uchlari soni 5 ta, qirralari 7 ta bo'lgan oriyehtirlanmagan graf chizing. Chizgan grafigizda qo'shni uchlarni aniqlang hamda ularga insident qirralarni yozing.

1.6.10-masala. 12 birlik idishdagi suyuqlikni shu idish, 8 va 5 litrli idish yordamida teng ikki qismga ajrating? Bu masalani hal qilish maqsadida graf tuzib uning elementlarini tahlil qiling. Tuzilgan graf yordamida masalani hal qiling?

1.6.11-masala. Chizmadagi grafning uchlarni A,B,C,D,E,K,L harflar bilan belgilang va har bir uchning lokal darajasini aniqlang.



3-shakl

1.6.12-masala. Uchlari soni 6 ga teng bo'lgan orggraf chizing va

Har bir uchining darajasini aniqlang? M: $p(a) = 3...$

1.6.13-masala, V-guruh talabalari to'plami. U-guruh talabalari orasidagi partadoshlik holatiga mos keluvchi grafning bir necha kortejlarini tuzing. Bu graf no'lgraf, orggraf yoki to'la graf bo'la oladimi? Fikringizni asoslang?

1.6.14-topshiriq. Siz yashayotgan aholi punkiti yoki uning bir qismida joylashgan yo'llar va chorrohalar bilan bog'liq biron masalani graflar yordamida hal qiling?

Debat uchun savollar

1. Graflar nazariyasining yaratilishiga qanday masalaning qo'yilishi sabab bo'ldi?
2. "Graf" iborasi 1- marta kim tomonidan qachon kiritilgan?
3. Grafning ta'rifini ayting?
4. Grafning uchi va qirrasi deganda nimani tushunasiz?
5. Grafdagi yoy va qirra nimasi bilan farq qiladi?
6. Qo'shni uchlar qo'shni bo'lmagan uchlardan nimasi bilan farq qiladi?
7. Oriyentirlanmagan graf va orggraf nimasi bilan farq qiladi?
8. Graflarning qanday turlarini bilasiz?
9. Grafdagi uchning lokal darajasi qanday aniqlanadi?
10. Oriyentirlanmagan grafda barcha uchlar darajalari yig'indisi bilan qirralari orasidagi qanday bog'lanish bor?
11. To'la graf deb nimaga aytiladi?

6.2.Graflar ustida amallar

Graflar ustida grafdan **uchni olib tashlash amali** quyidagicha: Grafdan bitta uchni olib tashlansa uchlari soni bitta kam bo'lgan yangi graf hosil bo'ladi. Uchni olib tashlash natijasida shu uch bilan insident barcha qirralar ham olib tashlanadi.

Shuningdek **qirrani olib tashlash amali** ham bo'lib, bu amalda qirralardan birortasi olib tashlanadi. Qirrani olib tashlash amalida shu qirra bilan insident uchni qoldirish ham olib tashlash ham mumkin.

$G=(V,U)$ va $G'=(V',U')$ graflar berilgan bo'lsin. Agar $V \subset V'$

va G grafning barcha qirralari G' grafning ham qirralari yani $U \subset U'$ bo'lsa, u holda G graf G' grafning **qism grafi** deb ataladi.

G grafga to'ldiruvchi amalini qo'llash natijasida G' graf hosil bo'ladi.

Graflar ustida shunday amallarni bajarish mumkinki, ular elementlari berilgan grafdagidan ko'proq bo'lgan boshqa graflarni hosil bo'lishiga olib keladi.

Graflarni birlashtirish amali. $G_1 = (V_1, U_1)$ va $G_2 = (V_2, U_2)$

graflar berilgan bo'lsin. Uchlari to'plami $V = V_1 \cup V_2$ va qirralari korteji $U = U_1 \cup U_2$ aniqlangan $G=(V,U)$ graf G_1 va G_2 graflarning birlashmasi(uyushmasi) deyiladi va $G = G_1 \cup G_2$ ko'rinishda yoziladi.

Graflarni ko'paytirish (biriktirish) amali. $G_1 = (V_1, U_1)$ va $G_2 = (V_2, U_2)$

graflar berilgan bo'lsin. Uchlari to'plami $V = V_1 \times V_2$ va qirralari korteji $U = (V_1 \times U_2) \cup (U_1 \times V_2)$ dan aniqlangan $G=(V,U)$ graf G_1 va G_2 graflarning **ko'paytirish (biriktirish)** deyiladi va $G = G_1 \times G_2$

ko'rinishda yoziladi. $G = G_1 \times G_2$ graf berilgan G_1 va G_2 graflarning qirralari korteji bo'sh bo'lsada bo'sh bolmasligi mumkin.

Graflar ko'paytmasi bolgan grafda 1-grafning har bir uchi 2- grafning har bir uchi bilan qo'shni bo'ladigan qirralar mavjud bo'ladi.

Shuningdek, $|V_1| = m_1, |V_2| = m_2, |U_1| = n_1, |U_2| = n_2$

bo'lsa, $|V| = m_1 m_2$ va $|U| = m_1 n_2 + m_2 n_1$ bo'ladi.

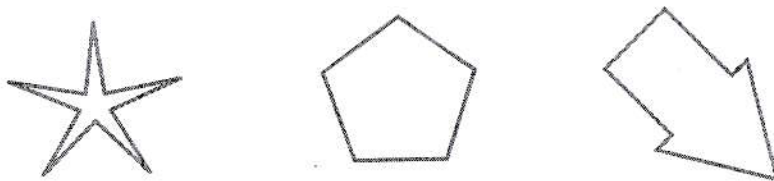
Yozma mashq

1.6.15-topshiriq. Quyidagi graflardan uchni olib tashlash amalini qo'llab ularning qism graflarini hosil qiling?



4-shakl

1.6.16-topshiriq. Quyidagi graflardan qirrani olib tashlash amalini qo'llab ularning qism graflarini hosil qiling?



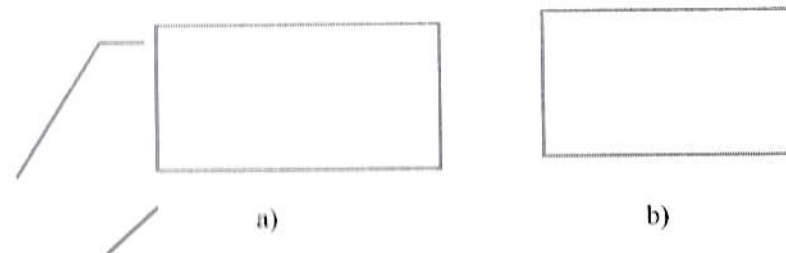
5-shakl

1.6.17-topshiriq. 4 ta uchga va 6 qirrarga ega bo'lgan oriyentirlanmagan graf hamda 3 ta uchga va 4 qirrarga ega bo'lgan oriyentirlanmagan graflar chizing. 1-grafga 2-grafning to'ldiruvchi grafni aniqlang?

1.6.18-topshiriq. Siz o'qiyotgan bino yoki uning bir qismida joylashgan yo'llar bilan bog'liq biron masala tuzing hamda uni graflar yordamida hal qiling?

1.6.19-topshiriq. 8-topshiriq. G_1 -10 gacha bo'lgan juft natural sonlar to'plamidagi bo'luvchi bolishlik haqidagi juftliklar kortejidan iborat orggraf, G_2 esa shu to'plamning 4 ga bo'lganda bir xil qoldiq hosil bo'lish haqidagi kortejlaridan iborat graf bo'lsa bu to'plamlar birlashmasi bo'lgan G grafni aniqlang? $G=(V,U)$ da $V=?$ $U=?$

1.6.20-topshiriq. Quyidagi a) grafdan uchni olib tashlash amali orqali b) grafni hosil qilish mumkinmi? Javobingizni asoslang?



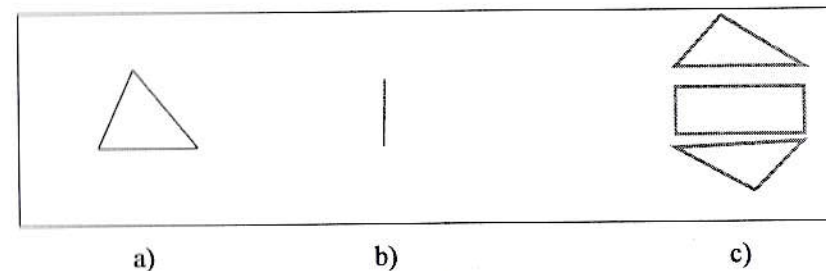
6-shakl

1.6.21-topshiriq. (7-shakl) a) shaklda G_1 graf va b) shaklda G_2 graf tasvirlangan. c) shakl ularning ko'paytmasi amali natijasi $G = G_1 \times G_2$ ning (grafi) bo'ladimi? Asoslang?

1.6.22-topshiriq. 1-shakldagi tasvirlangan 3 grafning har biri uchun 3 tadan qism graf va to'ldiruvchi grafni tuzing?

1.6.23-topshiriq. 2-shakldagi tasvirlangan 3 grafning har biri uchun 3 tadan qism graf va to'ldiruvchi grafni tuzing?

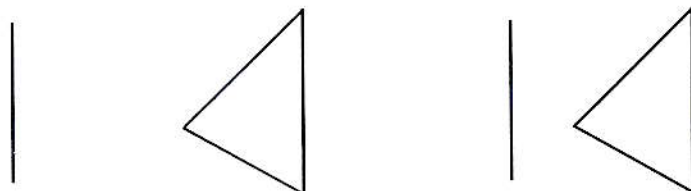
1.6.24-topshiriq. Graflarni ko'paytirish amalini qo'llab, $K_3 \times K_3$, $O_4 \times K_3$, $O_3 \times O_4$, $O_3 \times K_4$ graflarni toping?



7-shakl

1.6.25-topshiriq. 8-Shaklda kesishmaydigan to'plamlar birlashmasi amali tasvirlangan. 1-to'plam kesma nuqtalari. 2-si uchburchak nuqtalari. 1-si 2ta uch 1 ta qirradan, 2-si esa 3 ta uch 3 ta qirradan iborat. Bu graflar birlashmasida 5 ta uch 4 ta qirra bor. Bu to'plamlarning ko'paytmadan iborat grafni toping?

Kesishadigan to'plamlar uchun ham bu to'g'ri bo'ladimi?



8-shakl.

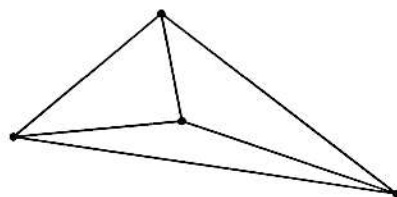
1.6.26-topshiriq. G_1 -10 gacha bo'lgan juft natural sonlar to'plamidagi bo'luvchi bolishlik haqidagi juftliklar kortejidan iborat orggraf, G_2 esa 10 gacha 3 ga karrali natural sonlar to'plamning 4 ga bo'lganda bir xil qoldiq hosil bo'lish haqidagi kortejlaridan iborat graf bo'lsa bu to'plamlar ko'paytmasi bo'lgan $G = G_1 \times G_2$ grafni aniqlang?

1.6.27-topshiriq. 5-shakldagi tasvirlangan 3 grafning har biri uchun 3 tadan qism graf va to'ldiruvchi grafni tuzing?

1.6.28-topshiriq. 4-shakldagi tasvirlangan 3 grafning har biriga darajasi ikki bo'lgan yangi uchni qo'shish yoki qirrani ikkiga bo'lish amalini qo'llab graf hosil qiling? Hosil bo'lgan grafning qirralari sonini aniqlang?

1.6.29-topshiriq. Uchlari va qirralari sonlar mos ravishda teng bo'lgan o'zaro izomorf bo'lmagan graflarga misollar keltiring?

1.6.30-topshiriq. 9-shakldagi grafning uchlari va qirralari sonini aniqlang? Shuningdek unga gomomorf grafni hosil qiling?



9-shakl

Debat uchun savollar

1. Grafda qirrani(yoyni) olib tashlash amali qanday bajariladi?
2. Grafda uchni olib tashlash amali qanday bajariladi?
3. Toldiruvchi graf, qism graf haqidagi fikringizni bayon qiling?
4. Grafda yangi uchni qo'shish, yangi qirrani(yoyni) qo'shish

amali qanday bajariladi?

5. Birlashma amalida hosil bo'lgan grafning uchlari qanday bo'ladi?
6. Berilgan graflarning birlashmasi(uyushmasi) amali va birikmasi(tutashmasi) amali orasida qanday o'xshashlik va farqlar bor?
7. Berilgan graflarning birlashmasi(uyushmasi) amali qanday bajariladi?
8. Berilgan graflarning ko'paytmasi amali qanday bajariladi?

6.3. L. Eyler va Uilyam Gamilton graflari

Bir-biri bilan ustma-ust tushmaydigan ixtiyoriy ikki uchi bog'langan graf bog'lamli graf deyiladi².

1-teorema. Agar grafda har bir uchning lokal darajasi ikkidandan kichik bo'lmasa, u holda bu graf siklga ega bo'ladi.

Grafning har bir qirrasidan faqat bir marta o'tadigan zanjir Eyler zanjiri deb ataladi. Yopiq Eyler zanjiriga(ya'ni Eyler sikliga) ega graf Eyler grafi deb ataladi. Agar grafda yopiq bo'lmagan Eyler zanjiri topilsa, u holda bunday graf yarim Eyler grafi deyiladi.

2- teorema. Bog'lamli graf Eyler grafi bo'lishi uchun undagi barcha uchlarning darajasi juft bo'lishi zarur va yetarlidir.

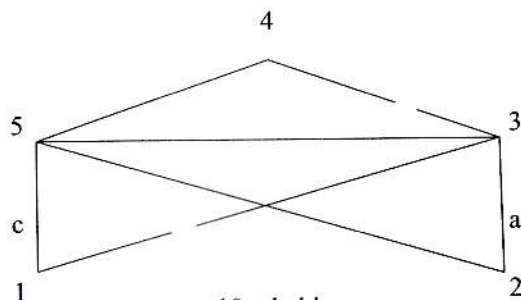
1-natija. Bog'lamli graf yarim Eyler grafi bo'lishi uchun undagi ikkitadan ko'p bo'lmagan uchning darajalari toq bo'lishi zarur va yetarlidir.

Har bir yoydan faqat bir marta o'tadigan yo'l oriyentirlangan Eyler yo'li deyiladi.

10-shaklda grafni Eyler grafi bo'lishini tekshiramiz.

Dastlabki uch sifatida grafda 2 olingan bo'lsin. Bu uchdan a yonalishda (2,3) qirra bo'ylab harakatlanish mumkin. Keyin b yonalishda (3,5) bo'ylab, c yonalishda (5,1) bo'ylab, d yonalishda (1,3) bo'ylab, e yonalishda (3,4) bo'ylab, k yonalishda (4,5) bo'ylab, oxirida l yonalishda (5,2) bo'ylab 2 belgili uchga o'tamiz. Harakatni shu yo'nalishda toxtatamiz.

² Flyori algoritmini'-bu E.Lyuka tomonidan e'lon qilingan. (Lucas, E. Receptions Mathematiques. Paris: Gautheir-Villas,1891).



10 -shakl

Shu usulda davom etish mumkin bo'lgan eyler sikllaridan biri quyidagi siklni hosil qilamiz.

$\{(2,3), (3,5), (5,1), (1,3), (3,4), (4,5), (5,2)\}$ 10-shakl Eyler grafi bo'ladi.

Grafning har bir uchidan faqat bir marta o'tadigan zanjir Gamilton zanjiri deb ataladi. Yopiq Gamilton zanjiriga (ya'ni Gamilton sikliga)ega graf Gamilton grafi deyiladi.

Agar grafda yopiq bo'lmagan Gamilton zanjiri topilsa, u holda bunday graf yarim Gamilton grafi deb ataladi. Gamilton siklini tuzishga doir samarali algoritmlar ham yaratilgan. 1952 yilda G.E.Dirak quyidagi teoremani isbotladi.

Teorema. (Dirak). Uchlari soni uchtdan kam bo'lmagan grafdagi istalgan uchning darajasi uchlar sonining yarmidan kam bo'lmasa, bu graf Gamilton grafi bo'ladi.

Teo'rema (Ore). Agar uchlari soni m ga ($m > 2$) teng bo'lgan grafdagi qo'shni bo'lmagan ixtiyoriy uchlar darajalari yig'indisi m dan kam bo'lmasa, bu graf Gamilton grafi bo'ladi.

Misol. 1 Shaxmat oyinidagi otning yurishi haqidagi Eyler masalasi deb ataluvchi quyidagi masala Gamilton grafiga misol bo'ladi. Shaxmat taxtasining istalgan katagida turgan shaxmat oti uchun yurushlarning shunday ketma-ketligini tuzingki, u barcha kataklardan faqat bir martadan o'tsin va yurish boshlangan katakka qaytib kelsin. Bunda shaxmat kataklari grafning uchlari otning yurish yo'liga esa grafning qirralari mos qo'yilgan.

56	41	58	35	50	39	60	33
47	44	55	40	59	34	51	38
42	57	46	49	36	53	32	61
45	48	43	54	31	62	37	52
20	5	30	63	22	11	16	13
29	64	21	4	17	14	25	10
6	19	2	27	8	23	12	15
1	28	7	18	3	26	9	24

11-shakl

Bu masalaning yechimlaridan biri 11- shaklda keltirilgan.

Yozma mashq

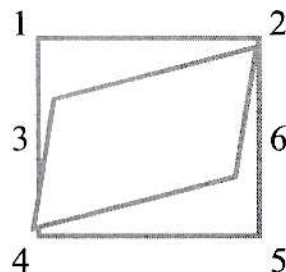
1.6.31-topshiriq. 12 -shakldagi graflarni uchlari belgilang va har bir grafga mos ko'phadni yozing? Namuna: b) Shakldagi grafga mos ko'phadni aniqlaymiz. Bu oriyentirlanmagan grafda 6 ta uch va 8 ta qirra bor. Uning har bir uchiga bitta $x_i (i = 1, 2, \dots, 6)$ o'zgaruvchini mos qo'yamiz.

Grafda sirtmoq va karrali graflar yoq 1,3,5,6 uchlar 2 ta dan qirraga insident, 2,4 uchlar esa 4 tadan qirraga insident. Berilgan grafga mos

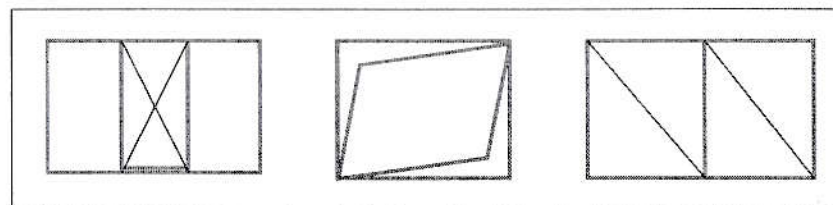
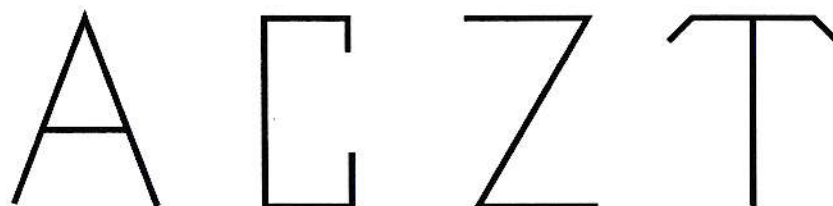
ko'phad

$$f(G) = (x_2 - x_1)(x_4 - x_1)(x_6 - x_2)(x_3 - x_2)(x_5 - x_2)(x_4 - x_3)(x_6 - x_4)(x_5 - x_4)$$

ko'rinishga ega bo'ladi.



1.6.32- topshiriq. Lotin alifbosi bosma harflaridan quyidagilarni graf sifatida qarab, ular orasida Eyler grafi bo'la olmaydiganlarini aniqlang.



a)

b)

c)

12-shakl

1.6.33-topshiri q. Yarim Eyler grafi bo'lib Eyler grafi bo'lmaydigan grafga misol keltiring?

1.6.34-topshiriq. 12-shaklda tasvirlangan graflarning har birini Eyler grafi yoki Gamilton grafi bo'lishi yoki bo'lmasligini tekshiring va fikringizni yozing?

1.6.35 topshiriq. Graflar nazariyasi mavzusi bo'yicha berilgan 3-, 5-, 9-, va 10- shakllarda tasvirlangan graflar orasida qalamni qog'ozdan ko'tarmasdan har bir kesmani faqat bir marta chizib (kesmalarning uchlari bundan mustasno) chiqish mumkin bo'lganlarini aniqlang.

1.6.36-topshiriq. Dirak teoremasini qo'llab Grafning Gamilton grafi bo'lishini isbotlang?

1.6.37-topshiriq. Eyler grafi bo'ladigan 2 ta yarim Gamilton grafi bo'ladigan 2 ta graf chizing va to'g'riligini tushuntirib yozing?

1.6.38-topshiriq. Boshlang'ich sinf matematikasini o'qitishda graflar nazariyasini tadbqiqiga doir masala yoki biror topshiriqni namunaviy misol sifatida keltiring?

Debat uchun savollar

1. Bog'lamli graf deganda nimani tushunasiz?
2. Zanjir nima?
3. Qanday zanjir sikl deb ataladi?
4. Oriyentirlangan Eyler yo'li deb nimaga aytiladi?
5. Oriyentirlangan Eyler grafi deb nimaga aytiladi?
6. Bog'lamli grafning Eyler grafi bo'lishi haqidagi teoremani ayting?
7. Bog'lamli graf qanday holda yarim Eyler grafi bo'ladi?
8. Flyora algoritmini tushuntiring?
9. Eyler grafiga misol keltiring?
10. Gamilton zanjiri deb nimaga aytiladi?
11. Gamilton grafi deb nimaga aytiladi?
12. Yarim Gamilton grafi deb nimaga aytiladi?
13. Dirak teoremasini ayting?
14. O. Ore haqida nimalarni bilasiz?

Mustaqil ish topshirig'i

1. Kyonigsberg ko'prigi haqida masalada quyidagi savolga javob berish so'raladi: Shaharning to'rt A,B,C,D qishloqlari birida joylashgan uydan chiqib, yetti ko'prikning har biridan faqat bir marta o'tgan holda yana shu uyga qaytib kelish mumkinmi?

2. Institut binosiga 3 ta kirish yoli bo'lib, 1-kirish yolidan 2- va 5-qavatga chiqiladi. 2-kirish yo'lidan 2-va 3-qavatlariga chiqiladi. 3-kirish

yolidan esa 1-va 4-qavatlariga chiqiladi. 5- qavatda darsda o'tirgan talaba 4-qavatdagi hamda 3- qavatdagi ustoziga mustaqil ish topshirishi kerak. Ushbu masalani graflar yordamida hal qiling? Grafda nechta uch va qirra bo'lishi mumkinligini aniqlang?

3. Lotin alifbosi bosma harflarining har biriga graf sifatida qarab, ular orasida Eyler grafi bo'la oladiganlarini aniqlang.

4. Misol. Shaxmat oyinidagi otning yurishi haqidagi Eyler masalasi deb ataluvchi quyidagi masala Gamilton grafiga misol bo'ladi. Shaxmat taxtasining istalgan katagida turgan shaxmat oti uchun yurushlarning shunday ketma-ketligini tuzingki, u barcha kataklardan faqat bir martadan o'tsin va yurish boshlangan katakka qaytib kelsin. Bunda shaxmat kataklari grafning uchlari otning yurish yo'liga esa grafning qirralari mos qo'yilgan. Bu masalaning yechimlaridan biri 11-shaklda keltirilgan. Boshqa variantlarni ko'rsating?

5. Eyler grafi bo'ladigan 3 ta Gamilton grafi bo'ladigan 2 ta graf chizing va to'g'riligini tushuntirib yozing?

6. Boshlang'ich sinf matematikasini o'qitishda graflar nazariyasini tadbqiqiga doir fikringizni bayon qiling va maktab darsligidan namunaviy misollar keltiring?

II-BOB NOMANFIY BUTUN SONLAR

2.1. BUTUN NOMANFIY SONLAR TO'PLAMINI QURISHGA TURLI YONDOSHISHLAR

1.1. Butun nomanfiy sonlar to'plamini aksiomatik qurish.

Natural sonlar ketma-ketligi haqida Piano aksiomalari

1, 2, 3, 4... sonlar natural sonlar deyiladi. Natural son tushunchasi matematikaning asosiy tushunchalaridan biridir. U butun matematika fani singari kishilar amaliy xarakteridagi borgan sari murakkablashib boruvchi masalalarni yechish jarayonida asta – sekin vujudga kela boshlagan.

Natural sonlar haqidagi aksiomalar O. Piano nomi bilan bog'liq. U birinchi marta quyidagi aksiomalar sistemasini yaratdi:

1. Natural sonlar qatorida shunday bir element mavjudki u hech bir sondan keyin kelmaydi. U 1 sonidir.

2. Ixtiyoriy natural sondan keyin keladigan va undan bitta ortiq bo'lgan bittagina son mavjud.

3. Birdan boshqa har bir natural sondan oldin keladigan va undan bitta kam bo'lgan bittagina natural son mavjud.

4. Agar biror xossa natural sonlar qatoridagi birga nisbatan hamda ixtiyoriy natural sonlarga nisbatan to'g'ri bo'lib, bevosita undan keyin keladigan natural songa nisbatan ham o'rinli bo'lsa, bu xossa natural qatorning hamma sonlari uchun ham o'rinlidir.

Yozma mashq

2.1.1. Ketma-ketliklarning n- hadi formulasini toping.

a) 2, 4, 6, 8, 10, ...

b) 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...

v) 5, 10, 15, 20, 25, ...

g) 1, 4, 9, 16, 25, ...

d) 1, -2, 3, -4, 5, -6, 7, -8, ...

e) $\frac{1}{1*2}, \frac{1}{2*3}, \frac{1}{3*4}, \dots$

j) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$

z) $5, \frac{5}{2}, \frac{5}{4}, \frac{5}{8}, \frac{5}{16}, \dots$

2.1.2. Ketma-ketliklarning k- va k+1- hadlarini yozing:

$$a) n^2 \quad b) 3^{n-1} \quad v) 2^{n-1}$$

$$j) \frac{n(n+1)(n+2)}{3} \quad g) \frac{2n+1}{n}$$

$$d) 3^n + 1 \quad e) 7^{n-2} + 3$$

2.1.3. Quyidagi ketma-ketliklarning n - va $(n+1)$ - hadlarini toping?

$$a) 3, 7, 11, \dots \quad b) 5, 16, 27, \dots$$

$$v) 3, 6, 12, \dots \quad g) 5, 15, 45, \dots$$

2.1.4. Quyidagi ketma-ketliklarning n - va $(n+1)$ - hadlarini hamda dastlabki n ta hadi yig'indisini toping?

$$a) 2, 7, 12, \dots \quad b) 4, 16, 28, \dots$$

$$v) 7, 14, 28, \dots \quad g) 3, 15, 75, \dots$$

2.1.5. $5; 30; 180; \dots$ ketma-ketlikning n - hadini hamda dastlabki n ta hadi yig'indisini toping va ketma-ketlik hadlaridan foydalanib to'g'ri tenglik hosil qiling.

2.1.6. $7; 10; 13; \dots$ ketma-ketlikning n - hadini hamda dastlabki n ta hadi yig'indisini toping va ketma-ketlik hadlaridan foydalanib to'g'ri tenglik hosil qiling

1.2. To'liqsiz(chala) induksiya va matematik induksiya usuli

Biror qoida $n=1$ uchun o'rinli, $n=2$ uchun o'rinli, $n=3$ uchun o'rinli bo'lsa barcha n lar uchun o'rinlidir deb xulosa chiqarish chala induksiya usuli deyiladi. Qoidalarni chala induksiya usulida isbotlash har doim ham to'g'ri bo'lavermaydi.

Masalan: $n^2 + n + 4$ ifodaning qiymati n - ixtiyoriy natural son bolganda ham tub son bo'ladi degan fikrni chala induksiya usulida isbotlaylik. $n=1$ da $1+1+4=6$ -tub son

$n=2$ da $4+2+4=10$ -tub son, $n=3$ da $9+3+4=16$ -tub son

Demak, haqiqatdan n - ixtiyoriy natural son bolganda ham $n^2 + n + 4$ ifodaning qiymati tub son bo'ladi deb chala induksiya usulidan foydalanib xulosa chiqarish mumkin. Ammo bu xulosa notog'ri. Chunki $n=41$ da $41^2 + 41 + 4 = 41(41+1) + 4 = 41 \times 43 + 4$ bolib, 41 ga ham 43 ga ham bo'linadigan murakkab son. Demak, bu ifodaning qiymati

$n=41$ da tub son emas. Haqiqatdan chala induksiya usulida isbotlash har doim ham to'g'ri bo'lavermas ekan. Chala induksiya - bu shunday mulohazalarki, bunda ob'ektlar to'plamining ba'zi ob'ektlari ma'lum xossalarga ega bo'lishidan bu to'plamning barcha ob'ektlari ham shu xossalarga ega deb xulosa chiqarishga asoslanadi.

Ammo $n=1, n=2, n=3$ da to'g'ri bo'lganda $n=k$ da to'g'ri ekanligi faraz qilingan holda $n=k+1$ da to'g'riligi keltirib chiqarilsa bu qoida ixtiyoriy natural son uchun o'rinli bo'ladi deb xulosa qilish mumkin. Bunday xulosa chiqarish usulini matematik induksiya usuli deyiladi. **Matematik induksiya usulida olingan xulosa har doim to'g'ri bo'ladi.**

Masalan: Magazin vetrinasida piramida qilib olma terilgan bo'lib eng tepasida bitta olma uning tagida $2 \cdot 2 = 4$ ta va uning tagida $3 \cdot 3 = 9$ ta olma ... eng tagida $n \times n = n^2$ ta olma bor. Uyimda hammasi bo'lib, $1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + \dots + n \cdot n$ dona olma bor. Bu yig'indini eramizdan oldin (287-212)- yillarida yashagan buyuk olim Arximed ushbu formulani topgan. Uning o'rinliligini matematik induksiya metodida quyidagicha ko'rsatish mumkin:

$$1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + \dots + n \times n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad (1)$$

(1) ning to'g'riligini isbotlaymiz

$$n=1 \text{ da } 1 \cdot 1 = \frac{1(1+1)(2 \cdot 1+1)}{6} \Rightarrow 1 = 1 \text{ to'g'ri}$$

$$n=2 \text{ da } 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 = \frac{2(2+1)(2 \cdot 2+1)}{6} \Rightarrow 5 = 5 \text{ to'g'ri}$$

ixtiyoriy $n=k$ uchun to'g'ri deb faraz qilamiz

$$1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + \dots + k \cdot k = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$$

va k dan keyin keluvchi $n=k+1$ uchun to'g'ri bo'lishini ko'rsatamiz

$$n=k+1 \text{ da } 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + \dots + k \cdot k + (k+1)(k+1) = \frac{(k+1)(k+1+1)(2(k+1)+1)}{6} \Rightarrow$$

farazdan foydalanib,

$$\frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)(k+1) = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2k^3 + 9k^2 + 13k + 6}{6} = \frac{2k^3 + 9k^2 + 13k + 6}{6} \Rightarrow 0=0. \text{ tenglik to'g'ri.}$$

$n=k$ da to'g'ri deb faraz qilindi $n=k+1$ da ham to'g'riligi ko'rsatildi, Xulosa. Demak,

$$1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + \dots + n \times n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

tenglik ixtiyoriy natural son da to'g'ri bo'ladi.

Yozma mashq

2.1.7. 3^2 , 5^2 , 7^2 sonlarning har birini 4 ga bo'ling. Har bir holda qoldiq nimaga teng. Xulosa chiqaring. Xulosangiz to'g'riligiga kafolat bera olasizmi?

2.1.8. $n=1$ da, $n=2$ da, $n=3$ da $n^2 + n + 11$ ifodaning qiymatini toping. Olingan javoblar asosida ixtiyoriy natural n son uchun ifodaning qiymati tub son bo'ladi deb davo qilish mumkinmi?

2.1.9. Boshlang'ich sinf o'quvchilarini qanday qilib quyidagi fikrlar to'g'ri ekanligiga ishonitirish mumkin.

$$a) 0 + a = a \quad 2) 1 \times a = a \quad 3) 0 \times a = 0 \quad 4) a \times b = b \times a$$

1.1.1. O'quvchi 96 ni 16 ga bo'lib 10 chiqardi va ishini quyidagicha asosladi:

$96:16=90:10+6:6=9+1=10$ O'quvchi qanday nazariy faktlardan noto'g'ri foydalangan?

2.1.10. Matematik induksiya usulidan foydalanib tengliklar to'g'riligini isbotlang?

$$a) 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$b) 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1$$

$$v) 1^3 + 3^3 + 5^3 + 7^3 + \dots + (2n-1)^3 = n^2(2n-1)^2;$$

$$g) 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

$$d) 7 + 12 + 17 + \dots + (2+5n) = \frac{9+5n}{2} \times n$$

$$e) 10 + 30 + 90 + \dots + 10 \times 3^{n-1} = 5(3^n - 1)$$

2.1.11. $a_n = a_1 + d(n-1)$ – arifmetik progressiyaning n - hadi

formulasi. $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$ – arifmetik progressiyaning dastlabki n ta hadining yig'indisini topish formulasi. Yuqoridagi faktlardan foydalanib quyidagi masalalarni yeching:

a) 2, 5, 8, ... arifmetik progressiyaning n - va $(n+1)$ - hadini va dastlabki n ta hadining yig'indisini toping. Olingan natija to'g'riligini matematik induksiya usulida to'g'riligini tekshiring.

b) -2; -1,5; -1; -0,5; 0, ... arifmetik progressiyaning n - va $(n+1)$ - hadini va dastlabki n ta hadining yig'indisini topib, tenglik hosil qiling. Tenglikni matematik induksiya usulida tekshiring.

2.1.12. $b_n = b_1 \times q^{n-1}$ – geometrik progressiyaning n - hadi formulasi.

$$S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1} \text{ – geometrik progressiyaning dastlabki } n \text{ ta}$$

hadning yig'indisini topish formulasi. Yuqoridagi faktlardan foydalanib quyidagi masalalarni yeching:

$$a) 1; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}; \dots \text{geometrik progressiyaning } n\text{- va } (n+1) \text{ – hadlarini}$$

va dastlabki n ta hadining yig'indisini toping va tenglik hosil qiling. Olingan natijani to'g'riligini matematik induksiya usulida tekshiring.

b) 2; -6; 18; -54; ...geometrik progressiyaning n - va $(n+1)$ – hadlarini va dastlabki n ta hadning yig'indisini toping. Olingan natijani matematik induksiya usulida tekshiring.

Mavzuni mustahkamlash uchun savollar:

1. Aksioma nima? Aksiomatik metod deb nimaga aytiladi?
2. Piano aksiomasini ayting?
3. To'liqsiz (chala) induksiya usulini tushuntiring?
4. Matematik induksiya usulini tushuntiring?

2.2. Mavzu: BUTUN NOMANFIY SONLAR TO'PLAMINI TO'PLAMLAR NAZARIYASI ASOSIDA QURISH

2.1. Qo'shish va ayirishish

$A = \{a, b, c, d\}$ va $B = \{c, x, y\}$ to'plamlar birlashmasidagi elementlar sonini topamiz. $n(A)=4$, $n(B)=3$, biroq $n(A \cup B) \neq 4+3$ bo'lishini aniqlash qiyin emas. Bu masalada A va B to'plamlar kesishadi va demak ular birlashmasidagi elementlar soni $n(A) + n(B)$ yig'indi bilan ustma-ust tushmaydi. Shuning uchun butun nomanfiy son yig'indisi kesishmaydigan to'plamlar birlashmasi orqali aniqlanadi.

Ta'rif. Butun nomanfiy a va b sonlarning yig'indisi deb, $n(A)=a$, $n(B)=b$ bo'lib, kesishmaydigan A va B to'plamlar birlashmasidagi elementlar soniga aytiladi.

$a+b=n(A \cup B)$, bu erda $n(A) = a$, $n(B) = b$ va $A \cap B = \emptyset$

Misol: Berilgan ta'rifdan foydalanib $5+2=7$ bo'lishini tushuntiramiz. 5 biror A to'plamning elementlari soni bunda ularning kesishmasi bo'sh to'plam bo'lishi kerak. Masalan: $A=\{x,y,z,t,p\}$ $B=\{a,b\}$ to'plamlarni olamiz. Ularni birlashtiramiz:

$A \cup B = \{x, y, z, t, p, a, b\}$ sanash yo'li bilan $n(A \cup B) = 7$ ekanini aniqlaymiz demak $5+2=7$

Butun nomanfiy sonlar yig'indisi mavjud va u yagonadir. Yig'indining mavjudligi va yagonaligi 2 to'plam birlashmasining mavjudligi va yagonaligidan kelib chiqadi.

Qo'shish qonunlari

1.O'rin almashtirish qonuni

Ixtiyoriy butun nomanfiy a va b sonlar uchun $a+b=b+a$ tenglik o'rinli.

Isbot: $a+b=n(A \cup B)=n(B \cup A)=b+a$

Gruppalash qonuni. Ixtiyoriy butun nomanfiy a, b va c sonlar uchun $a+(b+c)=(a+b)+c$ tenglik bajariladi.

Ta'rif. Agar a va b teng quvvatli to'plamlar bilan aniqlansa, u holda ular teng bo'ladi.

$a=b \Leftrightarrow A \sim B$, bu yerda $a=n(A)$, $b=n(B)$ bo'ladi.

Ta'rif. Agar A to'plam B to'plamning o'z qism to'plamiga teng quvvatli bo'lsa, a son b sonidan kichik deyiladi va $a < b$ ko'rinishida yoziladi Bu yerda $a=n(A)$, $b=n(B)$

$$a < b, A \sim B, B_1 \subset B, B_1 \neq \emptyset, B_1 \neq B$$

Ta'rif. $b = a + c$ bo'ladigan c natural son mavjud bo'lganda va faqat shu holda a son b sonidan kichik bo'ladi. Masalan: $3 < 7$ chunki $3+4=7$ va $4 \in \mathbb{N}$

Ta'rif. Natural qatorning N_a kesmasi shu qatorni N_b kesmasining o'z qism to'plami bo'lganda va faqat shu holda a soni b sonidan kichik bo'ladi:

$$a < b \Leftrightarrow N_a \subset N_b \text{ va } N_a \neq N_b$$

Ta'rif. Butun nomanfiy a va b sonlarning ayirmasi deb

$n(A) = a$, $n(B) = b$ va $B \subset A$ shartlar bajarilganda B to'plamning A to'plamgacha to'ldiruvchi to'plamning elementlari soniga aytiladi:

$a-b=n(A \setminus B)$, bu yerda $a=n(A)$, $b=n(B)$, $B \subset A$

Misol. Berilgan ta'rifdan foydalanib, $7-4=3$ bo'lishini tushuntiramiz. 7 biror A to'plamning elementlari soni, 4 A to'plamning qism to'plami bo'lgan B to'plamning elementlari soni. B ning A gacha to'ldiruvchisida 3 ta element bo'ladi. Demak, $7-4=3$

Ta'rif. Butun nomanfiy a va b sonlarning ayirmasi deb shunday butun nomanfiy c songa aytiladiki, uning b son bilan yig'indisi a songa teng bo'ladi.

Shunday qilib, $a-b=c \Leftrightarrow a=b+c$

Teorema. Butun nomanfiy a va b sonlarning ayirmasi $b \leq a$ bo'lganda va faqat shu holda mavjud bo'ladi.

Teorema. Agar butun nomanfiy a va b sonlarning ayirmasi mavjud bo'lsa, u holda u yagonadir.

Yig'indidan sonni ayirish qoidasi

Yig'indidan sonni ayirish uchun yig'indidagi qo'shiluvchilardan biridan shu sonni ayirish va hosil bo'lgan natijaga ikkinchi qo'shiluvchini qo'shish yetarli ya'ni,

$a > c$ bo'lganda $(a+b)-c = (a-c)+b$ bo'ladi.

$b > c$ bo'lganda $(a+b)-c = a+(b-c)$ bo'ladi;

$a > c$ va $b > c$ bo'lganda yuqoridagi formulalarning ixtiyoriy bittasidan

foydalanish mumkin.

Sondan yig'indini ayirish qoidasi: Sondan sonlar yig'indisini ayirish uchun bu sondan qo'shiluvchilarning birini, ketidan ikkinchisini ketma - ket ayirish yetarli, ya'ni agar a, b, c - butun nomanfiy sonlar bo'lsa, u holda $a > b + c$ bo'lganda $a - (b + c) = (a - b) - c$ ga ega bo'lamiz.

Yozma mashq

2.1.13. $n(A) = 7$, $n(B) = 3$ yozuvlarni o'qing. Bu shartlarni qanoatlantiruvchi A va B to'plamlarga misol keltiring.

2.1.14. Quyidagi shartlar o'rinli bo'lgan M va N to'plamlarni toping.

a) $n(M) = n(N)$, $M = N$ va $M \cap N \neq \emptyset$

b) $n(M) = n(N)$, $M \neq N$ va $M \cap N = \emptyset$

v) $n(M) = n(N)$, $M \neq N$ va $M \cap N \neq \emptyset$

2.1.15. Agar

a) $A = \{a; b; c; d\}$ $B = \{k; l; i; n; f\}$

b) $A = \{a; b; c; d\}$ $B = \{k; l; m; n; d\}$

v) $A = \{a; b; c; d\}$ $B \neq \emptyset$

bo'lsa,

$n(A)$, $n(B)$, $n(A \setminus B)$, $n(A \cup B)$, va $n(A \times B)$ sonlarni toping

2.1.16. Butun nomanfiy sonlar yig'indisi ta'rifidan foydalanib quyidagilarni isbotlang.

a) $3+5=8$

b) $4+1=5$

v) $0+3=3$

2.1.17. Butun nomanfiy sonlar yig'indisi:

a) qo'shiluvchilardan biriga

b) 0 ga teng bo'lishi mumkinmi?

2.1.18. ikki natural sonning yig'indisi:

a) qo'shiluvchilardan biriga

b) 0 ga teng bo'lishi mumkinmi?

2.1.16. Agar:

a) qo'shiluvchilardan birini 2 ga orttirsak

b) qo'shiluvchilardan birini 2 marta orttirsak

v) qo'shiluvchilardan har birini 2 ga orttirsak

g) qo'shiluvchilardan har birini 2 marta orttirsak

yig'indi qanday o'zgaradi.

2.1.19. Butun nomanfiy sonlar ayirmasi ta'rifidan foydalanib isbotlang.

a) $6-3=3$

b) $4-4=0$

v) $5-0=5$

2.1.20. Butun nomanfiy sonlar ayirmasi:

a) kamaytuvchiga

b) 0 ga teng bo'lishi mumkinmi?

1.1.20. Natural sonlar ayirmasini mavjud bo'lishining yetarli shartini ifodalang.

2.1.21. Butun nomanfiy sonlar to'plami 6 ga bo'lganda hosil bo'ladigan qoldiqlarga bog'liq ravishda qanday sinflarga ajraladi?

Sinflardan 2 tadan vakil yozing

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollari:

1. Butun nomanfiy sonlarni yig'indisi ta'rifini ayting?

2. Qo'shish qonunlarini ayting?

3. "Teng" munosabati ta'rifini ayting?

4. "Kichik" munosabati ta'rifini ayting?

5. Butun nomanfiy sonlarni ayirish amali ta'rifini ayting?

6. Butun nomanfiy sonlar ayirmasining mavjudlik shartini ayting?

7. Ayirmaning yagonaligi haqidagi teoremani ayting?

8. Yig'indidan sonni ayirish qoidasini ayting?

9. Sondan yig'indini ayirish qoidasini ayting?

2.2. Butun nomanfiy sonlarni ko'paytirish va bo'lish

Ta'rif. Butun nomanfiy a va b sonlarning ko'paytmasi deb quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi butun nomanfiy $a \times b$ songa aytiladi.

$b > 1$ bo'lganda $a \cdot b = a + a + \dots + a$; (b ta a)

$b = 1$ bo'lganda $a \cdot 1 = a$;

$b = 0$ bo'lganda $a \cdot 0 = 0$

Bu ta'rifning nazariy - to'plam jihatdan ma'nosi quyidagicha: Agar

$A_1, A_2, \dots, A_b$ to'plamlarning har biri a tadan elementga ega bo'lsa va ulardan hech bir ikkitasi kesishmasa, u holda ularning birlashmasi $a \cdot b$ ta elementga ega bo'lgan, juft - jufti bilan kesishmaydigan b ta to'plamning elementlar sonidir.

$a \cdot 1$ va $a \cdot 0 = 0$ tengliklar shartli qabul qilingan.

Ixtiyoriy butun nomanfiy sonlarning ko'paytmasi mavjud va u yagonadir.

Butun nomanfiy a va b sonlarning ko'paytmasini
 $n(A) = a$, $n(B) = b$ bo'ladigan A va B to'plamlarning dekart
 ko'paytmasi elementlari soni sifatida qarash mumkin:

$$a \times b = n(A \times B), \text{ bunda } n(A) = a, n(B) = b$$

O'rin almashtirish qonuni: ixtiyoriy butun nomanfiy a va b sonlar
 uchun

$$a \cdot b = b \cdot a$$

tenglik o'rinli.

Gruppalash qonuni: ixtiyoriy butun nomanfiy a , b , c sonlar uchun

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

tenglik o'rinli.

Ko'paytirishning qo'shishga nisbatan taqsimot qonuni: ixtiyoriy butun
 nomanfiy a , b , c sonlar uchun

$$(a + b) \cdot c = ac + bc$$

tenglik o'rinli.

Ko'paytirishning ayirishga nisbatan taqsimot qonuni: ixtiyoriy butun
 nomanfiy a , b , c ($a > b$) sonlar uchun

$$(a - b) \cdot c = ac - bc$$

tenglik o'rinli.

Ta'rif. $a = n(A)$ va A to'plam juft – jufti bilan kesishmaydigan teng
 quvvatli qism to'plamlarga ajratilgan bo'lsin.

Agar b A to'plamni bo'lishdagi qism to'plamlar soni bo'lsa, u holda
 a va b sonlarning bo'linmasi deb har bir qism to'plamdagi elementlar
 soniga aytiladi.

Agar b A to'plamni bo'lishdagi har bir qism to'plam elementlari soni
 bo'lsa, u holda a va b sonlarning bo'linmasi deb qism to'plamlar soniga
 aytiladi.

Ta'rif. Butun nomanfiy a soni bilan b natural sonning bo'linmasi deb,
 shunday butun nomanfiy $c = a : b$ songa aytiladiki, uning b son bilan
 ko'paytmasi a ga teng bo'ladi.

$$a : b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b$$

Teorema. Ikkita a va b natural sonning bo'linmasi mavjud bo'lishi
 uchun

$$b \leq a \text{ bo'lishi zarur.}$$

Teorema. Agar a va b natural sonlarning bo'linmasi mavjud bo'lsa,
 u yagonadir.

Agar $a = n(A)$, $b = n(B)$, $a > b$ bo'ladigan a va b sonlar berilgan
 A to'plamni B to'plamga teng quvvatli c ta to'plamga ajratish mumkin
 bo'lsa, a soni b sonidan c marta katta, b soni esa a sonidan c marta kichik
 deyiladi.

Yig'indini songa bo'lish qoidasi

Agar a va b sonlar c songa bo'linsa u holda ularning $a + b$ yig'indisi
 ham c ga bo'linadi. $a + b$ ni c ga bo'lganda hosil bo'ladigan bo'linma a
 ni c ga va b ni c ga bo'lganda hosil bo'ladigan bo'linmalar yig'indisiga
 teng, ya'ni

$$(a + b) : c = a : c + b : c$$

Sonni ko'paytmaga bo'lish qoidasi.

Agar a natural son b va c natural sonlarga bo'linsa u holda a sonni b
 va c sonlar ko'paytmasiga bo'lish uchun a sonni $b(c)$ ga bo'lish va hosil
 bo'lgan bo'linmani $c(b)$ ga bo'lish etarli.

$$a : (b \cdot c) = (a : b) : c = (a : c) : b.$$

Sonni 2 sonning bo'linmasiga ko'paytirish qoidasi.

Sonni 2 sonning bo'linmasiga ko'paytirish uchun bu sonni
 bo'linuvchiga ko'paytirish va hosil bo'lgan ko'paytmani bo'luvchiga
 bo'lish etarli ya'ni,

$$a \cdot (b : c) = (a \cdot b) : c$$

Yozma mashq

2.1.22. Butun nomanfiy sonlarni ko'pytirish ta'rifidan foydalanib
 isbotlang.

$$a) 5 \cdot 3 = 15$$

$$b) 1 \cdot 7 = 7$$

$$v) 5 \cdot 0 = 0$$

2.1.23. Butun nomanfiy sonlarni bo'linmasi ta'rifidan foydalanib
 isbotlang.

$$a) 15 : 3 = 5$$

$$b) 5 : 1 = 5$$

$$v) 8 : 2 = 4$$

2.1.24. Natural sonlar uchun qo'shishning o'rin almashtirish va
 guruhlash qonunlarini yozing.

2.1.25. Qo'shish va ko'paytirishning o'rin almashtirish va guruhlash
 qonunlardan foydalanib quyidagi ifodalarning qiymatlarini toping:

$$a) 76 + 19 + 24 + 81;$$

$$b) 145 + 39 + 61 + 155;$$

$$v) 15 \times 3 \times 4;$$

$$g) 25 \times 16 \times 4 \times 5;$$

2.1.26. Qo'shish va ayirishga nisbatan ko'paytirishning taqsimot
 qonunidan foydalanib, quyidagi ifodalarning qiymatlarini toping:

- a) $(60 - 2) \times 5$; b) $3 \times (20 + 1)$;
 v) 6×19 ; g) 5×43 ;
 d) $145 - 2014$; e) 4×28 ;
 j) $145 \times (2 + 50)$.

2.1.27. Qo'shish qonunlaridan foydalanib natijalarni toping, har bir holda foydalanilgan qonunni tushuntiring.

- a) $7091 + (1819 + 509)$;
 b) $(9073 + 1329) + 2671$;
 v) $368 + 287 + 213 + 564$;
 g) $3057 + 1561 + 1513 + 829 + 2564$;

2.1.28. Hisoblashni bajarmasdan quyidagilarni to'g'ri yoki noto'g'ri ekanligini ayting.

- a) $39864 + 45671 = 45671 + 39864$
 b) $96171 + 387929 = 387929 + 96171$
 v) $(549379 + 4697) + 5033 = 549379 + (4697 + 5033)$
 g) $(96738 + 54776) + 103287 = 54776 + (96738 + 103287)$

2.1.29. Natural sonlarni ko'paytirishga nisbatan o'rin almashtirish va guruhlash qonunlarini yozing.

- 2.1.30. a) Ko'paytirish qonunlaridan foydalanib, natijalarni hisoblang.
 a) $8 \times 14 \times 125 \times 20$ b) $25 \times 11 \times 4 \times 12$
 v) $32 \times 4 \times 8 \times 25$ g) $50 \times 100 \times 2 \times 20$
 d) $(372 \times 4) \times 5$ e) $20 \times 811 \times 4$
 j) $125 \times 5 \times 8 \times 6$ i) $350 \times 44 \times 20 \times 50$

2.1.30.b) Hisoblang.

- a) $21 \cdot 18 - 19 \cdot 18 + 18 \cdot 17 - 17 \cdot 16 + 16 \cdot 15 - 15 \cdot 14$;
 b) $26 \cdot 25 - 25 \cdot 24 + 24 \cdot 23 - 23 \cdot 22 - 12 \cdot 8$;
 v) $18 \cdot 36 - 16 \cdot 36 + 24 \cdot 27 - 25 \cdot 24 - 21 \cdot 5$;

2.1.31. O'rin almashtirish va guruhlash qonunlaridan foydalanib og'zaki hisoblang:

- a) $4 \times 5 \times 2 \times 25$ b) $9348 \times 5 \times 25 \times 4 \times 2$
 v) $8 \times 7659 \times 215$ g) $5 \times 4961 \times 2 \times 4 \times 250$

2.1.32. Taqsimot qonuni yozing va undan foydalanib quyidagi ifodalarning qiymatlarini toping:

- a) $57 \times 247 + 57 \times 353$ b) $47 \times 3 - 3 \times 37$
 v) $37 \times 42 + 37 \times 36 - 78 \times 27$ g) $49 \times 54 - 49 \times 04 + 25 \times 51$

2.1.33. Natural sonlar yig'indisi, ko'paytmasining mavjudlik

shartini ifodalang.

2.134. Natural sonlar bo'linmasini mavjud bo'lishining zaruriy shartini ifodalang. U yetarli shart bo'ladimi?

2.1.35. Quyidagi mulohazalarda xatoni toping

$35 + 10 - 45 = 42 + 12 - 54$ bu tog'ri bundan $5(7 + 2 - 9) = 6(7 + 2 - 9)$ ga ega bo'lamiz.

$7 + 2 - 9$ ga bolamiz. $5 = 6$ hosil bo'ladi.

2.1.36. Hisoblashni bajarmay taqqoslang:

- a) $560(7 \times 4)$ va $560 : 7 : 4$
 b) $12 \times (60 : 15)$ va $12 \times 60 : 15$
 v) $240 : (3 \times 5)$ va $240 : 3 \times 5$

2.1.37. Mumkinmi:

- a) noldan farqli sonni nolga bo'lish
 b) nolni noldan farqli songa bo'lish
 v) nolni nolga bo'lish

2.1.38. Butun nomanfiy sonlarni ko'paytirish qonunlarini yozing. Ulardan foydalanib quyidagilarni hisoblang.

- a) $6 \cdot 47 + 6 \cdot 53$;
 b) $5 \cdot (12 + 44)$;
 v) $62 \cdot 103$;
 g) $249 \cdot 250 - 250 \cdot 251 + 251 \cdot 252 - 252 \cdot 253 + 253 \cdot 254 - 254 \cdot 255$;

2.3. Qoldiqli bo'lish

Ta'rif. Butun nomanfiy a sonni b natural songa qoldiqli bo'lish deb $a = bq + r$ va $0 \leq r < b$ bo'ladigan butun nomanfiy q va r sonlarni topishga aytiladi.

Teorema. Ixtiriy butun nomanfiy a soni va b natural son uchun $a = b \cdot q + r$ bunda $0 \leq r < b$ bo'ladigan butun nomanfiy q va r sonlar mavjud.

Bu xossaga ega bo'lgan butun nomanfiy sonlar jufti (q, r) yagonadir. Butun nomanfiy sonlar to'plami tartiblangan, cheksiz va diskrettdir.

Teorema. Agar $a < b$ va $b < c$ bo'lsa u holda $a < c$ bo'ladi.

Teorema. Agar $a < b$ bo'lsa u holda $b < a$ bo'lishi noto'g'ri

2.1.39. 3 dan 14 gacha natural sonlarni 3 ga qoldiqli bo'ling. Bunda bu sonlar to'plami qanday sinflarga ajratiladi.

2.1.40. a ni b ga bo'lib, chala bo'linmani va qoldiqni toping, natijani $a = b \cdot q + r$ ko'rinishda yozing. Bunda:

a) $a = 67, b = 12$

b) $a = 241, b = 13$

v) $a = 840, b = 41$

g) $a = 850, b = 31$

2.1.41. a ni b ga qoldikli bo'lishda

a) $a = 25$ va $b = 12$ bo'lsa, q va r ni:

b) $b = 13$ va $a = 137$ bo'lsa, q va r ni:

v) $q = 10$ va $a = 12$ bo'lsa, b va r ni toping.

2.1.42. a sonini 7 ga qoldikli bo'lganda:

a) 6 b) 4 v) 2 g) 3 d) 0 qoldiq qoldi a sonining umumiy

ko'rinishini yozing.

2.1.43. a va b sonlarini 15 ga bo'lganda 3 qoldiq qoladi.

a) $a + b$;

b) $a - b$;

v) $a \cdot b$;

larni 15 ga bo'lganda qanday qoldiq qoladi.

2.3-Mavzu: SANOQ SISTEMALARI

3.1. O'nlik va boshqa pazitsion sanoq sistemalari

Ta'rif: p asosli sanoq sistemasida x natural sonning yozuvi deb uning $x = a_n \cdot p^n + a_{n-1} \cdot p^{n-1} + \dots + a_1 \cdot p + a_0$

ko'rinishda yozishga aytiladi, bunda $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ koeffitsientlar 0, 1, 2, 3, ..., p-1 qiymatlarni qabul qiladi va $a_n \neq 0$.

Berilgan o'nli sanoq sistemasidagi sonni quyidagicha yoyib yozsak bo'ladi: $57492 = 5 \times 10000 + 7 \times 1000 + 4 \times 100 + 9 \times 10 + 2$ yoki

$$57492 = 5 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 9 \times 10 + 2$$

Umumiy holda:

$$a_4 a_3 a_2 a_1 a_0 = a_4 \times 10^4 + a_3 \times 10^3 + a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10 + a_0$$

Berilgan sonni A bilan belgilasak, quyidagi yoyilma hosil bo'ladi:

$$A = a_4 \times 10^4 + a_3 \times 10^3 + a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10 + a_0$$

Shunday tartibda istalgan (n+1) xonali $A = a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0$

sonni quyidagicha yoyib yozish mumkin:

$$A = a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + a_{n-2} \times 10^{n-2} + \dots + a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10 + a_0$$

Bu yoyilma o'nli sistemadagi sonni yoyib yozishdan hosil bo'ladi.

Shunga o'xshash agar son $A_7 = a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0$ yettilik sistemada berilgan bo'lsa, yoyilma

$$A_7 = a_n \times 7^n + a_{n-1} \times 7^{n-1} + a_{n-2} \times 7^{n-2} + \dots + a_2 \times 7^2 + a_1 \times 7 + a_0$$

bo'ladi.

1) Biror sistemadagi sondan o'nli sistemaga o'tish

Misol uchun yettilik sistemadagi 4325_7 sonni o'nlik sistemada yozish talab qilinsin, ya'ni $4325_7 = x_{10}$ dan x ni topish kerak. Buning uchun eng yuqori xona raqamini asosdagi 7 ga ko'paytirib, chiqqan natijani o'zidan keyingi xonadagi (3 ga) qo'shib uni yana 7 ga ko'paytiramiz, undan chiqqan natijani o'zidan keyingi xonadagi (2 ga) qo'shib 7 ga ko'paytiramiz. Undan chiqqan natijani oxirgi xonadagi (5 ga) qo'shamiz:

$$4 \times 7 = 28$$

$$28 + 3 = 31$$

$$31 \times 7 = 217$$

$$217 + 2 = 219$$

$$219 \times 7 = 1533$$

$$1533 + 5 = 1538 \text{ o'nlik sistemadagi son hosil bo'ldi.}$$

Demak, biror sistemadagi sonni o'nli sistemada yozishning ikkita yo'li bor.

1-yo'l. Berilgan sistemadagi sonning eng yuqori xonasi raqamini o'sha sistemaning asosiga ko'paytirib, chiqqan songa undan keyingi xona birliklarini qo'shish kerak; chiqqan sonni yana asosga ko'paytirib, undan chiqqan sonni navbatdagi xona birliklariga qo'shish, undan chiqqan sonni yana asosdagi songa ko'paytirishimiz kerak va hokazo.

Bu ishni yangi ko'paytmaga birinchi xona birliklarini qo'shguncha davom ettiramiz. Eng oxirgi chiqqan natija o'nlik sistemadagi izlangan son bo'ladi.

2-yo'l. Berilgan sonni berilgan asos bo'yicha yoyib yozish natijalarini qo'shsak ham bo'ladi. Masalan $4325_7 = x_{10}$ bo'lsin

$$\text{Bu holda: } x = 4325_7 = 4 \times 7^3 + 3 \times 7^2 + 2 \times 7 + 5 = 1538_{10}$$

2. O'nli sistemadagi sondan boshqa sistemadagi songa o'tish.

O'nli sistemadagi sondan boshqa sistemadagi songa o'tish uchun o'sha sonni boshqa sistemadagi sonning asosiga bo'lish kerak. Bundan chiqqan bo'linmani yana o'sha asosga bo'lib, yangi bo'linmani yana o'sha asosga bo'lish kerak va hokazo. Bu ishni bo'linmada o'sha boshqa sistemadagi sonning asosidan kichik son chiqquncha davom ettirish kerak.

Natijada eng oxirgi bo'linmani yuqorigi xona qilib, uning ketidan oxirgi qoldiqdan boshlab ketma-ket qoldiqlarni yozsak, boshqa sistemadagi izlangan son kelib chiqadi. **Misol:** $1538 = X_7$ x ni bunday topamiz:

$$\begin{array}{r} 1538 \quad 7 \\ 14 \quad 219 \quad 7 \\ \hline 13 \quad 21 \quad 31 \quad 7 \\ \hline 7 \quad 09 \quad 28 \quad 4 \\ \hline 68 \quad 7 \quad 3 \quad \text{qoldiq} \\ \hline 63 \quad 2 \quad \text{qoldiq} \end{array}$$

5 qoldiq

Demak, $1538_{10} = 4325_7$

O'nli sistemadagi sondan boshqa sistemadagi songa o'tishni quyidagicha tushuntirsak ham bo'ladi (yuqoridagi misolning o'zini qaray qolamiz) $1538 = x_7$

1) 1538 ni 7 ga bo'lsak, bo'linma 219, qoldiq 5, u holda:

$$1538 = 219 \times 7 + 5$$

2) 219 ni 7 ga bo'lsak, bo'linma 31, qoldiq 2, u holda:

$$219 = 31 \times 7 + 2$$

3) 31 ni 7 ga bo'lsak, bo'linma 4, qoldiq 3. u holda:

$$31 = 4 \times 7 + 3$$

4) Endi natijalarning hammasini joy-joyiga qo'yib yozamiz:

$$1538 = [219] \times 7 + 5 = [31 \times 7 + 2] \times 7 + 5 = [(4 \times 7 + 3) \times 7 + 2] \times 7 + 5 =$$

$$(4 \times 7^2 + 3 \times 7 + 2) \times 7 + 5 = 4 \times 7^3 + 3 \times 7^2 + 2 \times 7 + 5$$

Bu oxirgi natija yettilik sistemadagi sonni yoyib yozgandek bo'lib turibdi.

Shuning uchun: $1538 = 4325_7$, shunday qilib, o'nli sistemadagi son yettilik sistemada yozildi. Bu ishni asosan faqat 10 yoki 10 dan kichik bo'lgan sanoq sistemalarigagina qo'llash mumkin, bunda yozilgan

hamma son raqamlari asosdan kichik bo'lishi kerak.

Shunday qilib, o'ndan farqli sanoq sistemasidagi bo'lgan biror sanni o'ndan farqli ikkinchi bir boshqa sanoq sistemasiga o'tqazish uchun uni o'nli sanoq sistemasiga o'tkazib, so'ngra ikkinchi bir boshqa sanoq sistemasiga o'tkaziladi.

Yozma mashq

2.2.1. Yig'indini qisqa yozuv bilan almashtiring.

a) $5 \cdot 10 + 2 =$

b) $5 \times 8^2 + 3 \times 8 + 6 =$

v) $3 \times 5^4 + 2 \times 5^3 + 1 \times 5^2 + 3 =$

g) $3 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 6 \times 10 + 3 =$

e) $5 \times 9^7 + 3 \times 9^5 + 6 \times 9^4 + 5 \times 9^2 + 4 \times 9 + 7 =$

d) $5 \times 7^7 + 3 \times 7^6 + 6 \times 7^4 + 5 \times 7^3 + 4 \times 7 + 2 =$

2.2.2. 0 dan o'ngacha sonlarni: a) ikkilik b) to'rtlik v) oltilik g) sakkizlik sanoq sistemasida yozing.

2.2.3. Qanday sanoq sistemasida tenglik to'g'ri:

b) $8 = 10_x$ v) $9 = 100_x$

2.2.4. Quyidagilardan qaysilari to'g'ri:

a) $3_{10} = 3_4$ b) $3_{10} = 10_3$ v) $6_{10} = 2_3$ g) $12_{10} = 40_3$ d) $12_{10} = 110_2$

2.2.5. O'nlik sanoq sistemasida yozing: a) 3210102₄

b) 110101₂ v) 1201341₅ g) 110111₂ d) 145161₅

2.2.6. Sonlarni taqqoslang:

a) 11011₂ va 5302₇ a) 342₅ va 10121₃;

2.2.7. Quyidagilarni xona qo'shiluvchilari yig'indisi ko'rinishida yozing.

10201141₅ 123875241₉ 20133541₆ 31213341₅

1131302102₄ 7107641341₈

2.2.8. Sakkizlik sanoq sistemasida qo'shish va ko'paytirish jadvalini tuzing

2.2.9. Beshlik sanoq sistemasida qo'shish va ko'paytirish jadvalini tuzing

2.2.10. O'nlik sanoq sistemasida yozing: a) 101341₅ b) 221022₃

- v) 13041_7 g) 100341_5 d) 120201_2 e) 37541_9
g) 101100111_2

2.2.9. Yettilik sanoq sistemasida qo'shish va ko'paytirish jadvalini tuzing

2.2.10. O'nlik sanoq sistemasida yozing:

- a) 113013_4 b) 111011_3 v) 230415_9

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollari:

1. Sanoq sistemasi deb nimaga aytiladi?;
2. Pozisio'n va pozisio'n bo'lmagan sanoq sistemalarining farqini tushuntiring;
3. 7 lik sanoq sistemada sonning yozuvi formulasini yozing
4. P-lik sanoq sistemada sonning yozuvi formulasini yozing
5. 43_5 -sonini o'nlik sistemadagi korinishni yozing?

3.2. Pozision sanoq sistemasida amallar

O'nli sanoq sistemasidan boshqa sanoq sistemasidagi sonlar bilan amallar bajarishga doir misollar.

- 1) Qo'shish: $+457_8$

$$\begin{array}{r} 656_8 \\ 1335_8 \end{array}$$

Tushuntirish: 6 ga 7 ni qo'shganda 13 bo'ladi. Lekin bu 8 lik sistema bo'lganligi uchun 8 dan oshgan son 5 yoziladi 1 dilda saqlanadi, undan keying 5 bilan 5 qo'shilib 10, dildagi 1 bilan 11 bo'ladi, uning ham 8 dan ortgani 3 soni yoziladi, 4 va 6 qo'shilib dildagi 1 bilan 11 bo'ladi. Uning 8 dan ortgani 13 yoziladi

2) **Ayirish:** 1335_8
 $- 656_8$
 457_8

Tushuntirish: 5 ga 3 dan bir qarz olib beramiz, olib bergan 1 qarzimiz sakkizga yuradi uni beshga qo'shsak 13 bo'ladi, undan oltini ayirsak, 7 qoladi va hokazo.

$$342_5$$

$$\times 34_5$$

3) Ko'paytirish: $+3023$

$$2131$$

$$24333_5$$

Tushuntirish: $4 \times 2 = 8$ lekin 5 lik sistema bo'lgani uchun 5 dan ortgan 3 soni yoziladi. 1 dilda qoladi. Undan keyin $4 \times 4 = 16$ dildagini qo'shsak 17 chiqadi, 17 da 5 dan 3 ta va yana 2 bor. Shunga ko'ra 2 soni yoziladi, 3 dilda qoladi va hokazo.

4) **Bo'lish:**

$$\begin{array}{r} 24333_5 \mid 34_5 \\ -212 \quad \mid 342_5 \\ \hline 313 \\ 301 \\ 123 \\ -123 \\ \hline 000 \end{array}$$

Asosi 2 bo'lgan sanoq sistemasiga ikkilik sanoq sistemasi deyiladi. Demak, bu sanoq sistemasining raqamlari 1 bilan 0 dangina iborat bo'lishi kerak.

Misol: 101_2 va 1101_2

Bular o'nli sanoq sistemasiga bunday ko'chiriladi:

$$101_2 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 = 5$$

$$1101_2 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 = 13$$

Umumiy holda ikkilik sanoq sistemasida yoyilma

$$A_2 = a_n \times 2^n + a_{n-1} \times 2^{n-1} + a_{n-2} \times 2^{n-2} + \dots + a_2 \times 2^2 + a_1 \times 2 + a_0$$

Bo'lishini biz yuqoridagi bayondan oson tushuna olamiz.

O'nli sanoq sistemadagi sonni boshqa sanoq sistemasiga o'tqazishda shu sistemasining asosiga bo'lishni bajarishda bo'linuvchi qaysi asosda bo'lsa bo'lish amallarini o'sha asos bo'yicha bajarish kerak.

Yozma mashq

2.2.11. Amallarni bajarining:

$4342_6 + 4221_6$

$5032_9 + 2106_9$

$6235_7 + 3465_7$

$7062_8 \times 504_8$

$110011_2 + 11100_2$

$11001111_2 + 111_2$

$1432013_5 : 443_5$

$12003_4 : 321_4$

2.2.12. Xona qo'shiluvchilarning yi'gindisini ko'rinishida yozing:

a) 130133401_5

b) 101100111_2

d) 2212020221_3

e) 2343754551_9

2.2.13 X ni toping?

a) $664 = x_7$

b) $1228 = x_8$

v) $53_x \times 36_x = 880_x$

g) $543 = x_x$

d) $421_x - 134_x = 243_x$

e) $462_x : 15_x = 26_x$

2.2.14. Qaysi sanoq sistemada yozilganini aniqlang

a) $1001_x = 28$

b) $21_y = 4^2$

v) $201_x = 33$

g) $11_x = 3^2$

d) $30_y = 12$

e) $32_x = 20$

2.2.15. Agar sonning o'ng tomoniga bir nol, ikki nol va n nol qo'ysak

u son necha marta ortadi va bu son:

1) Olti sanoq sistemasida yozilgan bo'lsachi?

2) Uchlik sanoq sistemasida yozilgan bo'lsachi?

3) Beshlik sanoq sistemasida yozilgan bo'lsachi?

2.2.16. Amallarni bajarining:

a) $1324_6 \times 201_6$

b) $1101101_2 + 1100111_2$

v) $17324_8 + 32016_9$

g) $1101101_2 \times 1_2$

d) $304_7 \times 25_7$

e) $11011_2 : 10_2$

z) $204124_5 : 321_5$

k) $2011131_4 \times 13_4$

2.2.17. Ifodaning qiymatini toping

a) $434012_5 \times 2101_3 - 10110101_2 =$

b) $214032_7 + 32806_9 + 11101100_2 =$

v) $2045_7 \times 315_6 : 4130_5 =$

g) $1203013_5 : 201_5 + 144013_5 =$

a) $123204_6 \times 21_3 + 320153_7$

b) $(3121_7 + 401211_5) : 204_6$

v) $1224_6 \times 21_3 + 32013_7$

g) $(3125_7 + 4021_5) : 103_6$

d) $4322_5 \times 201_3 + 100101_2$

e) $1203123_5 : 201_3 + 103051_6$

Mustaqil ish topshirig'i

1. Amallarni bajarining:

$14240_6 + 32210_6$

$14034_9 + 21876_9$

$10235_7 + 31463_7$

$50324_8 \times 3012_8$

2. $10342_6 + 4045_6$

$34101_6 + 110450_6$

$5232_9 + 2146_9$

$113210_4 + 101231_4$

$3235_7 + 34605_7$

$1001111_2 + 1001_2$

$5062_8 \cdot 303_8$

$1322013_5 : 421_5$

3. Tenglik to'g'ri bo'ladigan noma'lumning qiymati qaysilarida mavjud

a) $1031_x = 208$

b) $201_y = 12^2$

v) $2021_x = 33$

g) $101_x = 34$

d) $301_y = 112$

e) $132_x = 220$

4. Qo'shish va ko'paytirish jadvallari tuzing

1) Olti sanoq sistemasida

2) Uchlik sanoq sistemasida

3) Beshlik sanoq sistemasida

4) sakkizlik sanoq sistemasida

5. Amallarni bajarining:

$1432_6 \times 221_6$

$10011101_2 + 111001100_2$

$12032_9 + 1106_9$

$11010010_2 + 10100101_2$

$235_7 \times 305_7$

$11100011_2 \times 1001_2$

$7062_8 \times 504_8$

$13203313_5 : 4223_5$

$204013_5 : 231_5$

$4501564_7 : 2501_7$

6 Xona qo'shiluvchilarning yi'gindisi ko'rinishida yozing:

$554603_7; 204234005_6; 2012102_3; 1111101010_2; 90323702$

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollari:

1. Sanoq sistemasi deb nimaga aytiladi?;
2. Pozitsio'n va pozitsio'n bo'lmagan sanoq sistemalarining farqini tushuntiring;
3. 15_7 -sonini onli sistemada yozing?
4. 13_5 -sonini uchlik sistemadagi korinishni yozing?
5. Uchlik sanoq sistemasida qo'shish jadvalini tuzing?
6. To'rtlik sanoq sistemasida ko'paytirish jadvalini tuzing?
7. 7-lik sistemadagi sonda necha xil raqam qatnashishi mumkin?
8. Beshlik sistemadagi sonda qanday raqamlar bor?

2.4-Mavzu: BO'LINUVCHANLIK MUNOSABATI

4.1. Bo'linish belgilari

Ta'rif: Butun nomanfiy sonlar to'plamida a, b natural sonlar berilgan bo'lsin. Agar $a \mid b$ ga qoldiqli bo'lganda qoldiq nolga teng bo'lsa, b soni a sonining bo'luvchisi deyiladi.

"Berilgan sonning bo'luvchisi" terminini bo'luvchi terminidan ajrata bilish kerak. $M: 18: 5$ da 5 — soni bo'luvchi deyiladi. Lekin u son 18 ning bo'luvchisi emas. b soni a sonining bo'luvchisi bo'lganda a soni b ga karra $\dot{a}$ li yoki a soni b ga bo'linadi deyiladi va $a \dot{a} b$ kabi yoziladi.

$a \dot{a} b$ yozuv bo'linuvchanlik munosabati yozuvidir. Bu yozuv ($a \dot{a} b$) ko'rinishda bo'lsa: a va b orasidagi amalni emas a va b sonlar orasidagi munosabatni bildiradi.

Bo'linuvchanlik munosabatining xossalari.

1. Refleksiv, 2. Antisimmetrik. 3. Tranzitiv.

Teorema. 1. Bo'linuvchanlik munosabati refleksivdir, ya'ni har qanday natural son $o'z - o'z$ iga bo'linadi.

Teorema 2. Bo'linuvchilik munosabati antisimmetrikdir, ya'ni $a \dot{a} b$ dagi turli a va b lar uchun $b \dot{a} a$ emasligi kelib chiqadi.

Teorema 3. Bo'linuvchanlik munosabati tranzitivdir, ya'ni $a \dot{a} b$ va $b \dot{a} c$ dan $a \dot{a} c$ kelib chiqadi.

$a -$ soni 4 ga bo'linsa $a = 4q$ ko'rinishiga ega. Bo'linmasa — chi?

U holda sonni 4 ga bo'lganda 4 dan kichik qoldiqlar hosil bo'ladi.

Bo'linish alomatlari

Teorema: Ikkiga bo'linish alomati. X soni 2 ga bo'linishi uchun uning $o'nli$ yozuvi $0, 2, 4, 6, 8$, raqamlari bilan tugashi zarur va etarli.

5 ga bo'linish alomati. x soni 5 ga bo'linishi uchun uning $o'nli$ yozuvi 0 yoki 5 raqami bilan tugashi zarur va yetarlidir.

4 ga bo'linish alomati. x soni 4 ga bo'linishi uchun x sonining $o'nli$ yozuvidagi oxirgi 2 ta raqamidan hosil bo'lgan ikki xonali sonning 4 ga bo'linishi zarur va yetarlidir.

9 ga bo'linish alomati: x soni 9 ga bo'linishi uchun uning $o'nli$ yozuvidagi raqamlari yig'indisi 9 ga bo'linishi zarur va yetarlidir.

3 ga bo'linish alomati: x soni 3 ga bo'linishi uchun uning $o'nli$ yozuvidagi raqamlar yig'indisi 3 ga bo'linish zarur va yetarlidir.

25 ga bo'linish alomati. x soni 25 ga bo'linishi uchun x sonining $o'nli$ yozuvidagi oxirgi 2 ta raqamidan hosil bo'lgan ikki xonali sonning 25 ga bo'linishi zarur va yetarlidir.

8 ga bo'linish alomati. x soni 8 ga bo'linishi uchun x sonining $o'nli$ yozuvidagi oxirgi 3 ta raqamidan hosil bo'lgan uch xonali sonning 8 ga bo'linishi zarur va yetarlidir.

125 ga bo'linish alomati. x soni 125 ga bo'linishi uchun x sonining $o'nli$ yozuvidagi oxirgi 3 ta raqamidan hosil bo'lgan uch xonali sonning 125 ga bo'linishi zarur va yetarlidir.

11 ga bo'linish alomati. Sonning toq o'rinda turgan raqamlari yig'indisi va juft o'rinda turgan raqamlari yig'indisi orasidagi ayirma 11 ga bo'linsa shu sonning o'zi ham 11 ga bo'linadi.

13 (11 ga), (7 ga) ga bo'linish haqida umumiy alomati. Sonning oxirgi uchta raqamidan iborat uch xonali son va qolgan raqamlaridan tuzilgan sonlar orasidagi ayirma 13 ga (11 ga), (7 ga) bo'linsa shu sonning o'zi ham 13 ga (11 ga), (7 ga) bo'linadi.

Yozma mashq

2.3.1. a) Quyidagi sonlarning qaysi biri 5 ga qoldiqsiz bo'linadi: $312, 425, 551, 4454, 3210, 7462$?

b) Quyidagi sonlarning qaysi biri 4 ga, 25 ga qoldiqsiz bo'inadi: $940, 716, 6325, 187421, 67600, 9748, 34125, 21126, 4450, 72304$?

2.3.2. Bo'linish belgilari asosan quyidagi sonlarning qanday sonlarga

bo'linishini aniqlang:

2006, 1032, 14212, 5604, 2001, 5725, 7254, 8910, 2345.

2.3.3. 192 sonining barcha bo'linuvchilar to'plamini yozing.

2.3.4. Quyidagi jummalarni qaysilari to'g'ri:

a) Agar son 2 ga bo'linsa u holda u 4 ga ham bo'linadi;

b) Agar son 4 ga bo'linsa u holda u 2 ga ham bo'linadi;

v) Agar son 2 ga bo'linmasa u holda 4 ga ham bo'linmaydi;

g) Agar son 4 ga bo'linmasa 2 ga ham bo'linmaydi;

2.3.5. a) Quyidagi sonlarning qaysilari 2 ga qoldiqsiz bo'linadi:

10312, 21425, 5532, 4400954, 343210, 74087662?

b) Quyidagi sonlarning qaysilari 3 ga qoldiqsiz bo'linadi:

10312, 214225, 55326, 44010954, 343210, 74087662 ?

2.3.6. Bo'linish belgilariga asosan quyidagi sonlarning qanday sonlarga bo'linishini aniqlang:

1004, 1023, 2361, 1421, 5601, 2003, 5723, 6254, 5910, 508, 2305.

2.3.7. Quyidagi sonlarning qaysilari 11 ga qoldiqsiz bo'linadi:

15312, 214225, 5532633, 44010954, 3432144, 740876 ?

2.3.8. Quyidagi sonlarning qaysilari 9 ga qoldiqsiz bo'linadi:

120312, 214225, 553626, 44010954, 3432510, 4087662 ?

2.3.9. Quyidagi sonlarning qaysilari 13 ga qoldiqsiz bo'linadi:

120312, 214225, 553626, 44010954, 3432510, 4087662 ?

2.3.10. Quyidagi sonlarning qaysilari 7 ga qoldiqsiz bo'linadi:

120312, 214225, 553626, 44010954, 3432510, 4087662 ?

2.3.11. Har qanday natural sonni $4n$, $4n+1$, $4n+2$, $4n+3$ ko'rinishida yozish mumkinligini isbotlang.

2.3.12. $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$ sonida necha turli bo'luvchi bor?

2.3.13. Bo'linish belgilariga asosan quyidagi sonlarning qaysilari 7 ga, 11ga, 13ga, bo'linishini qaysilari bo'linmasligini aniqlang:

1034, 1023, 823603, 14291, 58201, 20504, 57234, 500549, 920936, 238 6008, 239470.

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollari:

1. " : " va " $\vdots$ " belgilarining farqini ayting?
2. Bo'linuvchanlik munasabatning xossalari ayting?
3. 2 ga bo'linish alomatini ayting?
4. 5 ga bo'linish alomatini ayting?

5. 4 va 25 ga bo'linish alomatini tushuntiring?

6. 3 va 9 ga bo'linish alomatini ayting?

7. 7, 11, 13 larga bo'linishning umumiy belgisini ayting?

8. 50, 125 larga bo'linishning umumiy belgisini ayting?

4.2. Butun nomanfiy sonlar yig'indisi, ayirmasi va ko'paytmasining bo'linuvchanligi

Amalda ko'pincha quyidagi savol tug'iladi: yig'indi (ayirma, ko'paytma) berilgan songa bo'linadimi yoki yo'q ekanligini qanday aniqlash mumkin? Bunda beriladigan javob quyidagi tioremalarni bilishni talab qiladi.

Yig'indining bo'linuvchanligi haqida

Teorema. Agar har bir qo'shiluvchi natural son n ga bo'linsa, u holda ular yig'indisi ham shu songa bo'linadi.

2 qo'shiluvchi uchun to'g'ri bo'lib, $u \forall n$ ta chekli qo'shiluvchi uchun ham o'rinli.

Ayirmaning bo'linuvchanligi haqida

Teorema. Agar a va b sonlari n ga bo'linsa, va $a \geq b$ bo'lsa, u holda $(a - b)$ ayirma n ga bo'linadi.

Ko'paytmaning bo'linuvchanligi haqida

Teorema. Agar ko'paytmaning ko'paytuvchilaridan biri natural son n ga bo'linsa, u holda butun ko'paytma ham n ga bo'linadi.

M: $24 \cdot 976 \cdot 305 \vdots 12$ chunki $24 \vdots 12$.

Teorema: Agar ab ko'paytmada a ko'paytuvchi natural son m ga, b ko'paytuvchi natural son n ga bo'linsa, u holda ab ko'paytma mn ko'paytmaga bo'linadi.

M: $24 \cdot 36$ ko'paytma $12 \cdot 9$ ga ya'ni 108 ga bo'linadi, chunki

$24 \vdots 12 \quad 36 \vdots 9 \Rightarrow (24 \cdot 36) \vdots (12 \cdot 9) \Rightarrow (24 \cdot 36) \vdots 108$

Teorema. Agar yig'indida qo'shiluvchilardan biri m ga bo'linmasa, qolgan qo'shiluvchilar esa m ga bo'linsa, u holda butun yig'indi m ga bo'linmaydi.

M: $(34+125+376+1024) \vdots 2$ noto'g'ri, chunki

$(34+376+1024) \vdots 2$ va $125 \not\vdots 2$

Yig'indining bo'linuvchanligi haqida umumlashgan teoremani keltiramiz:

Teorema. Agar a va b sonlarni natural n songa bo'lganda chiqadigan qoldiqlar yig'indisi $(r_1 + r_2)$ natural n soniga bo'linsa u holda $(a + b)$ yig'indi ham natural n soniga bo'linadi.

Ko'paytmaning bo'linishi haqida umumlashgan teorema (B. Jasur)

Teorema. Agar a va b sonlarni natural n ga bo'lganda qoladigan qoldiqlar ko'paytmasi natural n ga bo'linsa u holda $a \cdot b$ ko'paytma natural n ga bo'linadi.

Isbot. Teorema shartiga ko'ra $a = nq + r_1$ (1)

$$b = nt + r_2 \text{ va } (r_1 \cdot r_2) = np \quad (2)$$

Bu qiymatlarni $a \cdot b$ ga qo'ysak

$$a \cdot b = (nq + r_1)(nt + r_2) = n(nqt + qr_2 + tr_1) + r_1 \cdot r_2 = n(nqt + qr_2 + tr_1) + np = n(nqt + qr_2 + tr_1 + p) \quad (3)$$

(3) $(a \cdot b)$ natural n ga bo'linadi, ya'ni $(a \cdot b) : n$ isbot bo'ldi. Ushbu teorema chekli n ta ko'paytuvchi bo'lgan hol uchun ham va o'nli bo'lmagan boshqqa sanoq sistemalari uchun ham o'rinli ekanligini yuqoridagi kabi isbotlash mumkin.

Yozma mashq

2.3.14 . Yig'indisini hisoblamasdan, quyidagi sonlarning 2, 5, 3 ga bo'linish yoki bo'linmasligini ko'rsating:

- a) $60+120+24$; b) $75+300+150$;
v) $375+3150+7125$; g) $480+2400+1680$.

2.3.15 . Ko'paytirish amalini bajarmasdan turib, quyidagi ko'paytmalarni 2 ga, 4 ga, 3 ga bo'linish – bo'linmasligini aniqlang:

- 1) 144×7 2) $123 \times 280 \times 50$; 3) $97 \times 504 \times 225$.

2.3.16 . Ayirish amallarini bajarmasdan turib, 360-144, 946-540, 30240-9720 ayirmalarining 2ga, 3ga, 5ga, 9ga, bo'linishi yoki bo'linmasligini aniqlang.

2.3.17. Har qanday butun $n > 0$ uchun $11^{n-1} \times 12^{n-1}$ ifodaning qiymati 132 ga bo'linishini isbotlang.

2.3.18 . Qo'shish amalini bajarmasdan ifodaning qiymati 4 ga bo'linishi yoki bo'linmasligini aniqlang:

- a) $284+1440+113$; b) $284+1441+113$;
c) $284+1440+792224$; d) $284+1441+113+164$;

2.3. 19. Har qanday natural a son uchun

$[a^3+(a+1)^3+(a+2)^3] : 3$ ekanligini isbotlang.

2.3.20 . Yig'indisini hisoblamasdan, quyidagi sonlarning 4, 9, 7 ga bo'linish yoki bo'linmasligini ko'rsating:

- a) $1260+6120+324$; b) $77+195300+140$;
v) $3753+3150+71235$; g) $480+2400+1680$.

2.3.21 Ko'paytirish amalini bajarmasdan turib, quyidagi ko'paytmalarni 7 ga, 11 ga, 13 ga bo'linishi yoki bo'linmasligini aniqlang.

- 1) 144×7 2) $123 \times 390 \times 105$; 3) $77 \times 504 \times 260$.

2.3.22 . Ayirish amallarini bajarmasdan turib, 360-144, 94675-5450, 35140-9219 ayirmalarining 4ga, 25ga, 8ga, 7ga, bo'linish, bo'linmasligini aniqlang.

2.3.23. Har qanday butun $n \geq 0$ uchun $7^{n+1} \times 13^{2n+1}$

ifodaning qiymati 91 ga bo'linishini isbotlang.

2.3.24 . Qo'shish amalini bajarmasdan ifodaning qiymati 8ga bo'linishi yoki bo'linmasligini aniqlang:

- a) $284016+144010+113006$; b) $23\ 284+143441+11072$;
c) $284060+144010+7922002$; d) $2800+144080+113008$;

2.3.25. Har qanday natural a son uchun

$[a \times (a+1) \times (a+2)] : 6$ ekanligini isbotlang.

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollari:

1. “:” va “ $\vdots$ ” belgilarining farqini ayting?
2. Bo'linuvchanlik munosabatining xossalarini ayting?
3. Butun nomanfiy sonlar yig'indisining bo'linuvchanligini ayting?
4. Butun nomanfiy sonlar ko'paytmasining bo'linuvchanligi haqidagi teoremlarni ayting?
5. Ko'paytmaning bo'linuvchanligi haqidagi umumlashgan teoremani ayting?
6. Butun nomanfiy sonlar ayirmasining bo'linuvchanligini ayting?
7. Hisoblamasdan $284+113+1440$ ning 4 ga bo'linish yoki bo'linmasligini ayting?

4.3. Tub va murakkab sonlar

Bo'luvchilar soniga qarab natural sonlar orasida tub va murakkab sonlar farq qilinadi. Berilgan sonning bo'luvchisi shu sondan katta bo'lmagani uchun uning bo'luvchilari to'plami chekli. M: 36ning bo'luvchilari to'plami $\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$ dir.

1 soni tub son ham emas, murakkab son ham emas, chunki uning bittagina bo'luvchisi bor.

Ta'rif: Bo'luvchilari soni ikkita - bir va shu sonning o'zi bo'lgan natural son tub son deyiladi. Masalan: 17 soni tub son, chunki uning faqat ikkita bo'luvchisi bor 1 va 17

Ta'rif: Bo'luvchilarining soni ikkitadan ortiq bo'lgan natural son murakkab son deyiladi.

Masalan: 4 soni murakkab son, uning uchta bo'luvchisi bor: 1, 2 va 4. Berilgan songa karrali sonlar cheksiz ko'p. Masalan 4 ga karrali sonlar cheksiz qatorni hosil qiladi: 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, ... Bu qatordagi hamma sonlar 4 ga karrali bo'lgani uchun ular $x = 4q$ formula yordamida hosil qilinishi mumkin. **Sonning tupligiga doir teorema:**

Teo'rema. Agar ixtiyoriy p soni $\sqrt{p}$ dan kichik birorta tub songa bo'linmasa, u holda p -soni tub son bo'ladi.

Yozma mashq

2.3.26. 199, 267, 389 va 437 sonlari orasida tub sonlar bormi? Qulay usul bilan aniqlang

2.3. 27. Quyidagi sonlarni tub ko'paytuvchilarga kanonik yoyilmasini yozing:

24, 81, 96, 125, 400, 680, 1001, 3125, 10000, 2526.

2.3.28. 6, 28, 496, 8128 sonlarini mukammal son deb atash mumkinmi?

2.3. 29. Ketma - ket ikkita juft natural sonning ko'paytmasi 8 ga bo'linishini isbotlang.

2.3.30. Agar p va $8p^2+1$ sonlar ozaro tup bo'lsa, p ni toping.

2.3.31. Bir - biridan birga farq qiluvchi faqat bitta tub sonlar juftini borligini isbotlang.

2.3.32. Ikkita ketma - ket natural son o'zaro tub ekanligini isbotlang.

2.3.33. n , $n+1$ va $2n+1$ sonlar juft - jufti bilan o'zaro tub ekanligini ko'rsating.

2.3.34. Quyidagilarning qaysilari tub ekanligini va qaysilari murakkab son ekanligini qulay usul bilan aniqlang

324, 831, 926, 1125, 403, 620, 101, 325, 1000, 2126.

2.3.35. Bo'linish belgilariga asosan quyidagilarning bo'luvchilari sonini aniqlang ; 104, 103, 261, 421, 501, 203, 53, 254, 510, 508, 23456;

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollari:

1. Bo'linuvchanlik munasabatning xossalari ayting?
2. Qanday sonlar tub sonlar deyiladi?
3. Qanday sonlar murakkab sonlar deyiladi?
4. Sonning tupligiga doir teo'remani ayting?
5. Eratosfen g'alvirini tushuntiring?
6. 11 ga bolinish belgisini ayting?
7. 50, 125 larga bolinishning umumiy belgisini ayting?

4.4. Eng katta umumiy bo'luvchi va Eng kichik umumiy karralilar (EKUB va EKUK)

Ikki yoki bir necha sonning har biri bo'linadigan sonlarni shu sonlarning umumiy bo'luvchisi deyiladi va umumiy bo'luvchining eng kattasi eng katta umumiy bo'luvchi deyiladi.

a va b sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisi $D(a, b)$ belgi bilan yoziladi.

M: $D(140, 80, 120) = 20$

Ta'rif. Ikki sonning eng katta umumiy bo'luvchisi bir bo'lsa, u sonlar o'zaro tub sonlar deyiladi. **$D(18, 19) = 1$**

Teorema 1. Agar ikki sonning biri ikkinchisiga bo'linsa, kichik son bu ikki sonning eng katta umimiy bo'luvchisi deyiladi, ya'ni

$b < a, a : b \text{ bo'lsa } \Rightarrow D(a, b) = b$

Masalan: $D(48, 12) = 12$

Teorema 2. Agar ikki sonning biri ikkinchisiga bo'linmasa, birinchi sonni ikkinchisiga bo'lgandagi qoldiq bilan kichik sonning eng katta umumiy bo'luvchisi shu ikki sonning ham eng katta umumiy bo'luvchisi bo'ladi:

M: $D(90, 24) = ?$ $90 = 24 \cdot 3 + 18$

$D(24, 18) = 6$. Demak $D(90, 24) = 6$

Yevklid algoritmi.

Algoritm ma'lim qoida asosida bajariladigan arifmetik yoki algebrik jarayondir. Yevklid algoritmi ketma – ket bo'lish orqali ikki natural sonning EKUB ini topish bo'lib, quyidagicha ish yuritiladi. Sonning kattasini kichigiga bo'linadi. Keyin kichigini 1 - qoldiqqa, 1 – qoldig'ini 2 – qoldiqqa, 2 – qoldig'ini 3 - qoldiqqa va hakazo to qoldiq 0 hosil bo'lguncha bo'lishni davom ettirish kerak. Ana shu 0 qoldiqdan oldingi qoldiq ya'ni qoldiq 0 bo'lgandagi bo'luvchi berilgan sonlar uchun eng katta umumiy bo'luvchi bo'ladi.

Bo'linuvchi	Bo'luvchi	To'liqsiz bo'linma	Qoldiq	ular bog'lanishi
a	b	q_1	r_1	$a = bq_1 + r_1$
b	r_1	q_2	r_2	$b = r_1q_2 + r_2$
r_1	r_2	q_3	r_3	$r_1 = r_2q_3 + r_3$
r_2	r_3	q_4	r_4	$r_2 = r_3q_4 + r_4$
.....	...			
r_{n-2}	r_{n-1}	q_n	r_n	$r_{n-2} = r_{n-1}q_n + r_n$
r_{n-1}	r_n	q_{n+1}	0	$r_{n-1} = r_nq_{n+1}$

Agar ikkita sonning EKUB ni topib, shu son bilan 3 –sonning EKUB topilsa, bu topilgan EKUB uchala sonning EKUB (eng katta umumiy bo'luvchisi) bo'ladi. Shu yo'l bilan ko'p sonlarning ham eng katta umumiy bo'luvchisini topish mumkin

Eng kichik umumiy karrali (bo'linuvchi) (EKUK)

Berilgan sonlarning Eng kichik umumiy karrali (EKUK)si deb, u sonlarga bo'linadigan natural sonlarning eng kichigiga aytiladi va

$K(a, b)$ ko'rinishda yoziladi.

12 va 16 sonlariga 48, 96 va bu sonlarning ko'paytmasi ham bo'linadi va bu ko'paytmaning bir necha marta orttirishdan hosil bo'lgan sonlarning ham barchasi bo'linadi, lekin bu bo'linadigan sonlarning eng kichigi 48, demak.

$K(a, b) = 48$

M: 20, 12, 16 sonlarning eng kichik umumiy karralisini topaylik.

20 2	12 2	16 2
10 2	6 2	8 2
5 5	3 3	4 2
1	1	2 2
		1

Eng kichik umumiy karralini topishda barcha tub ko'paytuvchilarning yuqori darajalari va umumiy bo'lmagan tub ko'paytiruvchilar ko'paytiriladi

$$K(20, 12, 16) = 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 15 \cdot 2^4 = 30 \cdot 8 = 240$$

Xuddi shu sonlarning eng katta umumiy bo'luvchi (EKUB)ni topmoqchi bo'lsak, yuqoridagi tub ko'paytuvchilarning umimiylarining kichik darajalisini olib ko'paytiramiz, hosil bo'lgan ko'paytma shu sonlarning Eng katta umumiy bo'luvchi (EKUB)si bo'ladi.

$$\text{ya'ni } D(20, 12, 16) = 2 \cdot 2 = 4$$

Yozma mashq

2.3.36. Quyidagi sonlarni tub ko'paytuvchilarga kanonik yoyilmasini yozing:

- a) 1602, 1752; g) 469, 1053;
- b) 9295, 2560; d) 17593, 9660;
- v) 3463, 5249; e) 91219, 134427.

2.3.36. Quyidagi sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisini va eng kichik umumiy karralisini bu sonlarni kanonik ko'rinishiga keltirishdan foydalanib toping:

- a) 144 va 360; d) 1260, 2310 va 1995;
- b) 512 va 2688; e) 1980, 720 va 936;
- v) 1560 va 6160; j) 1320, 9960 va 660;
- g) 105, 350 va 455; 238, 266, 413 va 329.

2.3.37. Evklid algoritmidan foydalanib, sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisini toping:

- a) 360 va 792; g) 45469 va 41033;
- b) 1995 va 1260; d) 17593 va 9660;
- v) 2263 va 8249; e) 2993219 va 1114417.

2.3.38. Ikkita ketma – ket natural son o'zaro tub ekanligini isbotlang.

2.3.39. $n, n+1$ va $2n+1$ sonlar juft – jufti bilan o'zaro tub ekanligini ko'rsating.

2.3.43. Eng katta umumiy bo'luvchisi 24 ga, eng kichik umumiy karralisi esa 2496 ga teng bo'lsa, shu sonlarni toping.

2.3.44. Hisoblashlarni bajarmasdan qaysi ifodalar 15ga bo'linishini isbotlang:

a) $150+225$ b) $28422+22050$
v) $2808+6500+1875$ g) $5040+8310+750$

2.3.45. Quyidagi sonlarning EKUB va EKUK larini toping.

a) 72 va 108 b) 588 va 2058
v) 548 va 386 g) 536 va 1024

2.3.46. Ketma – ket 4 ta natural sonning ko'paytmasi 24 ga bo'linishini isbotlang.

2.3.47. Bo'lishni bajarmasdan: 2838, 22350, 10062, 22344, 115992 sonlaridan 18 ga bo'linadiganlarini airtib voying.

2.3.48. $[n(n+1)(n+2)(n+3)]$ ifoda 24 ga bo'linishini isbotlang.

2.3.49. $\{(\forall n \in N) (4^n + 15n - 1)\}$ ifoda 3 ga bo'linadimi?

2.3.50. «661, 1261 va 853 sonlari orasida hech bo'lmaganda bitta murakkab son mavjud» fikrini tasdiqlang yoki inkor qiling.

2.3.51. Bo'lishni bajarmagan holda aniqlang:

a) $75 \times 33 \times 4$ b) $9135 \times 61 \times 387$; v) $39 \times 22 \times 165$
ko'paytmalar 45 ga bo'linadimi?

2.3.52. $A = \{17254, 2997, 284, 1440, 79272\}$ to'plamdan bo'lishni bajarmay turib.

a) 12 ga karrali; b) 18 ga karrali;
v) 36 ga karrali bo'lmagan sonlardan iborat qism to'plamlarni
ajratib.

2.3.53. Bo'lishni bajarmay turib aniqlang:

a) 264×138 ; b) $360 + 285$;
v) $225 - 75$; g) 360×265 ;
d) 183×530 d) 546×2345

ifodalarining qiymati 15 ga bo'linadimi?

2.3.54. 12 kg olma, 24 kg anor va 36 kg nok bor bu narsalarni teng taqsimlab, ko'pi bilan nechta savatga joylashtirish mumkun.

Mustaqil ish topshirig'i

1. Quyidagi sonlarning qaysilari 9 ga va 3 ga qoldiqsiz bo'linadi:
243312, 144225, 6553626, 44010954, 3432510, 40817631 ?
2. Quyidagi sonlarning qaysilari 13 ga, 7 ga, 11 ga qoldiqsiz bo'linadi:
220412, 234245, 554627, 44010954, 343251, 387662
3. Quyidagi sonlarning qaysilari 7 ga qoldiqsiz bo'linadi:
130322, 215226, 6553726, 44010954, 43210, 407362
4. Har qanday natural sonni $5n$, $5n+1$, $5n+2$, $5n+3$, $5n+4$ ko'rinishida yozish mumkinligini isbotlang.
5. $2 \times 3 \times 7 \times 5 \times 13 \times 11$ sonida necha turli bo'luvchi bor ?
6. Bo'linish belgilariga asosan quyidagi sonlarning qaysilari 7 ga, 11 ga, 13, bo'linishini qaysilari bo'linmasligini aniqlang:
3036, 5026, 23603, 270291, 68211, 40524, 57234, 400449, 920936, 238 1008, 34078.
7. Yig'indisini hisoblamasdan, quyidagi sonlarning 2, 5, 3 ga bo'linish yoki bo'linmasligini ko'rsating:
a) 260+1230+234; b) 715+3040+1506;
v) 3735+31450+71325; g) 4280+24020+16810.
8. Ko'paytirish amalini bajarmasdan turib, quyidagi ko'paytmalarni 2 ga, 4 ga, 3 ga bo'linish – bo'linmasligini aniqlang.
1) 344×7 2) $4123 \times 7280 \times 150$; 3) $97 \times 5004 \times 2205$.
9. Ayirish amallarini bajarmasdan turib, 360-140, 945-540, 30240-9720 ayirmalarining 2ga, 3ga, 5ga, 9ga, bo'linish bo'linmasligini aniqlang.
10. Qo'shish amalini bajarmasdan ifodaning qiymati 2 ga bo'linish-bo'linmasligini aniqlang:
a) $1284+14540+1713$; b) $2864+14741+1143$;
c) $1284+140+7924$; d) $2854+14741+113+164$;
11. Yig'indisini hisoblamasdan, quyidagi sonlarning 4, 9, 7 ga bo'linish yoki bo'linmasligini ko'rsating:
a) $3260+51120+2124$; b) $77+195300+140$;
v) $33453+30150+712215$; g) $4800+24040+16880$.
12. Ko'paytirish amalini bajarmasdan turib, quyidagi ko'paytmalarni 7 ga, 11 ga, 13 ga bo'linishi yoki bo'linmasligini aniqlang.
1) 6144×7 2) $6123 \times 1390 \times 105$; 3) $154 \times 5004 \times 2600$.

13. Qo'shish amalini bajarmasdan ifodaning qiymati 8ga bo'linish, bo'linmasligini aniqlang:

- a) $2816+144010+1106$; b) $23\ 284+1441+11052$;
c) $28400+1440+79202$; d) $280+14480+11308$;

14. Yig'indisini hisoblamasdan, quyidagi sonlarning 4, 9, 7 ga bo'linish yoki bo'linmasligini ko'rsating:

- a) $4260+31120+2124$; b) $79+195800+140$;
v) $36453+32150+712215$; g) $6800+24340+16880$.

15. Ko'paytirish amalini bajarmasdan turib, quyidagi ko'paytmalarni 7 ga, 11 ga, 13 ga bo'linishi yoki bo'linmasligini aniqlang.

- 1) 26144×7 2) $56123 \times 1390 \times 105$; 3) $4154 \times 5064 \times 2600$.

16. Qo'shish amalini bajarmasdan ifodaning qiymati 8ga bo'linish bo'linmasligini aniqlang:

- a) $52816+143010+1196$; b) $28284+1431+11052$;
c) $72480+14410+79282$; d) $2830+14780+11308$;

17. Ikki ketma – ket toq natural son o'zaro tub ekanligini isbotlang.

18. Quyidagilarning qaysilari tub ekanligini va qaysilari murakkab son ekanligini qulay usul bilan aniqlang

- 1324, 8431, 9626, 11025, 4703, 6320, 1091, 3325, 10001, 2123.

19. Bo'linish belgilariga asosan quyidagilarning bo'luvchilari sonini aniqlang;

- 1054, 1033, 2061, 4211, 5021, 2033, 573, 24,511,507, 236;

20. Quyidagi sonlarni tub ko'paytuvchilarga kanonik yoyilmasini yozing:

- a) 1702,1352; g) 4619 , 103;
b) 9285, 25160; d) 1753 , 960;
v) 34063 , 52449; e) 9121 , 13442.

21. Quyidagi sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisini va eng kichik umumiy karralisini bu sonlarni kanonik ko'rinishiga keltirishdan foydalanib toping:

- a) 146 va 366; d) 1270, 2330 va 1935;
b) 5102 va 2588; e) 1960, 7210 va 9236;
v) 1565 va 61260; j) 13420, 960 va 662;
g) 106, 352 va 453; 2338, 2606, 4103 va 322.

22. Yevklid algoritmidan foydalanib, sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisini toping:

- a) 3601 va 793; g) 45464 va 41037;
 b) 1595 va 1240; d) 17543 va 96660;
 v) 223 va 8248; e) 253219 va 16417.

Mavzuni mustahkamlash uchun savollar:

1. Qanday sonlar o'zaro tub sonlar deyiladi?
2. Agar ikki sonning biri ikkinchisiga bo'linsa kichik son nima bo'ladi? Kattasichi?
3. Yevklid algoritmini ayting?
4. Ikkita, uchta sonning EKUB i qanday topiladi?
5. Ikkita, uchta sonning EKUK qanday topiladi?
6. 15 ga bo'linish alomatini ayting?
7. 12 ga bo'linish alomatini ayting?
8. 45 ga bo'linish alomatini ayting?
9. Murakkab songa bo'linish alomatini ayting?
10. 105 ga bo'linish alomatini keltirib chiqaring?

III-BOB. SON TUSHUNCHASINI KENGAYTIRISH
3.1-Mavzu: RATSIONAL SONLAR VA ULAR USTIDA
ARIFMETIK AMALLAR

1.1. Kasrlarni taqqoslash. Ratsional sonlarni qo'shish va ayirish

1. $[AB]$ va $[DE]$ kesmalar berilgan bo'lsin. $[DE]$ ni birlik kesma deb qabul qilib, uning uzunligini e bilan belgilaymiz. Agar $[DE]$ kesma $[AB]$ ga k marta joylashsa, $|AB|=ke$ bo'ladi; aks holda $[DE]$ ni n ta kongruent bo'laklarga bo'lamiz, $[DE]$ ning n -bo'laki $[AB]$ ga m marta joylashsin, u holda $|AB| = \frac{m}{n}e$ bo'ladi. Birinchi holda $|AB|$ uzunlik natural son bilan, ikkinchi holda-kasr son bilan ifodalanadi.

Ta'rif. $\frac{m}{n}$, $m \in \mathbb{Z}_0$, $n \in \mathbb{N}$ ko'rinishda yozilgan sonlar kasrlar deyiladi.

Istalgan butun $a \in \mathbb{Z}_0$ sonni ham kasr ko'rinishda yozish mumkin.

Masalan: 5 ni $\frac{15}{3}$, 0 ni $\frac{0}{2}$,...

Ta'rif. Agar $mq=np$ bo'lsa, u holda $\frac{m}{n}$ kasr $\frac{p}{q}$ ga teng

kuchli deyiladi, ya'ni $(\forall \frac{m}{n}, \frac{p}{q})(mq=np \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{p}{q})$.

Teng kuchlilik ($\sim$) munosabati ekvivalentlik munosabati bo'lganligi uchun, u barcha kasrlar to'plamini sinflarga ajratadi.

Ta'rif. Teng kuchli kasrlar sinfi nomanfiy ratsional son deyiladi va barcha nomanfiy ratsional sonlar to'plami Q_0 - bilan belgilanadi.

Teorema. Agar $mq < np$ bo'lsa, $\frac{m}{n} < \frac{p}{q}$ bo'ladi.

Demak, Q_0 da "kichik" munosabati o'rnatilgan, ya'ni Q_0 -tartiblangan

Ta'rif. $r_1 = \frac{m}{n}$, $r_2 = \frac{p}{q}$ ratsional sonlarning yig'indisi deb,

shunday r -ratsional songa aytiladiki, u $r = \frac{mq + np}{nq}$ teng, ya'ni $r_1 + r_2 = \frac{m}{n} + \frac{p}{q} = \frac{mq + np}{nq}$.

Ratsio'nal sonlarni xossalari:

$$1^{\circ}. (\forall r_1, r_2 \in Q_0)(r_1 + r_2 = r_2 + r_1)$$

$$2^{\circ}. (\forall r_1, r_2, r_3 \in Q_0)[(r_1 + r_2) + r_3 = r_1 + (r_2 + r_3)]$$

Ta'rif. r_1 va r_2 ratsional sonlarining ayirmasi $r_1 - r_2 = r$ deb, shunday ratsional r soniga aytiladiki, u $r + r_2 = r_1$ ni qanoatlantiradi.

Agar $r_1 \geq r_2$ bo'lsa, u holda $r_1 - r_2 = r$ ayirma har doim mavjud va bir qiymatlidir.

Nomanfiy ratsional sonlar to'plamining xossalari

1^o. Q_0 -cheksiz va sanoqli.

2^o. Q_0 -tartiblangan.

3^o. Q_0 -zich to'plam.

Yozma mashq

3.1.1-misol Sonlarni taqqoslang.

$$a) \frac{5}{6} \text{ va } \frac{7}{8} \quad b) \frac{7}{18} \text{ va } \frac{5}{12} \quad s) \frac{15}{28} \text{ va } \frac{13}{21};$$

3.1.2-misol Kasrlarni o'sish tartibida joylashtiring.

$$a) \frac{3}{29}; \frac{3}{8}; \frac{3}{563}; \frac{3}{163}; \frac{3}{319}; \quad b) \frac{2}{3}; \frac{8}{13}; \frac{121}{197}; \frac{56}{73};$$

3.1.3-misol Taqqoslang.

$$a) \frac{2}{9} \text{ va } \frac{7}{15}; \quad b) -\frac{1}{6} \text{ va } 3 - \frac{15}{18}; \quad s) \frac{4}{9} + \frac{7}{12} \text{ va } \frac{5}{3} + \frac{11}{2};$$

3.1.4-misol Kasrlarni qo'shing.

$$a) \frac{11}{15} + \frac{14}{15}; \quad v) \frac{3}{14} + \frac{9}{28}; \quad s) \frac{21}{22} + \frac{8}{11}; \quad d) 2\frac{5}{9} + \frac{7}{12};$$

3.1.5-misol Quyidagi ratsional sonlarni qo'shing va qaysi qonundan foydalanganingizni tushuntiring.

$$a) \frac{5}{7} + \frac{3}{8} + \frac{2}{7} \quad v) \left(4\frac{5}{9} + \frac{11}{35}\right) + 2\frac{4}{9} \quad s) 3\frac{7}{8} + \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{4}\right)$$

$$d) 2\frac{7}{23} + 15\frac{13}{15} + 7\frac{6}{23}$$

$$e) 2 + 1\frac{2}{11} + 3\frac{17}{22} + 7 + 9\frac{1}{22}$$

$$f) 3\frac{5}{26} + 2\frac{1}{4} + 2\frac{3}{13} + 4\frac{29}{52} + \frac{10}{13};$$

3.1.6-misol Ayirmani hisoblang

$$a) \frac{2}{3} - \frac{1}{8} \quad b) \frac{16}{60} - \frac{8}{45} \quad s) 17\frac{13}{15} - 6\frac{5}{6} \quad d) 16\frac{5}{9} - 12\frac{11}{12}$$

3.1.7-misol Ifodani qiymatini toping.

$$a) 2\frac{3}{4} - 5\frac{5}{6} + 1\frac{7}{4} \quad v) 18\frac{3}{4} + 16\frac{3}{5} - 25\frac{5}{8} + 17\frac{7}{10};$$

$$s) 25\frac{7}{9} - 8\frac{3}{4} - 12\frac{5}{12} - 2\frac{11}{18};$$

3.1.8-misol Tenglamani yeching.

$$a) 2\left(\frac{1}{18} - \left(1\frac{1}{27} - \left(x - \frac{1}{9}\right)\right)\right) + 3\frac{5}{54} = 5$$

$$v) 1\frac{3}{5} + \left(2\frac{7}{12} - \left(\left(\frac{3}{4} - \right) + 1\right)\right) = \frac{14}{15}$$

3.1.9-misol Ifodani qiymatini toping.

$$a) 2\frac{3}{4} - 1\frac{5}{6} + 3\frac{7}{4} \quad v) 8\frac{3}{4} + 6\frac{3}{5} - 5\frac{5}{8} + 7\frac{7}{10};$$

$$s) 23\frac{8}{9} - 8\frac{3}{4} - 2\frac{5}{12} - 2\frac{12}{18};$$

3.1.10-misol a ning qanday qiymatlarida quyidagi juftliklar teng kuchli bo'lishini aniqlang.

$$a) \frac{5+a}{8+a} \text{ va } \frac{5}{8};$$

$$v) \frac{1}{a} \text{ va } \frac{a}{4};$$

3.1.11-misol Tenglamani yeching.

$$a) 4 \left(\frac{3}{18} - \left(1 \frac{4}{27} + \left(2x - \frac{2}{9} \right) \right) \right) + \frac{5}{54} = 5$$

$$b) 2 \frac{2}{5} + \left(3 \frac{5}{12} - \left(\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5} \right) + 2 \right) \right) = \frac{14}{15}$$

3.1.12-misol Sonlarni taqqoslang.

$$a) \frac{7}{8} \text{ va } \frac{37}{39}$$

$$b) \frac{5}{18} \text{ va } \frac{4}{17}$$

$$s) \frac{17}{28} \text{ va } \frac{13}{24};$$

1.2. Ratsional sonlarni ko'paytirish va bo'lish

Ta'rif. r_1 va r_2 ratsional sonlarning ko'paytmasi deb, shunday

$$r - \text{ coniga aytiladiki, } r = r_1 \times r_2 = \frac{mp}{nq}.$$

Bo'lish amali ko'paytirishga teskari amal sifatida tariflanadi.

Ta'rif. r_1 va r_2 larning bo'linmasi $r_1 : r_2 = r$ deb, shunday r ga aytiladiki, $u \ r_2 \times r = r_1$ ni qanoatlantiradi.

Bo'linma har doim mavjud va bir qiymatli, agar $r_2 = 0$ bo'lmasa.

Ratsional sonlarni ko'paytirish xossalari:

$$1^0. (\forall r_1, r_2 \in Q_0) (r_1 \times r_2 = r_2 \times r_1)$$

$$2^0. (\forall r_1, r_2, r_3 \in Q_0) [(r_1 \times r_2) \times r_3 = r_1 \times (r_2 \times r_3)]$$

$$3^0. (\forall r_1, r_2, r_3 \in Q_0) [r_1 \times (r_2 + r_3) = r_1 \times r_2 + r_1 \times r_3]$$

Yozma mashq

3.1.13-misol: Ko'paytmani toping

$$a) \frac{4}{3} \times \frac{3}{8}$$

$$v) \frac{11}{12} \times \frac{4}{9}$$

$$s) 5 \frac{4}{9} \times 3 \frac{3}{38}$$

$$d) 8 \frac{11}{31} \times 9 \frac{7}{9}$$

3.1.14-misol Quyidagi ifodalarning qiymatini topishda ko'paytirish qonunlarini qo'llang.

$$a) \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3}; b) 1 \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{47} \cdot \frac{5}{7} \cdot 2 \frac{2}{3};$$

$$c) \left(\frac{4}{7} \cdot 6 \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{1}{2}; d) \frac{3}{11} \cdot \frac{11}{12} + 2 \frac{1}{11} \cdot \frac{11}{12};$$

$$e) 2 \frac{5}{8} \cdot \left(\frac{16}{63} + \frac{8}{21} \right); k) 2 \frac{2}{5} \times 4 \frac{3}{47} : \frac{3}{7} \times 5 \frac{1}{3}$$

3.1.15-misol Bo'lish amalini bajaring.

$$a) \frac{5}{6} : \frac{19}{24}; b) 8 \frac{2}{5} : 1 \frac{1}{20}; c) 15 : \frac{5}{7};$$

$$d) 4 \frac{4}{5} : \frac{4}{17} : 3 \frac{2}{5}$$

$$e) 11 \frac{1}{3} : \frac{4}{21} : 4 \frac{1}{4}$$

3.1.16-misol Ifodani qiymatini toping.

$$a) 4 \frac{1}{4} : \left(1 \frac{1}{3} \cdot 5 \frac{1}{4} \right);$$

$$v) \left(6 - 2 \frac{4}{5} \right) \cdot 3 \frac{1}{8} - 1 \frac{3}{5} : \frac{1}{4};$$

$$3.1.17-misol. \text{ Hisoblang } \left(12 \frac{1}{9} - 10 \frac{2}{5} \right) : 38 \frac{1}{2} + 2 \frac{8}{9} \times 18$$

$$3.1.18-misol. \left(26 \frac{2}{3} : 6,4 \right) \cdot \left(19,2 : 3 \frac{5}{9} \right) - \frac{8 \frac{4}{7} : 2 \frac{26}{77}}{0,5 : 18 \frac{2}{3} \cdot 11} - \frac{1}{18}$$

$$3.1.19\text{-misol. } \frac{(3,4-1,275) \cdot \frac{16}{17}}{\frac{5}{18} \cdot \left(1\frac{7}{85} + 6\frac{2}{17}\right)} + 0,5 \cdot \left(2 + \frac{125}{5,75 + \frac{1}{2}}\right)$$

$$3.1.20\text{-misol. } \left[(21,85 : 43,7 + 8,5 : 3,4) : 4,5\right] : 1\frac{2}{5} + 1\frac{11}{21}$$

$$3.1.21\text{-misol. } \left(6 - 2\frac{4}{5}\right) \cdot 3\frac{1}{8} - 1\frac{3}{5} : \frac{1}{4}$$

3.1.22 -misol.

$$\left[\left(1\frac{1}{7} - \frac{23}{49}\right) : \frac{22}{147} - \left(0,6 : 3\frac{3}{4}\right) \cdot 2\frac{1}{2} + 3,75 : 1\frac{1}{2}\right] : 2,2$$

3.1.23-misol. Ifodaning qiymatini toping.

$$\left(\frac{3,25 + 1\frac{1}{3}}{3\frac{1}{3} - 1,825} - \frac{2\frac{3}{5} + 1,5}{3,25 - 2\frac{1}{3}}\right) \cdot \frac{2}{3}$$

3.1.24-misol . Sonli qiymatini toping.

$$\left(3\frac{2}{5} + 2,5 : 2\frac{1}{4}\right) : 3\frac{2}{5} + 4,4 : 2\frac{3}{8} - 0,5$$

$$3.1.25\text{-misol. Soddashtiring. } 2\frac{2}{3} (1\frac{1}{2} a - 2\frac{1}{4}) + 1\frac{1}{5} (2\frac{1}{2a} - \frac{5}{6})$$

Mustaqil ish uchun topshiriqlar

$$1) \left(\frac{3\frac{1}{3} + 2\frac{1}{2}}{2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}} \cdot \frac{9\frac{3}{5} - 2\frac{1}{3}}{4\frac{3}{5} - 2\frac{1}{3}} \cdot 5\frac{1}{5}\right) \cdot 2\frac{2}{5} : 1\frac{1}{5}$$

$$2) \left[(520 \cdot 0,43) : 0,26 - 217 \cdot 2\frac{3}{7}\right] - \left(31,5 : 12\frac{3}{5} + 114 \cdot 2\frac{1}{3} + 61\frac{1}{2}\right)$$

$$3) \left(\frac{3,75 + 2\frac{1}{2}}{2\frac{1}{2} - 1,875} - \frac{2\frac{3}{4} + 1,5}{2,75 - 1\frac{1}{2}}\right) \cdot \frac{10}{11}$$

$$4) \left(1\frac{2}{5} + 3,5 : 1\frac{1}{4}\right) : 2\frac{2}{5} + 3,4 : 2\frac{1}{8} - 0,35$$

$$5) \frac{\left[0,3275 - \left(2\frac{15}{88} + \frac{4}{33}\right) : 12\frac{2}{9}\right] : 0,07}{(13 - 0,415) : 6,05 + 1,92}$$

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollar:

1. Kasr va ratsional son tushunchasini ta'riflang.
2. Ratsional sonlarni qoshish amalining ta'rifini ayting.
3. Ratsional sonlar to'plami qanday xossalarga ega?
4. Ratsional sonlarni ko'paytirish amalining ta'rifini ayting.
5. Ratsional sonlar ustida arifmetik amallar bajarish qoidalarini ayting.
6. Ratsional sonlarni ko'paytirish amalining xossalarini ayting.

1.3. Davriy va davriy bo'lmagan o'nli kasrlar

Davriy kasrlarni oddiy kasr ko'rinishga keltirish va aksincha

Ta'rif. Maxraji o'n yoki uning darajalaridan iborat bo'lgan kasr o'nli kasr deyiladi, ya'ni $\frac{m}{10^n} (\forall n, m \in \mathbb{N})$ ko'rinishdagi kasr o'nli kasrdir.

Agar $m = m_k \times 10^k + \dots + m_0, n \leq k$ bo'lsa,

$$\frac{m}{10^n} = \frac{m_k \times 10^k + \dots + m_n \times 10^n + m_{n-1} \times 10^{n-1} + \dots + m_0}{10^n} =$$

$$= m_k 10^{k-n} + \dots + m_n + \frac{m_{n-1}}{10} + \dots + \frac{m_0}{10^n}.$$

Agar sonning butun qismini M deb belgilasak, u holda $\frac{m}{10^n}$ kasrni

$M, \overline{m_{n-1}m_{n-2}\dots m_0}$ ko'rinishda yozamiz.

Masalan, 1) $\frac{361}{100} = \frac{361}{10^2} = 3,61$

Qanday shartlar bajarilganda $\frac{b}{a}$ kasri o'nli kasr ko'rinishda yoziladi?

Teorema. Agar $\frac{b}{a} = \frac{b}{2^\alpha \cdot 5^\beta}$ bo'lsa, u holda $\frac{b}{a}$ qirqarmas kasr biror

o'nli kasrga teng kuchli bo'ladi.

Oddiy kasrni o'nli kasrga aylantirish uchun, kasrning suratini maxrajiga bo'lamiz.

$\frac{1}{3}$ kasrni o'nli kasrga aylantiraylik. $\frac{1}{3} = 0,333\dots, \frac{1}{6}$ ni o'nli kasrga aylantirsak $\frac{1}{6} = 0,1666\dots$

Demak, qisqarmas kasr maxrajining tub ko'paytuvchilarga yoyilmasiga 2 va 5 dan boshqa tub bo'luvchilar aralashsa, u holda kasr cheksiz davriy o'nli kasrga aylanadi.

Aniqrog'i: 1) Agar kasr maxrajining tub ko'paytuvchilarga yoyilmasida 2 va 5 tub bo'luvchilari qatnashmasa, davr birdaniga verguldan keyin boshlanadi.

Masalan, $\frac{1}{3} = 0,333\dots 0,(3).$

Bunday kasrlar sof davriy kasrlar deyiladi.

2) Agar 2 yoki 5 bilan bir qatorda boshqa tub bo'luvchilar qatnashsa,

davr verguldan bir yoki bir nechta raqamdan keyin boshlanadi.

Masalan, $\frac{1}{6} = \frac{1}{2 \cdot 3} = 0,1666\dots = 0,1(6).$ Bunday kasrlar

aralash davriy kasrlar deyiladi.

Sof davriy kasrni oddiy kasrga aylantirish uchun kasrning mahrajiga davrda nechta raqam bo'lsa, shuncha 9, suratiga esa davrdagi sonni yozamiz.

Masalan, 1) $0,(23) = \frac{23}{99}$; 2) $0,(6) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$;

3) $0,(54) = \frac{54}{99} = \frac{6}{11}$;

Aralash davriy kasrni oddiy kasrga aylantirish uchun kasrning mahrajiga davrda nechta raqam bo'lsa, shuncha 9 va nechta raqam davrda qatnashsa, shuncha nol, suratiga verguldan 2- davrgacha bo'lgan sondan 1- davrgacha bo'lgan son ayirmasi yoziladi.

Masalan: 1) $0,2(5) = \frac{25-2}{90} = \frac{23}{90}$;

2) $0,7(61) = \frac{761-7}{990} = \frac{754}{990} = \frac{377}{495}$;

Istalgan nomanfiy ratsional son davriy kasr ko'rinishda yozilishi mumkinligini e'tiborga olib, ratsional sonni cheksiz davriy o'nli kasr deb ta'riflaymiz.

Yozma mashq

3.2.1-misol $\left\{ \frac{3}{7}, \frac{5}{12}, \frac{17}{20}, \frac{5}{9}, \frac{7}{24}, \frac{9}{40}, \frac{10}{11}, \frac{9}{82}, \frac{1}{54} \right\}$ to'plamni

quyidagi xossalarga ko'ra qism to'plamlarga ajrating: chekli davriy o'nli kasr, cheksiz davriy o'nli kasr.

3.2.2-misol Quyidagi o'nli kasrlarni $\frac{m}{n}$ ko'rinishda yozing:

2272990; 0,03; 1,0011; 10,0018; 2,57; 2,(538);
0,8(3); 0,0(518); 2,14(3); 29,041(6)

3.2.3-misol. Quyidagi $\frac{m}{n}$ kasrlarni o'nli kasr ko'rinishda yozing:

$$\frac{5}{7}; \frac{21}{13}; \frac{31}{23}; \frac{45}{31}; \frac{213}{29}; \frac{541}{311}; \frac{805}{701}; \frac{2313}{139}; \frac{27}{31};$$

3.2.4-misol. $3\frac{127}{495}$ ni o'nli kasr ko'rinishda yozing

3.2.5-misol. Bo'lishni bajarmay quyidagi oddiy kasrlardan qaysilari cheksis o'nli kasrga aylanishini ayta olasizmi?

$$\frac{40}{20}; \frac{21}{102}; \frac{310}{230}; \frac{742}{12}; \frac{20}{29}; \frac{51}{310}; \frac{50}{100}; \frac{21}{352}; \frac{27}{312};$$

3.2.6-misol. $1\frac{10}{435}$ ni o'nli kasr ko'rinishda yozing

3.2.7-misol. Bo'lishni bajarmay quyidagi oddiy kasrlardan qaysilari chekli o'nli kasrga aylanishini ayta olasizmi?

$$\frac{45}{70}; \frac{21}{113}; \frac{381}{203}; \frac{745}{101}; \frac{213}{523}; \frac{541}{311}; \frac{805}{101}; \frac{231}{1395}; \frac{27}{310};$$

3.2.8-misol. O'nli kasr ko'rinishda yozing?

$$5\frac{513}{703}; 3\frac{12}{65}; \frac{15}{490}; \frac{125}{65}; 90\frac{12}{33};$$

1.4. Davriy va davriy bo'lmagan o'nli kasrlar ustida amallar

O'nli kasrlarni qo'shish algoritmi quyidagicha:

1. Qo'shiluvchilarning verguldan keyingi raqamlarini (kasr qismini) nollar yozish bilan tenglashtiramiz.
2. Vergullarni hisobga olmasdan natural sonlar kabi qo'shamiz
3. Yig'indida har bir qo'shiluvchida verguldan keyin nechtdan raqam bo'lsa, shuncha raqam ajratib vergul qo'yamiz.

Xuddi shu usul bilan kasrlarni taqqoslash va ayirish algoritmlari keltirib chiqariladi.

$M, \overline{m_{n-1} \dots m_0}$ va $P, \overline{p_{q-1} \dots p_0}$ o'nli kasrlari berilgan. Ularni $\frac{m}{10^n}$ va

$\frac{p}{10^q}$ ko'rinishda yozamiz.

$$\frac{m}{10^n} \cdot \frac{p}{10^q} = \frac{m \cdot p}{10^{n+q}}$$
 kasrini maxrajsiz yozish uchun, $m \cdot p$ natural

sonining o'nli yozilishidan $n+q$ ta raqam oxiridan sanab vergul ajratamiz. Bundan quyidagi algoritm kelib chiqadi:

O'nli kasrlarni ko'paytirish uchun:

- 1) Ko'paytuvchilardagi vergullarni tashlab yozib olamiz.
- 2) Hosil bo'lgan natural sonlarni ko'paytiramiz.
- 3) Ko'paytuvchilarda dastlab verguldan keyin hammasi bo'lib, nechta raqam bo'lsa, ko'paytmada shuncha raqam sanab vergul qo'yamiz.

$$M, \overline{m_{n-1} \dots m_0} \text{ va } P, \overline{p_{q-1} \dots p_0}$$

o'nli kasrlari berilgan. $\frac{m}{10^n} \cdot \frac{p}{10^q} = \frac{m \cdot 10^q}{10^n \cdot p}$, bunda $m \cdot 10^q$ va $10^n \cdot p$

sonlari natural. Demak, o'nli kasrlarni bo'lishni natural sonlarni bo'lish bilan almashtirishga keltirib olinadi.

Yozma mashq

3.2.9-misol. Qiymatini toping : $\frac{6,8 \times 0,04 \times 1,65}{3,3 \times 5,1 \times 0,16}$

3.2.10-misol. Hisoblang: $5\frac{5}{7} : 2\frac{2}{5} \times 5\frac{1}{4} : 1\frac{1}{6} \times \frac{2}{3}$

3.2.11-misol $(7-6,35) : 6,5+9,9$

3.2.12-misol. $\left(\frac{(2,7-0,8) \cdot 2, (3)}{(5,2-1,4) : 0,3} + 0,125 \right) : 2,5 + 0,43$

3.2.13-misol. $\left((0,813) - 0,4(6) : 1\frac{5}{6} \right) \cdot \left(\left(1,125 + 1\frac{3}{4} - 0,41(6) \right) \right) : 0,59$

$$3.2.14\text{-misol. } \frac{\left(0,666\dots + \frac{1}{3}\right):0,25}{0,12333\dots:0,0925} + 12,5 \cdot 0,64$$

$$3.2.15\text{-misol. } \left((0,06) + \frac{1}{3}\right):0,25:(0,12(3):0,0925) + 12,5 \cdot 0,64$$

$$3.2.16\text{-misol. } \left((0,8(8) - 0,4(6)) : 1\frac{5}{6} \cdot \left(\left(1,125 + 1\frac{3}{4} - 0,41(6)\right)\right)\right):0,59$$

Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- $(6-2,8) \cdot 3,125 - 1,6:0,25 =$
- $(0,(06)+0,(3):0,25):(0,12(3):0,0925)+12,5 \cdot 0,64 =$
- $\left(\left(\left(\frac{5}{8} + 2,708(3)\right):2,5\right):\left(1,3 + 0,7(6) + 0,(36) \cdot \frac{110}{401}\right)\right):0,5 =$
- $\frac{[(7-6,35):6,5 + 9,98999\dots] \cdot \frac{1}{12,8}}{\left[(1,2:36) + \left(1\frac{1}{5}:0,25\right) - 1,8(3)\right] \cdot 1\frac{1}{4}} =$

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollar:

- O'nli kasr ta'rifini ayting.
- O'nli kasrlarni taqqoslash qoidasini ayting va asoslang.
- O'nli kasrlar ustida arifmetik amallar bajarish algoritmini ayting va asoslang.
- Protsent tushunchasini ta'riflang. Sonning protsentini va protsentiga ko'ra sonni topish algoritmini ayting. Misollar keltiring.
- Oddiy kasr qanday qilib o'nli kasrga aylantiriladi?
- O'nli kasrlarning qanday turlarini bilasiz? Ta'riflarini ayting.
- O'nli kasrni oddiy kasrga aylantirish yo'llarini tushuntiring va asoslang.
- Ratsional songa o'nli kasr orqali ta'rif bering.

3.2-Mavzu: Haqiqiy sonlar

2.1. Haqiqiy sonlar ustida amallar

Quyidagi teoremani ko'rib chiqaylik:

Teorema. Kvadrati 2ga teng ratsional son mavjud emas.

Isbot: Faraz qilaylik, mavjud bo'lsin, ya'ni $\left(\frac{p}{q}\right)^2 = 2$ va $D(p;q)=1$

$$\frac{p^2}{q^2} = 2 \Rightarrow p^2 = 2q^2 \Rightarrow p = 2k.$$

$$4k^2 = 2q^2 \Rightarrow 2k^2 = q^2 \Rightarrow q = 2l, \text{ ya'ni } p:2 \wedge q:2. \text{ Bu shartga}$$

zid. Demak, p va q qisqaruvchan bo'lib, $\left(\frac{p}{q}\right)^2 = 2$ va $D(p;q)=1$ degan faraz noto'g'ri. Teorema isbotlandi.

Ta'rif. Ratsional bo'lmagan sonlar irratsional sonlar deyiladi va ularning to'plami $\bar{Q}$ -kabi belgilanadi. $Q \cup \bar{Q} = R$ - haqiqiy sonlar to'plami deyiladi.

Irratsional sonlar cheksiz davriy bo'lmagan o'nli kasrlar, ratsional sonlar esa cheksiz davriy o'nli kasrlar kabi yoziladi.

Demak, haqiqiy sonni bir so'z bilan cheksiz o'nli kasr deb atash mumkin, ya'ni $x = a, \overline{a_1 a_2 a_3 \dots a_n \dots}$

$x_n = a, \overline{a_1 a_2 a_3 \dots a_n}$ - haqiqiy sonning kami bilan olingan taqribiy qiymati,

$$x'_n = a, \overline{a_1 a_2 a_3 \dots a_n} + \frac{1}{10^n} \text{ -ortig'i bilan olingan taqribiy qiymati deyiladi.}$$

R-haqiqiy sonlar to'plamining xossalari:

1°. R-haqiqiy sonlar to'plami -cheksiz-sanoqsiz.

2°. R-haqiqiy sonlar to'plami -tartiblangan.

3°. R-haqiqiy sonlar to'plami -uzluksizdir.

$(x \in R)$ soniga sonlar o'qida bitta nuqta mos keladi va aksincha son o'qining har bir nuqtasiga yagona haqiqiy son mos keladi.

1. $[0;1]$ kesmadagi nuqtalar to'plami sanoqsizdir.

Ta'rif. $[0;1]$ kesmadagi nuqtalar to'plami bilan teng quvvatli to'plam kontinium quvvatli to'plam deyiladi. Bunday to'plamlar haqida bir nechta teoremlarni isbotsiz qabul qilamiz.

Teorema 1. Har qanday $[a,b]$ dagi nuqtalar kontinium quvvatga ega.

Teorema 2. $A_1, A_2, \dots, A_n$ larning har biri kontinium quvvatiga ega bo'lsa, u holda $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = A$ to'plam ham kontinium quvvatga ega va aksincha.

Natija. R to'plam kontinium quvvatga ega.

Xaqiqiy sonlar ustida amallar.

Ta'rif. x va y haqiqiy sonlarning yig'indisideb, $x_n + y_n < Z < x'_n + y'_n$ shartni qanoatlantiradigan Z haqiqiy soniga aytiladi.

Ta'rif. x va y haqiqiy sonlarning ko'paytmasi deb, shunday Z haqiqiy soniga aytiladiki, u ixtiyoriy manfiy bo'lmagan x, y uchun $x_n \cdot y_n < Z < x'_n \cdot y'_n$ tengsizlikni qanoatlantiradi.

Ta'rif. x va y haqiqiy sonlarning (x-y) ayirmasi deb, shunday Z haqiqiy soniga aytiladiki, u $x_n - y_n < Z < x'_n - y'_n$ shartni qanoatlantiradi.

Ta'rif. x va y haqiqiy sonlarning $x : y$ bo'linmasi deb, shunday Z haqiqiy soniga aytiladiki, u $x_n : y_n < Z < x'_n : y'_n$ shartni qanoatlantiradi.

Aytilganlarga doir misollardan namunalar

Misol. 3,657642... va 0,874622... sonlarining yig'indisi 0,001gacha aniqlikda topilsin.

$$1) \quad n=0 \quad \left. \begin{array}{l} x_0 = 3, \quad y_0 = 0, \\ x'_0 = 4, \quad y'_0 = 1. \end{array} \right| \Rightarrow 3+0 < Z < 4+1; \Rightarrow 3 < Z < 5$$

$$2) \quad n=1 \quad \left. \begin{array}{l} x_1 = 3,6; \quad y_1 = 0,8; \\ x'_1 = 3,7; \quad y'_1 = 0,9. \end{array} \right| \Rightarrow (3,6+0,8 < Z < 3,7+0,9) \Rightarrow 4,4 < Z < 4,6$$

$$3) \quad n=2 \quad \left. \begin{array}{l} x_2 = 3,65; \quad y_2 = 0,87; \\ x'_2 = 3,66; \quad y'_2 = 0,88. \end{array} \right| \Rightarrow (3,65+0,87 < Z < 3,66+0,88) \Rightarrow \\ \Rightarrow 4,52 < Z < 4,54$$

$$4) \quad n=3 \quad \left. \begin{array}{l} x_3 = 3,657; \quad y_3 = 0,874; \\ x'_3 = 3,658; \quad y'_3 = 0,875. \end{array} \right| \Rightarrow \\ \Rightarrow (3,657+0,874 < Z < 3,658+0,875) \Rightarrow \\ \Rightarrow 4,531 < Z < 4,533$$

$$n=4; \quad \left. \begin{array}{l} x_4 = 3,6576; \quad y_4 = 0,8746; \\ x'_4 = 3,6577; \quad y'_4 = 0,8747. \end{array} \right| \Rightarrow$$

$$5) \Rightarrow (3,6576+0,8746 < Z < 3,6577+0,8747) \Rightarrow \\ \Rightarrow 4,5322 < Z < 4,5324$$

demak, $Z \approx 4,532$.

Misol. $x=1,34205\dots$ va $y=1,63244\dots$ bo'lsa, ko'paytmaning to'rtta o'nli ishorasi topilsin.

$$n=4 \Rightarrow x_n \cdot y_n = 1,3420 \cdot 1,6324 = 2,19068080;$$

$$n=4 \Rightarrow x'_n \cdot y'_n = 1,3421 \cdot 1,6325 = 2,19097825;$$

$$x_n \times y_n = 2,19068080; \quad x'_n \times y'_n = 2,19097825$$

$$2,190 < Z < 2,190$$

$$n=5 \Rightarrow x_5 \times y_5 = 1,34205 \cdot 1,63244 = 2,1908161020.$$

$$n=5 \Rightarrow x'_5 \times y'_5 = 1,34206 \cdot 1,63245 = 2,1908458470$$

$$2,1908 < Z < 2,1908$$

Demak, $Z=2,1908$.

Misol. $x=3,423421\dots$ va $y=3,234519\dots$ bo'lsa, ayirmaning birinchi uchta o'nli ishorasi topilsin.

$$n=3 \Rightarrow x_3 - y_3 = 3,423 - 3,235 = 0,188;$$

$$n=3 \Rightarrow x'_3 - y'_3 = 3,424 - 3,234 = 0,190$$

$$\Rightarrow x - y = Z; \Rightarrow 0,1 < Z < 0,1$$

$$n=4 \Rightarrow x_4 - y_4 = 3,4234 - 3,2346 = 0,1888;$$

$$x'_4 - y'_4 = 3,4235 - 3,2345 = 0,1890;$$

$$0,18 < Z < 0,18$$

$$n=5 \Rightarrow x_5 - y_5 = 3,42342 - 3,23452 = 0,18890;$$

$$n=5 \Rightarrow x'_5 - y'_5 = 3,42343 - 3,23451 = 0,18892;$$

$$x - y = Z \Rightarrow 0,188 < Z < 0,188$$

Demak, $Z = 0,188$.

Misol. $x = 1,532$ va $y = 2,037$ bo'lsa, bo'linmaning birinchi uchta o'nli ishorasi topilsin.

$$n = 2 \Rightarrow x_2 : y_2 = 1,53 : 2,04 = 0,750$$

$$n = 2 \Rightarrow x_2' : y_2 = 1,54 : 2,03 = 0,758$$

$$0,75 < Z < 0,75$$

$$n = 3 \Rightarrow x_3 : y_3 = 1,532 : 2,038 = 0,7520$$

$$x_3' : y_3 = 1,533 : 2,037 = 0,7522$$

$$0,752 < Z < 0,752$$

Demak, $Z \approx 0,752$.

Yozma mashq

3.3.1-Misol. $X=2,420421\dots$ va $y=3,245019\dots$ bo'lsa, yig'indining birinchi ikkita o'nli ishorasi topilsin.

3.3.2-Misol. $X=4,4120421\dots$ va $y=5,205014\dots$ bo'lsa, ayirmaning birinchi to'rtta o'nli ishorasi topilsin.

3.3.3-Misol. $X=0,220621\dots$ va $y=3,28549\dots$ bo'lsa, ko'paytmaning birinchi uchta o'nli ishorasi topilsin.

3.3.4-Misol. $X=0,470451\dots$ va $y=1,24315\dots$ bo'lsa, ayirmaning birinchi ikkita o'nli ishorasi topilsin.

3.3.5-Misol. $X=0,220621\dots$ va $y=3,28549\dots$ bo'lsa, ko'paytmaning birinchi uchta o'nli ishorasi topilsin.

3.3.6-Misol. $X=6,220021\dots$ va $y=3,285047\dots$ bo'lsa, bo'linmaning birinchi uchta o'nli ishorasi topilsin.

3.3.7-Misol. $X=1,320423\dots$ va $y=1,243017\dots$ bo'lsa, yig'indining birinchi uchta o'nli ishorasi topilsin.

3.3.8-Misol. $X=5,0120121\dots$ va $y=3,202013\dots$ bo'lsa, ayirmaning birinchi to'rtta o'nli ishorasi topilsin.

3.3.9-Misol. $X=2,200321\dots$ va $y=1,28647\dots$ bo'lsa, ko'paytmaning birinchi uchta o'nli ishorasi topilsin.

3.3.10-Misol. $X=0,400431\dots$ va $y=1,24255\dots$ bo'lsa, ayirmaning birinchi ikkita o'nli ishorasi topilsin.

3.3.11-Misol. $X=0,215621\dots$ va $y=2,21349\dots$ bo'lsa, ko'paytmaning birinchi uchta o'nli ishorasi topilsin.

3.3.12-Misol. $X=5,251021\dots$ va $y=1,221047\dots$ bo'lsa, bo'linmaning birinchi uchta o'nli ishorasi topilsin.

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollar:

1. Irratsional son tushunchasini kiritilishi zaruratini tushuntiring.
2. Irratsional son ta'rifini ayting.
3. Haqiqiy son deb nimaga aytiladi?
4. Haqiqiy sonlar to'plami qanday tuzilgan?
5. Haqiqiy sonlar to'plami bilan son o'qi nuqtalari orasida qanday bog'lanish bor?
6. Haqiqiy sonlar to'plamining quvvati haqida nima deyish mumkin?
7. Haqiqiy sonning kami va ortig'i bilan olingan o'nli yaqinlashishlari deb nimaga aytiladi? Ular qanday topiladi?
8. Haqiqiy sonlarning yig'indisi qanday topiladi? Yig'indining qanday xossalari bor?
9. Haqiqiy sonlar ko'paytmasi ta'rifini ayting. Ko'paytma xossalarini ayting va asoslang.
10. Haqiqiy sonlar ayirmasi qanday topiladi?
11. Haqiqiy sonlar bo'linmasini topish qoidasini ayting.

2.2. Sonlarni yaxlitlash va taqribiy sonlar ustida amallar.

Taqribiy sonlar:

- a) texnik o'lchash natijasida;
 - b) jadvallardan (kvadratlar, logarifmlar,...) foydalanishda;
 - v) ildizlar chiqarishda;
 - g) sonlarni yaxlitlashda;
- va hokazo kabi hollarda hosil bo'ladi.

Agar sonimizda raqamlar keragidan ortiq bo'lsa, u holda son yaxlitlanadi.

Masalan. $475427 \gg 475000$ (kami bilan)

$475827 \gg 476000$ (ortig'i bilan)

Ba'zi hollarda kami bilan ham, ortig'i bilan ham yaxlitlash mumkin.

$$3,1 < p < 3,2$$

$$3,14 < p < 3,15$$

3,141 < p < 3,142

Agar x soni a_1 va a_2 qiymatlari orasidagi qiymat bo'lsa, ya'ni $a_1 < x < a_2$, u holda

a_1 -quyi chegara bo'lib, uni qisqacha - q.ch.

a_2 -yuqori chegara bo'lib, uni qisqacha - yu.ch.

$a_1 = \text{q.ch. } x$, $a_2 = \text{yu.ch. } x$

$\text{q.ch. } x < x < \text{yu.ch. } x$

Bulardan:

$\text{q.ch.}(x \pm y) = \text{q.ch. } x \pm \text{q.ch. } y$

$\text{yu.ch.}(x \pm y) = \text{yu.ch. } x \pm \text{yu.ch. } y$

$\text{q.ch.}(x \times y) = \text{q.ch. } x \times \text{q.ch. } y$

$\text{yu.ch.}(x \times y) = \text{yu.ch. } x \times \text{yu.ch. } y$

$\text{q.ch.} \left(\frac{x}{y} \right) = \text{q.ch. } x : \text{q.ch. } y$

$\text{yu.ch.} \left(\frac{x}{y} \right) = \text{yu.ch. } x : \text{yu.ch. } y$

1) Agar a soni x -ning taqribiy qiymati bo'lsa, u holda $|x - a| = \Delta a$ absolyut xatolik deyiladi.

$$x - a = \pm \Delta a \Rightarrow x = a \pm \Delta a.$$

2) $\frac{\Delta a}{|a|}$ -nisbiy xatolik deyiladi va $\delta(a) = \frac{\Delta a}{|a|}$ kabi belgilanadi

$$\delta(a) = \left(\frac{\Delta a}{|a|} \times 100 \right) \% \quad \Delta a - \text{absolyut xatolik} \quad \delta(a) - \text{nisbiy xatolik}$$

Yozma mashq

3.3.13. Misol. 1275,43202 sonini (kami bilan) 5ta raqami aniqligida yaxlitlang

3.3.14. misol. 23,40827 sonini (ortig'i bilan) 4ta raqami aniqligida yaxlitlang

3.3.15. misol. 402,3,08251 sonini (ortig'i bilan) 6ta raqami aniqligida yaxlitlang

3.3.16. misol. Agar $x = 3,217609 \dots$ va $y = 6,0005472 \dots$ bo'lsa, u holda bu sonlar yig'indisining quyi va yuqori chegaralarini toping

3.3.17. misol. Agar $x = 7,2157604 \dots$ va $y = 2,050472 \dots$ bo'lsa, u holda

bu sonlar ayirmasining quyi va yuqori chegaralarini toping

3.3.18. misol. Agar $x = 3,217609 \dots$ va $y = 6,0532472 \dots$ bo'lsa, u holda bu sonlar ko'paytmasining quyi va yuqori chegaralari ni toping

3.3.19. masala. Atmosfera haroratida 0,04% karbonat angidrid bor. Odamlar yashaydigan binoda 0,1% dan ortiq karbonat angidrid bo'lmashligi kerak. Odam 1 soatda 22,6 litr karbonat angidrid chiqaradi. Agar bir odamga 25 kub. M. li xona to'g'ri kelsa, ventilatsiya orqali bir soatli havo almashinishi qanday bo'lishi kerak. (0,1 gacha aniqlikda hisoblang.)

3.3.20. misol. Agar $a = 2,35082$ soni $x = 2,350826482 \dots$ sonining taqribiy qiymati bo'lsa, u holda absolyut xatolikni toping

3.3.21. misol. Agar $a = 32,0315019$ soni $x = 32,0315018206482 \dots$ sonining taqribiy qiymati bo'lsa, u holda nisbiy xatolikni toping

3.3. 22. misol. Agar $a = 5,2315017$ soni $x = 5,2315017206482 \dots$ sonining taqribiy qiymati bo'lsa, u holda nisbiy xatolikni toping

3.3.23. misol. Agar $a = 8,215$ soni $x = 8,215304 \dots$ ning va $b = 4,030$ soni $y = 4,030422 \dots$ ning taqribiy qiymati bo'lsa, u holda bu sonlar ayirmasining absolyut xatosini toping.

3.3.24. misol. Agar $a = 3,215$ soni $x = 3,215304 \dots$ ning va $b = 4,131$ soni $y = 4,131422 \dots$ ning taqribiy qiymati bo'lsa, u holda bu sonlarning yig'indi sining absolyut xatosini toping.

3.3. 25. misol. Agar $a = 2,021$ soni $x = 2,021601 \dots$ ning taqribiy qiymati bo'lsa u holda bu sonlar absolyut va nisbiy xatosini toping

3.3. 25. misol. Agar $a = 72,421$ soni $x = 72,421701 \dots$ sonining va $b = 12,633$ soni $y = 12,6334102 \dots$ sonining taqribiy qiymati bo'lsa, u holda bu sonlar bo'linmasining absolyut xatosini toping

3.3.26. misol Agar $x = 5,216086 \dots$ va $y = 4,7505472 \dots$ bo'lsa, u holda bu sonlar bo'linmasi ning quyi va yuqori chegaralarini toping

3.3.27. misol. Agar $x = 5,015004 \dots$ va $y = 4,030472 \dots$ bo'lsa, u holda bu sonlar ko'paytmasining 0, 0001 aniqlikdagi taqribiy qiymatini hamda ko'paytmaning absolyut xatosini toping.

3.3.23. misol. Agar $a = 8,215$ soni $x = 8,215304 \dots$ ning va $b = 4,030$ soni $y = 4,030422 \dots$ ning taqribiy qiymati bo'lsa, u holda bu sonlar bo'linma sining absolyut xatosini toping.

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollar:

1. Taqribiy son haqida tushuncha bering.
2. Sonlarni yaxlitlash qoidalarini ayting.
3. Taqribiy sonning quyi va yuqori chegaralarini ayting.
4. Absolyut va nisbiy xato ta'riflarini ayting.
5. Absolyut va nisbiy xatoning taqribiy hisobda qanday ahamiyati bor?

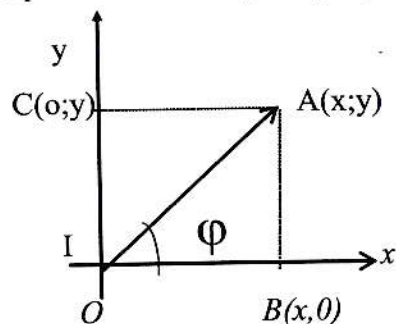
3.3-Mavzu: Kompleks sonlar

Ushbu $x^2 + 1 = 0$ tenglamani qanoatlantiruvchi haqiqiy son yo'q. $x = \sqrt{-1}$ Bu tenglama ildizga ega bo'lishi uchun yangi, mavhum sonlar deb ataluvchi sonlar kiritiladi. Mavhum va haqiqiy sonlar umumiy nom bilan kompleks son deb ataladi.

Kompleks son deb $z = x + iy$ ko'rinishidagi ifodaga aytiladi. Bunda x va y sonlar haqiqiy sonlar bo'lib, x ga z kompleks sonning haqiqiy qismi, y ga esa mavhum qismi, i ni mavhum birlik deyiladi.

Agar $x = 0$ bo'lsa, $z = yi$ ga sof mavhum son deyiladi.

$z = x + iy$ kompleks sonni tekislikdagi dekart koordinatalari sistemasida $A(x;y)$ nuqta bilan tasvirlash qabul qilingan.



1-chizma

U holda $x = z + 0i$ haqiqiy son abtissa o'qida yotuvchi $B(x;0)$ nuqta bilan $yi = 0 + yi$ mavhum son ordinata o'qida yotuvchi $C(0;y)$ nuqta bilan tasvirlanadi. (1-chizma)

$0 = 0 + 0i$ songa mos keluvchi nuqta koordinata boshi bo'ladi. Masalan, $z = -3 + 4i$, $\alpha = 5$, $\beta = -7i$ sonlar mos ravishda $A_1(-3;4)$, $B_1(5;0)$ va $C_1(0;7)$ nuqtalar bilan tasvirlanadi.

Bunday tasvirlashda absissa o'qi-haqiqiy o'q va ordinata o'qi –

mavhum o'q deb yuritiladi.

$z = x + yi$ kompleks sonni boshi koordinata boshida va uchi $A(x;y)$ nuqtada yotuvchi vektor bilan ham tasvirlash mumkin.

$z = x + yi$ kompleks sonning geometrik tasvirini ifodalovchi vektorlarning uzunligi bu kompleks sonning moduli deyiladi va u $r = |z| = |x + yi|$ ko'rinishida belgilanadi.

$r = |z|$ ni Pifagor teoremasi bo'yicha 1-chizmadagi to'g'ri burchakli AOB uchburchakda topamiz. Bunda $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ bo'ladi.

Noldan farqli har bir kompleks sonning moduli musbat haqiqiy son. OX o'qining musbat yo'nalish bilan $\vec{OA}$ vektor orasidagi burchakni φ deb belgilaymiz. Unda $\triangle AOB$ dan $x = r \cos \varphi$ $y = r \sin \varphi$ larni topamiz. Bulardan: $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ (1)

z kompleks sonning (1) shakliga uning trigonometrik shakli deyiladi. $z = x + yi$ ifoda z kompleks sonning algebraik shakli deb yuritiladi.

(1) ni umumiy shaklda $z = r[\cos(\varphi + 2k\pi) + i \sin(\varphi + 2k\pi)]$ deb yozish mumkin

$$\text{II. } z_1 \cdot z_2 = (x_1x_2 - y_1y_2) + i(x_1y_2 + x_2y_1)$$

$$\text{II. } \frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \bar{z}_2}{z_2 \cdot \bar{z}_2} = \frac{(x_1x_2 + y_1y_2) + i(x_2y_1 - x_1y_2)}{x_2^2 + y_2^2} \quad \text{bu yerda}$$

$z_2 \neq 0$ formulalardan kompleks sonning trigonometrik shakli kelib chiqadi. $Z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ (1)

Kompleks sonning trigonometrik shaklida ko'rinishidan foydalanib

$$z_1 = r_1(\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1)$$

$$z_2 = r_2(\cos \varphi_2 + i \sin \varphi_2)$$

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 r_2 [(\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \sin \varphi_1 \sin \varphi_2) + i(\sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + \cos \varphi_1 \sin \varphi_2)] = r_1 r_2 [\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2)]$$

$$\begin{aligned} \frac{z_1}{z_2} &= \frac{r_1}{r_2} \frac{\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1}{\cos \varphi_2 + i \sin \varphi_2} = \frac{r_1(\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1)[\cos(-\varphi_2) + i \sin(-\varphi_2)]}{r_2(\cos \varphi_2 + i \sin \varphi_2)(\cos \varphi_2 - i \sin \varphi_2)} = \\ &= \frac{r_1}{r_2} [\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2)] \end{aligned}$$

bu yerda $z_2 \neq 0$

Demak, trigonometrik shakldagi ikkita kompleks sonning bo'linmasi ham trigonometrik shaklga ega bo'lib, bo'linmaning moduli bo'linuvchi va bo'luvchi modullarining bo'linmasiga, argumenti esa bo'linuvchi va bo'luvchi argumentlarning ayirmasiga teng.

Yozma mashq

3.4.1. $\frac{1+i}{2-i}$ nisbatni toping.

Yechilishi: Kompleks sonlar nisbatini topish uchun kasrning surat va maxrajini 2-i ning qo'shmasi $2+i$ ga ko'paytiramiz:

$$\frac{1+i}{2-i} = \frac{(1+i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{2+i+2i+i^2}{4-i^2} = \frac{1+3i}{4+1} = \frac{1+3i}{5} = \frac{1}{5} + \frac{3}{5}i.$$

3.4.2. Misol. $Z_1 = 4 + 5i$ va $Z_2 = 6 + 2i$ ko'mpleks sonlar yig'indisini toping

Yechish:

$$Z_1 + Z_2 = 4 + 5i + 6 + 2i = (4+6) + i(5+2) = 10 + 7i \text{ Javob: } Z=10+7i$$

3.4.3. Misol. Algebraik shakldagi $z = 1 - \sqrt{3}i$ kompleks sonni trigonometrik shaklga keltiring?

Yechish:

Buning uchun r bilan φ ni topib ularning qiymatlarini (1)ga qo'yamiz.

$$\text{Bu yerda } r = \sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2, \quad r = 2. \text{ Endi}$$

$$\cos \phi = \frac{x}{r} = \frac{1}{2} \quad \text{va} \quad \sin \phi = \frac{y}{r} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ lardan uning to'rtinchi}$$

chorakda ekanligi va 300° ga yoki $\frac{5\pi}{3}$ ga tengligini ko'ramiz. Shunday

qilib, $z = 2 \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$ hosil bo'ladi.

$$\text{Javob: } z = 2 \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right) \quad Z_2 = 4(\cos 10^\circ + i \sin 10^\circ)$$

3.4.4..Misol. sonlarning bo'linmasini toping .

$$Z_1 = 7(\cos 20^\circ - i \sin 20^\circ) \quad \text{va}$$

Yechish:

Avvalo Z_1 ni trigonometrik shaklini (1) formula ko'rinishiga keltiramiz:

$$Z_1 = 7(\cos 20^\circ - i \sin 20^\circ) = 7[\cos(-20^\circ) + i \sin(-20^\circ)]$$

Demak, Endi (3) formula bo'yicha

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{7}{8}(\sqrt{3} - i) \quad \text{ni topamiz.}$$

$$\text{Javob: } \frac{7}{8}(\sqrt{3} - i)$$

3.4.5. Misol. Z kompleks sonining geometrik tasvirini ifodalovchi vektorlarning uzunligi , ya'ni bu kompleks sonning modulini toping?

$$\text{a) } Z=8i+5$$

$$\text{b) } Z=5i-7$$

3.4.6. Misol. $Z_1=6+7i$ va $Z_2=-2+6i$ ko'mpleks sonlar ayirmasini toping?

3.4.7. Misol. $Z_1=-7-5i$ va $Z_2=6-8i$ ko'mpleks sonlar ko'paytmasini toping?

3.4.8. Misol. $Z_1=6+9i$ va $Z_2=4-8i$ ko'mpleks sonlar yig'indisini toping?

3.4.9. Misol. $Z_1=4+9i$ va $Z_2=6+5i$ ko'mpleks sonlar bo'linmasini toping?

3.4.10. Misol. $Z=4+5i$ ko'mpleks sonni trigonometrik ko'rinishiga keltiring?

3.4.11. Misol. Z kompleks sonining geometrik tasvirini ifodalovchi vektorlarning uzunligi , ya'ni bu kompleks sonning modulini toping

$$\text{a) } Z=3i+4$$

$$\text{b) } Z=9i-3$$

3.4.12. Misol. $Z_1=16+7i$ va $Z_2=-12+5i$ ko'mpleks sonlar ayirmasini toping

3.4.13. Misol. $Z_1 = 8 - 5i$ va $Z_2 = 3 - 9i$ ko'mpleks sonlar ko'paytmasini toping

3.4.14. Misol. Trigonometrik shakda berilgan ko'mpleks sonlarning

ko'paytmasini toping.

$$Z_1 = 7(\cos 60^\circ - i \sin 60^\circ) \text{ va } Z_2 = 4(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$$

3.4.15. Misol. Z = kompleks sonning modulini toping

$$Z_1 = 7(\cos 45^\circ + i \sin 270^\circ)$$

$$Z_2 = 5(\cos 30^\circ + i \sin 90^\circ)$$

3.4.16. Misol. $Z_1 = 13 + 9i$ va $Z_2 = 4 - 6i$ ko'mpleks sonlar yig'indisini toping

3.4.17. Misol. $Z_1 = 13 + 12i$ va $Z_2 = 11 + 7i$ ko'mpleks sonlar bo'linmasini toping

3.4.18. Misol. $Z = 14 + 9i$ ko'mpleks sonni trigonometrik ko'rinishiga keltiring

3.4.19. Misol. $Z = 11 + 5i$ ko'mpleks sonni trigonometrik ko'rinishiga keltiring

3.4.20. Misol. $\omega = \sqrt{-1}$ ni toping.

3.4.21. Trigonometrik shaklda berilgan ko'mpleks sonlarning

$$Z_1 = 9(\cos 45^\circ - i \sin 45^\circ) \text{ va } Z_2 = 3(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$$

bo'linmasini toping.

3.4.22. 1) Kompleks sonlarni qo'shing

$$a) (3+5i)+(2-7i)$$

$$b) \left(\frac{2}{3} + 1,6i\right) + \left(2\frac{1}{3} - 0,4i\right) \quad \begin{matrix} Z_1 = 7(\cos 45^\circ + i \sin 270^\circ) \\ Z_2 = 5(\cos 30^\circ + i \sin 90^\circ) \end{matrix}$$

2) Kompleks sonlarni ayiring:

$$a) (4+3i)-(-5+6i)$$

$$b) \left(4\frac{2}{3} + 1\frac{3}{8}i\right) - \left(2\frac{1}{3} - 1\frac{2}{8}i\right)$$

3) Kompleks sonlarni ko'paytiring:

$$a) (6+7i) \cdot (2-11i)$$

$$b) \left(2\frac{1}{3} + 1,4i\right) \cdot \left(1,6 - 3\frac{1}{2}i\right)$$

$$4) \text{ Bo'lishni bajaring: } \frac{3+4i}{5-7i}; \quad \frac{0,2-1,4i}{0,4+3i}$$

3.4.23.

$$1) \text{ Agar } z_1 = 2 + 3i; \quad z_2 = 1 + i; \quad z_3 = -2 + i; \text{ bo'lsa}$$

$$z = \frac{z_1 + 3z_2}{z_1 z_2 - z_3};$$

$$2) z_1 = 8-2i; z_2 = 5+i; z_3 = -1+i \text{ bo'lsa } z = \frac{z_1(z-z_3)}{z_3^3 + z_1}; \text{ ni hisoblang}$$

$$3) i^{120}; \quad i^{203} \text{ ni hisoblang}$$

3.4.24. Trigonometrik shaklda berilgan

$$Z_1 = 9(\cos 45^\circ - i \sin 45^\circ) \text{ va } Z_2 = 3(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$$

ko'mpleks sonlarning bo'linmasini toping.

3.4.25. Misol. $Z_1 = 6+9i$ va $Z_2 = 4-8i$ ko'mpleks sonlar yig'indisini toping?

3.4.26. Misol. $Z_1 = 4+9i$ va $Z_2 = 6+5i$ ko'mpleks sonlar bo'linmasini toping?

3.4.27. Misol. $Z = 4+5i$ ko'mpleks sonni trigonometrik ko'rinishiga keltiring?

3.4.28. Misol. Z kompleks sonining geometrik tasvirini ifodalovchi vektorlarning uzunligi, ya'ni bu kompleks sonning modulini toping

$$a) Z = 3i+4$$

$$b) Z = 9i-3$$

3.4.29. Misol. $Z_1 = 16+7i$ va $Z_2 = -12+5i$ ko'mpleks sonlar ayirmasini toping

3.4.30. Misol. $Z_1 = 8 - 5i$ va $Z_2 = 3 - 9i$ ko'mpleks sonlar ko'paytmasini toping

3.4.31. Misol. Trigonometrik shaklda berilgan

$$Z_1 = 7(\cos 45^\circ + i \sin 270^\circ)$$

$$Z_2 = 5(\cos 30^\circ + i \sin 90^\circ)$$

ko'mpleks sonlarning ko'paytmasini toping.

3.4.32. Misol. Z = kompleks sonning modulini toping

$$Z_1 = 13 + 9i \text{ va } Z_2 = 4 - 6i$$

3.4.33. Misol. $Z_1 = 13 + 9i$ va $Z_2 = 4 - 6i$ ko'mpleks sonlar yig'indisini toping

3.4.34. Misol. $Z_1 = 13 + 12i$ va $Z_2 = 11 + 7i$ ko'mpleks sonlar bo'linmasini toping

3.4.35. Misol. $Z = 14 + 9i$ ko'mpleks sonni trigonometrik ko'rinishiga keltiring

3.4.36. Misol. $Z = 11 + 5i$ ko'mpleks sonni trigonometrik ko'rinishiga keltiring

3.4.37. Misol. $\omega = \sqrt{-1}$ ni toping.

Mustaqil ish topshirig'i

1) Kompleks sonlarni qo'shing

$$(6+7i)+(-2+3i)$$

$$(2\frac{1}{3}+1,8i)+(2,3-0,8i)$$

2) Kompleks sonlarni ayiring

$$(7-3i)-(9+11i)$$

$$(4,8+1,5i)-(0,8-0,5i)$$

3) Kompleks sonlarni ko'paytiring

$$(15+4i)(2-3i); \quad (4,3-2,6i)(0,2+1,4i)$$

4) Bo'lishni bajaring

$$a) \frac{5+6i}{4-3i}; \quad b) \frac{2,3i-1,4i}{2,4-1,6i};$$

5) Amallarni bajaring

a) $z_1 = 2-3i$; $z_2 = 4+3i$; $z_3 = -3+i$; bo'lsa $z = \frac{z_1+3z_2}{z_2^2-z_1 \cdot z_2}$; ni hisoblang

b) $z_1 = 6-3i$; $z_2 = 1+2i$; $z_3 = 1-i$; kompleks sonlar berilgan

$$z = \frac{z_2(z_1-z_2)}{z_1^3+z_3} \quad \text{ni hisoblang}$$

v) i^{121} ; i^{200} ni hisoblang

6. Kompleks sonlar ko'paytmasini toping:

$$a) (-i-2)(-2+2i); \quad b) (2+3i)(3+2i).$$

7. Quyidagi kompleks sonlarni ko'paytiring:

$$a) (3,5-i)(7-2i); \quad b) (5+i)(15-3i).$$

8. Kompleks sonlar ko'paytmasini toping:

$$a) (4-i)(3+2i); \quad b) (-7+2i)(1-i).$$

9. Kompleks sonlar ko'paytmasini toping:

$$a) (\sqrt{3}+i)(\sqrt{3}-i); \quad b) (1-\sqrt{2}i)(\sqrt{2}+3i);$$

$$v) (5i-4)(7-3i); \quad g) (14i-12)(8+3i)$$

$$d) (\sqrt{3}+4i)(3-\sqrt{3}i); \quad ye) (1-\sqrt{5}i)(2+\sqrt{3}i).$$

10. Kompleks sonlar nisbatini toping:

$$a) \frac{2+i}{2-i}; \quad b) \frac{0+4i}{1+i}; \quad v) \frac{5+0i}{-4+3i}.$$

11. Kompleks sonlarni bo'ling:

$$a) \frac{4+6i}{1-i}; \quad b) \frac{10-i}{1+i}; \quad v) \frac{1-2i}{3+2i}; \quad g) \frac{-2-3i}{1+2i}.$$

12. Kompleks sonlarni bo'ling:

$$a) \frac{2+i}{3-i}; \quad b) \frac{6-i}{3+4i}; \quad v) \frac{13+4i}{1+i}; \quad g) \frac{3+4i}{7-2i}.$$

13. Quyidagi nisbatlar tengligini isbot qiling:

$$a) \frac{2+i}{3-i} = \frac{13+4i}{17-9i}; \quad b) \frac{6-i}{3+4i} = \frac{13+4i}{-25+25i}.$$

14. Kvadrat tenglamalarni yeching:

$$a) x^2 - 4x + 5 = 0; \quad b) x^2 - 8x + 7 = 0;$$

$$v) 3x^2 + 10x + 9 = 0; \quad g) 4x^2 - 14x + 13 = 0.$$

15. Tenglamani yeching:

$$a) (i-z)(1-2i) + (1-zi)(3-4i) = 1+7i.$$

16. Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} z_1 + 2z_2 = 1+i \\ 3z_1 + iz_2 = 2-3i \end{cases}$$

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollar:

1. Algebraik shakldagi kompleks sonni trigonometrik shaklga keltirishga misol keltiring.
2. Kompleks sonlar modullarining yig'indisi xossalari ko'rsating.
3. Kompleks sonlarning geometrik joylanishiga oid misollar keltiring.
4. Kompleks sondan kvadrat ildiz chiqarishning qanday usullarini bilasiz?
5. Trigonometrik shakldagi ikkita kompleks sonning bo'linmasi nimaga teng?
6. $Z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ formula kompleks sonlarning qanday shakli deyiladi?

IV-BOB. GEOMETRIYA ELEMENTLARI

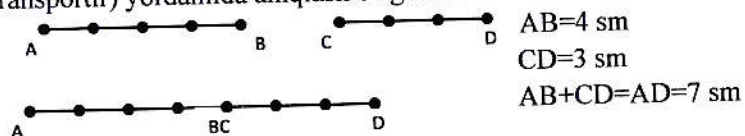
4.1-Mavzu: Maktabda o'rganiladigan geometrik tushunchalar sistemasi

1.1. Eng sodd geometrik shakllar

Geometriya - matematikaning ajralmas qismi bo'lib, matematika fanini rivojlanishida katta ahamiyatga egadir.

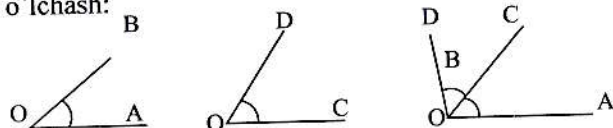
Geometriyaga tegishli qadimiy manbalar qadimiy Misr matematikasining rivojlanishiga taaluqli bo'lib, u Rim va Moskva papiruslarida aks etgan.

Geometriya kursidagi eng sodd figuralarga nuqta, to'g'ri chiziq va ularning bo'laklari kiradi. Kesma va burchaklarni o'lchashning asosiy xossalari, ularning yig'indisi va ayirmasini o'lchash asboblari (chizg'ich va transportir) yordamida aniqlash o'rganiladi.

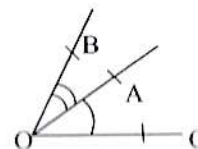


$$AD = AB + CD = 3 \text{ sm} + 4 \text{ sm} = 7 \text{ sm}.$$

Ikkita burchakning yig'indisi qanday hosil qilinishi va uni transportir yordamida o'lchash:

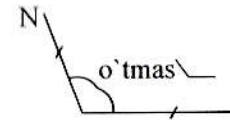
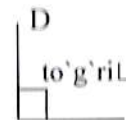
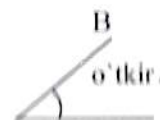


$$\angle AOB + \angle COD = \angle AOD$$



$$\angle AOB < \angle COB$$

$\angle AOB$ da AO, OB-burchakning tomonlari. O nuqta burchakning uchi.

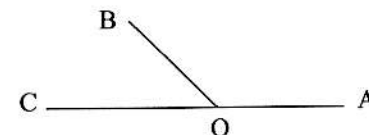


90° ga teng burchak to'g'ri burchak deb ataladi.

To'g'ri burchakdan kichik burchak o'tkir burchak deb ataladi.

90° dan katta burchak o'tmas burchak deb ataladi.

Ta'rif. Agar ikkita burchakning bitta tomoni umumiy, qolgan tomonlari to'ldiruvchi yarim to'g'ri chiziqlar bo'lsa, ular qo'shni burchaklar deyiladi.

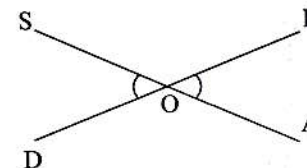


AOB burchak va BOC burchaklar qo'shni burchaklar.

Teorema. Qo'shni burchaklarning yig'indisi 180° ga teng.

$$\angle AOB + \angle BOC = 180^\circ.$$

Ta'rif. Agar ikki burchakdan birining tomonlari ikkinchisini to'ldiruvchi yarim to'g'ri chiziqlari bo'lsa, bu ikki burchak vertikal burchaklar deyiladi.



$\angle AOB$ va $\angle SOD$ vertikal burchaklardir.

Teorema. Vertikal burchaklar teng.

$$\angle AOB = \angle SOD.$$

Debat uchun savollar:

1. Geometriyaning kelib chiqishi haqidagi tarixiy ma'lumotlarni ayting.
2. Geometrik figuralarni bog'cha va boshlang'ich maktabda o'rganish haqida ma'lumot bering.
3. Geometriya kursining tuzilishi va asosiy tushunchalari haqida ma'lumot bering.
4. To'g'ri burchakka ta'rif bering?
5. O'tkir burchakka ta'rif bering?
6. O'tmas burchakka ta'rif bering?
7. Qanday burchak ichki almashinuvchi burchaklar deyiladi?
8. Qanday burchak tashqi almashinuvchi burchaklar deyiladi?
9. Qanday burchak vertikal burchaklar deyiladi?

Yozma mashq

Masala. To'g'ri chiziqdagi n ta turli nuqta nechta kesmani aniqlaydi? Yechilishi. Barcha kesmalar sonini oddiy sanash yo'li bilan aniqlaymiz.

$$\underline{A_1, A_2, A_3, A_{n-1}, A_n}$$

Dastlab bir uchi A_1 nuqtada ikkinchi uchi esa qolgan nuqtalarning birida bo'lgan barcha kesmalarni sanasak, $n-1$ son hosil bo'ladi. So'ngra bir uchi A_2 nuqtada ikkinchi uchi esa qolgan $(n-2)$ nuqtalarning birida bo'lgan barcha kesmalarni sanasak, $n-2$ ni aniqlaymiz va hokazo. Natijada barcha kesmalar soni

$$(n-1)+(n-2)+\dots+3+2+1=\frac{n(n-1)}{2} \text{ ekanligini aniqlaymiz.}$$

$$\text{Javob: } \frac{n(n-1)}{2}$$

4.1.1. masala. To'g'ri chiziq chizing va uning ustida yotuvchi 6 ta nuqtani harflar bilan belgilang. Bu nuqtalar orqali hosil bo'ladigan kesmalar nechta, bu kesmalarni yozib chiqing?

4.1.2. masala. Hech qaysi uchasi bir to'g'ri chiziqda yotmagan 7 ta nuqtani belgilang va ular yordamida hosil bo'ladigan kesmalarni yozing. Ular nechta?

4.1.3. masala. AB kesma ustida yotuvchi C nuqtani belgilang. Quyidagi nurlardan qaysilari ustma-ast tushishini aniqlang:

AB, AC, BA, BC, CA, CB

4.1.4. masala. AB nurda C va D nuqtalarni belgilang. Agar $AB=9,4$ va $AD=3,4$ hamda $AC=5$ bo'lsa, BD va CA kecmalar uzunligini toping?

4.1.5. masala. AC kesmada B ichki nuqta bo'lib, $BC=7,4$. AB kesmaning uzunligi AC kesmaning uzunligidan 3 marta kichik bo'lsa, AB ning uzunligini toping?

4.1.6. masala. Uzunligi 32 sm bo'lgan AB kesma 3 bo'lakka bo'lingan bo'lib, ikki chetki bo'laklarining o'rtalari orasidagi masofa 20 sm. O'rtasidagi kesmaning uzunligini toping?

4.1.7. masala. Umumiy uchga ega bo'lgan AB va AC nurlarning birida n ta 2-sida $(n-1)$ ta nuqta belgilangan. Bir uchi AC nurdagi nuqtalarda, 2- uchi esa AB nurdagi nuqtalarda bo'lgan barcha kesmalar sonini aniqlang?

4.1.8. masala. Ikki qo'shni burchaklar ayirmasi 18° Shu burchaklardan kattasini toping?

4.1.9. masala. ABC burchakning B uchidan 5 ta nur o'tkazing. Bu nurlar hosil qilgan burchaklarni yozing. ABC burchak bilan qo'shib hisoblaganda ular nechta?

4.1.10. masala. Ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan qo'shni burchaklarning ayirmasi 42° ga teng. Shu burchaklardan kichigini toping?

4.1.11. masala. Ikki parallel to'g'ri chiziqlarni uchinchi kesib o'tganda hosil bo'lgan ichki bir tomonli burchaklardan biri ikkinchisidan 12 marta katta. Shu burchaklardan kichigini toping?

Mustaqil ish uchun topshiriqlar.

1-masala. To'g'ri chiziq chizing va uning ustida yotuvchi 8 ta nuqtani harflar bilan belgilang. Bu nuqtalar orqali hosil bo'ladigan kesmalar nechta, bu kesmalarni yozib chiqing?

2-masala. Hech qaysi uchasi bir to'g'ri chiziqda yotmagan 5 ta nuqtani belgilang va ular yordamida hosil bo'ladigan kesmalarni yozing. Ular nechta?

3-masala. AD kesma ustida yotuvchi C nuqtani belgilang. Quyidagi nurlardan qaysilari ustma-ast tushishini aniqlang:

AD, AC, DA, DC, CA, CD

4-masala. AB nurda C va D nuqtalarni belgilang. Agar $AB=12$ va $AD=5,6$ hamda $AC=7$ bo'lsa, BD va DC kecmalar uzunligini toping?

5-masala. AC kesmada B ichki nuqta bo'lib, $BC=9,4$. AB kesmaning uzunligi AC kesmaning uzunligidan 2 marta kichik bo'lsa, AC ning uzunligini toping?

6-masala. Uzunligi 38 sm bo'lgan AB kesma 3 bo'lakka bo'lingan bo'lib, ikki chetki bo'laklarining o'rtalari orasidagi masofa 24 sm. O'rtasidagi kesmaning uzunligini toping?

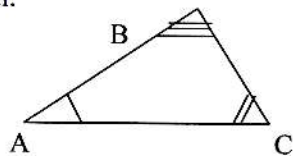
7-masala. Ikki qo'shni burchaklar ayirmasi 42° . Shu burchaklardan kattasini toping?

8-masala. ABC burchakning B uchidan 7 ta nur o'tkazing. Bu nurlar hosil qilgan burchaklarni yozing. ABC burchak bilan qo'shib hisoblaganda ular necha?

9-masala. Ikki parallel to'g'ri chiziqlarni uchinchi kesib o'tganda hosil bo'lgan ichki bir tomonli burchaklardan biri ikkinchisidan 2 marta katta. Shu burchaklardan kichigini toping

1.2. Geometrik figuralar, ularning ta'rif, xossalari va alomatlari Uchburchaklar, ularning turlari. Pifagor teoremasi.

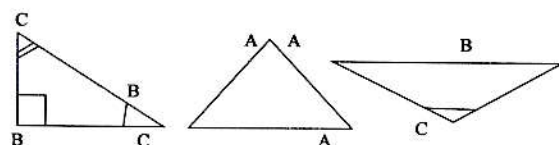
Ta'rif. Bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan uchta nuqtadan va shu nuqtalarni ikkitalab tutashtiruvchi 3ta kesmadan iborat figura uchburchak deyiladi.



A,B,C-uchburchakning uchlari; AB, AC, CB-uchburchakning tomonlari;

$\angle ABC$, $\angle BAC$, $\angle ACB$ -uchburchakni burchaklari

Bitta burchagi 90° ga teng bo'lgan uchburchak to'g'ri burchakli uchburchak deyiladi.



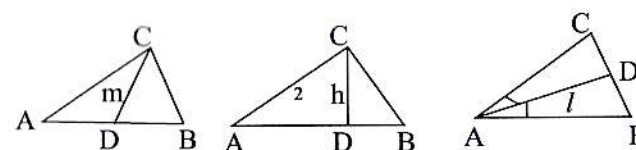
Ta'rif. Hamma burchaklari o'tkir burchak bo'lgan uchburchak o'tkir burchakli uchburchak deyiladi.

Ta'rif. Bitta burchagi o'tmas burchak bo'lgan uchburchak o'tmas burchakli uchburchak deyiladi.

Ta'rif. Uchburchakning burchagidan uning qarshisidagi tomon o'rtasiga o'tkazilgan kesma mediana deyiladi.

Ta'rif. Uchburchakning bir uchidan uning qarshisidagi tomonga tushirilgan perpendikulyar kesma uchburchakning balandligi deyiladi.

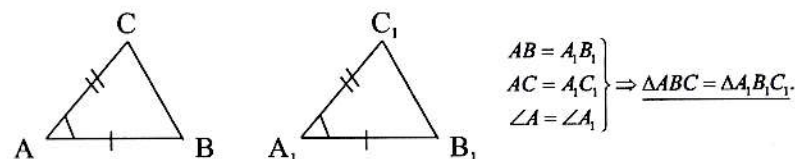
Ta'rif. Uchburchakning bir burchagini teng ikkiga bo'luvchi va qarshisidagi tomon bilan kesishguncha bo'lgan kesmani uchburchakning bissektrisasi deyiladi.



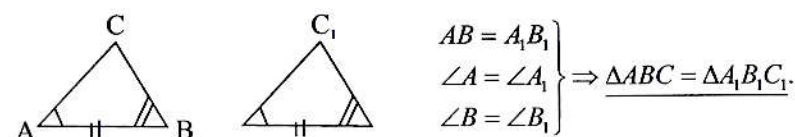
Uchburchaklarning tenglik alomatlari.

I-alomat. Ikki tomoni va ular orasidagi burchagiga ko'ra tenglik alomati.

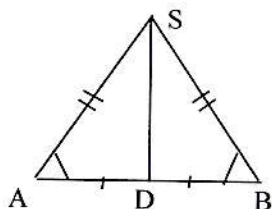
II-alomat. Bir tomoni va unga yopishgan ikki burchagiga ko'ra tenglik alomati.



III-alomat. Uchburchaklarning uchta tomoniga ko'ra tenglik alomati.



Agar ikki uchburchakning 2ta tomoni teng bo'lsa, uni teng yonli uchburchak deyiladi. Teng tomonlar yon tomonlar, teng bo'lmagan tomon uning asosi deyiladi.



AS, BS – uchburchakning yon tomonlari,
AB- uchburchakning asosi. Teng yonli uchburchakning asosidagi burchaklari teng bo'ladi. $\angle A = \angle B$.

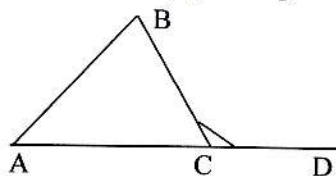
Teorema. Teng yonli uchburchakning asosiga o'tkazilgan medianasi ham balandlik, ham bissektrisa bo'ladi.

Teorema. Uchinchi to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan 2 to'g'ri chiziq o'zaro parallel bo'ladi.

Teorema. Uchburchak ichki burchaklarining yig'indisi 180° ga teng.
Ikki o'zaro parallel to'g'ri chiziqni uchinchil to'g'ri chiziq kesganda hosil bo'ladigan burchaklar uchun:

- mos burchaklar o'zaro teng;
- ichki almashinuvchi burchaklar o'zaro teng;
- tashqi almashinuvchi burchaklar o'zaro teng.

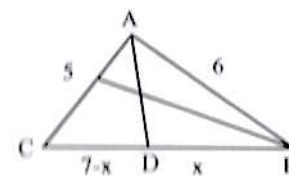
Teorema. Uchburchakning tashqi burchagi o'ziga qo'shni bo'lmagan ichki burchaklar yig'indisiga teng.



Yozma mashq

4.1.11. Masala. Tomonlarining uzunliklari 5, 6 va 7 bo'lgan uchburchakda katta tomoni qarshisidagi burchak bissektrisasi ichki chizilgan aylana markazida burchak uchidan hisoblaganda qanday nisbatdagi bo'laklarga ajraladi. Berilishi: $AC = 5$, $AB = 6$, $CB = 7$, $DB = x$

$$CD = 7 - x$$



Yechilishi; Bissektrisaning xossasiga ko'ra $\frac{5}{6} = \frac{7-x}{x}$, bundan

$$5x = 42 - 6x \rightarrow 11x = 42 \rightarrow x = \frac{42}{11}$$

Uchburchak ABD da $\frac{AO}{OD} = \frac{6}{x}$; $\frac{AO}{OD} = \frac{6}{\frac{42}{11}} = \frac{11}{7}$; Javob: $\frac{11}{7}$.

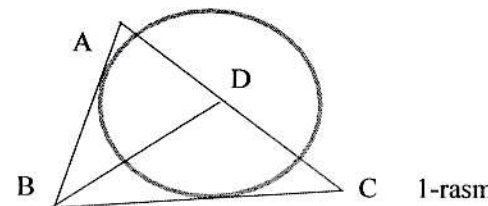
4.1.12. masala. ABC uchburchakda A uchidagi tashqi burchagi 110° ga, C uchidagi ichki burchagi 80° ga teng. B uchidagi ichki burchagini toping?

4.1.13. masala. Teng yonli uchburchakning uchidagi burchagi 70° ga teng. Yon tomoniga o'tkazilgan balandlik va asos orasidagi burchakni toping?

4.1.14. masala. Teng yonli uchburchakning uchidagi burchagi 120° ga teng. Asosidagi burchaklarining bissektrisalari kesishishidan hosil bo'lgan o'tkir burchakni toping?

4.1.15. masala. Kichik kateti $AB=1$ va katta katetiga yopishgan burchagi 30° bo'lgan to'g'ri burchakli ABC uchburchak yasang. Bu uchburchakning BC gipotenuzasi katta kateti va kichik kateti $BD=1$ bo'lgan yangi DBC to'g'ri burchakli uchburchak yasang. Bu DBC to'g'ri burchakli uchburchak DC gipotenuzasi uzunligini toping?

4.1.16. masala. ABC uchburchakning AB, BC va AC tomonlari mos ravishda 4, 5 va 6 ga teng. AB va BC tomonlarga urinadigan aylananing markazi D nuqta AC tomonda ajratgan kesmalarning uzunliklari ko'paytmasini toping?

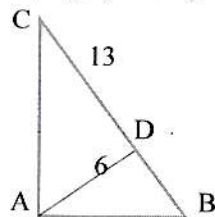


1-rasm

4.1.17.masala. Teng yonli ABC uchburchakda A va C burchaklari teng, $|AB| : |AC| = 5 : 3$ kabi va $|AB| - |AC| = 4$.

Uchburchakning perimetrini hisoblang.

4.1.18.masala. To'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasi 13 ga, gipotenuzaga tushirilgan balandligi 6 ga teng. Katta katetining gipotenuzadagi proeksiyasini toping? (2-rasm)

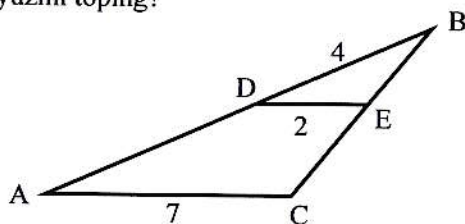


2-rasm

4.1.19.masala. ABC uchburchakda $|AC| = 7$, $|BD| = 4$ va $DE=2$ (AC parallel DE) AB tomonning uzunligini toping. (3-rasm)

4.1.20.masala. Perimetri 96 ga teng bo'lgan uchburchakning har bir tomoni to'rtta teng bo'laklarga bo'lindi. Bo'linish nuqtalari tomonlarga parallel kesmalar bilan tutashtirilgan. Bu kesmalar uzunliklari yig'indisini toping?

4.1.21.masala. Yuzi 48 ga teng bo'lgan ABC uchburchakning AC tomoni D nuqtada $|AD| : |DC| = 1 : 7$ kabi nisbatda bo'linadi. ABD uchburchakning yuzini toping?



3-rasm

4.1.22. masala. ABC uchburchakda burchak $BAC=45^\circ$ burchak $ACB=30^\circ$; va $|BC| = 14\sqrt{2}$ ga teng. AB tomon uzunligini toping?

4.1.23.masala. Tomonlari 7, 12 va 13 bo'lgan uchburchakka tashqi chizilgan aylana radiusini toping?

4.1.24. masala. Medianalarning uzunliklari mos ravishda 9, 12 va 15

bo'lgan uchburchak yuzini toping.?

4.1.25. masala. Uchburchak aylanaga ichki chizilgan $AB=24$ va aylana markazi shu tomondan 5 birlik masofada yotsa, aylananing radiusini toping?

4.1.26.masala. Teng yonli ABC uchburchakka ichki chizilgan aylananing markazi uning asosiga tushirilgan balandligini, uning uchidan boshlab hisoblaganda, 5 va 3 ga teng kesmalarga ajratadi. Uchburchak asosini toping.

4.1.27.masala. Perimetri 48 ga teng bo'lgan uchburchakning har bir tomoni to'rtta teng bo'laklarga bo'lindi. Bo'linish nuqtalari tomonlarga parallel kesmalar bilan tutashtirilgan. Bu kesmalar uzunliklari yig'indisini toping?

4.1.28.masala. Uchburchak tomonlarining o'rtalarini tutashtirib, perimetri 65 ga teng bo'lgan uchburchak hosil qilindi. Berilgan uchburchakning perimetrini toping?

4.1.29.masala. Tomonlari 3, 5 va 6 bo'lgan uchburchakning 5 ga teng tomon qarshisidagi burchak kosinusini toping?

4.1.30.masala. Tomonlari 13, 14 va 15 sm bo'lgan uchburchakning eng katta balandligini toping?

4.1.31.masala. Uchburchakning ikki tomoni uzunliklari orasidagi farqi 1 sm.ga teng bolib, ular ozaro 120° li burchak hosil qiladi. Agar uchinchi tomoni 13 sm ga teng bo'lsa, uchburchakning perimetrini toping?

Mustaqil ish uchun topshiriqlar

1-masala. ABC uchburchakda A uchidagi tashqi burchagi 130° ga, C uchidagi ichki 80° burchagi ga teng. B uchidagi ichki burchagini toping?

2-masala. Teng yonli uchburchakning uchidagi burchagi 90° ga teng. Yon tomoniga o'tkazilgan balandlik va asos orasidagi burchakni toping?

3-masala. Teng yonli uchburchakning uchidagi burchagi 100° ga teng. Asosidagi burchaklarining bisektrisalari kesishishidan hosil bo'lgan o'tkir burchakni toping?

4-masala. Katetlari $AB=AC= 3$ bo'lgan to'g'ri burchakli ABC uchburchak yasang. Bu uchburchakning BC gipotenuzasi katta kateti va kichik kateti $BD=3$ bo'lgan yangi DBC to'g'ri burchakli uchburchak yasang. Bu DBC to'g'ri burchakli uchburchak DC gipotenuzasi

uzunligini toping?

5-masala. Teng yonli ABC uchburchakda A va C burchaklari teng, $|AB| : |AC| = 5 : 2$ kabi va $|AB| - |AC| = 6$. Uchburchakning perimetrini hisoblang.

7-masala. To'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasi 10 ga, katetlaridan biri 5 ga teng. Katta katetining gipotenuzadagi proeksiyasini toping?

8-masala. ABC uchburchakda $|AC| = 6$, $|BD| = 3$ va $DE=2$ (AC parallel DE) AB tomonning uzunligini toping.

9-masala. Uchburchak tomonlarining o'rtalarini tutashtirib, perimetri 32 ga teng bo'lgan uchburchak hosil qilindi. Berilgan uchburchakning perimetrini toping?

10-masala. Tomonlari 2, 7 va 8 bo'lgan uchburchakning 2 ga teng tomon qarshisidagi burchak kosinusini toping?

11-masala. Yuzy 81 ga teng bo'lgan ABC uchburchakning AC tomoni D nuqtada $|AD| : |DC| = 1 : 9$ kabi nisbatda bo'linadi. ABD uchburchakning yuzini toping?

12-masala. ABC uchburchakda burchak $ACB=60^\circ$ va $BC=14$ va $AC=12$ ga teng. AB tomon uzunligini toping?

13-masala. Tomonlari 7, 9 va 11 bo'lgan uchburchakka tashqi chizilgan aylana radiusini toping?

14-masala. Uchburchak aylanaga ichki chizilgan $AB=20$ va aylana markazi shu tomondan 3 birlik masofada yotsa, aylananing radiusini toping?

15-masala. Teng yonli ABC uchburchakka ichki chizilgan aylananing markazi uning assosiga tushirilgan balandligini, uning uchidan boshlab hisoblaganda, 5 va 2 ga teng kesmalarga ajratadi. Uchburchak asosini toping.

Debat chun savollar:

1. Uchburchakka ta'rif bering?
2. Teng yonli uchburchakka ta'rif bering?
3. Teng tomonli uchburchakka ta'rif bering?
4. To'g'ri burchakli uchburchakka ta'rif bering?
5. O'tkir burchakli uchburchakka ta'rif bering?
6. O'tmas burchakli uchburchakka ta'rif bering?

7. Uchburchak medianasi deb nimaga aytiladi?
8. Uchburchak bissektrisasi deb nimaga aytiladi?
9. Uchburchak balandligi deb nimaga aytiladi?
10. Uchburchaklarning tenglik alomatlarini ayting?

1.3. O'xshashlik. Cheva va Meniley teoremlari, sinus va kosinuslar qonunlari

Ta'rif. Uchburchakning biror uchi bilan qarama-qarshi tomonidagi biror nuqtani tutashtiruvchi kesma cheviyana deyiladi

Demak, uchburchakda nuqtalar mos ravishda tomonlarga tegishli bo'lsa, u holda kesmalar cheviyanalar bo'ladi.

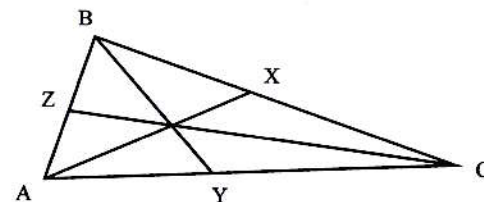
Ta'rif. Agar uchta to'g'ri chiziq (kesma) bitta nuqtadan o'tsa, ular kongruyent deyiladi.

Cheviyana atamasi italyan matematigi Javanni Chevaning ismi sharifiga qo'yilgan bo'lib, u 1678-yilda quyidagi muhim teoremani chop ettirgan.

Teorema. (Cheva) Agar ixtiyoriy ABC uchburchakda AX, BY, CZ cheviyanalar bir nuqtada kesishishi uchun

$$\frac{|BX|}{|XC|} \times \frac{|CY|}{|YA|} \times \frac{|AZ|}{|ZB|} = 1$$

munosabat o'rinli bo'lishi zarur va yetarli



Meniley teoremasi.

$\triangle ABC$ uchburchakda berilgan X, Y, Z nuqtalar mos ravishda BC, AC va AB chiziqlarda joylashgan bo'lsin. X, Y, Z nuqtalar kolleniar bo'lishi uchun

$$\frac{|AZ|}{|ZB|} \times \frac{|BX|}{|XC|} \times \frac{|CY|}{|YA|} = -1 \text{ tenglik bajarilishi zarur va yetarlidir}$$

Sinus va kosinuslar qonunlari

Kosinuslar teoremasi. Uchburchakning istalgan tomonining kvadrati qolgan 2 tomoni kvadratlari yig'indisidan shu 2 tomon bilan ular orasidagi burchak kosinusining ikkilangan ko'paytmasini ayirish natijasiga teng:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha,$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta,$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma,$$

Sinuslar teoremasi. Uchburchakning tomonlari qarshisidagi burchaklarning sinusiga proporsional:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Yozma mashq.

1. ABC uchburchak bissektrisalari kesishgan nuqtasi P nuqta berilgan

$$\frac{PX}{AX} + \frac{PY}{BY} + \frac{PZ}{CZ} = 1$$

bo'lsa, markazi P nuqtadagi $\triangle ABC$ uchburchakga ichki chizilgan aylananing mavjudligini isbotlang

2. $\triangle ABC$ uchburchak berilgan. X nuqta BAC burchakning bissektrisasi va [BC] kesmaning kesishgan nuqtasi, Y nuqta CBA burchakning bissektrisasi va [AC] kesmaning kesishgan nuqtasi bo'lsin. Nihoyat, Z nuqta C uchidagi tashqi burchakning bissektrisasi va (AB) to'g'ri chiziqlarning kesishgan nuqtasi bo'lsin. X, Y va Z nuqtalarning kollinearligini ko'rsating.³

3. Berilgan $\triangle ABC$ uchburchakda X nuqta (BC) to'g'ri chiziqlarda, Y nuqta (AC) to'g'ri chiziqlarda va Z nuqta (AB) to'g'ri chiziqlarda joylashgan bo'lsin. Agar (AX), (BY) va (CZ) cheviyanalar bitta P nuqtasida kesishgan bo'lsa, quyidagi tenglik bajarilishini ko'rsating:

$$\frac{AZ}{ZB} \times \frac{BX}{XC} \times \frac{CY}{YA} = 1$$

4. $\triangle ABC$ uchburchak va bissektrisalari kesishish nuqtasi P nuqta

berilgan $\frac{PX}{AX} + \frac{PY}{BY} + \frac{PZ}{CZ} = 1$ bo'lsa, markazi P nuqtadagi $\triangle ABC$ uchburchakka ichki chizilgan aylananing mavjudligini isbotlang. (Ichki chizilgan aylana ko'pincha **ichki aylana**, uning r radiusi — **ichki radius** deyiladi.)

5. $\triangle ABC$ uchburchak tomonlarining uzunliklari $a=BC$, $b=AC$ va $c=AB$ bo'lib r uchburchakning ichki radiusi bo'lsin. $\triangle ABC$ uchburchakning

yuzi $\frac{r(a+b+c)}{2}$ ga tengligini ko'rsating. (Ko'rsatma: bissektrisalar kesishish nuqtasi uchburchakni uchta uchburchakka bo'ladi; har bir uchburchakning yuzini hisoblang.)

6. $\triangle ABC$ uchburchak va uning tekislikdagi shunday X, Y va Z nuqtalari berilganki

$$\angle ABZ = \angle CBY$$

$$\angle BCX = \angle ACY$$

$$\angle BAZ = \angle CAY$$

(AX), (BY) va (CZ) to'g'ri chiziqlar bitta nuqtada kesishganligini ko'rsating.

7. Burchak bissektrisasi haqidagi teoremadan uchburchakning biror ichki burchagining bissektrisasi o'tkazildi. (AC) to'g'ri chiziqlarda [AC]

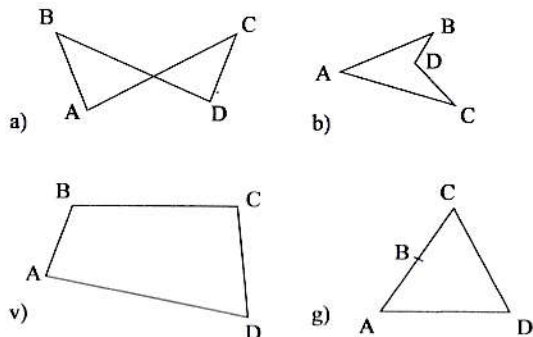
kesmadan tashqarisida P nuqta olinsin. Agar $\frac{AB}{BC} = \frac{AP}{PC}$ bo'lsa va

faqat shundagina (BP) to'g'ri chiziq B uchidagi tashqi burchagining bissektrisasi bo'lsin ko'rsating.³

3. Abdullayeva B.S., Sadikova A.V., Hamedova N., Muxitdinova M.N., Toshpolatova M.I. "Boshlang'ich matematika kursi nazariyasi" 356-365

1.4. To'rtburchaklarning turlari va xossalari Siklik to'rtburchaklar. Ptolemey teoremasi.

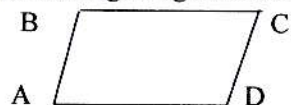
Hech bir uchta bir to'g'ri chiziqli yotmagan to'rtta nuqta va bu nuqtalarni ketma-ket tutashtiruvchi to'rtta kesmadan iborat figura to'rtburchak deyiladi.



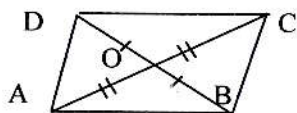
To'rtburchaklarning turlari: parallelogramm, to'g'ri to'rtburchak, romb, kvadrat, turli tomonli to'rtburchak, trapetsiya

Qarama-qarshi tomonlari parallel bo'lgan to'rtburchak parallelogrammdir.

Teorema. Agar to'rtburchakning diagonallari kesishsa va kesishish nuqtasida teng ikkiga bo'linsa, bu to'rtburchak parallelogrammdir.



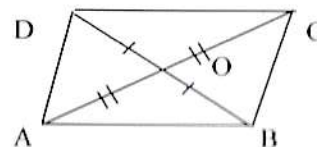
$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel DC \\ AD \parallel BC \end{array} \right\} \Rightarrow ABCD - \text{parallelogramm}$$



$$\left. \begin{array}{l} AO = OC \\ OB = OD \end{array} \right\} \Rightarrow ABCD - \text{parallelogramm}$$

Teorema. Parallelogrammning diagonallari kesishadi va kesishish

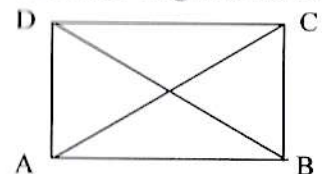
nuqtasida teng ikkiga bo'linadi.



$$ABCD - \text{parallelogramm} \Rightarrow \begin{cases} AO = OC \\ BO = OD \end{cases}$$

Bu xossadan foydalanib parallelogrammning boshqa xossalari, qarama-qarshi burchaklari tengligi va qarama-qarshi tomonlari tengligi kelib chiqadi. Hamma burchaklari to'g'ri burchak bo'lgan to'rtburchaklar to'g'ri to'rtburchak deyiladi.

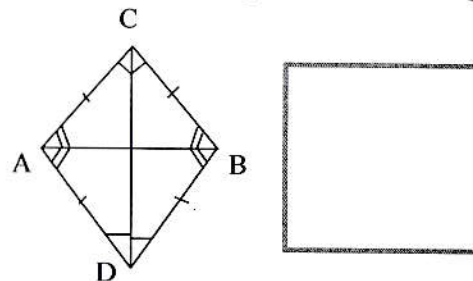
Teorema. To'g'ri to'rtburchakning diagonallari teng.



$$ABCD \text{ to'g'ri to'rtburchak} \Leftrightarrow AC = BD$$

Hamma tomonlari teng bo'lgan parallelogramm rombdir. Hamma tomonlari teng bo'lgan to'g'ri to'rtburchak kvadrat deyiladi.

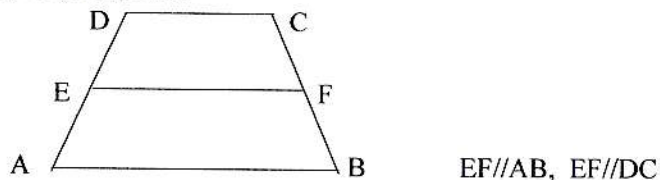
Kvadrat – ham to'g'ri to'rtburchak, ham rombdir, shuning uchun u ham rombning, ham to'g'ri to'rtburchakning xossasiga ega.



Ikkita qarama-qarshi tomonlarigina parallel bo'lgan to'rtburchaklar trapetsiya deyiladi.

Parallel tomonlari uning asoslari, parallel bo'lmagan tomonlari uning

yon tomonlari deyiladi. Yon tomonlari teng bo'lgan trapetsiya teng yonli trapetsiya deyiladi.

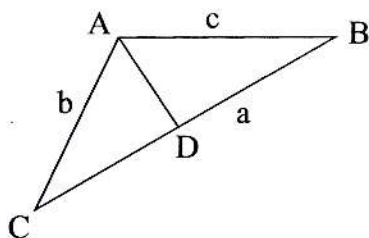


Yon tomonlarini o'rtalarini tutashtiruvchi kesma trapetsiyaning o'rta chizig'i deyiladi.

Teorema. (Appoloni) ABC uchburchakning a tomoniga o'tkazilgan medianasi va a tomondan ajratgan bitta kesmasi kvadratlari yig'indisining ikkilangani qolgan ikki tomon kvadratlari yig'indisiga teng

$$b^2 + c^2 = 2(m^2 + d^2) \text{ yoki}$$

$$AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$$



Isbot

Kosinuslar teoremasiga ko'ra $b^2 = m^2 + d^2 - 2dm \cos \theta$

$$b^2 = m^2 + d^2 - 2dm \cos \theta^1 \text{ Ularni hadlab qo'shsak,}$$

$$b^2 + c^2 = 2m^2 + 2d^2 \text{ isbot boldi.}$$

Debat uchun savollar:

1. Planimetriya kursining asosiy tushunchalarini ayting.
2. To'rtburchak deb nimaga aytiladi?
3. Tekislik figuralarining turlarini ayting?
4. Parallelogrammning ta'rifi, xossalari, alomatlarini ayting?

5. To'g'ri to'rtburchakning ta'rifi, xossalari ayting?
6. Kvadratning ta'rifi, xossalari ayting?
7. Rombning ta'rifi, xossalari ayting?
8. Trapetsiyaning ta'rifi, xossalari ayting?

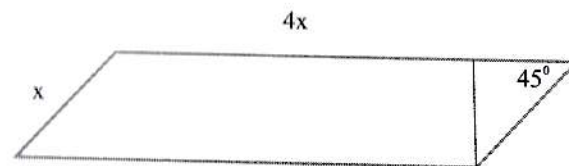
Yozma mashq

Masala. Parallelogrammning bir tomoni ikkinchi tomonidan 4 marta katta, perimetri $20\sqrt{2}$ sm, o'tkir burchagi 45° ga teng. Parallelogrammning yuzini toping?

Berilishi: $a = x, b = 4x, P = 20\sqrt{2}$ sm, $\alpha = 45^\circ, S = ?$

Yechilishi: Masala shartiga ko'ra

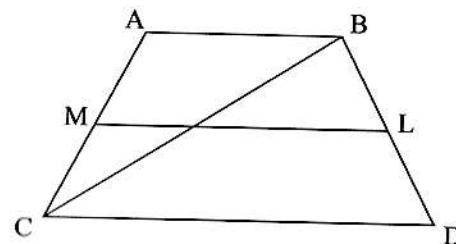
$$2(x + 4x) = 20\sqrt{2} \rightarrow 10x = 20\sqrt{2} \rightarrow x = 2\sqrt{2}$$



$$h = x \cdot \sin 45^\circ = 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2$$

$$S = h \cdot 4x = 2 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{2} = 16\sqrt{2} \text{ Javob: } 16\sqrt{2}$$

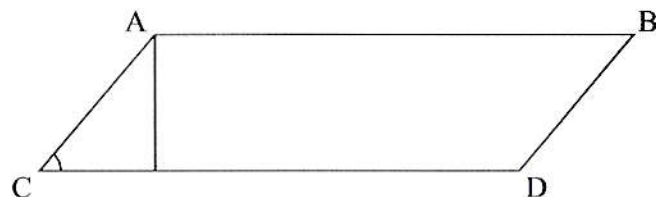
4.1.32. masala. Teng yonli trapetsiyaning dio'gonali uning o'tkir burchagini teng ikkiga bo'ladi. Asoslarining nisbati 2:5 kabi bo'lib, perimetri 132 sm. bo'lsa, trapetsiya o'rta chizig'ining uzunligini toping?



4.1.33.masala. Asoslarining nisbati 3:5 bo'lgan to'g'ri burchakli trapetsiyaning bir burchagi, 135° o'rta chizig'i esa 16 sm. Shu trapetsiyaning kichik yon tomonini toping?

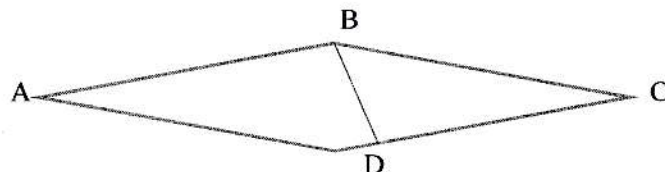
4.1.34.masala. Asoslari 9 sm va 4 sm bo'lgan teng yonli trapetsiyaning o'tkir burchaklari yig'indisi 90° ga teng bo'lsa, uning asoslari o'rtalarini tutashtiruvchi kesma uzunligini toping?

4.1.35.masala. Parallelogramning bir tomoni ikkinchi tomonidan 3 marta kichik. Perimetri 24 sm, o'tkir burchagi 45° ga teng. Parallelogramning yuzini toping?



4.1.36.masala. Parallelogramning dio'gonallari $6\sqrt{2}$ va $8\sqrt{2}$ ga teng. Uning turli ikki tomoni kvadratlari yig'indisini toping?

4.1.37.masala. Rombning balandligi 5 ga, dio'gonallari uzunliklari ko'paytmasi 60 ga teng. Uning perimetrini toping?



4.1.38.masala. Agar rombning tomoni 8 ga va burchaklaridan biri 60° ga teng bo'lsa, uning yuzini toping?

4.1.39.masala. Rombning tomoni 10 ga teng. Agar rombning balandligi 5 ga uzaytirilsa yuzi 50% ga ortadi. Rombning yuzini toping?

4.1.40.masala. Dio'gonallari uzunligi 18 va 14 bo'lgan to'rtburchak tomonlari o'rtalarini tutashtirishdan hosil bo'lgan to'rtburchak perimetrini toping?

4.1.41.masala. Perimetri 8 sm. bo'lgan to'rtburchakning bir tomoni uzunligi qolgan tomonlaridan mos ravishda 3mm, 4mm, 5mm katta bo'lsa,

uning eng katta tomoni uzunligini toping?

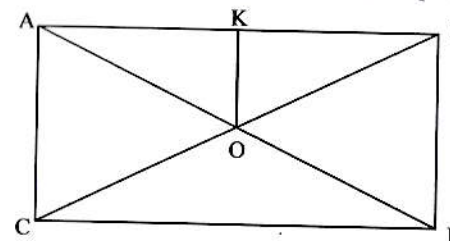
4.1.42.masala. Qavariq to'rtburchakning bir burchagi 147° , qolgan 3ta burchaklari o'zaro teng bo'lsa, to'rtburchak burchaklarini toping?

4.1.43.masala. To'rtburchakning burchaklari kattaligi 1,2,4,5 sonlariga proporsional bo'lsa, 4 soniga proporsional bo'lgan burchagini toping?

4.1.44.masala. 18 ta gugurt cho'pidan ularni sindirmay to'g'ri to'rtburchak yasang. Ulardan tomonlari qanday bo'lganining yuzasi eng katta boladi?

4.1.45.masala. To'rtburchakning bir dio'gonali uni perimetri 25 va 27 bo'lgan ikkita uchburchakka ajratadi. To'rtburchakning perimetri 32 ga teng bo'lsa, o'tkazilgan dio'gonali uzunligini toping?

4.1.46.masala. Tomonlari 16 sm. va 9 sm. bo'lgan to'g'ri to'rtburchakka tengdosh bo'lgan kvadrat tomonini toping?

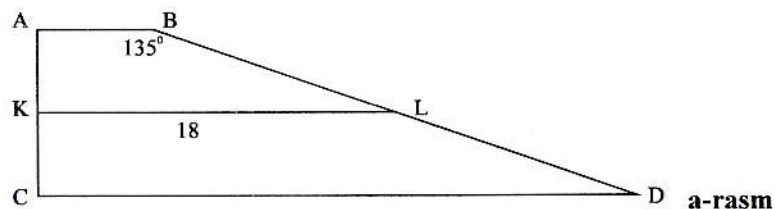


4.1.47.masala. To'g'ri to'rtburchakning katta tomoni 15 ga va dio'gonallarining kesishgan nuqtasidan katta tomonigacha masofa 4 ga teng bo'lsa, to'rtburchakning yuzini toping?

4.1.48.masala. Diagonallari 15 va 12. 4 burchakning bir juft q-qarshi tomonlari ko'paytmasi 240 qolgan 2 tomoni ko'paytmasini toping? (Ptolemey)

Mustaqil ish uchun topshiriqlar

1-masala. Asoslarining nisbati 135° bo'lgan to'g'ri burchakli trapetsiyaning bir burchagi, o'rta chizig'i esa 18 sm. Shu trapetsiyaning kichik yon tomonini toping? (a-rasm)



2-masala. Teng yonli trapetsiyaning dio'gonali uning o'tkir burchagini teng ikkiga bo'ladi. Asoslarining nisbati 1: 3 kabi bo'lib, perimetri

160 sm. bo'lsa, trapetsiya o'rta chizig'ining uzunligini toping?

3-masala. Asoslari 9 sm va 4 sm bo'lgan teng yonli trapetsiyaning o'tkir burchaklari yig'indisi 120° ga teng bo'lsa, uning asoslari o'rtalarini tutashtiruvchi kesma uzunligini toping?

4-masala. Parallelogramning bir tomoni ikkinchi tomonidan 4 marta kichik. Perimetri 30 sm, o'tkir burchagi 45° ga teng. Parallelogramning yuzini toping?

5-masala. Parallelogramning dio'gonallari 9 va 15 ga teng. Uning turli ikki tomoni kvadratlari yig'indisini toping?

6-masala. Rombning balandligi 5 ga, dio'gonallari ko'paytmasi 80 ga teng. Uning perimetrini toping?

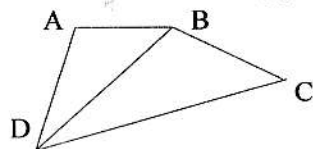
7-masala. Tomonlari 8 sm. va 9 sm. bo'lgan to'g'ri to'rtburchakka tengdosh bo'lgan kvadrat tomonini toping?

8-masala. Rombning tomoni 15 ga teng. Agar rombning balandligi 4 ga uzaytirilsa yuzi 50% ga ortadi. Rombning yuzini toping?

9-masala. Dio'gonallari uzunligi 18 va 13 bo'lgan to'rtburchak tomonlari o'rtalarini tutashtirishdan hosil bo'lgan to'rtburchak perimetrini toping?

10-masala. Qavariq to'rtburchakning bir burchagi 129° , qolgan 3ta burchaklari o'zaro teng bo'lsa, to'rtburchak burchaklarini toping?

11-masala. To'g'ri to'rtburchakning katta tomoni 17 ga va dio'gonallarining kesishgan nuqtasidan katta tomongacha masofa 5 ga teng bo'lsa, to'rtburchakning yuzini toping?



12-masala. To'rtburchakning burchaklari kattaligi 1,2,4,5 sonlariga proporsional bo'lsa, 5 soniga proporsional bo'lgan burchagini toping?

13-masala. To'rtburchakning bir dio'gonali uni perimetri 20 va 24 bo'lgan ikkita uchburchakka ajratadi. To'rtburchakning perimetri 28 ga teng bo'lsa, o'tkazilgan dio'gonali uzunligini toping?

1.5. Ko'pburchaklar.

Ta'rif. Sodda yopiq sinq chiziq bilan uning ichki sohasining birlashmasi ko'pburchak deyiladi.

Agar ko'pburchak ixtiyoriy tomonini ichiga olgan to'g'ri chiziqqa nisbatan bitta yarim tekislikda yotsa, u qavariq ko'pburchak deyiladi. Aks holda botiq ko'pburchak deyiladi.

Ko'pburchakning bitta tomoniga tegishli bo'lmagan ikki uchini tutashtiruvchi kesmaga ko'pburchakning dio'gonali deyiladi.

n-burchakning har bir uchidan (n-3) ta diagonal chiqadi.

Demak, n ta uchidan $n \times (n-3)$ ta diagonal chiqadi. N burchakning barcha dio'gonallari soni

$$\frac{n(n-3)}{2} \text{ fo'rmla bilan topiladi.}$$

Ta'rif. Hamma tomonlari o'zaro teng va barcha burchaklari bir-biriga teng bo'lgan qavariq ko'pburchak muntazam ko'pburchak deyiladi.

Teo'rema. Har qanday muntazam ko'pburchakka tashqi va ichki aylana har doim chizish mumkin.

Teo'rema. Muntazam ko'pburchakning yuzi uning perimetri bilan ichki chizilgan aylana radiusi ko'paytmasining yarmiga teng:

$$S = \frac{1}{2} p \times r$$

Teo'rema. Muntazam n burchakning yuzi;

$$S_n = \frac{1}{2} n R^2 \sin 360^\circ / n$$

ga teng, bunda R- tashqi chizilgan aylana radiusi.

Muntazam n burchakning ichki burchaklari yig'indisi

$180^\circ(n-2)$ ga teng. Muntazam n burchakning bitta ichki burchagini topish uchun ichki burchaklari yig'indisini burchaklar soniga bo'lamiz.

$$a_n = \frac{180^\circ(n-2)}{n} \text{ ga teng. Yani: } a_3=60^\circ, a_4=90^\circ, a_6=120^\circ.$$

Muntazam n burchakka tashqi chizilgan aylana radiusi

fo'rmla bilan topiladi.
$$R = \frac{a_n}{2 \sin \frac{180}{n}}$$

Muntazam n burchakka ichki chizilgan aylana radiusi $r = \frac{2S}{P}$
fo'rmla bilan topiladi. P -ko'pburchak perimetri, S -yuzi.

Debat uchun savollar:

1. Ko'pburchak deb nimaga aytiladi?
2. Qavariq ko'pburchak deb nimaga aytiladi?
3. Qavariq va botiq ko'pburchaklarning farqini tushuntiring va chizib ko'rsating?
4. Ko'pburchakka jami nechta diagonal o'tkazish mumkin, fo'rmuladan foydalanib namuna ko'rsating?
5. Muntazam ko'pburchak deb nimaga aytiladi?
6. Muntazam 9 burchakning ichki burchagi necha gradus bo'ladi?
7. Muntazam n burchakning yuzini topish formulasini ayting va namuna ko'rsatgan holda tushuntirib bering?

Yozma mashq

1 -masala. To'qqizburchakning nechta diagonal bor?

Yechilishi: $\frac{n(n-3)}{2} = \frac{9(9-3)}{2} = 27$ **Javob: 27.**

4.1.49.masala. On ikkiburchakning nechta diagonal bor?

4.1.50.masala. Ko'pburchakning diagonalari soni 20 ta
Ko'pburchakning tomonlari sonini toping?

4.1.51.masala. Radiusi 4 bo'lgan aylanaga muntazam uchburchak ichki chizilgan bo'lib, bu uchburchak tomoniga kvadrat yasalgan. Kvadratga tashqi chizilgan aylananing radiusini toping?

4.1.52.masala. Aylanaga ichki chizilgan muntazam oltiburchakning tomoni 0,5 ga teng bo'lsa, shu aylananing radiusini toping?

4.1.53.masala. Qavariq beshburchakning barcha ichki burchaklarining yig'indisi necha gradus?



4.1.54. masala. Qavariq 20 burchakning nechta diagonal bor?

4.1.55.masala. Agar ko'pburchakning diagonalari soni 54 ta bo'lsa, tomonlari sonini toping?

4.1.56. masala. Qavariq ko'pburchakning barcha ichki burchaklarining yig'indisi 1080° bo'lsa, ko'pburchakning tomonlari sonini toping?

4.1.57. masala. Aylanaga ichki chizilgan muntazam uchburchakning perimetri 21 ga teng bo'lsa, shu aylanaga ichki chizilgan muntazam to'rtburchakning perimetrini toping? (1-rasm)

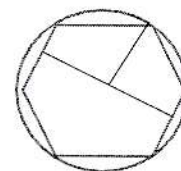
4.1.58. masala. Muntazam ko'pburchakning perimetri 60 ga, unga ichki chizilgan aylananing radiusi 8 ga teng. Shu ko'pburchak yuzini toping?



1-rasm

4.1.59. masala. Muntazam n burchakning ichki burchagi tashqi burchagidan 5 marta katta bo'lsa, shu ko'pburchak diagonalari sonini toping?

4.1.60. masala. Muntazam oltiburchakka tashqi chizilgan aylananing radiusi $5\sqrt{3}$ ga teng. Uning parallel tomonlari orasidagi masofani toping?



Mustaqil ish uchun topshiriqlar:

1-masala. On burchakning nechta diagonali bor?

2-masala. Aylanaga ichki chizilgan muntazam uchburchakning perimetri 27 ga teng bo'lsa, shu aylanaga ichki chizilgan muntazam to'rtburchakning perimetrini toping?

3-masala. Ko'pburchakning diagonalari soni 90 ta bo'lsa, tomonlari sonini toping?

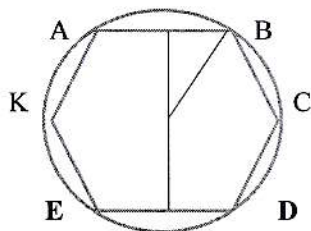
4-masala. Qavariq 13 burchakning nechta diagonali bor?

5-masala. Agar ko'pburchakning tomonlari soni 30 ta bo'lsa, diagonalari sonini toping?

6-masala. Qavariq yetiburchakning barcha ichki burchaklarining yig'indisi necha gradus?

7-masala. Muntazam sakkizburchakning perimetri 56 ga, unga ichki chizilgan aylananing radiusini hamda sakkizburchak yuzini toping?

8-masala. Muntazam oltiburchakka tashqi chizilgan aylananing radiusi 7 ga teng. Uning parallel tomonlari orasidagi masofani toping?



9-masala. Aylanaga ichki chizilgan muntazam oltiburchakning tomoni 5 ga teng bo'lsa, shu aylananing radiusini toping?

1.6. Doira geometriyasi. Ichki chizilgan burchaklar. Shteyner teoremasi va nuqtaning kuchi. Siklik tortburchak va Ptolemey teoremasi.

Ta'rif. Aylana deb tekislikning ma'lum O nuqtasidan barobar uzoqlikda joylashgan barcha nuqtalar to'plamiga aytiladi.

O nuqta aylana markazini aylananing ixtiyoriy nuqtasi bilan tutashtiruvchi kesma aylana radiusi deyiladi.

Markazi O(a,b) nuqtada radiusi r bo'lgan aylananing tenglamasi $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ ko'rinishda bo'ladi.

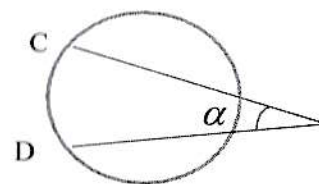
Agar aylana markazi O(0,0) koordinatalar boshida bo'lsa, bunday aylananing tenglamasi $x^2 + y^2 = r^2$ ko'rinishda bo'ladi.

Aylananing ixtiyoriy ikki nuqtasini tutashtiruvchi kesma uning vatari deb ataladi. Aylananing markazidan o'tuvchi vatar uning diametri deb atalib, uning uzunligi ikki radius uzunligiga tengdir.

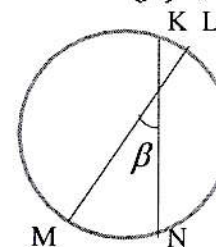
Ta'rif. Uchi aylana markazida va tomonlari radiuslardan tashkil topgan burchakka markaziy burchak deyiladi. Markaziy burchak o'zi tirilgan yoyning gradus o'lchovi bilan o'lchanadi. Aylana ichiga chizilgan burchak aylanada ikkita turli markaziy burchak tashkil etib, ulardan biri burchak tomonlari aylanada ajratgan yoylardan biriga tiralsa, ikkinchisi ikkinchi yoyga tirilgan hisoblanadi.

Uchi aylanadan tashqarida joylashgan, tomonlari aylanani kesuvchi bo'lgan burchak kattaligi uning tomonlari orasidagi aylana yoylarining gradus o'lchovlari ayirmasining yarmi bilan o'lchanadi. (α) (2-rasm)

Uchi aylananing ichida joylashgan, tomonlari aylanani kesuvchi bo'lgan burchak kattaligi kesuvchilarning oralaridagi aylana yoylarining gradus o'lchovlari yig'indisining yarmi bilan o'lchanadi. (β) (3-rasm)



2-rasm



3-rasm

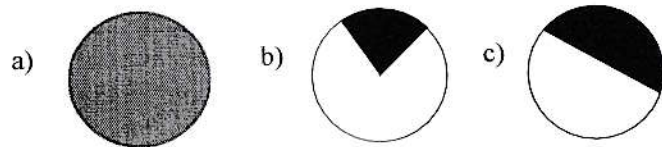
Urinma bilan vatar orasidagi burchak vatar ajratgan mos yoy gradus o'lchovining yarmi bilan o'lchanadi.

Aylana uzunligi $L=2\pi R$ fo'rmuladan topiladi.

Aylana butun yoyining gradus o'lchovi uzunligi 360° bo'lgani uchun,

$$1^\circ \text{ li yoyning uzunligi } l_1^0 = \frac{2\pi R}{360^\circ} = \frac{\pi R}{180^\circ} \text{ ga}$$

$$n^\circ \text{ li yoyning uzunligi } l_n^1 = \frac{\pi R}{180^\circ} n^\circ \text{ ga teng.}$$



Doira. Ta'rif. Tekislikning aylana bilan chegaralangan sohasi doira deb ataladi.

Markazi $O(a,b)$ nuqtada radiusi r bo'lgan doira $(x-a)^2 + (y-b)^2 \leq r^2$ ko'rinishdagi tengsizlik bilan ifodalanadi. Agar aylana markazi $O(0,0)$ koordinatalar boshida bo'lsa, radiusi r bo'lgan doira $x^2 + y^2 \leq r^2$ ko'rinishdagi tengsizlik bilan ifodalanadi.

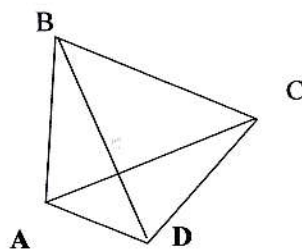
Radiusi r bo'lgan doiraning yuzi $S = \pi r^2$ formuladan topiladi.

Doiraning ikki radius bilan chegaralangan qismi doira sektori deyiladi (b-chizma) n° li yoyga ega bo'lgan sekto'r yuzi

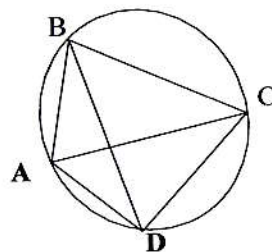
$S = \frac{\pi r^2}{360^\circ} n^\circ$ formula bilan ifodalanadi.

Doiraning vatari ajratgan bo'laklari doiraviy segment deb ataladi. (c-chizma) Doiraviy segmentning yuzi yarim doiradan katta yoki kichikligiga qarab ikki xil yo'l bilan aniqlanadi. Kichik doiraviy segmentning yuzini topish uchun unga mos sektor yuzidan AOB uchburchak yuzini ayirib topiladi. Katta doiraviy segmentning yuzini topish uchun unga mos sektor yuziga AOB uchburchak yuzini qo'shib topiladi.

Teorema 3 (Ptolemey) Aylanaga ichki chizilgan to'rtburchak diagonallari kvadratlarining ko'paytmasi to'rtburchak qarama-qarshi tomonlari ko'paytmalari yig'indisiga teng.



$$AC^2 \times BD^2 = AB \times DC + AD \times BC$$



1-NATIJA Aylanaga ichki chizilgan to'rtburchakning yuzi

$$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d) - abcd \cos^2 \frac{\angle B + \angle D}{2}}$$

formula bo'yicha topiladi.

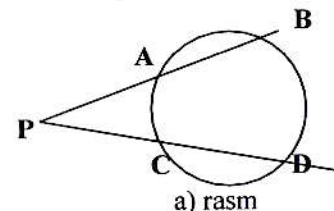
2-NATIJA. Aylanaga tashqi chizilgan to'rtburchakning yuzi

$$S = \sqrt{abcd \sin^2 \frac{\angle B + \angle D}{2}}$$

formula bo'yicha topiladi.

Shteyner teoremasi. Bizga aylana va aylana tashqarisidagi P nuqtadan aylanani A va B nuqtada kesuvchi PA hamda aylanani C va D nuqtada kesuvchi PC kesuvchi chiziqlar bo'lsa u holda (a-rasm)

$PA \times PB = PC \times PD$ tenglik orinli bo'ladi.



Debat uchun savollar:

1. Aylana ta'rifini va tenglamasini ayting va izohlang?
2. Aylananing diametri, radiusi deb nimaga aytiladi?
3. Aylananing vatari deb nimaga aytiladi?
4. Aylananing markaziy burchagi deb nimaga aytiladi?
5. Aylanaga ichki chizilgan burchak deb nimaga aytiladi?
6. Markaziy burchak qanday o'lchanadi?
7. Aylana uzunligini topish formulasini ayting va izohlang?
8. Aylana yoyi uzunligini topish formulasini ayting va izohlang?
9. Doira ta'rifini va yuzini topish formulasini ayting va izohlang?
10. Doira qanday tengsizlik bilan ifodalanadi? Yozing va izohlang?
11. Doira sekto'ri deb nimaga aytiladi?
12. Doira sekto'ri yuzini topish formulasini yozing va izohlang?
13. Doiraviy segment deb nimaga aytiladi?
14. Doiraviy segment yuzi qanday topiladi? Chizma chizib tushuntiring?

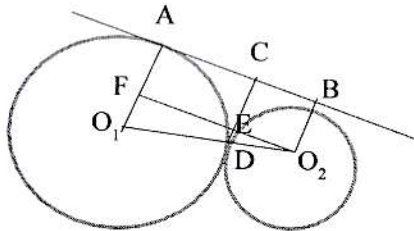
15. *Shteyner teoremasini ayting?*

Yozma mashq

4.1.60. Masala. Radiuslari 2 va 6 bo'lgan ikki aylana o'zaro tashqi aylanada urinadi. Aylanalarning urinish nuqtasidan ularning umumiy tashqi urinma to'g'ri chizig'igacha masofani toping?

Berilishi: $R=6$, $r=2$, $O_1A=R$, $O_2A=r$, $CD=?$

Yechilishi: Kichik aylana markazidan AB urunmaga parallel chiziq o'tkazilsa, o'zaro o'xshash to'g'riburchakli O_2ED va O_2FO_1 uchburchaklar hosil bo'ladi. Aylanalarning urinish nuqtasi D ularning markazlar chizig'i O_1O_2 da yotishi va izlanayotgan DC kesmaning uzunligiga tengligiga e'tibor bering. Shuning uchun



$$ED : OF = 2 : 8 \Rightarrow O_1F = 4, \text{ chunki } O_2B = EC = AF = 2$$

$$ED = 4 \times \frac{1}{4} = 1:$$

$$DC = ED + EC = 1 + 2 = 3$$

Javob: 3

4.1.61. masala. Aylananing berilgan nuqtasidan diametr va radiusga teng vatar o'tkazilgan. Diametr va vatar orasidagi burchakni toping?

4.1.62. masala. Aylanaga urinuvchi to'g'ri chiziq aylana diametri uchlari 3sm va 5sm masofalarda yotadi. Aylananing diametri uzunligini toping?

4.1.63. masala. Radiuslari 3 va 9 bo'lgan ikki aylana o'zaro tashqi aylanada urinadi. Aylanalarning urinish nuqtasidan ularning umumiy tashqi urinma to'g'ri chizig'igacha masofani toping?

4.1.64. masala. Aylanalarning vatari uni gradus o'lchovlari 5:7 kabi

nisbatda bo'lgan ikki yoyga ajratadi. Kichik yoyning ixtiyoriy nuqtasidan vatar qanday burchak ostida ko'rinadi?

4.1.65. masala. Aylanalarning tashqarisidagi C nuqtadan uning eng yaqin va eng uzoq nuqtasigacha bo'lgan masofalar mos ravishda 4 va 9 ga teng bo'lsa, aylana uzunligini toping?

4.1.66. masala. Radiusi 3 ga teng bo'lgan aylananing uzunligi radiusi 7 ga teng bo'lgan aylana yoyining uzunligiga teng bo'lsa, shu yoyga tirilgan markaziy burchakni toping?

4.1.67. masala. Aylanalarning 5 dan ikki bo'lagiga to'g'ri keladigan markaziy burchakni toping?

4.1.68. masala. Radiusi 16 va 25 ga teng bo'lgan aylanalar bir-biriga urinadi. Tashqi va ichki urinishlar yuz bergan hol uchun aylanalar markazlari orasidagi masofani toping?

4.1.69. masala. Radiusi 3 ga teng bo'lgan aylana uchta yoyga ajratilgan. Ularga mos markaziy burchaklar 2, 3 va 5 sonlariga proporsional bo'lsa, 3 ga proporsional bo'lgan markaziy burchagi yoyi uzunligini toping?

4.1.70. masala. Doiraning yuzi 81π ga teng bo'lsa, doiraga ichki chizilgan kvadrat yuzini toping?

4.1.71. masala. Radiusi 12 ga va markaziy burchagi 105° ga teng bo'lgan doiraviy sekto'ring yoyi aylana shaklga keltirilgan. Shu aylananing radiusini toping?

4.1.72. masala. Quyidagi $3x+y=10$ va $2x-3y-36=0$ ikki to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi markazi koordinatalar boshida bo'lgan aylana ustida yotadi. Shu aylana uzunligini toping?

4.1.73. masala. Doiraga ichki chizilgan uchburchakning bir tomoni doiraning diametriga teng. Doiraning yuzi 289π ga uchburchak tomonidan birining uzunligi 30 ga teng. Shu uchburchakka ichki chizilgan aylananing radiusini toping?

4.1.74. masala. Radiusi 5 ga teng bo'lgan doiraning markazidan bir tomonidan bir-biriga parallel ikki vatar o'tkazildi. Bu vatarlardan biri 120° li, ikkinchisi 60° li yoyi tortib turadi. Parallel vatarlar orasidagi kesimning yuzini toping?

Mustaqil ish uchun topshiriqlar:

1-masala. Aylananing berilgan nuqtasidan o'tkazilgan diametri 24 ga va vatari 10 ga teng bo'lsa, diametr va vatar orasidagi burchakni toping?

2-masala. Aylanaga urunuvchi to'g'ri chiziq aylana diametri uchlaridan 4 sm va 9 sm masofalarda yotadi. Aylananing diametri uzunligini toping?

3-masala. Radiuslari 5 va 8 bo'lgan ikki aylana o'zaro tashqi aylanada urinadi. Aylanalarning urinish nuqtasidan ularning umumiy tashqi urinma to'g'ri chizig'igacha masofani toping?

4-masala. Aylanalarning tashqarisidagi C nuqtadan uning eng yaqin va eng uzoq nuqtasigacha bo'lgan masofalar mos ravishda 3 va 8 ga teng bo'lsa, aylana uzunligini toping?

5-masala. Radiusi 5 ga teng bo'lgan doiraning markazidan bir tomonidan bir-biriga parallel ikki vatar o'tkazildi. Bu vatarlardan biri 90° li, ikkinchisi 30° li yoyni tortib turadi. Parallel vatarlar orasidagi kesimning yuzini toping?

6-masala. Radiusi 5 ga teng bo'lgan aylananing uzunligi radiusi 15 ga teng bo'lgan aylana yoyining uzunligiga teng bo'lsa, shu yoyga tiralgan markaziy burchakni toping?

7-masala. Aylananing 7 dan ikki bo'lagiga to'g'ri keladigan markaziy burchakni toping?

8-masala. Doiraga ichki chizilgan uchburchakning bir tomoni doiraning diametriga teng. Doiraning yuzi 81π ga, uchburchak tomonidan birining uzunligi 5 ga teng. Shu uchburchakka ichki chizilgan aylananing uzunligini toping?

9-masala. Radiusi 7 ga teng bo'lgan aylana uchta yoyga ajratilgan. Ularga mos markaziy burchaklar 1, 3 va 6 sonlariga proporsional bo'lsa, 3 ga proporsional bo'lgan markaziy burchagi yoyi uzunligini toping?

10-masala. Doiraning yuzi 16π ga teng bo'lsa, doiraga tashqi chizilgan kvadrat yuzini toping?

11-masala. Radiusi 11 ga va markaziy burchagi 45° ga teng bo'lgan doiraviy sekto'rning yoyi aylana shaklga keltirilgan. Shu aylananing radiusini toping?

12-masala. Quyidagi $3x+2y=10$ va $x-y=0$ ikki to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi markazi koordinatalar boshida bo'lgan aylana ustida yotadi. Shu aylana uzunligini toping?

4.2-Mavzu: Geometrik yasashlar

2.1. Geometrik masalalarning turlari: hisoblashga oid masalalar, isbotlashga doir masalalar, o'lchash bilan bog'liq yasashga doir masalalar.

Geometrik masalalar asosan berilishi va nimani topishga qaratilganligiga qarab 3 turga bo'linadi:

1-hisoblashga doir masalalar:

Bunday masalalar turmushda ko'p uchraydigan, geometrik figuralarga taalluqli bo'lgan, u figuraning biror elementini topishga yoki uning yuzasini, hajmini topishga doir masalalar kiradi.

2-isbotlashga doir masalalar:

Bunday masalalarga o'rganilgan geometrik figuralar, ularning xossalari, alomatlar yoki ular orasidagi munosabatlariga ko'ra nazariy jihatdan asoslashga doir masalalar kiradi.

3-geometrik figuralar yoki ularning elementlarini geometrik yasash qurollari yordamida yasashga doir masalalar kiradi. Bunday masalalarni yechishda o'rganilgan geometrik nazariyalarni ketma-ket qo'llab yasashga doir geometrik masalalar hal qilinadi.

Yasashga doir geometrik masalalarni «konstruktiv masalalar» deyiladi va geometriyaning bu qismini, o'rganiladigan bo'limini «konstruktiv geometriya» deb ataladi. Konstruktiv geometriyaning asosiy yasash qurollari chizg'ich va sirkuldir. Bu qurollarni ishlatishda asosan quyidagi, ularning imkoniyatlarini e'tiborga olib tuzilgan aksiomalari mavjud:

1. Berilgan ikki nuqta orqali to'g'ri chizi q o'tkazish mumkin. (Chizg'ich aksiomasi);

2. Berilgan markazi va radiusiga ko'ra $A(o, r)$ aylanani yasash mumkin. (Sirkul aksiomasi);

3. Ikki to'g'ri chiziqning kesishgan nuqtasini topish mumkin, agar ular kesishadigan bo'lsa. (Chizg'ich aksiomasi);

4. Ikki aylananing kesishgan nuqtalarini topish mumkin, agar ular umumiy nuqtaga ega bo'lsa. (Sirkul aksiomasi);

5. Berilgan to'g'ri chiziq va aylanalarning kesishgan nuqtalarini topish mumkin, agar ular kesishsa. (Chizg'ich va sirkul aksiomasi).

Yasashga doir masalalarni yechishda bu aksiomalar chekli marta qo'llaniladi. Geometriyaning figuralarni yasashga doir qismi ancha

murakkab va keng soha bo'lib, bu ustida chet el geometrlaridan Italiya geometri Maskeroni 1797 yilda, nemis olimi Yakob Shteyner-1833 yilda, Adler 1890 yillarda o'zlarining axborotlarida har bir yasash qurolining ahamiyati haqida mukammal fikr yuritib, ularni har biri va ularni o'rni bosuvchi boshqa asboblarni ta'riflaganlar va tabaqalarga ajratganlar. Fransuz matematigi Adamar elementar geometriya kursida shunday deb yozadi:

Bu omillar geometrik yasash qurollari safiga ikki tomonli chizg'ich, to'g'ri yoki o'tkir burchak, go'niya kabi asboblarning mohiyati ustida ham fikr yuritadilar.

O'rta Osiyolik olimlardan Umar Xayyom (1048-1030), Nasriddin Tusi (1201-1274), Bag'dod matematigi Abul Xasan Sobit ibn Karra (836-901), Abul-Vafo Muxammed al-Buzdakoni (940-988), Sidjizi (951-1024), al Kuxi (X asr), Muxammad ibn al-Xusayn (XII asr) chizmachilikning takomillashtirishi va chizmachilik asboblari haqida, yasashga doir tarixiy masalalarning yechimi haqida risolalar yaratganlar.

Debat uchun savollar:

1. Geomerik masalalarning turlari haqida ma'lumot bering.
2. Yasashga doir masalalarni yechishda qo'llanadigan asboblarning aksiomalarini ayting.
3. Yasashga doir masalani yechish bosqichlarini ayting va eng sodda masalalarni sanab o'ting.
4. Shunday sodda masalalardan birini yechib ko'rsating.

Bevosita yechiladigan yasashga doir masalalar

Yozma mashq

4.2.1-masala. Berilgan kesmani 3ta, 5ta, 6ta teng bo'laklarga bo'ling?

4.2.2-masala. Berilgan nuqtadan berilgan to'g'ri chiziqqa:

- 1) parallel qilib to'g'ri chiziq o'tkazing;
- 2) perpendikulyar qilib to'g'ri chiziq o'tkazing?

4.2.3-masala. Burchak tomonlari orasiga ma'lum uzunlikdagi kesamni:

1) uning uchlari burchak tomonlaridan teng kesmalar ajratadigan qilib joylashtiring;

2) bu kesma burchak tomonlaridan biriga perpendikulyar bo'ladigan qilib joylashtiring?

4.2.4-masala. A nuqta, l to'g'ri chiziq va a kesma berilgan. Markazi l to'g'ri chiziqda yotuvchi, A nuqtadan o'tgan, a radiusli aylana yasang?

4.2.5-masala. Aylanada yotadigan va berilgan kesmaning uchlaridan teng uzoqlikda joylashgan nuqtani yasang?

4.2.6-masala. Yon tomoni, asosidagi burchagiga ko'ra teng yonli uchburchak yasang

4.2.7-masala. Asosi va tashqi chizilgan aylanasi radiusi bo'yicha teng yonli uchburchak yasang?

4.2.8-masala. Bir tomoni unga yopishgan bir burchagi qolgan ikki tomonining yig'indisi bo'yicha uchburchak yasang?

4.2.9-masala. Bir o'tkir burchagi va shu burchak uchidan chiqqan bissektrisasi bo'yicha to'g'ri burchakli uchburchak yasang?

4.2.10-masala. Gipotenuzasi va to'g'ri burchagi uchidan gipotenuzaga tushirilgan balandligi bo'yicha to'g'ri burchakli uchburchak yasang?

4.2.11-masala. Asoslari va yon tomonlari bo'yicha trapetsiya yasang?

4.2.12-masala. A,B uchlari va bu uchlardan chiqqan bissektrisalar kesishgan O nuqtasi bo'yicha ABC uchburchak yasang?

4.2.13-masala. Bir tomoni va shu tomonga tushirilgan medianasi va balandligi bo'yicha uchburchak yasang?

4.2.14-masala. Ikki tomoni va uchinchi tomoniga o'tkazilgan medianasi bo'yicha uchburchak yasang?

4.2.15-masala. Bir tomoni ,shu tomonga yopishgan bir burchagi va unga tushirilgan balandligi bo'yicha uchburchak yasang?

4.2.16-masala. Bir tomoniga o'tkazilgan balandligi va qolgan ikki tomoniga o'tkazilgan medianalari bo'yicha uchburchak yasang?

4.2.17-masala. Ikki burchagi va ulardan birining bissektrisasi bo'yicha uchburchak yasang?

4.2.18-masala. Asosi, unga tushirilgan balandligi va asosidagi bir burchagi bo'yicha uchburchak yasang?

Geometrik o'rinlar metodi

4.2.19-masala. A va B uchidagi burchaklari, AC va BC tomonlarining ayirmasi bo'yicha uchburchak yasang?

4.2.20-masala. Ichki va tashqi chizilgan aylananing radiuslari bo'yicha to'g'ri burchakli uchburchak yasang?

4.2.21-masala. Asosi uchidagi burchagi va yon tomonga o'tkazilgan medianasi bo'yicha uchburchak yasang?

4.2.22-masala. Bir xil radiusli uchta aylana berilgan. Bu uchala aylanaga tashqi urunuvchi aylana yasang?

4.2.23-masala. Berilgan to'g'ri chiziqda shunday nuqta yasangki, u berilgan ikki nuqtadan teng uzoqlikda joylashgan bo'lsin?

4.2.24-masala. Berilgan uchburchakning har bir tomoni 120 gradusli burchak ostida ko'rinadigan nuqtani yasang?

Geometrik almashtirishlar metodi

Nuqtaga va o'qqa nisbatan simmetriya

4.2.25-masala. Uchta a, b, c to'g'ri chiziq berilgan. a, b to'g'ri chiziqlarda yotuvchi shunday ikki nuqta yasangki ular c to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik bo'lsin?

4.2.26-masala. AB kesma va uni kesuvchi a to'g'ri chiziq berilgan. a to'g'ri chiziqda shunday X nuqta topingki, a to'g'ri chiziq AXB burchakning bissektrisasi bo'lsin?

4.2.27-masala. Tomonlarining o'rtalari bo'yicha beshburchak yasang?

Burish

4.2.28-masala. Bir uchi berilgan M nuqtada, qolgan ikki uchi n, p parallel to'g'ri chiziqlarda yotgan teng tomonli uchburchak yasang?

4.2.29-masala. A nuqta, (O, r) aylana va d to'g'ri chiziq berilgan. Bir uchi berilgan A nuqtada qolgan ikki uchi aylana va d to'g'ri chiziqlarda yotgan teng tomonli uchburchak yasang?

2.2. Yasashga doir geometrik masalalar haqida tushuncha.

Geometrik figuralarni sirkul va chizg'ich yordamida yasash bosqichlari.

3. Yasashga doir geometrik masalalarni yechishdagi asosiy bosqichlar. Yasashga doir geometrik masalalarning berilishiga qarab, uning

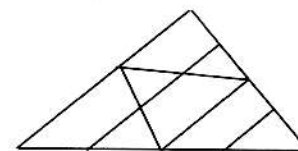
yechimi mavjudmi, yoki yo'qmi, degan savol tug'iladi.

Bu savolga javobni ayrim masalalarda, ayniqsa shu masalani yechishda qo'llaniladigan usul yoki ketma-ketlik aniq va sodda bo'lsa, oldindan aytish mumkin.

Masalan: a tomoni va uning qarshisidagi A burchagi bo'yicha uchburchak yasash talab qilinsin.

Bunday masalaning sharti yetarli emas, lekin bu berilgan shartlarni qanoatlantiruvchi yechim cheksiz ko'p ekanligini aytish mumkin. Shuning uchun bu masalaning yechimi aniq emas deyiladi.

yoki: Masalan: 3ta burchagiga ko'ra uchburchak yasash? Har bir uchburchak yechim bo'la oladi. Demak, aniq emas.



(1-chizma)

Bunday masalalarda albatta hech bo'lmasa, 1ta chiziqli element berilishi kerak, bu shart uchburchakni to'la aniqlaydi.

Bu masaladan ko'rinadiki, yasashga doir masalalarni yechishda o'ziga xos xususiyat mavjud ekan. Bu xususiyat bunday masalalarni yechishdagi asosiy bosqichlardir.

Asosiy bosqichlar:

- | | |
|----|----------------------|
| 1. | Analiz bosqichi; |
| 2. | Yasash bosqichi; |
| 3. | Isbotlash bosqichi; |
| 4. | Tekshirish bosqichi. |

Analiz bosqichi - bu bosqichda «masala yechildi», deb faraz qilib, so'ralgan figuraning taxminiy chizmasi chiziladi va undagi masalani shartida berilgan elementlar aniqlanadi. So'ngra ular orqali so'ralgan figuraning asosiy elementlari orasidagi bog'lanish aniqlanadi. Keyin berilgan elementlarga ko'ra, so'ralgan figurani yasash rejasi tuziladi. Bu bosqich ijodiy bosqich deb ataladi, chunki, tuzilgan rejasi asosida so'ralgan figurani bimalol yasash mumkin.

Yasash bosqichi - bu bosqich ijro etish bosqichi deb atalib, analiz bosqichida tuzilgan rejasi asosida so'ralgan figura yasaladi. (Sirkul va

chizg'ich yordamida).

Isbotlash bosqichi - bu bosqichda yasalgan figura masalaning shartlarini qanoatlantirishi asoslanadi.

Tekshirish bosqichi - bu bosqichda quyidagi savollarga javob berish kerak bo'ladi:

1. Masala doim yechimga egami yoki yechimga ega bo'lmagan hol ham bormi?
2. Agar masala yechimga ega bo'lsa, qachon, nechta yechimga ega ekanligi aniqlanadi.

4ta bosqichga to'la e'tibor berish kerak bo'ladi.

Yasashga doir masalalarni yechishda ko'p qo'llaniladigan bir qancha elementar masalalar mavjud. Masalan:

1. Kesмага teng kesma yasash;
2. Burchakka teng burchak yasash;
3. 3 tomoniga ko'ra uchburchak yasash;
4. Ikki tomoni va ular orasidagi burchagiga ko'ra uchburchak yasash;
5. Bir tomon va unga yopishgan ikki burchagiga ko'ra uchburchak yasash;
6. Burchak bissektrisasini yasash;
7. Kesmani teng ikkiga bo'lish;
8. Berilgan nuqtadan berilgan to'g'ri chiziqqa perpendikulyar tushirish va hokazo.

Yasashga doir masalalarni yechishda bunday elementar masalalar chekli marta takrorlab qo'llanilishi mumkin.

M: Kesmani teng ikkiga bo'lish bosqichlari:

1. Sirkul ignasini kesma uchlariga qoyib bir xil radiusli 2 ta aylanalarni o'tkaziladi.
2. Bu 2 ta aylanalarning kesishgan nuqtalarini tutashtiruvchi chiziq otkaziladi.
3. Ushbu o'tkazilgan chiziq kesmani teng ikkiga bo'ladi.

Parallel ko'chirish

4.2.30-masala. Asosi va uchidagi burchagi bo'yicha teng yonli uchburchak yasang

4.2.31-masala. a,b parallel to'g'ri chiziqlar hamda ular orasidagi palosadan ikki tomonda joylashgan A,B nuqtalar berilgan. Uchlari a,b da yotgan ularga perpendikulyar bo'lgan shunday MN kesma yasangki, AMNB sinig chiziq uzunligi eng qisqa bo'lsin.

4.2.32-masala. To'rtta tomoni va ikki qarama-qarshi tomonlari burchagi bo'yicha to'rtburchak yasang?

4.2.34-masala. To'rtta tomoni va ikki qarama-qarshi tomonlarining o'rtalarini birla shtiruvchi kesmasi bo'yicha to'rtburchak yasang?

O'xshash almashtirishlar

4.2.35--masala. Ikki burchagi va 1) tashqi chizilgan aylanasi radiusi 2) uchinchi burchagining bissektrisasi bo'yicha uchburchak yasang?

4.2.36-masala. Tomoni bilan diagonalining 1) yig'indisi bo'yicha kvadrat yasang; 2) ayirmasi bo'yicha kvadrat yasang?

4.2.37-masala. Berilgan to'rtburchakka ichki romb chizing rombning tomonlari to'rtburchakning diagonaliga teng bo'lsin?

4.2.38-masala. Kesishgan uchta to'g'ri chiziq berilgan. Uchlari shu to'g'ri chiziqlarda yotadigan teng tomonli uchburchak yasang?

4.2.39-masala. Ikki to'g'ri chiziq va nuqta berilgan. Uchlari bu to'g'ri chiziqlarda yotadigan va shu nuqtada m:n nisbatda bo'ladigan kesma yasang?

4.2.40-masala. Ikki tomoni; b,c va ular orasidagi burchagining bissektrisasi l berilgan uchburchak yasang?

4.2.41-masala. Burchak va uning ichida A nuqta berilgan. Burchak tomonlariga urinib, A nuqtadan o'tuvchi aylana yasang?

4.2.42-masala. Berilgan uchburchakka tomonlarining nisbati ma'lum ichki uchburchak yasang?

Mustaqil ish uchun topshiriqlar:

1-masala. Bir tomoni unga yopishgan bir burchagi va qolgan ikki tomonining ayirmasi bo'yicha uchburchak yasang?

2-masala. Tashqi chizilgan aylanasi radiusi, bir uchidagi burchagi va asosga tushirilgan balandligi bo'yicha uchburchak yasang?

3-masala. Berilgan aylanaga berilgan to'g'ri chiziqli nisbatan:

1) parallel urinma o'tkazing;

2) perpendikulyar urinma o'tkazing?

4-masala. Doiradan tashqarida shunday nuqta yasangki, undan o'tkazilgan urinma uzunligi markaz orqali o'tadigan kesuvchining uzunligidan ikki marta qisqa bo'lsin?

5-masala. Ikki tomoni va tashqi chizilgan aylanasi radiusi bo'yicha uchburchak yasang?

6-masala. Yuzi berilgan ikkita to'g'ri to'rtburchak yuzlarining yig'indisiga teng kvadrat yasang?

7-masala. Ma'lum nuqtadan o'tuvchi berilgan radiusli shunday aylana yasangki, uning markazi berilgan ikki kesishuvchi to'g'ri chiziqdan teng masofada yotsin?

8-masala. Yuzi berilgan ikkita to'g'ri to'rtburchak yuzlarining yig'indisiga teng kvadrat yasang?

9-masala. Yuzi berilgan to'g'ri to'rtburchak yuziga teng va asosi ma'lum bo'lgan to'g'ri to'rtburchak yasang?

10-masala. Yuzi berilgan to'g'ri to'rtburchak yuziga teng va asosi ma'lum bo'lgan to'g'ri to'rtburchak yasang?

11-masala. Dioganallaridan birining uzunligi m kesmaga teng bo'lib berilgan a to'g'ri chiziqda yotadigan, qolgan ikki uchi berilgan b, c to'g'ri chiziqlarda yotuvchi romb yasang?

12-masala. Ikki tomoni va uchinchi tomoniga o'tkazilgan medianasi bo'yicha uchburchak yasang?

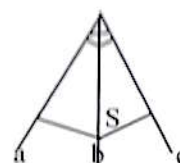
13-masala. Dioganallarning nisbati, ular orasidagi burchagi va 1) bir tomoni; 2) bir diagonali bo'yicha parallelogramm yasang?

14-masala. To'rtta tomoni bo'yicha trapetsiya yasang?

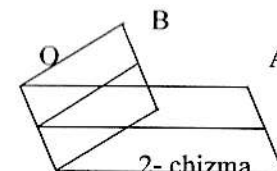
4.3-Mavzu: FAZOVIIY FIGURALAR VA ULARNI TEKISLIKDA TASVIRLASH

3.1. Ko'pyoqlilar. Ko'pyoqlilar haqida Eyler teoremasi. Prizma, to'g'ri burchakli paralelepiped, piramida

Ko'pyoqli burchaklar. Ikki ta yarim tekislik va ularni chegaralab turgan umumiy to'g'ri chiziqdan tashkil topgan figura ikki yoqli burchak deyiladi. AOB burchak ikki yoqli burchakning chiziqli burchagi deyiladi. Ikki yoqli burchakning kattaligi uning chiziqli burchagi kattaligi bilan o'lganadi. (2-chizma)



3-chizma



Uchta yassi burchakdan tashkil topgan figura uch yoqli burchak deyiladi. (3-chizma)
S-uchyoqli burchakning uchi deyiladi.

Agar bunday, ya'ni bitta umumiy uchga ega bo'lgan tekisliklar (yoqlar) ko'p bo'lsa, bunday figurani ko'pyoqli burchak deyiladi. (4-chizma)

S

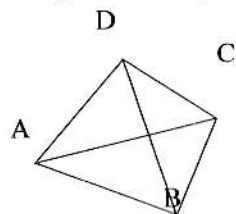


4-chizma

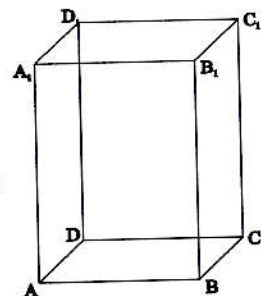
Chekli kattalikdagi tekisliklar bilan chegaralangan jism ko'pyoq deyiladi. Ko'pyoqning chegarasi uning sirti deyiladi.

Agar ko'pyoqni o'zi uni chegaralovchi tekisliklarning har biridan bir tomonda yotsa, bunday ko'pyoq qavariq ko'pyoq deyiladi. Ko'pyoqlardagi A, B, C, D, ... ko'pyoqning uchlari, AB, BC, AD, ... ko'pyoqning qirralari $\triangle ABC$, $\triangle ABD$, $\triangle ACD$, ABCD, ADA₁D₁.... ko'pyoqning yoqlari

deyiladi. (5-6-chizma)



5-chizma



6-chizma

Bizga ma'lum bo'lgan ko'pyoqlar: prizma, parallelepiped, piramidalar.

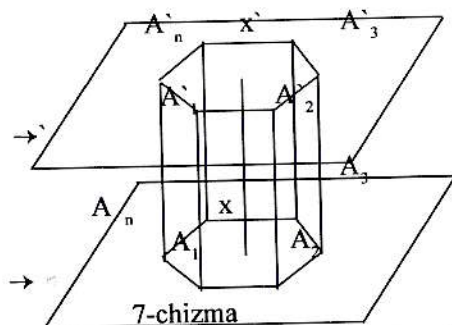
1. Prizma. Prizma deb ikkita parallel tekislik orasiga joylashgan barcha parallel to'g'ri chiziqlar kesmalaridan tuzilgan ko'pyoqqa aytiladi. Bu kesmalar shu tekisliklardan birida yotgan yassi ko'pburchakni kesib o'tadi. Prizmaning parallel tekisliklarda yotgan yoqlari prizmaning asoslari deyiladi. Boshqa yoqlari prizmaning yon yoqlari deyiladi. Yon yoqlar parallelogramlardan iborat bo'ladi. (7-chizma)

$A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ - prizmaning uchlari

$A_1A'_1, A_2A'_2, \dots$ - prizmaning yon qirralari

$A_1A'_1, A_2A'_2, \dots$ prizmaning yon yoqlari

$A_1A_2A_3 \dots A_n$ va $A'_1A'_2A'_3 \dots A'_n$ - prizmaning asoslari deyiladi.



7-chizma

Prizmaning asoslari orasidagi masofa uning balandligi deyiladi. Prizmaning ikki asosidagi bir yon yoqqa tegishli bo'lmagan uchlarini tutashtiruvchi kesmalar prizmaning diagonalini deyiladi. Agar prizmaning yon qirralari asoslariga perpendikulyar bo'lsa, uni to'g'ri prizma deyiladi.

Aks holda og'ma prizma deyiladi.

Asoslari muntazam ko'pburchak bo'lgan to'g'ri prizma muntazam prizma deyiladi.

Prizma yon yoqlari yuzlarining yiqindisi prizmaning yon sirti deyiladi.

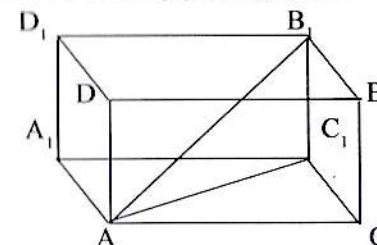
1-teorema. To'g'ri prizmaning yon sirti asosining perimetri bilan balandligining, ya'ni yon qirralari uzunligining ko'paytmasiga teng.

Parallelepiped

Prizmaning asosi parallelogramm bo'lsa, bunday prizma parallelepiped deyiladi.

Parallelepipedning umumiy uchga ega bo'lmagan yoqlari qarama-qarshi yoqlar deyiladi. (8-chizma) BCC_1B_1 va ADD_1A_1 - qarama qarshi yoqlari.

2-teorema. Parallelepipedning qarama-qarshi yoqlari parallel va teng.



8-chizma

3-teorema. Parallelepipedning diagonalari bir nuqtada kesishadi va kesishgan nuqtasida teng ikkiga bo'linadi.

Parallelepiped diagonalarining kesishgan nuqtasi "O" uning simmetriya markazi bo'ladi.

Asosi to'g'ri burchakli to'rtburchakdan iborat bo'lgan parallelepiped to'g'ri burchakli parallelepiped deyiladi.

To'g'ri burchakli parallelepipedning hamma yoqlari to'g'ri to'rtburchaklardan iborat bo'ladi.

Hamma qirralari teng bo'lgan parallelepiped kub deyiladi.

4-teorema. To'g'ri burchakli parallelepipedning istalgan diagonalining kvadrati uning uchta chiziqli o'lchovi kvadratlarning yig'indisiga teng.

Piramida

Piramida deb, berilgan nuqtani yassi ko'pburchakning nuqtalari bilan tutashtiradigan barcha kesmalardan tashkil topgan ko'pyoqqa aytiladi.

(9-chizma)

5-teorema. Piramidaning asosiga parallel va uni kesib o'tadigan tekislik shu piramidaga o'xshash piramida ajratadi.

S-piramidaning uchi.

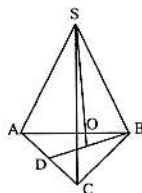
$\triangle ABC$ -piramidaning asosi.

$\triangle SAB$, $\triangle SBC$, $\triangle SAC$ -piramidaning yon yoqlari

SA, SB, SC -piramidaning yon qirralari.

SO- piramidaning balandligi deyiladi.

Uchburchakli piramida tetraedr ham deyiladi.



9-chizma

Muntazam ko'pyoqlar.

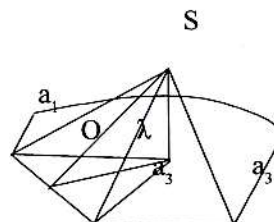
Agar qavariq ko'pyoqlarning tomonlari soni bir xil bo'lgan muntazam ko'pburchaklardan iborat bo'lsa va shu bilan birga ko'pyoqning har bir uchida bir xil kattalikdagi qirralar uchrashsa, bunday qavariq ko'pyoq muntazam ko'pyoq deyiladi. Bunday ko'pyoqlarga muntazam tetraedr, kub, oktaedr, dodekaedr va ikosaedrlar kiradi.

6-teorema. Muntazam piramidaning yon sirti asosi perimetrining yarmi bilan apofemasining ko'paytmasiga teng. (10-chizma)

$$S_{\text{yon.s.}} = \frac{\lambda a}{2} \times n \quad \text{yoki} \quad S_{\text{yon.s.}} = \frac{p\lambda}{2}$$

l - apofema, a-asos tomoni

p-asosning perimetri



10-chizma

Bizga tanish bo'lmagan oktaedr yoqlari muntazam uchburchaklar bo'lib, har bir uchida to'rtta qirra uchrashadi.

Dodekaedr-yoqlari muntazam besh burchaklardan iborat, uning bitta uchida uchta qirra uchrashadi.

Ikosaedr-yoqlari muntazam uchburchaklardan iborat bo'lib, uning har bir uchida beshtadan qirra uchrashadi.

Ko'pyoqlar haqida Eyler teoremasi.

Eyler o'zining qavariq ko'pyoqlar ustida o'tkazgan ilmiy izlanishlari natijasida ularning uchlari soni-a, qirralari soni-b va yoqlari soni-c lar orasidagi munosabatni quyidagi tenglik orqali ifodalaydi: qavariq ko'pyoqlarning qirralari soni uchlari va yoqlari sonidan 2ta kamdir.

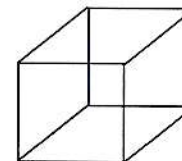
$$a + c - b = 2$$

Misol. Kubda Eyler teoremasini ko'raylik

a-uchi b-qirralari c- yoqlari

$$\left. \begin{array}{l} a = 8 \\ b = 12 \\ c = 6 \end{array} \right\} \quad 8 + 6 - 12 = 2$$

(11-chizma)



Debat uchun savollar:

1. Fazoda to'g'ri chiziq va tekisliklarning parallelligi haqidagi teo'remalardan ayting?
2. Fazoda to'g'ri chiziq va tekisliklarning perpendikulyarligi haqidagi teo'remalardan ayting?
3. Qanday 2 tekislik o'zaro parallel bo'ladi?
4. Tekisliklarning perpendikulyarlligi haqidagi teo'remalardan ayting?
5. Ko'pyoqli burchak deb nimaga aytiladi?
6. Ko'pyoq deb nimaga aytiladi? Qanday holda ko'pyoq qavariq ko'pyoq deyiladi? Namunaviy chizma chizing va undan foydalanib ko'pyoq elementlarini nomlarini tushuntiring?
7. Prizma ta'rifini va asosiy elementlarini ayting?
8. Parallelepiped ta'rifini va asosiy elementlarini ayting?
9. Piramida ta'rifini va asosiy elementlarini ayting?
10. Kesik piramida ta'rifini va asosiy elementlarini ayting?
11. Muntazam ko'pyoqlar ta'rifi va asosiy turlarini ayting?
12. Muntazam ko'pyoqlar haqida Eyler teo'remasini ayting?

Yozma mashq

Masala. AB, AC va AD to'g'ri chiziqlar juft-juft perpendikulyar
AB=3, BC=7, AD=1,5 bo'lsa, CD ni toping?

Yechilishi ABC va ACD to'g'ri burchakli uchburchaklarga Pifago'r teo'remasini tatbiq etib, so'ralgan masofani topamiz.

Uchburchak ABC da $AC = \sqrt{7^2 - 3^2} = \sqrt{40}$;

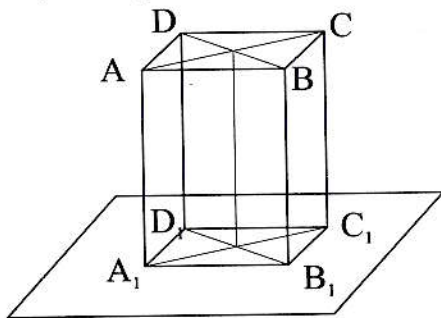
Uchburchak ACD da $CD = \sqrt{40 + 1,5^2} = \sqrt{42,25} = 6,5$

Javob: CD = 6,5

4.3.1-Masala. Nima uchun uch oyoqli har qanday stol oyoqlari uzunligi teng bo'lmagan holda ham albatta turg'un, to'rt oyoqli sto'l esa doim bunday emasligini tushuntiring?

4.3.2-masala. AB kesma biror tekislikka proeksiyalangan, AB kesmaning o'rtasi M nuqta bo'lib, AB kesmaning tekislikdagi proeksiyasi A_1B_1 va uning o'rtasi M_1 . Agar $AA_1=9$, $BB_1=5$ bo'lsa, MM_1 kesmaning uzunligini toping?

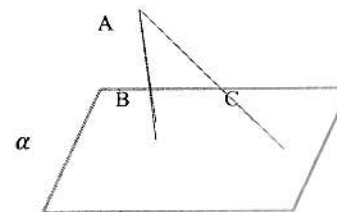
4.3.3-masala. ABCD parallelogram o'zi bilan kesishmaydigan tekislikka proeksiyalangan. $A_1B_1C_1D_1$ - uning proeksiyasi. Agar $AA_1=3$, $BB_1=4$, $CC_1=9$ bo'lsa, DD_1 kesmaning uzunligini toping?



4.3.4-masala. Fazodagi bitta A nuqta orqali o'tuvchi AB, AC, AD to'g'ri chiziqlar juft-juft bilan perpendikulyar. Agar AB=12, BC=13, AD=15 bo'lsa, CD kesmaning uzunligini toping?

4.3.5-masala. Hech bir uchta bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan 6 ta nuqtani belgilang. Bu nuqtalardan foydalanib mumkin bo'lgan kesmalarni yasang. Ular nechta?

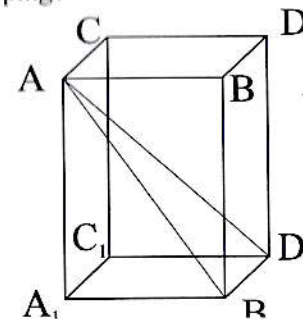
4.3.6-masala. ABCD parallelogram o'zi bilan kesishmaydigan tekislikka proeksiyalangan. $A_1B_1C_1D_1$ - uning proeksiyasi. Agar $AA_1=5$, $BB_1=6$, $CC_1=12$ bo'lsa, DD_1 kesmaning uzunligini toping?



4.3.7-masala. Fazodagi nuqtadan bitta tekislikka perpendikulyar va og'ma o'tkazilgan. Perpendikulyar va og'ma orasidagi burchak 30° Perpendikulyarning uzunligi 6 ga teng bo'lsa, og'maning uzunligini toping?

4.3.8-masala. Ikki perpendikulyar tekislikda yotuvchi A va B nuqtalardan tekisliklar kesishgan to'g'ri chiziqqa AC va BD perpendikulyarlar tushirilgan. Agar AC = 6, BD = 7, CD = 6 bo'lsa, AB kesmaning uzunligini toping?

4.3.9-masala. To'rtburchakli muntazam prizmaning diagonal 25sm. ga, yon yog'ining diagonal 20 sm.ga teng. Prizmaning balandligini toping?



Berilishi: $AD_1 = 25$,
 $AB_1 = 20$
 $AB=BD=DC=AC$
 $H=?$

Yechilishi: Uchburchak AD_1B_1 da $(AD_1) = \sqrt{AB_1^2 + a^2}$; (bunda a-

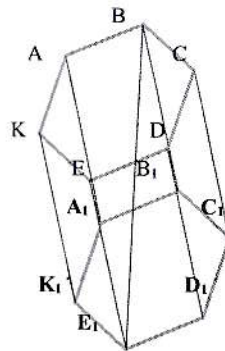
asos tomoni), bundan $a = \sqrt{25^2 - 20^2} = 15sm$ To'g'ri burchakli

AA_1B_1 da $H = AA_1 = \sqrt{AB_1^2 - a^2} = \sqrt{400 - 225} = \sqrt{175} = 5\sqrt{7}sm$

Javob: $H = 5\sqrt{7}sm$

4.3.10-masala. To'g'ri burchakli parallelopiped asosing tomonlari 7

va 24 sm, balandligi esa 8 sm. Diagonal kesimning yuzini aniqlang?



4.3.11-masala. Kubning qirrasi a ga teng. Agar tekislik kub asosining tomonidan o'tsa hamda asos bilan 30° burchak tashkil etsa, kub kesimining yuzini toping?

4.3.12-masala. Prizmaning asosi tomoni $2\sqrt{5}$ bo'lgan muntazam oltiburchak, yon yoqlari kvadratlardan iborat. Prizmaning katta diagonalini toping?

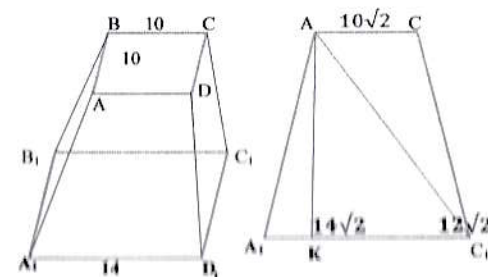
4.3.13-masala. Asosi to'g'ri burchakli uchburchak bo'lgan to'g'ri prizmaning yon qirralaridan biridagi ikki yoqli burchak 30° ga teng; prizmaning shu qirrasidan boshqa yon qirralarigacha bo'lgan masofalar 16 sm va 14 sm. Agar prizmaning yon qirrasi 20 sm bo'lsa, yon sirtining yuzini toping?

4.3.14-masala. Uchburchakli muntazam to'g'ri prizmaning balandligi 8 ga, asosining perimetri $9\sqrt{3}$ ga teng. Prizma yon yog'ining diagonalini toping?

4.3.15-masala. Prizmaning jami 36 ta qirralari bo'lsa uning nechta uchi bor va nechta yon yog'i bor? $a+c-b=2$

4.3.16-masala. Muntazam piramidaning asosi tomoni a ga teng bo'lgan oltiburchak. Piramidaning balandligi H ga teng bo'lsa, yon sirtining yuzini toping?

4.3.17-masala. Muntazam to'rtburchakli kesik piramida asoslarining tomonlari 14 sm va 10 sm, diagonali 18 sm. Kesik piramidaning balandligi necha santimetr?



Berilishi: $BC=AB=CD=AD=10\text{sm}$ $A_1B_1=B_1C_1=C_1D_1=A_1D_1=14\text{sm}$

$AC_1 = d = 18\text{sm}$

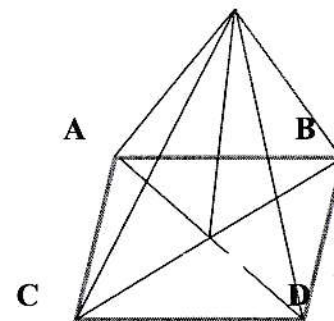
$AK=H=?$

Yechish: $AC=d_1=10\sqrt{2}$ va $A_1C_1=d_2=14\sqrt{2}$... Davom etdiring?

4.3.18-masala. $SABC$ piramidaning asosi teng tomonli ABC uchburchak bo'lib, $AB = BC = AC = a$. SC qirra ABC uchburchak tekisligiga perpendikulyar va $SC = h$. E nuqta AC tomonning D nuqta esa AB tomonning o'rtasi. CD va CE to'g'ri chiziqlar orasidagi burchakni va masofani toping?

4.3.19-masala. Muntazam to'rtburchakli piramidaning balandligi 9 ga, diagonal kesimining yuzi 36 ga teng. Piramidaning hajmini toping?

4.3.20-masala. Asosining tomoni 6 ga teng bo'lgan muntazam oltiburchakli piramidaning yon qirrasi 10 ga teng bo'lsa, piramidaning balandligini toping?



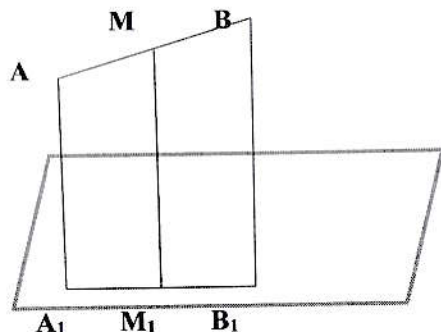
4.3.21-masala. Muntazam to'rtburchakli piramidaning apofemasi 8 ga, yon sirtining yuzi 48 ga teng bo'lsa, piramida asosining perimetrini toping?

4.3.22-masala. Kesik piramida asoslarining yuzlari 96 va 24 ga, unga mos keluvchi butun piramidaning balandligi 16 ga teng. Kesik piramidaning hajmini toping?

Mustaqil ish uchun topshiriqlar.

1-masala. Fazodagi nuqtadan bitta tekislikka perpendikulyar va og'ma o'tkazilgan. Perpendikulyar va og'ma orasidagi burchak 60°

Perpendikulyarning uzunligi 8 ga teng bo'lsa, og'maning uzunligini toping?



2-Masala. AB kesma biror tekislikka proeksiyalangan, AB kesmaning o'rtasi M nuqta bo'lib, AB kesmaning tekislikdagi proeksiyasi A_1B_1 va uning o'rtasi M_1 . Agar $AA_1 = 7$, $BB_1 = 11$ bo'lsa, MM_1 kesmaning uzunligini toping?

3-masala. Ikki perpendikulyar tekislikda yotuvchi A va B nuqtalardan tekisliklar kesishgan to'g'ri chiziqqa AC va BD perpendikulyarlar tushirilgan. Agar $AC = 9$, $BD = 10$, $CD = 8$ bo'lsa, AB kesmaning uzunligini toping?

4-masala. Fazodagi bitta A nuqta orqali o'tuvchi AB, AC, AD to'g'ri chiziqlar juft-juft perpendikulyar. Agar $AB=11$, $AC=7$, $AD = 5$ bo'lsa, CD kesmaning uzunligini toping?

5-masala. Hech bir uchta bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan 9 ta nuqtani belgilang. Bu nuqtalardan foydalanib mumkin bolgan kesmalarni yasang. Ular nechta?

6-masala. Fazodagi nuqtadan bitta tekislikka perpendikulyar va og'ma o'tkazilgan. Perpendikulyar va og'ma orasidagi burchak 30° Perpendikulyarning uzunligi 10 ga teng bo'lsa, og'maning uzunligini

toping?

7-masala. To'rtburchakli muntazam prizmaning diagonalini 13 sm.ga, yon yog'ining diagonalini 10 sm.ga teng. Prizmaning balandligini toping?

8-masala. To'g'ri burchakli parallelopiped asosining tomonlari 12 va 6 sm, balandligi esa 15 sm. Diagonal kesimining yuzini aniqlang?

9-masala. Kubning qirralari a ga teng. Agar tekislik kub asosining tomonidan o'tsa hamda asos bilan 60° li burchak tashkil etsa, kub kesimining yuzini toping?

10-masala. Muntazam piramidaning asosi tomoni 7 ga teng bo'lgan oltiburchak. Piramida yon yog'ining balandligi 12 ga teng bo'lsa, yon sirtining yuzini toping?

11-masala. Prizmaning asosi tomoni 20 sm bo'lgan muntazam oltiburchak, yon yoqlari kvadratlardan iborat. Prizmaning katta diagonalini toping?

12-masala. Uchburchakli muntazam to'g'ri prizmaning balandligi 12 ga, asosining yuzi $14\sqrt{3}$ ga teng. Prizma hajmini toping?

13-masala. Parallelopiped asos tomonlari 6 va 8 balandligi 7 bo'lsa parallelopipedning hajmini toping?

14-masala. Muntazam tetroedning qirralari 8 ga teng bo'lsa, uning asosiga tashqi chizilgan aylananing markazidan uning yon yog'igacha bo'lgan masofani toping?

15-masala. $SABC$ piramidaning asosi teng tomonli ABC uchburchak bo'lib, $AB = BC = AC = 8$. SC qirra ABC uchburchak tekisligiga perpendikulyar va $SC = 13$. E nuqta AC tomonning D nuqta esa AB tomonning o'rtasi. CD va CE to'g'ri chiziqlar orasidagi burchakni toping?

16-masala. Muntazam to'rtburchakli piramidaning balandligi 12 ga, asosining diagonalari 18 ga teng. Piramidaning hajmini toping?

17-masala. Piramidaning asosi to'g'ri burchakli to'rtburchak. To'g'ri burchakli to'rtburchakning tomonlari 6 va 8 ga teng. Piramidaning yon qirralari $5\sqrt{5}$ ga teng bo'lsa, balandligini toping?

18-masala. Uchburchakli piramidaning asosidagi barcha 2 yoqli burchaklar 30° ga teng. Agar piramidaning balandligi 6 ga teng bo'lsa, uning asosiga ichki chizilgan doiraning radiusini toping?

3.2. Aylanma jismlar. Silindr, konus, shar. Fazoviy figuralarni tekislikda tasvirlash.

Biror egri chiziqni yoki to'g'ri chiziqni bir to'g'ri chiziq atrofida aylantirishdan aylanma sirt hosil bo'ladi. Agar uni o'q deb ataluvchi to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan parallel ikki tekislik bilan kesilsa, aylanma sirt va doira bilan chegaralangan aylanma jism hosil bo'ladi.

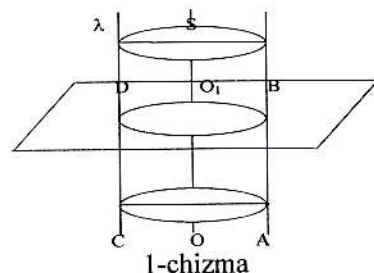
1. Silindr. O'q atrofida unga parallel bo'lgan to'g'ri chiziq aylantirilsa silindrik sirt hosil bo'ladi.

Uni o'qqa perpendikulyar ikkita parallel tekisliklar bilan kesilsa, ular orasida silindrik jism hosil bo'ladi. (1-chizma)

λ -silindr yasovchisi. $O O_1$ -silindrning o'qi, balandligi, tekisliklarda hosil bo'lgan doiralarning silindrning asoslari deyiladi.

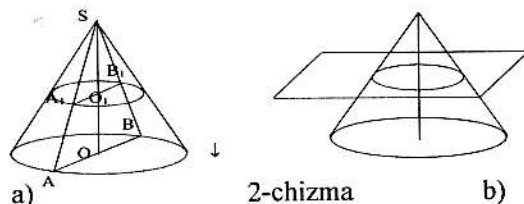
Silindr o'qi orqali o'tuvchi tekislik kesimi silindrning o'q kesimi deyiladi.

To'g'ri to'rtburchakni biror tomonini qo'zg'almas qilib, shu tomon atrofida aylantirilsa hosil bo'lgan jism silindr deyiladi.



1-chizma

2. Konus. Konus deb shunday jismga aytiladiki, u berilgan nuqtani biror doira nuqtalari bilan tutashtiruvchi hamma kesmalardan tashkil topgan bo'lib, berilgan nuqta konus uchi, doira esa konus asosi deyiladi. Konus uchini asos aylanasi nuqtalari bilan tutashtiruvchi kesmalar konusning yasovchilari deyiladi.



2-chizma

Konusning sirti asosidan va yon sirtidan iborat. Agar konus uchidan uning asosiga tushirilgan perpendikulyar uning markaziga tushsa, bunday konusni to'g'ri konus deyiladi.

Konusning uchidan asosiga tushirilgan perpendikulyar konusning balandligi deyiladi. To'g'ri konusning balandligidan o'tuvchi to'g'ri chiziq konusning o'qi deyiladi. Konusning o'qi orqali o'tuvchi tekislik bilan kesim o'q kesim deyiladi. Shakldan: ABS uchburchak konusning o'q kesimi. (2-chizma) a), b) Demak konusning tekislik bilan kesimi doira bo'lib, yon sirtining kesim markazi konus o'qida joylashgan aylanadir.

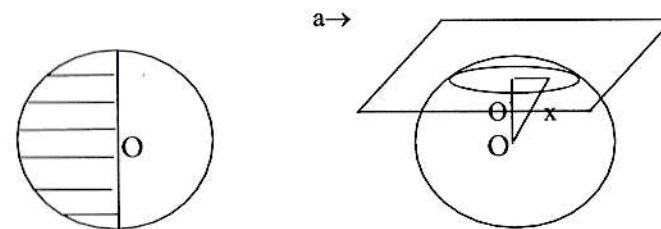
Konusning o'qiga perpendikulyar tekislik bilan kesilsa, uch tomonida kichik konus ajraladi, pastda qolgan qismi esa, kesik konus deyiladi.

3. Shar. Ta'rif. Fazoning berilgan nuqtasidan berilgan masofadan katta bo'lmagan uzoqlikda yotgan hamma nuqtalaridan iborat qismi shar deyiladi.

Berilgan nuqta shar markazi, berilgan masofa sharning radiusi deyiladi. Sharning chegarasi shar sirti yoki sfera deb ataladi. Shar markazidan o'tuvchi va shar sirtining ikki nuqtasini tutashtiruvchi kesma shar diametri deyiladi.

3-teorema. Sharning har qanday tekislik bilan kesimi doiradir. Bu doiraning markazi sharning markazidan kesuvchi tekislikka tushirilgan perpendikulyarning asosidir. (3-chizma)

Shakldan: a- kesuvchi tekislik. O -shar markazi.



3-chizma

Shar markazidan o'tuvchi kesim eng katta doira bo'lib, uning radiusi shar radiusiga teng bo'ladi.

Sharning markazi uning simmetriya markazidir.

Shar sirtidagi nuqtadan o'tib shu nuqtaga o'tkazilgan radiusga

perpendikulyar tekislik urinma tekislik deyiladi.

5-teorema. Urinma tekislik shar bilan faqat bitta umumiy nuqtaga-urinish nuqtasiga ega.

6-teorema. Shar sirtidagi istalgan nuqtadan cheksiz ko'p urinma to'g'ri chiziq o'tadi, ularning hammasi sharning urinma tekisligida

yotadi. R radiusli shar hajmi $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

Shu shar sirtining (sferasining) yuzi $S = 4\pi R^2$

R radiusli shardan kesilgan H balandlikli shar segmentining hajmi

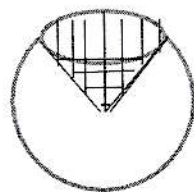
$$V = \pi H^2 \left(R - \frac{H}{3} \right)$$

Sirtining yuzi esa $S = 2\pi RH$

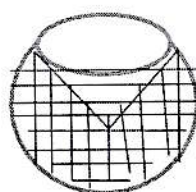
R radiusli sharning bo'lagi bo'lgan H balandlikli shar sekto'ring hajmi $V = \frac{2}{3}\pi R^2 H$ (H- segmentining balandligi)

Bu sekto'r sirtining yuzini topish uchun sektor konusining yon sirtiga unga mos segmentining yuzi qo'shiladi.

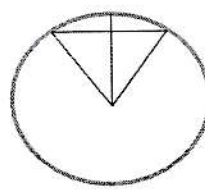
Shar segmenti va asosi shu segment asosidan, uchi esa shar markazida joylashgan Konusdan tashkil topgan jism shar sekto'ri deyiladi. (4-a), b) chizma)



a)



b)



c)

4-Chizma

Doiraviy sekto'r yoyining gradus o'lchovi 90° dan kichik bo'lsa qavariq shar sekto'ri hosil bo'ladi va u shar segmenti va Konus birlashmasidan tashkil topgan. (4-a) chizma. Doiraviy sekto'r yoyining gradus o'lchovi 90° dan katta bo'lsa botiq shar sekto'ri hosil bo'ladi va u butun shardan qavariq shar sekto'rini olinganiga teng bo'ladi. (4-b) chizma.

Debat uchun savollar:

1. Aylanma jism, aylanma sirt haqida tushuncha bering.
2. Silindrni qanday yasash mumkin. Uning elementlarini tushuntiring
3. Konus deb qanday jismga aytiladi. Uning elementlarini tushuntiring?
4. Kesik konus deb qanday jismga aytiladi. Uning elementlarini tushuntiring?
4. Shar, uning elementlari va bo'laklarini ta'riflang?
5. R radiusli shar hajmi qanday topiladi? Fo'rmulasini yozing va tushuntiring?
6. R radiusli shar sirtining (sferasining) yuzi qanday topiladi? Fo'rmulasini yozing va tushuntiring?
7. R radiusli shardan kesilgan H balandlikli shar segmentining hajmi qanday topiladi? Fo'rmulasini yozing va tushuntiring?
8. Shar segmenti sirtining yuzi qanday topiladi? Fo'rmulasini yozing va tushuntiring?
9. R radiusli sharning bo'lagi bo'lgan H balandlikli shar sekto'ring hajmi qanday topiladi? Fo'rmulasini yozing va tushuntiring?

Yozma mashq

Masala. Hajmi $\frac{9\pi}{16}$ ga teng bo'lgan shar sirtining yuzini toping?

Yechilishi: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{9\pi}{16} \rightarrow \frac{27}{64} = R^3 \rightarrow R = \frac{3}{4}$

$$S_{shar} = 4\pi R^2 \rightarrow S = 4\pi \frac{9}{16} \rightarrow S = \frac{9\pi}{4}$$

Javob: $\frac{9\pi}{4}$

Masala. 30° li doiraviy sekto'rning R radius atrofida aylanishidan hosil bo'lgan shar sekto'ridan ajratilgan shar segmentining balandligini toping. (4-c) chizma)

Yechilishi. Shar sekto'ring tarkibiy qismi bo'lgan Konusning o'q kesimi muntazam uchburchak bo'lgani uchun uning balandligi

$$h = \sqrt{R^2 - \frac{R^2}{4}} = \frac{R\sqrt{3}}{2}; \rightarrow h = \frac{R\sqrt{3}}{2};$$

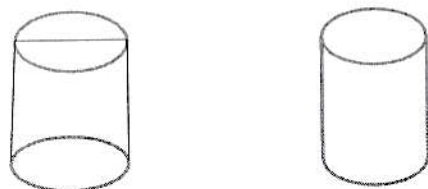
Shar segmentining balandligi

$$H = R - h = R - \frac{R\sqrt{3}}{2} = \frac{2R - R\sqrt{3}}{2} = \frac{R(2 - \sqrt{3})}{2}$$

Javob: $\frac{R(2 - \sqrt{3})}{2}$

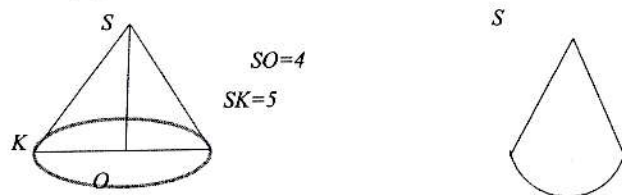
4.3.24-masala. Silindrning hajmi 48π ga, yon sirtining yuzi esa 24π ga teng bo'lsa, uning radiusi va balandligini toping?

H=?



4.3.25-masala. Ikki turli silindrning o'q kesimlari 4 va 6 bo'lgan to'g'ri to'rtburchakdan iborat bo'lsa, ulardan qaysi birining sirti katta bo'ladi.

4.3.26-masala. Balandligi 4, yasovchisi 5 bo'lgan Konus yon sirtining yoyilmasi hosil qilgan sektor burchagini toping ?



4.3.27-masala. Radiusi va balandligi natural son bo'lgan silindir to'la sirtining yuzi 24π ga teng bo'lsa uning hajmi ko'pi bilan qanchaga teng bo'lishi mumkin.

4.3.28-masala. Konusning yasovchisi 8 bo'lib, asos tekisligi bilan 60° burchak tashkil etadi. Konusning to'la sirtini toping ?

4.3.29-masala. Konusning o'q kesimi tomonlari 40, 40, va 48 bo'lgan

uchburchak bo'lsa, Konusning hajmini toping?



$$l = 9 \\ r = 3, R = 6 \\ V = ?$$

4.3.30- masala. Kesik Konusning yasovchisi 9 bo'lib, asoslarining radiuslari 3 va 6 bo'lsa, kesik Konusning hajmini toping?

4.3.31- masala. Kesik Konusning yasovchisi 10 bo'lib, asoslarining radiuslari 2 va 8 bo'lsa, kesik Konusning yon sirti yuzini toping?

$$S = \pi l(r + R)$$

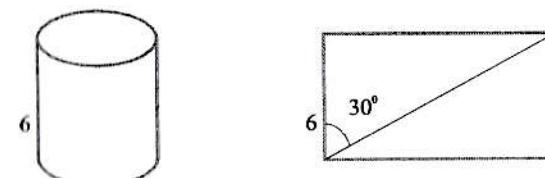
4.3.32- masala. Uchburchak tekisligi radiusi 4 ga teng bo'lgan sharni uchburchak tomonlari sharga uringan holda kesadi. Shar markazidan uchburchak tekisligigacha bo'lgan masofa 3 ga teng bo'lsa, uchburchakka tashqi chizilgan aylana radiusini toping?

Yechimni topish uchun yonalish: Chizmada asosi uchburchak tekisligida va yasovchisi shar radiusi bo'lgan Konus hosil boladi. So'ralgan masofa Konus asosining radiusi bo'lib, $R' = \sqrt{R^2 - (OO')^2}$

4.3.33- masala. Radiuslari 3, 4 va 5 bo'lgan metal sharlar eritilib bitta shar quyildi. Shu sharning radiusini va hajmini toping?



4.3.34- masala. Balandligi 6 bo'lgan silindrning yon sirti yoyilganda yasovchisi hosil bolgan to'rtburchak dio'gonali bilan 30° li burchak tashkil qiladi. Silindrning yon sirtini toping?



4.3.35-masala. Asoslarining radiuslari 3 va 9 ga, o'q kesimining

balandligi 8 ga teng bo'lgan kesik konus yon sirtining yuzini toping?

4.3.36-masala. Konusning balandligi uning asosi diametridan 2 marta kichik bo'lsa, o'q kesimining uchidagi burchagini toping?

4.3.37-masala. Tomoni 12,5 bo'lgan romb tomonlari shar sirtiga urinadi. Shar radiusi 10 ga teng. Shar markazidan romb tekisligigacha masofa 8 bo'lsa, rombnig yuzini toping?

Mustaqil ish uchun topshiriqlar.

1-masala. Silindrning hajmi 36π ga yon sirtining yuzi esa 24π ga teng bo'lsa, uning radiusi va balandligini toping?

2-masala. Ikki turli silindrning o'q kesimlari 9 va 12 bo'lgan to'g'ri to'rtburchakdan iborat bo'lsa, ulardan qaysi birining sirti katta bo'ladi.

3-masala. Tola sirtining yuzi 48π ga teng silindrning hajmi ko'pi bilan qanchaga teng bo'lishi mumkin.

4-masala. Balandligi 5, yasovchisi 7 bo'lgan Konus yon sirtining yoyilmasi hosil qilgan sektor burchagini toping?

5-masala. Konusning yasovchisi 8 bo'lib, asos tekisligi bilan 30° burchak tashkil etadi. Konusning yon sirtini toping?

6-masala. Konusning o'q kesimi tomonlari 9, 9, va 16 bo'lgan uchburchak bo'lsa, Konusning hajmini toping?

7-masala. Kesik Konusning yasovchisi 13 bo'lib, asoslarining radiuslari 4 va 11 bo'lsa, kesik Konusning hajmini toping?

8-masala. Kesik Konusning yasovchisi 9 bo'lib, asoslarining radiuslari 5 va 8 bo'lsa, kesik Konusning yon sirti yuzini toping?

$$S = \pi l (r_1 + r_2)$$

9-masala. Uchburchak tekisligi radiusi 5 ga teng bo'lgan sharni uchburchak tomonlari sharga uringan holda kesadi. Shar markazidan uchburchak tekisligigacha bo'lgan masofa 2 ga teng bo'lsa, uchburchakka ichki chizilgan aylana radiusini toping?

$$R' = \sqrt{R^2 - O'O'^2}$$

10-masala. Radiuslari 2, 3 va 4 bo'lgan metal sharlar eritilib bitta shar quyildi. Shu shar hajmini toping?

11-masala. Asoslarining radiuslari 4 va 12 ga, o'q kesimining balandligi 8 ga teng bo'lgan kesik konus yon sirtining yuzini toping?

13-masala. Tomoni 12 bo'lgan romb tomonlari shar sirtiga urinadi. Shar radiusi 9 ga teng. Shar markazidan romb tekisligigacha masofa 8 bo'lsa, rombnig yuzini toping?

V-bob. MATNLI MASALALAR

5.1. Matnli masala tushunchasi va uni yechish usullari

Matnli masala biror bir vaziyatning tabiiy tildagi ifodasi bo'lib, unda bu vaziyatning biror bir komponentasiga miqdoriy xarakteristika berish, uning komponentlari orasidagi ba'zi munosabatlar bor –yoqligini aniqlash yoki bu munosabat turini aniqlash talab etiladi.

Har qanday matnli masala ikki qismdan iborat: shartlar va talablar (savol)

Shartda ob'yektlar va berilgan ob'yektlarni xarakterlovchi ba'zi kattaliklar haqida, bu ob'yektlarning ma'lum va noma'lum qiymatlari haqida, ular orasidagi munosabatlar haqida ma'lumotlar beriladi. Masalaning talabi (savoli) – bu nimani topish kerakligini ko'rsatishdir. U buyruq yoki so'roq shaklidagi jumla bilan ifodalanishi mumkin.

Masalani yechish – bu masalada mavjud bo'lgan sonlar, kattaliklar, munosabatlar ustida amallarning to'g'ri ketma-ketligi orqali masalalarning savoliga javob berish demakdir.

Masalalarni yechishning algebraik va arifmetik usullari farq qilinadi. Arifmetik usulda masalaning savoliga javob sonlar ustida arifmetik amallar bajarish natijasida topiladi.

Masalalarni yechishning turli arifmetik usullarini namoyish qilamiz.

1-Masala. 8 soatda ishchi 96 ta bir xil detal tayyorladi. U 5 soatda nechta detal tayyorlaydi?

I-usul	II-usul	III-usul
1) $96:8=12(\text{det})$	1) $8:5=1,6$	8soat=480min
2) $12 \times 5=60(\text{det})$	2) $96:1,6=60(\text{det})$	1) $480:96=5\text{min}$
		5soat=300min
		2) $300:5=60(\text{det})$

Masalani algebraik usulda yechishda masalaning savoliga javob tenglama tuzish va yechish natijasida topiladi.

Harf (Harflar) bilan belgilash uchun noma'lum (noma'lumlarni) tanlashga, mulohazalar yuritish hollariga bog'liq ravishda ayni bir

masala bo'yicha turlicha tenglamalar tuzish mumkin. Bunday holda bu masalaning turlicha algebraik yechimlari haqida gapirish mumkin.

Konkret masalaning turlicha algebraik yechimlarini ko'rib chiqamiz.

2-Masala. Kosa va ikkita piyolaga 740 g suv ketadi. Kosaga piyolaga qaraganda 380 g ko'p suv ketadi. Kosaga necha gramm suv ketadi?

I-usul

Kosaga x g suv ketsin, u holda bitta piyolaga $(x-380)$ g suv ketadi, ikkita piyolaga $(x-380) \times 2$ g suv ketadi, kosa va ikkita piyolaga $(x+(x-380) \times 2)$ g suv ketadi. Kosa va ikkita piyolaga 740 g suv ketgani uchun bunday tenglama tuzish mumkin:

$$x+(x-380) \times 2=740.$$

Uni yechib $x = 500$, ya'ni kosaga 500 g suv ketishini topamiz.

II-usul

Piyolaga x g suv ketsin, u holda kosaga $(x+380)$ g suv ketadi, ikkita piyolaga $2x$ g suv ketadi, kosa va ikkita piyolaga

$$((x+380)+2x) \text{ g suv ketadi.}$$

Kosa va ikkita piyolaga 740 g suv ketganligi uchun bunday tenglama tuzish mumkin: $(x+380)+2x=740$. Uni yechib, $x=120$ ni topamiz. Kosaga qancha suv ketishini topish uchun x ning topilgan qiymatini $x+380$ ifodaga qo'yamiz. U holda $120+380=500$.

Demak, kosaga 500 g suv ketadi.

III-usul

Kosaga x g suv, bitta piyolaga y g suv ketsin, u holda ikkita piyolaga $2y$ g suv ketadi, kosa va ikkita piyolaga $(x+2y)$ g suv ketadi, bitta piyolaga $(x-380)$ g suv ketadi. $x-380$ ifoda y ning o'zi hamda kosa va ikkita piyolaga 740 g suv ketgani uchun quyidagi tenglamalar sistemasiga ega bo'lamiz:

$$\begin{cases} x-380=y, \\ x+2y=740 \end{cases}$$

Bu sistemani yechib $x = 500$, $y = 120$ ga ega bo'lamiz. Masalada kosaga qancha suv ketishini topish talab etilayotgani uchun topilgan ma'lumotlardan talab etilayotganini tanlaymiz.

Yozma mashq

5.3-masala. Quyidagi masalada masala sharti va talabini ajrating:

1) Ikkita avtobus bir vaqtda shahardan 72 km masofadagi o'quvchilar lageri tomon yo'lga chiqdi. Birinchi avtobus lagerga ikkinchisiga qaraganda 15 minut oldin etib keldi. Agar avtobuslardan birining tezligi ikkinchisikiga qaraganda 4 km/soat ortiq bo'lsa, har bir avtobus qanday tezlik bilan yurgan?

2) Agar to'g'ri to'rtburchakning tomonlaridan biri ikkinchisidan 14 sm katta va uning diagonal 34 sm ga teng ekani ma'lum bo'lsa, to'g'ri to'rtburchakning tomonlarini toping.

5.4-masala. Yuqorida keltirilgan masalalarni shunday ifodalangki, masala shartini o'z ichiga olgan jumla shart elementlarini o'z ichiga olmasin.

5.5-masala. Yuqoridagi masalalarda talabning buyruq shaklini so'roq shakli bilan va aksincha almashtiring.

5.6-masala 5.3.-masala yechimini topishga harakat qiling va xulosangizni ayting.

5.7-Masala. Quyidagi masalalarni turli usullarda yeching

1) 1-sinfidagi 30 ta o'quvchidan 10 o'quvchining har biri bir minutda 35 ta so'z, 15 o'quvchining har biri 30 ta so'z, 5 o'quvchining har biri esa 36 ta so'z o'qiy oladi. Sinfidagi har bir o'quvchi bir minutda o'rtacha necha so'z o'qiy oladi

2) Agar g'ishtning o'lchamlari 20 sm x 40 sm x 6 sm bolib, g'ishtlar orasidagi choklarga devor hajmining o'ndan biriga teng qorishma qo'yiladigan bo'lsa, uzunligi 48 m balandligi 3 m va qalinligi 40 sm bolgan devorga nechta g'isht ketadi?

5.8-Masala. Magazinda har biri 5 kgdan 4 yashik konfet va har biri 40 kg dan 2 yashik choy bor. Quyidagi ifodalar bilan masalani yechish mumkin bo'lgan hol uchun masala talabini aniqlang.

- $40 \times 2 - 5 \times 4$;
- $(40 \times 2) : (5 - 4)$;
- $40 \times 2 + 5 \times 4$

5.9-Masala. 50 tup kartoshkaning har bir tupidan 1100 grammdan, 70 tupining har bir to'pidan 800 grammdan, 80 tupning har bir tupidan 900 grammdan kartoshka olindi. Har bir tupdan o'rtacha qanchadan kartoshka olinadi

5.10-Masala. Kitobni nashr qilishda bir betga 28 satr va har bir satrga 40 ta harf joylashtirish ko'zda tutilgan edi. Biroq qog'ozning o'lchamiga qarab, bir betga 35 satr joylashtirish maqsadga muvofiq deb topildi. Kitobdagi umumiy betlar soni o'zgarishsiz qolishi uchun har bir satrga nechta harf joylashtirish kerak?

5.11-Masala. Mototsiklchi 40 km/soat tezlik bilan harakatlanib, biror masofani 12 minutda o'tdi. Velosipedchi 15 km/soat tezlik bilan harakatlanib, bu masofani necha minutda o'tadi?

5.12-Masala. Ushbu masalani turlicha algebraik usullar bilan yeching: 560 taxta qog'ozdan ikki xil navli 60 ta daftar tayyorlaydi, bunda bir nav daftarga 8 taxta, ikkinchi nav daftarga 12 taxta qog'oz sarflandi. Har bir nav daftardan alohida nechtdan tayyorlangan?

5.13-Masala. Beton ish unumi sutkasiga 5000 kub m bo'lgan avtomat zavodda tayyorlanadi. Agar bir vagonga o'rta hisobda 16 kub m beton yuklansa, shunday 5 ta zavodda bir sutkada tayyorlangan betonni tashish uchun nechta vagon kerak bo'ladi?

5.14-Masala. Tarnov tagiga 18 litr suv sig'adigan bochka qo'yildi. Tomdan tarnov orqali bir minutda 0,8 litr suv tushadi, lekin shu vaqtda bochkadagi yoriqdan bir minutda 0,3 litr suv chiqib ketadi. Bochka necha minutdan keyin to'ladi.

5.15-masala Ikki talabaning bir kunlik tergan paxtasi 160 kg. Birinchi talaba ikkinchi talabaga 20 kg paxta beradigan bo'lsa, ikkinchi talabaning paxtasi 1-talabada qolgan paxtadan 3 marta ko'p bo'ladi. Har qaysi talaba necha kg dan paxta tergan?

5.2. Matnli masalalarni tahlil qilish usullari

Matnli masalalarni arifmetik usulda yechish — bu murakkab faoliyat bo'lib, uning mazmuni konkret masalaga ham, yechuvchining malakasiga ham bog'liq. Shunday bo'lsada, unda bir necha bosqichni ajratish mumkin:

1. Masalaning mazmunini tushunib yetish va tahlil qilish.
2. Masalaning yechish rejasini izlash va tuzish.
3. Yechish rejasini bajarish. Masalaning talabini bajarish haqidagi xulosani ifodalash (masalaning savoliga javob berish).
4. Yechimni tekshirish va agar xato bo'lsa, uni tuzatish. Masalaning

talabini bajarish yoki masalaning savoliga javob berish haqidagi uzil-kesil xulosani ifodalash.

Shuni ta'kidlash kerakki, masala yechishning konkret jarayonida aytib o'tilgan bosqichlar qat'iy chegaraga ega emas va har doim ham birday to'la bajarilmaydi. Masalan, ba'zida masalani tushunib yetishning o'zidayoq yechuvchi berilgan masala unga ma'lum ko'rinishdalgini va uni qanday yechishni bilishini payqashi mumkin. Bunday holda yechimni izlash alohida bosqichlarga ajratilmaydi va dastlabki uchta bosqichni bajarishda har bir qadamni asoslash yechuvchini yechishni bajargandan keyingi tekshirishdan qutqaradi. Biroq to'la, mantiqan tugallangan yechim albatta barcha bosqichlarni o'z ichiga oladi.

Bosqichlardan har birini bajarishning mumkin bo'lgan usullarini bilish har qanday masalani yechish jarayonini tushunarli, maqsadga muvofiq va demak, ancha muvaffaqiyat bilan bajarish imkonini beradi.

Yechishning birinchi bosqichining asosiy maqsadi yechuvchining masalada ifodalanuvchi butun vaziyatini tushunishi, masalaning shartini, uning talabini yoki savolini matnda mavjud bo'lgan barcha termin va belgilar mazmunini tushunishidan iborat.

Masalaning mazmunini tushunishga imkon beruvchi bir qancha usullar mavjud. Masalan, ushbu masalani o'qing:

5.16-masala. Yo'lda aynan bir yo'nalishda ikki bola ketmoqda. Dastlab ular orasidagi masofa 2 km edi, biroq oldinda borayotgan bolaning tezligi 4 km/soat, ikkinchi bolaning tezligi esa 5 km/soat bo'lgani uchun ikkinchi bola birinchi bolaga yaqinlashib boradi. Harakat boshlangandan to ikkinchi bola birinчисiga etib olguncha ular orasida 8 km/soat tezlik bilan it yuguradi. It orqadagi boladan oldinda ketayotgan bola tomon yuguradi, unga yetgach, orqasiga qaytadi va bu harakatni bolalar yonmayon kelguncha davom ettiradi. Shu butun vaqt davomida it qancha yo'l bosadi?

Agar matn bo'yicha maxsus savollar berib va ularga javob berilsa, bu masalaning mazmunini tushunib yetish, uning sharti va talabini ajratib olish mumkin.

1. Bu masala nima haqida? (Ikki bola va itning harakati haqidagi masala. Bu harakat uning har bir qatnashchisi uchun tezlik, vaqt va o'tilgan masofa bilan xarakterlanadi).

2. Masalada nimani topish talab etiladi? (Masalada, shu butun vaqt

mobaynida it bosib o'tgan masofani topish talab etiladi.)

1. «Shu butun vaqt mobaynida» so'zlari nimani anglatadi? (Masalada aytilishicha it harakat boshlangandan to ikkinchi bola birinchisiga etib borgunicha ikki bola orasida yuguradi. Shuning uchun «shu butun vaqt mobaynida» so'zlari «harakat boshlangandan to ikkinchi bola birinchisiga etib borgunicha bo'lgan vaqt» ma'nosini anglatadi.)

3. Masalada uning har bir qatnashchisining harakati haqida nima ma'lum? Masalada quyidagilar ma'lum:

- 1) Bolalar bir xil yo'nalishda ketmoqda;
- 2) harakat boshlangunga qadar bolalar orasidagi masofa 2 km edi;
- 3) oldinda borayotgan birinchi bolaning tezligi 4 km/soat;
- 4) orqada borayotgan ikkinchi bolaning tezligi 5 km/soat;
- 5) itning yugurish tezligi 8 km/soat;
- 6) hamma qatnashchilarning harakat vaqti bir xil:

(bu bolalar orasidagi masofa 2 km bo'lgandagi harakatning boshlanishidan to bolalarning uchrashish paytigacha, ya'ni ular orasidagi masofa 0 km bo'lguncha bo'lgan vaqt.)

4. Masalada nima noma'lum? (Masalada ikkinchi bola birinchi bolani qancha vaqtda quvib etishi, ya'ni uning hamma qatnashchilarining harakat vaqti noma'lum. Shuningdek, bolalarning yaqinlashishi qanday tezlikda yuz berayotgani ham noma'lum va it bosib o'tgan masofa ham noma'lum masalada buni aniqlash talab etilyapti.)

2. Nima izlanuvchi: sonmi, kattalikning qiymatimi, munosabatning turimi? (Kattalikning qiymati - hamma qatnashchilar uchun umumiy bo'lgan vaqt mobaynida itning bosib o'tgan yo'li izlanuvchi bo'ladi.)

masala matnini yechimni izlash uchun qulay bo'ladigan shaklda qayta tuzish.

Asosiy vaziyatlarni ajratish qayta ifodalashning natijasi bo'lishi kerak. Masalan, yuqorida keltirilgan masalada gap harakat haqida borayotganligini ta'kidlab, uni quyidagicha qayta ifodalash mumkin:

«Birinchi bolaning tezligi 4 km/soat, uni quvib borayotgan bolaning tezligi 5 km/soat (masalaning birinchi qismi). Bolalar bir-biriga yaqinlashib borayotgan masofa 2 km (ikkinchi qism).

Bolalarning yurish vaqti — bu ikkinchi bolaning birinchi bolaga etib olgunicha bo'lgan vaqt, ya'ni ikkinchi bolaning birinchi boladan 2 km ko'p yo'l o'tishi uchun sarflangan vaqt (uchinchi qism).

Itning yugurish tezligi 8 km/soat. Itning yugurish vaqti bolalarning uchrashguncha yurgan vaqtiga teng. It yugurib o'tgan masofani topish talab etiladi. Matnli masalalarni yechishning arifmetik va algebraik usullaridan tashqari matematikada yechishning boshqa usullaridan ham foydalaniladi.

Ushbu masalani qaraymiz:

Punktlar orasidagi masofani ixtiyoriy kesma bilan ifodalaymiz

Fales teoremasiga asoslanib, kesmani teng 8 va 10 bo'lakka bo'lamiz.

Faqat chizmaga asoslanib, masalaning savoliga oson javob berish mumkin: «Piyodalar uchrashmaydi». Yechishning bunday usulini grafik usul deb atash mumkin.

Ba'zida masalani yechishning grafik usuli faqat kesmalarni yasash bilangina emas, balki ularning uzunligini o'lchash bilan ham bog'liqdir.

5.17-masala. O'quvchilar birinchi kun maktab binosi oldiga 3 ta terak va 5 ta qayin, ikkinchi kun shuncha terak va 2 ta kam qayin o'tkazdi. Ikki kunda o'quvchilar nechta daraxt o'tqazgan?

Har bir daraxtni 1 sm li kesma bilan tasvirlashni shartlashib olamiz. U holda ikki kunda o'tqazilgan hamma daraxtlarni AB kesma ko'rinishida tasvirlash mumkin

Hamma daraxtlarni tasvirlovchi kesmani o'lchab, masalaning savoliga javob olamiz: «O'quvchilar ikki kunda 14 ta daraxt o'tqazdi».

Ba'zi masalalarni predmetlar bilan amallar bajarish yordamida yechish mumkin.

5.18-masala. Tumanda 40 ta avtomashina - engil va yuk mashinalari bor, bunda har bir yengil mashinaga 4 ta yuk mashinasi to'g'ri keladi. Tumanda nechta yengil mashina va nechta yuk mashinasi bor?

Har bir mashinani tayoqcha bilan tasvirlaymiz (40 ta mashina — 40 ta tayoqcha). Har bitta engil mashinaga 4 ta yuk mashinasi to'g'ri kelishi ma'lum. Shuning uchun bitta tayoqcha qo'yamiz bu engil mashina. Uning ostiga 4 ta tayoqcha qo'yamiz - bu yuk mashinalari. Ishni hamma tayoqchalarni shu tartibda qo'yib tugatguncha davom ettiramiz. Masalaning savoliga javob berish uchun yuqorigi qatorga nechta tayoqcha va pastki qatorga nechta tayoqcha qo'yilganini sanash yetarli

Yechishning bunday usulini amaliy usul deb atash mumkin. Bu ham matnli masalalarni yechishning yana bir usulidir.

Yozma mashq

Matn bo'yicha maxsus savollar berib va ularga javob aytib, quyida keltirilgan masalalar mazmunini tahlil qiling. Masalalarni yeching:

5.19-masala. «Turist tezligi 56 km/soat bo'lgan poyezdda 6 soat yurdi. Shundan so'ng unga yurganidan yana 4 marta ko'p yo'l yurish qoldi. U hammasi bo'lib necha kilometr yo'l yurishi kerak edi?».

Yechish: Qayta ifodalangandan so'ng masala matni quyidagicha ko'rinishga ega bo'lishi mumkin: «Turist 56 km/soat tezlik bilan 6 soat yurdi, 4 marta ko'p yo'l yurish qoldi. Butun yo'lni topish talab etiladi» Bu masalaning sxematik yozuvini quyidagicha bajarish mumkin:

Yurdi — 56 km/soat tezlik bilan 6 soat.

Yurish kerak —?, 4 marta ko'p.

Keltirilgan yozuvda masalada ifodalangan barcha vaziyatlar — berilganlar, ma'lumlar, izlanuvchilar va ular orasidagi munosabatlar aks ettirilgan.

Masalani tahlil qilishning muxim vositasi chizmadir. Masalan, oxirgi masalaga bunday chizma chizilgan bo'lishi mumkin

(15-rasm).

56km/soat tezlikda 6 soat yurgan
yurishi kerak-?

(15-rasm)

Masalaning matni bo'yicha quyidagi tahlilni keltiramiz. «Turist 56 km/soat tezlik bilan 6 soat yurdi. Yurganidan 4 marta ko'p yo'l qoldi. Butun yo'lni topish talab etiladi».

Mulohazani berilganlardan savolga tomon olib boramiz: «Turist 56 km/soat tezlik bilan 6 soat yurgani ma'lum. Bu ma'lumotlar asosida turist o'tgan masofani topish mumkin. Buning uchun tezlikni vaqtga ko'paytirish yetarli. O'tilgan masofani va qolgan masofa o'tilgan masofadan 4 marta ko'p ekanini bilgan holda qolgan masofa qanchaga teng ekanini topish mumkin. Buning uchun o'tilgan masofani 4 ga ko'paytirish (4 marta orttirish) kerak. Turist necha kilometr yurganini va u yana qancha yurishi kerak ekanini bilgan holda yo'lning topilgan qismlarini, butun yo'lni topish mumkin. Shunday qilib, birinchi amal bilan turist poyezdda o'tgan masofani topamiz, ikkinchi amal bilan turist o'tishi kerak bo'lgan qolgan

masofani, uchinchi amal bilan—butun yo'lni topamiz».

$$1) 56 \times 6 = 336 \quad 2) 336 \times 4 = 1344 \quad 3) 336 + 1344 = 1680$$

Javob: 1680 km

5.20-Masala. Ushbu masala berilgan: «Oralaridagi masofa 76 km bo'lgan ikki qishloqdan bir-biriga tomon ikki velosipedchi yo'lga chiqdi. 2 soatdan so'ng ular uchrashdi. Agar velosipedchilardan birining tezligi ikkinchisidan 3 km/soat kam ekani ma'lum bo'lsa, ulardan har birining tezligi qanday?

Masalani yechishning turli usullarini taqqoslang.

I usul

$$1) 76 : 2 = 38(\text{km})$$

$$2) 38 - 3 = 35(\text{km/soat})$$

$$3) 35 : 2 = 17,5(\text{km/soat})$$

$$4) 17,5 + 3 = 20,5(\text{km/soat})$$

II usul

$$1) 3 \times 2 = 6(\text{km})$$

$$2) 76 - 6 = 70(\text{km})$$

$$3) 70 : 2 = 35(\text{km})$$

$$4) 35 : 2 = 17,5(\text{km/soat})$$

$$5) 17,5 + 3 = 20,5(\text{km/soat})$$

III usul. Algebraik usul

$$2x + 2x + 6 = 76 \quad 4x = 70$$

$$x = 17,5 \text{ km/soat} \quad x + 3 = 20,5 \text{ km/soat}$$

Qaysi usulda mulohaza soddaroq?

5.21-masala. Ertalab xirmonda 96,5 t bug'doy bor edi, tushgacha xirmonga har birida 4,5 t dan bug'doy bo'lgan uch mashina bug'doy keltirildi

Hamma bug'doyning 5 dan 3 qismi tegirmonga jo'natilgandan keyin xirmonda necha tonna bug'doy qoldi?

2.Masala matnini ma'noli qismlarga ajrating va asosiy vaziyatlarni ko'rsatish bilan uni qayta ifodalang. Masalalarni yeching:

5.22-masala. Bir maktab o'quvchilari 80 t temir-tersak, boshqa maktab o'quvchilari esa bu kattalikning 5 dan 2 qismicha temir-tersak to'plashdi. Topshirilgan hamma temir-tersaklardan relslar tayyorlaydi.

Agar har 10 t temir-tersakdan 70 m rels chiqsa, hammasi bo'lib necha metr rels chiqqan?

5.23-masala. Yashikda 100 kg don bor edi. Yashikdan 2 qop don olingandan so'ng unda hamma donning 10% qoldi. Agar qoplardan biriga ikkinchisiga nisbatan 2 marta kam don solingan bo'lsa, har bir qopga qanchadan don solingan?

3. Masalani yechish rejasini aniqlash uchun qayta ifodalan-gan matnni yozishning qanday usuli (qisqacha yozuv, jadval, sxem-atik chizma) qancha samarali bo'lishini toping.

5.24-masala. Aerodromdan 210 km/soat tezlik bilan vertolyot uchib ketdi. 2 soatdan so'ng shu aerodromdan samolyot uchdi va u 3 soatdan keyin vertolyotdan 840 km o'zib ketdi. Samolyotning tezligini toping.

5.25-masala. Olma ko'chati o'tqazish uchun har birining o'lchamlari 100 sm x 125 sm x 60 sm bo'lgan 80 ta chuqur qazildi. Hamma chuqurdan necha kub metr tuproq chiqarildi?

5.26-masala. 10 ta ot bilan 14 ta sigirni boqish uchun kuniga 180 kg pichan berilar edi. Pichan normasi otlar uchun 25% sigirlar uchun 33 % orttirilgandan keyin kuniga ularga 232 kg pichan beriladigan bo'ladi.

1 kunda 1 ta otga qancha pichan beriladigan bo'ldi?

5.27-masala. Bolalar 140 chelak suv keltirib, 8 ta olma va 4 ta olcha daraxtini sug'ordilar. Agar bir tup olma daraxtini sug'orish uchun bir tup olcha daraxtini sug'orishga ketganidan 3 marta ko'p suv ketgan bo'lsa, olma daraxtining ostiga necha chelak va olcha daraxtining ostiga necha chelak suv quyilgan?

5.28-masala. Daryo oqimi bo'ylab o'tilgan yo'lga teploxod 18 soat sarfladi. Agar teploxodning o'z tezligi 26 km/soat, daryo oqimining tezligi esa 2 km/soat bo'lsa, orqaga qaytish uchun teploxodga qancha vaqt kerak bo'ladi?

5.29-masala. Masalani arifmetik usul bilan yeching:

«Uyning tomida bir nechta kaptar o'tirgan edi. Tomga 15 ta kaptar kelib qo'nib, 18 ta kaptar uchib ketgandan so'ng tomda 16 ta kaptar qoldi. Dastlab tomda nechta kaptar bor edi?»

5.30-masala. «Bidonda sut bor edi. Dastlab uning yarmi va yana 5 l, keyin esa qolganining 5 dan 2 qismicha sut quyi b olindi. Shundan so'ng bidonda 12 litr sut qoldi. Bidonda necha litr sut bo'lgan?»

Bu masalani arifmetik usul bilan yechish mumkinmi?

Quyidagi masalalarni avval chizmalar chizib yechimini toping. Keyin boshqa usullarda yeching:

5.31-masala. Bir bo'lak sim ikkinchi bo'lak simdan 54 m uzun. Har bir bo'lak simdan 12 m dan qirqib olingandan so'ng, ikkinchi bo'lakda birinchidagidan 4 marta qisqa sim qoldi. Har bir bo'lak simning dastlabki uzunligini toping.

5.3. Mantiqiy masalalar

5.32. Xonada 7 ta sham yoqilgan turibdi. Ulardan 3 tasi ochirib qo'yilsa sto'lda nechta sham qoldi.

5.33. Soat 5 da yomg'ir yog'a boshladi va 6 soatdan keyin yomg'ir to'xtab, bulutlar tarqab ketdi. Lekin quyosh chiqmadi. Nima uchun?

5.34. Savatda 5 ta olma bor edi ular 5 ta bolaga bittadan bo'lib berildi, lekin bitta olma savatda qoldi. Shunday bo'lishi mumkinmi?

5.35. Qafasda 4 ta qush 4 ta bolaga bittadan berilsa qafasda bitta qush qolishi mumkinmi?

5.36. Toshkentga kelayotgan bir kishi 3 ta tanishini uchratib qoldi. Ularning hammasini oldida bittadan bolasi bor edi. Toshkentga kelayotganlar hammasi nechta?

5.37. Birdan 100 gacha bo'lgan sonlar ichida qaysilarini oyog'ini osmonga qilib aylantirsa ham qiymatlari o'zgarmaydi?

5.38. Stolda 7 ta pashsha bor edi. Bir urib 2 ta pashsha o'ldirilsa stolda nechta pashsha qoladi?

5.39. Shaxmat doskasining bir chetidagi katakda ot donasi turibdi. Shu otni shaxmat doskasining 64 ta katagiga ketma-ket yura olasizmi? Bir marta yurgan katakka boshqa yurish mumkin emas.

5.40. Bir son o'yladim. Unga 7 ni qoshib, yig'indini 7 ga bo'lib, bo'linmadan 7 ni ayirib, ayirma 7 ga ko'ppaytirilsa, natija 7 chiqadi. Men oylagan sonni toping?

5.41. Qanday qilib 2 va 5 litrli idishlar yordamida hovuzdan 1 litr suv olish mumkin?

5.42. Bolalar futbol o'ynab, deraza oynasini sindirdi. Uy egasi chiqib, kim sindirganini so'radi. Ali oynani Vali sindirganini, Vali esa Soli sindirganini aytdi. Soli esa oynani o'zi sindirganini aytdi. Uchala

bolaning gapi yolg'on bo'lsa, oynani kim sindirgan?

5.43. Guldastadagi gullarning 2 tasidan tashqari hammasi qizil chinnigul, 2 tasidan tashqari hammasi oq chinnigul, 2 tasidan tashqari hammasi pushti chinnigul. Guldastada nechta chinnigul bor.

5.44. Tarozi bir pallasida 12 ta shaftoli, ikkinchi pallasida 2 ta bir xil handalak bor. Shaftoli turgan pallaga yana bitta shunday handalak qoysak, tarozi pallas tenglashadi. Bitta handalakning massasi nechta shaftolining massasiga teng?

5.45. Avaz Ismatdan 2yosh-u 2 kunlik kichik. Ismat 2000 yil 2 yanvarda tug'ilgan. Avazning tug'ilgan kunini aniqlang?

5.46. a) Qoshiluvchilardan biri 8 ta orttirilsa yig'indi qanday o'zgaradi?

b) Ayiriluvchi 8 ta kamaytirilsa, ayirma qanday o'zgaradi?

v) Ko'paytuvchi 4 marta orttirilsa ko'paytma qanday o'zgaradi?

g) bo'luvchi 3 marta kamaytirilsa, bo'linma qanday o'zgaradi?

5.47. 9 ta jo'janing oyoqchalari 4 ta otning tuyuqlari sonidan nechta ortiq?

5.48. Qadimiy masala. Podshoning ajoyib bog'i bor ekan. Uni davolagan tabib xizmati evaziga bor yo'g'i bog'dagi olmalardan 1 dona so'rabdi. Podsho ruxsat beribdi. Bog' devor bilan egirilgan bo'lib, unga kirish uchun 3 ta eshikdan o'tishi kerak ekan. Har bir eshikda 1 tadan qorovul bo'lib, ular har biri eshikdan chiqishida qo'lingdagi olmalardan yarmini menga qoldirasana debdi. Tabib 1 ta olmani qiziga olib borish uchun u bog'dan nechta olmani olishi kerak?

5.49. Qoyxonada 29 ta qoy bor. Ularni 12 tasini shoxi bo'lib, 18 tasining rangi qora. 3 ta qo'yning shoxi ham yoq, qora ham emas. Qoyxonada eng kami bilan nechta qo'yning ham shoxi bor, ham rangi qora?

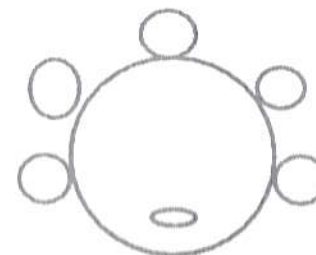
5.50. Qizchaning og'irligi 27 kg. U mushugi bilan birga tortilsa, tarozi 26kg 500 grammni ko'rsatadi. Agar quyonini qo'liga olsa, qizcha 27 kg bo'lib qoladi. Mushuk bilan quyon birgalikda necha kg?

5.52. 2 nafar ishchi 2 soatda 2 metr ariq qazidi. 3 nafar ischi 3 soatda necha metr ariqni qazidi.

5.53. Stol atrofida 3ta qiz va 3 ta o'g'il bola o'tiribdi.(2-rasm). Quyidagi ma'lumotlardan foydalanib kim qaysi stulda o'tirganini toping:

Malika Maxmudning yonida o'tiribdi. Saodat 2 o'g'il bolaning orasida o'tiribdi. Anvar Maxmudning qarshisida o'tiribdi. Malika Zilolaning o'ng yonida o'tiribdi. Po'lat Maxmudning yonida otiribdi. Bugun Zilolaning

tug'ilgan kuni.



5.54. Yarim litrli va 1 litrli bankalar yordamida $\frac{3}{4}$ litr suv olish mumkinmi?

5.55. Bir aka bir uka, ikki o'g'il va ikki jiyan baliq oviga borishibdi. Akasi men sizlarga baliq tutishni o'rgataman deb 18 ta baliq tutibdi. Qolganlarning qarmog'iga bir xil miqdorda baliq tushibdi. Jami 78 ta baliq tutishgan bo'lsa, qolganlar nechtadan baliq tutishgan?

5.4. Matnli masalalar mavzusiga oid mustahkamlash uchun mashqlar

Yana quyidagicha masalani qaraymiz: «Ikki tokchada shu tokchalardan biridagiga qaraganda 5 ta ko'p kitob bor. Ikkinchi tokchada nechta kitob bor?»

Matnni birinchi marta o'qib chiqqandan keyin masalada ikkinchi tokchadagi kitoblar haqida ma'lumotlar yetishmayotgandek tuyuladi. Biroq: «5 ta ko'p kitob» munosabatining ma'nosini ochish bilan masalani qayta ifodalashga harakat qilib ko'ramiz. Quyidagi matnga ega bo'lamiz: «Ikki tokchada birinchi tokchada qancha kitob bo'lsa, Shuncha va yana 5 ta kitob bor. Ikkinchi tokchada qancha kitob bor?» Matnni undagi «ikki tokchada» so'zini «birinchi va ikkinchi tokchalarda birgalikda» so'zi bilan almashtirib, yana bir marta qayta ifodalaymiz: «Birinchi va ikkinchi tokchalarda birgalikda birinchi tokchada qancha kitob bo'lsa, shuncha va yana 5 ta kitob bor. Ikkinchi tokchada qancha kitob bor?» Yana ham aniqlashtirish mumkin: «Birinchi va ikkinchi tokchadagi kitoblarning birgalikdagi soni — bu birinchi tokchadagi kitoblar soni va yana 5 ta kitobdir. Ikkinchi tokchada nechta kitob bor?»

Bu matndan 5 ta kitob—bu ikkinchi tokchadagi kitoblar ekani endi tushunarli. Shunday qilib, mazkur holda qayta ifodalash nafaqat masalaning mazmunini tushunib yetishga olib keldi, balki (uncha murakkab bo'lmagan mantiqiy mulohazalarni bajargandan so'ng) masalaning savoliga javob berish imkonini berdi.

Aynan bir masalaning o'zi masala yechuvchidagi mavjud bilimga qarab ortiqcha (yetarlicha bo'lmagan) ma'lumotli masala sifatida ham, yetarlicha sondagi ma'lumotlarga ega masala sifatida ham qaralishi mumkin. Fermer xo'jalik yer maydonining 1-kuni 15dan bir qismini 2-kuni qolgan maydonning yarmini shudgor qilindi. Xo'jalik yana qancha yer maydonini shudgor qilishi kerak. Kasrlar va ular ustida amallar haqidagi bilimga ega bo'lmagan o'quvchi yuqorida keltirilgan shudgorlash haqidagi masalani yetarlicha ma'lumotga ega bo'lmagan masala sifatida qabul qilishi mumkin. U bu masalani agar masalaga, aytaylik shudgorlanayotgan maydon yuzining qiymati kiritilsa, yecha olishi mumkin. Kasrlar va ular ustida amallarga doyr bilimga ega bo'lganda masalaning savoliga maydonning yuzini bilmasdan turib ham javob berish mumkin.

Yozma mashq

5.58. Masala. Birinchi idishda ikkinchidagiga qaragand 15 l ko'p suyuqlik bor. Birinchi idishdan 35 l olib, ikkinchisiga quyishgandan keyin ikkinchi idishdagi suyuqlik birinchidagidan 2 marta ko'p bo'ldi. Dastlab birinchi idishda qancha suyuqlik bo'lgan? Birinchi idishda Ikkinchi idishdagi dastlabki suyuqlikdan qancha kam suyuqlik qoldi?

Masalani yechish ketma-ketligi quyidagicha:

1. Masala sharti o'qiladi.
2. Masala sharti tushuntiriladi.
3. Masaladagi sonlar tahlil qilinib, har bir son nimani ifodalashi tahlil qilinadi.
4. Masala savoli aniqlanadi.
5. Bu savolga javob topish uchun nima qilish kerakligi haqida muammo qo'yiladi.
6. Murakkab masala bo'lsa oldin nimani topish kerakligi va keyin nimani topish mumkinligi ketma-ketligi tuziladi.
7. Masalaga qisqa shart tuziladi.

8. Og'zaki suhbat bilan yechimni topish bo'yicha muhokama o'tkaziladi.

9. Yechish.

1) Birinchi idishda $(x+15)$ l suyuqlik bor.

2) Ikkinchi idishda x l suyuqlik bor.

3) Birinchi idishdan 35 l olindi. $(x+15-35)$ l qoldi.

4) Ikkinchi idishga 35 l quyildi. $(x+35)$ l bo'ldi.

5) Ikkinchi idishdagi suyuqlik birinchidagidan ikki marta ko'p bo'ldi. Demak:

$$2(x+15-35)=x+35$$

$$2x-40=x+35$$

$$x=35+40$$

$$x=75$$

2- idishda 75 l bo'lgan

1-idishda 15 l ko'p, ya'ni $75+15=90$ l bo'lgan.

1-idishdan 35 l olingandan keyin $90-35=55$ l qoldi.

Birinchi idishda Ikkinchi idishdagi dastlabki suyuqlikdan qancha kam suyuqlik qolganini aniqlash uchun 75dan 55ni ayiramiz.

$$75-55=20 \text{ l}$$

Javob: 90 litr, 20 litr

Quyidagi masalalarni turli usullarda yeching?

5.59-Masala. 1 litr benzin va 6 litr kerosin 5,5 kg keladi. 1 litr benzin va 3 litr kerosin 3 kg keladi. 1 litr kerosinning og'irligini, 1 litr benzinnig og'irligini toping.

5.60-Masala. Konkida yuruvchi kishining og'irligi 60 kg. Konkida yuruvchi kishi 1 kv sm muz ustiga 12 j kg bosim beradi. Konkining bosiladigan qirrasining uzunligi 21 sm. Qirraning eni qancha?

5.61-Masala. To'g'ri to'rtburchak shakliga ega bo'lgan tomorqaning bir tomoni ikkinchi tomonidan 10 m katta. Shu tomorqani devor bilan o'rab chiqish talab etiladi. Agar tomorqa maydonining yuzi 1200m^2 ekani ma'lum bo'lsa, devorning uzunligini aniqlang".

$$\text{Uni yechamiz. } x \times (x+10) = 1200$$

$$x^2+10x=1200,$$

$$x^2+10x-1200=0,$$

5.62-Masala. Ushbu masala berilgan: «Oralaridagi masofa 76 km bo'lgan ikki qishloqdan bir-biriga tomon ikki velosipedchi yo'lga chiqdi.

2 soatdan so'ng ular uchrashdi. Agar velosipedchilardan birining tezligi ikkinchisidan 3 km/soat kam ekani ma'lum bo'lsa, ulardan har birining tezligi qanday?

Yechish:

Ushbu masalani algebraik usulda yechish uchun velosipedchilardan ikkinchisining tezligini x bilan birinchisining tezligini $(x-3)$ bilan belgilaymiz.

Ular 2 soatda uchrashgani uchun quyidagi tenglamani tuzamiz.

$$2x + 2(x-3) = 76$$

Bu tenglamani yechib,

$$4x = 82$$

$x = 20,5$ ni topamiz. 1- velosipedchining tezligi $x-3 = 17,5$

Javob: 20,5 km/soat, 17,5 km/soat.

5.63-Masala. Agar 12 kg metallardan 8 ta detal chiqsa, 36 kg metallardan nechta detal chiqadi?

1 ta detalning Massasi	Detallar soni	Hamma detallar massasi
Bir xil	8	12 kg
	?	36 kg

Javob: 24 ta

5.64-Masala. Ikki bo'lakda bir xil kattalikda gazlama bor. Bir bo'lakdan 18 m, ikkinchi bo'lakdan 25 m gazlama qirib olingandan so'ng birinchi bo'lakda ikkinchi bo'lakdagidan ikki marta ko'p gazlama qoldi. Har bir bo'lakda necha metr gazlama bo'lgan?

5.65-Masala. A punktdan velosipedchi yo'lga chiqdi. Shu vaqtda uning ketidan 20 km masofadagi B punktdan mototsiklchi yo'lga chiqdi. Velosipedchi 12 km/soat tezlik bilan, mototsiklchi 16 km/soat tezlik bilan yurdi. A punktdan qanday masofada mototsiklchi velosipedchiga etib oladi?

5.66-Masala. «Teploxod kapitani 16 soatda 540 km masofani o'tish topshirigini oldi. Teploxod 180 km ni 30 km/soat tezlik bilan suzib o'tdi. Tegishli vaqtda topshiriqni bajarish uchun teploxod qolgan masofani qanday tezlikda suzib o'tishi kerak?».

5.67-Masala. Qishloqdan tumangacha 20 km, tumandan stansiyagacha esa 40 km. Tumandan stansiya tomon 12 km/soat tezlik bilan velosipedchi yo'lga chiqdi. Bir vaqtda qishloqdan stansiyaga tuman orqali shu yo'ldan mototsiklchi yo'lga chiqdi. Mototsiklchi velosipedchiga u stansiyaga etib kelgunicha etib olishi uchun qanday tezlik bilan yurishi kerak?

5.68- Masala. To'g'ri turtburchakning perimetri 60 sm ga teng. Agar to'g'ri turtburchakning uzunligi 10 sm orttirilsa, kengligi esa 6 sm kamaytirilsa, u holda uning yuzi 32 sm² ga kamayadi. To'g'ri turtburchakning yuzini toping?

5.69- Masala. Qishloqdan undan 27 km masofadagi shaharga velosipedchi jo'nadi. Yo'ning 1/3 qismini o'tib, u qishloqqa qaytdi, u yerda yarim soat bo'ldi va Shundan so'ng yana shaharga jo'nadi. Agar velosipedchining tezligi 15 km/soat bo'lsa, u shaharga yetib borish uchun qancha vaqt sarflagan?

Bu masalani algebraik usul bilan yechish mumkinmi?

5.70- Masala. Ikki duradgor birgalikda 140 so'm ishladi. Ulardan biri kuniga 7 soatdan 14 kun, ikkinchisi kuniga 6 soatdan 7 kun ishladi. Agar duradgorlarning bir soatli ish haqi bir xil bo'lsa, ularning har biri necha so'm ishlagan?».

1) Masala shartini qisqacha yozing.

2) Masalani arifmetik usul bilan yeching va qaysi yechish usuli qulayligini tahlil qiling?

5.71- Masala. Berilgan masalani tahlil qilishning qaysi usuli samaraliroq bo'ladi?

«Bir bidonda 36 litr sut bor. Bu bidondan boshqasiga 4 litr sut quyib olingandan keyin ikkala bidonda baravar sut bo'ldi. Ikkinchi bidonda necha litr sut bo'lgan?»

5.72- Masala. Bir bo'lakda 5 m gazlama bor, ikkinchisida shunday gazlamadan 7 m bor. Agar ikkala bo'lak uchun 168 ming so'm to'langan bo'lsa, har bir bo'lak qancha turadi?

5.73- Masala. O'tqazish uchun 600 tup o'rik va 400 tup olma ko'chatlari keltirildi. Ular qatorlarga baravardan o'tqazildi. Bunda o'rik o'tqazilgan qator olma o'tqazilgan qatordan 5 ta ko'p bo'ldi. O'rik va olma o'tqazilgan qatorlar alohida nechtdan bo'ldi?

5.74- Masala. A punktdan 60 km/soat tezlik bilan yuk mashinasi jo'nadi. 2 soatdan so'ng uning ketidan A dan 90 km/soat tezlik bilan engil

mashina jo'nadi. A dan qanday masofada engil mashina yuk mashinasiga etib oladi?

5.75- Masala. Teploxod kapitani 16 soatda 540 km masofani o'tish topshirigini oldi. Teploxod 180 km ni 30 km/soat tezlik bilan suzib o'tdi. Tegishli vaqtda topshiriqni bajarish uchun teploxod qolgan masofani qanday tezlikda suzib o'tishi kerak?

5.76- Masala. Sportchi nayzani yadroga nisbatan 5 marta uzoqqa yoki 48 m uzoqqa uloqtirdi. Nayza necha metr masofaga va yadro necha metr masofaga borib tushgan.

5.77- Masala. Turli malakali ikki ishchi 6 soat birgalikda bir ishni bajardi. Birinchi ishchining mehnat unumdorligi ikkinchisidan 20 % ortiq. Ikkinchi ishchi butun ishni qancha vaqt ichida bajara olishi mumkin?

VI-BOB. KATTALIKLAR VA ULARNI O'LCHASH

1. Uzunlik, yuza, massa, tezlik, narx kattaliklardir. Kattalik - bu aniq ob'ekt yoki hodisalarning maxsus xossaligidir, Masalan: Ob'ektlarning oraliqqa ega bo'lish xossasi uzunlik deyiladi.

1. Kattaliklarning xossalari.

1. Ixtiyoriy bir jinsli ikkita kattaliklar taqqoslanadigan bo'lsa, ular yo teng yoki biri ikkinchisidan kichik ixtiyoriy $a > b$, $a = b$, $a < b$ ning bittasi va faqat bittasi to'g'ri.

2. Bir jinsli kattaliklarni qo'shish mumkin. Natijada o'sha jinsli kattalik hosil bo'ladi. $5\text{ m} + 2\text{ m} = 7\text{ m}$.

3. Kattalik haqiqiy songa ko'paytiriladi, natijada o'sha jinsli kattalik hosil bo'ladi.

4. Bir jinsli kattaliklar ayriladi. a va b kattaliklar ayirmasi deb shunday c kattalikka aytiladiki uning uchun $a = b + c$ o'rinli bo'ladi.

5. Bir jinsli kattaliklar bo'linadi. a va b kattaliklarning bo'linmasi deb shunday x soniga aytiladiki uning uchun $a = x \cdot b$ o'rinli bo'ladi. Bu x

$$\text{son } x = \frac{a}{b} \text{ bo'ladi.}$$

2. Kattaliklarni o'lchash tushunchasi.

Kattaliklarni taqqoslash bilan ularning teng yoki teng emasligini

aniqlashimiz mumkin. Taqqoslash natijasi kattaliklarning turiga bog'liq. Ammo kattalik qanday turda bo'lishidan qat'i nazar o'lchash natijasida kattalik o'lchab olingan birlik bo'yicha ma'lum sonli qiymat qabul qiladi. Agar a kattalik berilgan va e kattalik birligi tanlab olingan bo'lsa, u holda a kattalikni o'lchash natijasida shunday x haqiqiy son topiladiki buning uchun $a = x \cdot e$ bo'ladi. Bu x soni a kattalikning e kattalik birligidagi sonli qiymati deyiladi.

$$\text{Ya'ni, } x = m(a)$$

Demak, har qanday kattalikni biror son bilan shu kattalik birligining ko'paytmasi ko'rinishida yozish mumkin.

$$\text{Masalan: } 7\text{ kg} = 7 \times 1\text{ kg}$$

$$12\text{ sm} = 12 \times 1\text{ sm}$$

$$10\text{ m} = 10 \times 10\text{ dm} = 100\text{ dm. } \frac{5}{12}\text{ soat} = \frac{5}{12} \times 60\text{ min} = 25\text{ min}$$

Kattaliklar ustida bajariladigan amallarni sonlar ustida bajariladigan mos amallar bilan taqqoslashga keltiriladi.

$$1) a = b \Leftrightarrow m_e(a) = m_e(b)$$

$$a < b \Leftrightarrow m_e(a) < m_e(b)$$

$$a > b \Leftrightarrow m_e(a) > m_e(b)$$

Birliklarning xalqaro sistemasi

Birliklarning xalqaro sistemasi fan, texnika, xalq xo'jaligi va ta'lim berishning hamma sohasida yagona universal amaliy birliklar sistemasidir. Butun dunyo uchun yagona hisoblangan bunday sistemada 7 ta asosiy birlik (metr, kg, sekund, litr, amper, moly, kandela) va ikkita qo'shimcha birlik (radian va steradian) bor.

Bu sistemada metr yassi elektromagnit to'lqinining vakumda sekundning $1 / 299792458$ qismida o'tgan yo'li sifatida qaraladi. Metrning bunday ta'rifiga o'lchashning ya'nada aniq o'zgarishsiz qoladigan birligiga ega bo'lishga intilish sabab bo'ldi. Shuning uchun asosiy birlikdan ularga karrali va ulishli bo'lgan yangi birliklar hosil qilinadi. Karrali birliklar asosiy birlikdan 10 , 10^2 , 10^3 , 10^6 , 10^9 , 10^{12} , 10^{15} , 10^{18} marta katta. Ulishli birliklar asosiy birlikdan 10^{-1} , 10^{-2} , 10^{-3} , 10^{-6} , 10^{-9} , 10^{-12} , 10^{-15} , 10^{-18} marta kichik qiymatga teng.

Ularning birliklari asosiysi bilan mos tushishi kerak, Ba'zi hosilaviy

kattaliklar quyidagilar.

Yuzaning birliklari: metr kvadrat, km^2 , dm^2 , sm^2 , mm^2

Hajm, sig'im birliklari m^3 , dm^3 , sm^3 , mm^3 , litr, giktolitr, millilitr. Xalqaro birliklarning SI sistemasida litr- dm^3 ning o'ziga xos boshqacha nomi sifatida qaraladi. $1 \text{ litr} = 1 \text{ dm}^3$

Tezlik birliklari. m/sek, km/ soat, sm/ sek. SI dagi birlik bilan bir qatorda foydalanishga ruxsat etilgan birlik gruppasi mavjud.

Masalan: massa uchun tonna, vaqt uchun soat, sutka, hafta, oy, yil, asr. Yuza uchun, gektar. Temperatura uchun - Selze birliklarini ishlatishga ruxsat berilgan.

6.1. Kesma uzunligining standart birliklari va ular orasidagi munosabatlar

Ta'rif. Kesma uzunligi deb har bir kesma uchun quyidagicha aniqlanadigan musbat kattalikka aytiladi.

Teng kesmalar teng uzunlikka ega.

Agar kesma chekli sondagi kesmalardan iborat bo'lsa uning uzunligi bu kesmalar uzunliklarining yigindisiga teng bo'ladi.

Uzunlik birligini almashtirganda yangi uzunlik birligi eski uzunlik birligidan necha marta kichik (katta) bo'lsa uzunlikning son qiymati shuncha marta ortadi (kamayadi)

$$e_1 = k \times e \quad a = \frac{P}{n} \cdot e \quad a = \frac{P}{n} \times \frac{1}{k} \cdot e_1$$

a kesma b kesmadan katta bo'lsa, a kesmaning e uzunlik birligidagi o'lchovini ifodalovchi son b kesmaning e uzunlik birligidagi o'lchovini ifodalovchi sondan katta bo'ladi ya'ni,

$$a > b \Leftrightarrow m_e(a) > m_e(b)$$

$$a = b - c \Leftrightarrow m_e(a) = m_e(b) - m_e(c)$$

$$x = a : b \Leftrightarrow x = m_e(a) : m_e(b)$$

Uzunlik birliklari ustida bajariladigan amallar uchun sonlar ustida bajariladigan amallar asos qilib olinadi.

Uzunlikning standart birliklari orasida bog'lanishlar:

1 milya = 7 chaqirim

1 chaqirim = 500 sajen » 1,068 km

1 sajen » 2,1336 m

1 sajen = 3 arshin = 7 fut

1 arshin = 28 dyum = 71,12 sm

1 dyum » 2,54 sm

1 fut = 12 dyum

1 m = 10 dm = 100 sm

1 km = 1000 m

1 sm = 10 mm

1 km = 1000 m = 100000 sm

Yozma mashq

1 masala. Uzun (qozliq oyoq) daryo tubiga 15 dm qoqildi, daryoning chuqurligi shu joyda 21 dm, ustunning suv ustida qolgan qismi 12 dm. Daryoning boshqa joyiga qoqiladigan ustun shu yerning bo'shlig'i sababli avalgisidan 9 sm chuqurroq qoqilishi kerak va bu joyda daryo 15 dm chuqurroq. Agar ustunning suv ustida qolgan qismi oldingi ustundek bo'lishi kerak bo'lsa, shu yerga qoqiladigan ustunning uzunligi qancha bo'lishi kerak.

Yechish: 1- ustunning daryo tubidagi qismi 15 dm, 2- sining uzunligi 15 dm + 9 sm. 1-ustunning daryo ichidagi uzunligi -21 dm, 2-sining daryo ichidagi uzunligi (21+15)dm. Ikkinchi ustunning suv ustida qolgan qismi 12 dm bo'lishi uchun 2 -ustunning umumiy uzunligi qancha bo'lishi kerakligini topaylik. Buning uchun quyidagi sonli ifodani topamiz. Birinchi qozliq

$$a = 15 \text{ dm} + 21 \text{ dm} + 12 \text{ dm} = 48 \text{ dm}$$

Ikkinchi qozliq uzunligi

$$b = 15 \text{ dm} + 9 \text{ sm} + 21 \text{ dm} + 15 \text{ dm} + 12 \text{ dm} = 63 \text{ dm } 9 \text{ sm}$$

Demak,

Javob: 2-qozliqning uzunligi 63 dm 9 sm bo'lishi kerak ekan.

2-masala. Quyidagi son ma'lumotlarini 10 ning darajasi yordamida yozing:

a) Yerdan quyoshgacha bo'lgan o'rtacha masofa 150 mln. km.

b) Quyoshning xajmi yerning xajmidan 1 300 000 marta katta

v) Yerdan eng yaqin yulduzgacha bo'lgan o'rtacha masofa 40000000000000 km

g) yerning aylanasi 40000000 m

3-masala. Uzunligi 355 mm bo'lgan enli po'latdan 2 ta katta va 4 ta kichik po'lat qismlari qirib olindi, shundan keyin 22 mm li po'lat qoldi. Agar katta zagatovka kichik po'lat qismidan 2 marta uzun bo'lsa va qirindiga 5 mm po'lat ketgan bo'lsa, po'lat qismlar o'lchovlarini toping.

4-masala. Orasidagi masofa 206 km bo'lgan ikki joydan ikki velosipedchi bir-biriga qarshi yo'lga chiqdi. Birinchi velosipedchi har 3 soatda 30 km dan, ikkinchisi esa shu vaqtda 36 km dan yo'l yurdi. Agar ikkinchi velosipedchi birinchisidan 3 soat keyin yo'lga chiqqan bo'lsa, ular uchrashguncha necha kilometrdan yo'l yurgan?

5-masala Bir gala chumchuqlar bittadan shoxga qo'nganda bitta chumchuq ortib qoladi, ikkitadan qo'nsa, bitta shox ortib qoladi. Nechta chumchuq va nechta shox bor?

6-masala. Ikki shahar orasidagi masofa temir yo'l bo'ylab 720 km. Ikki poyezd bir vaqtda bir-biriga qarab yo'lga chiqib, 10 soatdan keyin uchrashishdi. Bir poyezdning tezligi ikkinchi poyezdning tezligidan soatiga 8 km ortiq. Har qaysi poyezdning tezligini toping.

7-masala. Ikki shahar orasidagi masofa 200 km. Bir shahardan chiqqan avtomobil 5 soatdan keyin ikkinchi shaharda bo'lishi kerak. Bu avtomobil yo'lning bir qismini o'tgandan keyin 1 soat to'xtab qoldi va tayinlangan joyga o'z vaqtida yetib borish uchun tezligini soatiga 20 km oshirishga to'g'ri keldi. Avtomobil chiqqan joyidan qanday masofada to'xtagan?

8-masala. Ikki paroxod pristandan bir tomonga qarab yo'lga chiqdi. Bir paroxodning tezligi soatiga 25 km. Ikkinchisining tezligi soatiga 20 km. Birinchi paroxod tayinlangan pristanga ikkinchisidan 4 soat oldin etib keldi. Shu pristanlar orasidagi masofani toping.

9-masala. Pristandan bir vaqtda va bir tomonga qarab passajir paroxodi bilan kater jo'natildi. Passajir paroxodi soatiga 24 km, kater esa soatiga 15 km tezlik bilan yuradi. Paroxod yo'lga chiqqanidan 3 soat keyin sayoz joyga tiqilib qoldi. Paroxod sayoz joyda bir qancha vaqt tiqilib turgandan keyin yana yo'lida davom etdi va 7 soatdan keyin katerga etib oldi. Paroxod necha soat sayoz joyga tiqilib turgan?

10-misol. Metr bilan ifodalang.

- | | |
|-----------------|-----------------|
| 1) 72 km 276 m; | 5) 5 m 26 cm; |
| 2) 8 km 75 m; | 6) 3 m 8 cm; |
| 3) 8 dm 6cm; | 7) 10 km 350 m; |

- 4) 6 m 5 cm; 8) 9 cm 6 mm;

11-masala Temir yo'lning ikki poyezdi bir xil masofani bosib o'tishdi. Poyezdlardan biri bu masofani 8- soatda, ikkinchisi 7 soatda o'tdi. Birinchi poyezd ikkinchi poyezddan soatiga 3 km kam yo'l yuradi. Bu masofani va har bir poyezdning tezligini toping.

12-masala A va B qishloqlar orasidagi masofa 12 km A qishloqdan B qishloqqa qarab ikki piyoda bir vaqtda yo'lga chiqdi, ulardan birining tezligi 4 km/soat, ikkinchisniki undan 1 km/soat ortiq bo'lsa, ikkinchi piyoda qishloqqa birinchisidan necha minut oldin yetib keladi.

13-masala Orasidagi masofa 484 km bo'lgan ikki shahardan bir vaqtda bir- biriga qarshi velosipetchi bilan mototsiklchi yo'lga chiqdi. 4 soatdan keyin ular orasidagi masofa 292 km bo'lib qoldi. Agar mototsiklchining tezligi velosipedchining tezligidan 3 marta ortiq bo'lsa, velosipedchi bilan mototsiklchining tezligini toping.

14-masala Oralaridagi masofa 400 km bo'lgan ikki stantsiyadan ikki poyezd bir- biriga qarab yo'lga chiqdi. 4 soatdan keyin ular orasidagi masofa 40 km qoldi. Agar poyezdlardan biri bir soat oldin yo'lga chiqqanda edi ular yo'lning o'rtasida uchrashgan bo'lar edi. Poyezdlarning tezligini aniqlang.

16-masala Orasidagi masofa 782 km bo'lgan ikki shahardan ikki poyezd turli vaqtda bir biriga qarab yo'lga chiqdi, Birinchi poyezd soatiga 52 km, ikkinchisi soatiga 61 km yo'l yurdi. Birinchi poyezd 416 km yo'l yurib, ikkinchi poyezdni uchratdi. Poyezdlarning biri -ikkinchisidan necha soat oldin yo'lga chiqqan?

17-masala Orasidagi masofa 1240 km bo'lgan ikki shahardan yengil avtomobil va avtobus turli vaqtda bir-biriga qarab yo'lga chiqdi. Avtobus soatiga 60 km, yengil avtomobil soatiga 80 km yo'l yurdi. Avtobus 600 km yo'l yurib, yengil avtomobilni uchratdi. Biri ikkinchisidan necha soat oldin yo'lga chiqqan?

18-masala Ingichka arqon yo'g'on arqonga nisbatan 12 m uzun. Arqonlarning har biridan 12 m dan qirib olingandan so'ng ingichka arqon yo'g'on arqonga nisbatan 3 marta ko'p qoldi. Necha metr ingichka arqon qoldi?

19-masala. Agar siz tomonlari 60 fut, 80 fut va 100 fut bo'lgan uchburchak shaklidagi maydonda o't o'stirmoqchi bo'lsangiz, u holda sizga necha fut kvadrat chim kerak bo'ladi?

20-masala. Tomonlari 220 futga 198 fut bo'lgan to'rtburchakning yuzi 1 akrga teng. Yuzasi 3 akrga teng bo'lgan xuddi shunday to'rtburchakning o'lchovlari qanday bo'ladi?

21-masala. Agar o'lchovlari 8 dyum va 30 dyum bo'lgan sharfni to'qish uchun 160 fut momiq ip kerak bo'lsa, u holda xuddi shunday olchovlari 6 dyum va 30dyumli sharfni to'qish uchun qancha momiq ip kerak bo'ladi?

22-masala. Agar 6 dyum diametrli gul tuvakdagi tuproq aralashmasida 1 choy qoshiq kattaligida qandaydir o'g'it bor bo'lsa, u holda diametri 9 dyum bo'lgan gul tuvakka solish uchun tayyorlanayotgan tuproq aralashmasiga bu o'g'itdan qancha solish kerak?

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollar:

1. Qanday kattaliklarni bilasiz?
2. Kattaliklar qanday xossalarga ega?
3. Uzunlikning birliklarini ayting?
4. Kesma uzunligi deb nimaga aytiladi?
5. Kesmalar uzunligining xossalarini ayting?
6. Skalyar kattaliklarni ayting? Ular nima uchun skalyar kattalik?
7. Nima uchun kattaliklarning yangi sistemasi o'lchovlarning metrik sistemasi nomini oldi?
8. SI sistemasidagi asosiy birliklarni ayting?
9. Kattaliklarning qanday turlari bor?.

6.2. Yuzalarni hisoblash. Yuza birliklari orasidagi bog'lanishlar

Ta'rif. Figuraning yuzi deb har bir figura uchun quyidagicha aniqlangan nomanfiy kattalikga aytiladi.

1. Teng figuralar teng yuzalarga ega.
2. Agar figura chekli sondagi figuralardan tuzilgan bo'lsa uning yuzi figuralar yuzlari yig'indisiga teng bo'ladi.

Bu ta'rifni kesma uzunligi ta'rifi bilan taqqoslasak xossalari bir xil ammo ular turli to'plamlardir.

Uzunlik kesmalar to'plamida yuza yassi figuralar to'plamida berilganini ko'ramiz. Figuralarning yuzi $S(F)$ bilan belgilaymiz. Yuzni

aniqlaydigan usullardan biri paletka yordamida o'lchashdir.

Paletka - shafof materialga chizilgan kvadratlarning to'ri



22-rasm

$$S(F) = 6 \cdot 4 + 4 / 2 = 8 e^2$$

O'quvchilar paletkani figura ustiga qo'yib:

Butunlay F figura ichida yotadigan kvadratlarni.

Bir qismi F figura ichida bir qismi uning tashqarisida yotadigan kvadratlarni aniqlaydi. Bir tur kvadratlarni m ta 2-tur kvadratlarni n ta. U holda

$$me^2 < S(F) < (m+n)e^2$$

bunday o'lchovni kvadratlarni maydalash bilan figuraning aniq yuzasiga yaqinlashtirish mumkin.

Figura yuzasi uchun quyidagi qoidalar o'rinni:

1. Agar figuralar teng bo'lsa u holda ular yuzlarining son qiymatlari teng bo'ladi (bir xil yuza birligida)

2. Agar F figura $F_1, F_2, \dots, F_n$ figuralardan tuzilgan bo'lsa F figura yuzining son qiymati $F_1, F_2, \dots, F_n$ figuralar yuzalari son qiymatlari yig'indisiga teng bo'ladi. (bir xil yuza birligida)

Yuza birliklari orasidagi bog'lanishlar:

$$1ga = 100ar = 10000m^2$$

$$1ar = 100m^2 = 1sotix$$

$$1m^2 = 100dm^2 = 10000sm^2 = 1000000mm^2$$

$$1dm^2 = 100sm^2$$

$$1m^2 = (10dm)^2 = (100sm)^2$$

Yozma mashq

1-Masala. Har gektaridan 40 sentnerdan paxta hosili olingan yerning har bir kvadrat metridan qanchadan paxta olingan.

Yechish: 40 sentner = 4000kg. $1ga = 1000 m^2$. Har bir kvadrat metridan

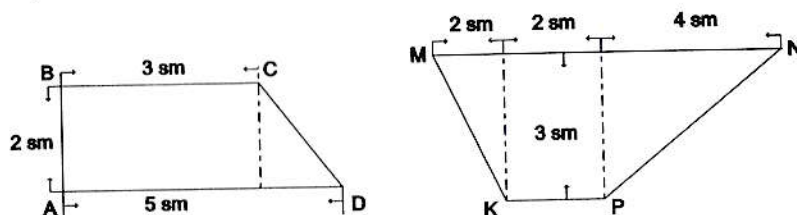
$4000\text{kg} : 10000 = 0,4\text{ kg}$.dan paxta olingan. Javob: 0,4 kg

2-Masala. Gilamning yuzi 7 kv.m 93 kv.dm 25 kv.sm. Shu gilam yuzini kv. sm. larda ifodalang?

$$\begin{aligned} \text{Yechish: } 7\text{ kv m} &= 7 \times 10000\text{ kv.sm} = 70000\text{ kv.sm} \\ + 93\text{ kv. dm} &= 93 \times 100\text{ kv.sm} = 9300\text{ kv.sm} \\ &+ 25\text{ kv.sm} \\ &\hline 79325\text{ kv.sm} \end{aligned}$$

$$79325\text{ kv.sm} = 7,9325\text{ kv.m} = 793,25\text{ kv.dm}$$

3-masala. 4-rasmda tasvirlangan to'rtburchakning yuzlarini toping



4-masala. To'g'ri burchakli paralelopiped modelini yasang va o'lchamlarini aniqlab, sirtining yuzini toping.

5-masala. Qirradi 11 sm bo'lgan kub sirtining yuzini toping.

6-masala Quyidagi masalani yechish uchun ifodalar tuzing? To'g'ri to'rtburchakning yuzi 32 m^2 , bir tomonining uzunligi esa a metr, to'g'ri to'rtburchakning perimetrini toping

7-masala. Ikkita xonangiz devorlariga ilish uchun bir xil gilamlar sotib oldingiz. Xonalarning biridagi devor o'lchovlari 10 futga 12 fut, ikkinchisidagi 15 futga 18 fut. Agar siz kichik xona uchun olingan gilamga 120 dollar to'lagan bo'lsangiz, u holda ikkinchi xona uchun olingan gilam qancha turadi?

8-masala. Aytaylik, Siz 2000 gallon suv ketadigan, quyosh nuri yordamida isitiladigan dush qurmoqchisiz. Sizda ikki xil imkoniyat mavjud bo'lib, ikkita 1000 gallonlik silindr shaklidagi bakni yoki bitta shunga o'xshash 2000 gallonlik bakni o'rnatishingiz mumkin. Suv sekinroq sovushi uchun bu holatlardan qaysi biri maqulroq? Tushuntiring.

9-masala. Diametri 5 fut bo'lgan bochkada 2 fut balandlikda suv hosil qilish uchun 300 gallon suv quyish kerak. Diametri 6 fut bo'lgan bochkada xuddi shunday balandlikda suv hosil qilish uchun qancha suv quyish kerak?

10-masala. Silindr modelini yasang. Yasashda zarur o'lchamlarini aniqlab, silindr hajmini va yon sirtining yuzini toping.

11-masala. 10 futli devorni qoplashga yetadigan movut 150 dollar turadi. 15 futli devorni qoplash uchun xuddi shunday movutdan necha dollarlik olish kerak? (devorlarning balandligi bir xil).

12-masala. Aytaylik, o'lchovlari 8 fut va 9 fut bo'lgan xonaning devorlarini bo'yash uchun gallon buyoq yetadi. U holda balandligi xuddi shu xonanikidagi, o'lchovlari 16 futga 18 fut bo'lgan xonani bo'yash uchun qancha bo'yoq kerak bo'ladi?

13-masala. Tomonlarining uzunliklari 90 dyum, 26 dyum va 80 dyum bo'lgan uchburchakning yuzi 1008 kvadrat dyumga teng. U holda, tomonlari 90 yard, 26 yard va 80 yard bo'lgan, tomonlari 120 dyum, 39 dyum va 135 dyum bo'lgan uchburchakning yuzini toping.

14-masala. Tomonlari 220 futga 198 fut bo'lgan to'rtburchakning yuzi 1 akr ga teng.

a) yuzasi 3 akr ga teng bo'lgan xuddi shunday to'rtburchakning o'lchovlari qanday bo'ladi?

b) o'lchovlari 110 futga 99 fut bo'lgan uy ostidagi yer bo'lagining yuzasi qancha? (akrda)

v) bir kvadrat milda qancha akr bor?

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollar:

1. Figuraning yuzi deb nimaga aytiladi?
2. Qanday kattaliklarni bilasiz?
3. Yuza olchovi qanday xossalarga ega?
4. Yuza qanday kattalik hisoblanadi?
5. Yuza o'lchovining birliklarini ayting?
6. SI sistemasidagi asosiy birligini ayting?
7. Yuzalar ustida amallar bajarishning qoidalarini ayting?
8. Yuza birliklari jadvalini ayting?

6.3. Vaqt oraliqlari va uni o'lchash

Kundalik hayotda vaqt bir voqeaning ikkinchi voqeadan ajratib turadi. Matematikada vaqt skalyar kattalik sifatida qaraladi. Vaqt oraliqlari taqqoslanadi.

Masalan: Bir xil yo'lga piyoda velosepedchidan ko'p vaqt sarflaydi. Vaqt oraliqlari qo'shiladi. Masalan: Bir para maktabdagi 2 soatga teng. Vaqt oraliqlarini ayirish, musbat songa ko'paytirish mumkin. Vaqt oralilqari o'lchanadi, ammo uzunlik o'lchovidan farq qiladi. Birlik sifatida qabul qilingan vaqtdan bir marta foydalanish mumkin.

Xalqaro sistemada vaqt birligi uchun sekund qabul qilingan. Yil, sutka, (bir kun) birligi tabiatdan olingan. Soat, minut, sekund birliklarini odamlar o'ylab topgan. Yil yerning quyosh atrofida aylanish vaqti. Sutka (bir kun) yerning o'z o'qi atrofida aylanish vaqti, yil taxminan $365 + 1/4$ sutka. Shuning uchun kabisa yili 366 kun, boshqa yillar 365 kun bo'lib, kabisa yilida fevral oyida 29 kun bo'ladi. Eramizgacha 46 yilda Rim imperatori Yuliy Sezar o'sha paytda juda chalkashib ketgan kalendarini tartibga soldi. Yuliy kalendar bo'yicha yangi yil 1 yanvardan boshlanadi va 12 oydan iborat. Oy vaqtning uncha aniq bo'lmagan birligidir. U 31 – 30 kundan, 28-29 kundan iborat. Oy taxminan 29,5 sutkada erni to'la aylanib chiqadi va bir yilda to'la 12 marta aylanadi. Yuliy kalendaridan 16 asrdan ko'proq vaqt foydalanildi. Biroq vaqt o'tishi bilan bu kalendar quyosh atrofida aylanish bilan bir xil emasligini aniqladilar. Masalan: Bahorgi teng kunning 21-mart emas 11-martga to'g'ri keldi (8 asrda) Bu 10 kundan farq, Yuliy kalendar quyosh kalendaridan 11 minut 14 sekund ortiqcha ekanligi oqibatida ko'p yillar davomida yig'ilib, 10 kunni hosil qilganligi aniqlangan.

Haqiqiy yil 365 kun 5 soat 48 minut 46 sekundga teng. Yulian kalendar bo'yicha 1yilda 365kun 6 soat bor deb hisoblangan. Shuning uchun Rim papasi Grigoriy XIII 1582 yil yangi yil hisobiga o'tish, yani, shu yil 4-oktyabrdan keyin 5-oktyabr demasdan 15 oktyabr deyilsin deb qaror chiqargan. Rossiyada yil hisobi 1918 yil 31 yanvardan keyin 14 fevral deb hisoblandi yani, yil hisobi 13kunga surilgan.

Vaqt birliklari orasida bog'lanishlar

1 yil = 12 oy = 365 kun yoki 366 kun

1 oy = 30 kun , 31 kun yoki 28, 29 kun (fevral)

1 hafta = 7 kun

1 kun = 24 soat

1 soat = 60 minut

1 minut 60 sekund

Yozma mashq

Vaqt o'lchovlari oltmishli sistemada, 12 li sistemada yiriklanadi va maydalanadi.

Misol . 4 soat 55 minut 45 sekund

+2soat 45 minut 50 sekund

6soat 100 minut 95 sekund = 7soat 41 minut 35 sekund

(95 sekund= 1minut 35 sekund

100 minut = 1soat 40 minut ekanligi hisobga olinadi)

1-masala Quyidagi masalani yechish uchun ifodalar tuzing. Bir ishchi bir soatda a detalga, ikkinchisi esa b ta detalga ishlov beradi. Ikkalasi birgalikda 834 ta detalga necha soatda ishlov beradi?

2-masala Brigada 12 kunda buyurtmani bajarishi kerak edi. Har kuni normani 254 taga oshirib bajargani tufayli brigada 10 kunda bajaribgina qolmasdan, balki normadan 42 ta ortiq detal tayyorladi. Brigada bir kunda qanchadan detal tayyorlagan?

3-masala Otasi 39 yoshda, o'g'li 7 yoshda necha yildan keyin otasi o'g'lidan 3 marta katta bo'ladi.

4-masala Velosipedchi A qishloqdan B qishloqqa 27 km lik yo'l bilan bordi. Orqaga qaytishda esa, oldingi yo'lga nisbatan 7 km qisqa yo'l bilan keldi. U qaytishda tezligini 2 km soatga kamaytirgan bo'lsa ham borishga nisbatan 12 minut kam vaqt sarfladi. Velosipedchi A qishloqdan B qishloqqa 27 km yolda qanday tezlik bilan borgan?

5-masala Shaharlar orasidagi masofa 500 km. Poyezd yo'lining birinchi 200 km ni yo'lining qolgan qismiga nisbatan 10 km soat kam tezlik bilan bosib o'tdi. Agar bu butun yo'lni 5 soat 50 minutda bosib o'tgan bo'lsa, poyezdning boshlang'ich tezligini toping.

6-masala Velosipedchi t soatda a km masofani bosib o'tdi, yo'lining uzunligi v km . Quyidagi savollarga javobni ifodalar bilan yozing.

a) Velosepidchi butun yo'lni necha soatda bosib o'tdi?

b) yo'lining qolgan qismini necha soatda bosib o'tadi.

7-masala It 3m uzoqlikdagi quyonni quvib ketdi. Itning bir marta sakrashi 2 m ga, quyonniki esa 1 m ga teng. Quyon 3 marta sakraganda it 2 marta sakraydi. It quyonni qancha masofada quvib etadi?

8-masala Bog'bon birinchi soatda 3,5 km tezlikda harakatlandi va agar bunday tezlikda harakatlansa, poyezdga 1 soat kechikishini aniqladi. Qolgan yo'lni 5 km/soat tezlik bilan bosib o'tdi va stantsiyaga 30 min

oldin keldi. Bog'bon qancha yo'l bosib o'tganini aniqlang

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollar:

1. Vaqt o'lchovining boshqa kattaliklardan farq qiluvchi xususiyatini ayting?
2. Vaqtning qanday birliklarini bilasiz?
3. Vaqt nima uchun skalyar kattalik?
4. Nima uchun kattaliklarning yangi sistemasi o'lchovlarning metrik sistemasi nomini oldi?
5. Vaqtning SI sistemasidagi asosiy birligini ayting?
6. Yuliyen kalendari haqida nimalar bilasiz?
7. Grigorian kalendari haqida nimalar bilasiz?
8. Kabisa yillari bo'lgan 5 ta yilni ayting?

6.4. Jismning massasi va uni o'lchash. Og'irlik o'lchovlari orasidagi bog'lanishlar.

Massa asosiy fizik kattalikdir. Jismning massasi tushunchasi og'irlik kuchi tushunchasi bilan chambarchas bog'langan, bu kuch bilan jism yerga tortiladi, shuning uchun jismning og'irligi jismning o'zigagina bog'liq emas. Qutbda jism ekvatordagiga qaraganda 0,5 % og'ir. Ammo har qanday sharoitda ham ikki jism og'irligini nisbati bir xil. Jismning og'irligini boshqa jism og'irligi bilan taqqoslab o'lchashda jismning yangi xossasi kelib chiqadi. Bu xossa massa deb ataladi. Jismning massasi o'zgarmaydi. Qayerda bo'lmasin bir xil bo'ladi. Matematik nuqtayi nazardan massa quyidagi xossalarga ega bo'lgan musbat kattalikdir.

1. Tarozida bir – birini muvozanatlovchi jismlarning massasi bir xil.
2. Jismlar bir birlari bilan birlashtirilsa massalar qo'shiladi.
3. Birgalikda olingan bir nechta jismning massasi bu jismlar massalarining yig'indisiga teng bo'ladi.

Massaning asosiy birligi kilogramm(kg)

Og'irlik o'lchov birliklari orasidagi bog'lanishlar.

1kg = 1000 gramm

1 to'na = 1000 kg

1 sentner = 100 kg

1 pud = 40 qadoq

1 qadoq » 409,512 gramm

$$\frac{1}{16} \text{ pud} \approx 1 \text{ kg}$$

$$2 \frac{1}{2} \text{ qadoq} \approx 1 \text{ kg}$$

1 to'na = 10 sentner

Yozma mashq

1-Masala. Fermer xo'jalik 30 ming gektar yerga bug'doy ekib, gektaridan 18 sentnerdan bug'doy olgan bo'lsa, fermer xo'jalik o'z yeridan necha pud bug'doy olgan?

Yechish:

$$1) \quad 30000 \times 18 \text{ s} = 540000 \text{ s} = 54000000 \text{ kg}$$

$$2) \quad 54000000 \text{ kg} : 16 \text{ kg} = 3375000 \text{ pud}$$

Javob: 3375000 pud

2-masala. Bir gektar erga 56 kg arpa, 64 kg bug'doy urug'i sepish kerak, bug'doy ekiladigan yer arpa ekiladigan yerdan 36 ga ortiq bo'lsa, tomonlari 1500 m va 600 m bo'lgan to'g'ri to'rtburchak shaklidagi erga kerak bo'ladigan arpa va bug'doy urug'i og'irligini aniqlang.

3-masala. Xo'jalik hammasi bo'lib 579 ga yerga javdar va bug'doy ekdi. Bunda javdar bug'doyga qaraganda 111 ga kam yerga ekildi va hammasi bo'lib 12074 s g'alla hosili olindi. Bug'doy javdarga qaraganda 2948 s ortiq olindi. 1 gektar yerdan olingan o'rtacha bug'doy va javdar miqdorini aniqlang.

4-masala. G'alla tozalaydigan ikkita mashina rejaga ko'ra 24 kunda 7280 s g'alla tozalashi kerak edi, lekin ular rejadan tashqari 1680 s ortiq g'alla tozaladi. Birinchi mashina ikkinchi mashinadan 480 s ortiq g'alla tozaladi. Bu mashinalarning har biri o'rta hisobda bir kunda qancha g'alla tozalagan?

5-masala. Bir vagonga 15 t 240 kg 1- va 2- nav un yuklatildi, hammasi 20 qop. 1 qop 1- nav un 80 kg, 2- nav 72 kg keladi. Har qaysi nav undan necha qop bor?

6-masala Torozining bir pallasiga bitta g'isht qo'yildi va muvozanatni saqlash uchun tarozining ikkinchi pallasiga yarimta g'isht va 1 kg li tosh qo'yildi. G'ishtning og'irligi qancha?

7-masala. 1 ga erni haydash uchun 3000 t tuproqni ag'darish kerak. O'lchamlari 200 m x 400 m bo'lgan to'g'ri to'rtburchak shaklidagi erni haydash uchun qancha tuproqni ag'darish kerak?

8-masala. Ho'l meva sotadigan do'konda ikki savat olma bo'lib, birinchi ishchi savatda ikkinchisidan 9 kg ortiq olma bor edi. Birinchi savatdan 12 kg olmani olib ikkinchi savatga solingandan keyin, ikkinchi savatdagi olma birinchidagidan ikki marta ko'p bo'lib qoldi. Dastlab har

qaysi savatda qanchadan olma bor edi?

9-masala. 6 kg saryog'da qancha moy bo'lsa, 8 kg yong'oq mag'zida shuncha moy bor. 1 kg saryog'da 1 kg yong'oq mag'zidan 200 gramm ortiq moy bor. 1 kg saryog'da qancha va 1 kg yong'oq mag'zida qancha moy bor?

10-masala. Qulupnay ekilgan yerning 1 kvadrat metriga 20 gramm ammiak silitrasi, 50 gramm supperfosfat, 20 g kaliy tuzi va 2 kg chrindi yoki fosfor solinadi. Havaskor bog'bon 5 kg supperfosfat sotib oldi. Qolgan o'g'itlardan qanchadan olishi va hosil bo'lgan aralashmani qancha joyga solishi mumkin?

11-masala Bir omborda 500 t, boshqasida esa 600 t ko'mir bor birinchi ombordan har kuni 9 t, ikkinchisidan esa 11 tonna ko'mir olib ketiladi. Necha kundan keyin omborlardagi ko'mir miqdori teng bo'lib qoladi?

12-masala Kvadrat uyalab ekilgan yer qatorlab ekiigan yerdan 16 ga ortiq. Ikkala uchastkadan 9770 s kartoshka hosili olindi. Bunda kvadrat uyalab ekilgan erdan kichik erga qaraganda 4310 s ortiq hosil olindi. Kvadrat uyalab ekkanda har gekardan qancha ortiq kartoshka hosili olindi.

13-masala. Gramm bilan ifodalang.

- a) 3 kg + 720 g; d) 21 kg + 530 g
b) 17 kg + 2 kg 600 g; g) 730 g + 3,2 kg;

14-masala "Tutgan balig'ingning og'irligi qancha" degan savolga baliqchi: "Baliqning dumi 1 kg, boshi uning dumi va tanasi yarmining og'irligiga teng, tanasi esa boshi va dumining og'irligiga teng" deb javob berdi. Baliqning og'irligi qancha.

15-masala. 205 tup olcha daraxti va 506 tup qulupnaydan 11768 kg olcha va qulupnay terib olindi, 205 tup olcha daraxti va 130 tup qulupnaydan 10640 kg olcha va qulupnay terib olindi. Bir tup olcha daraxtidan necha kg olcha va bir tup qulupnaydan necha kilogram qulupnay olingan?

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollar:

1. Massa qanday kattalik ?
2. Jism massasi qanday xossalarga ega?
3. 1 litrli bankaga qancha suv ketadi . Benzinchi?

4. Og'irlik o'lchovlari jadvalini ayting?

5. Og'irlikning asosiy birliklarini ayting?

6. Jismining massasi va og'irlikning farq qiluvchi xususiyatini tushuntiring?

6.5. Sig'im va hajm o'lchovlari. Kattaliklar orasida bog'lanishlarga doir masalalar.

Ilgari vaqtlarda narsalarni chelak, qop va boshqa narsalar bilan o'lchanar edi. Eramizdan 2000 yill oldin Misr va Vavilio'nda tarozi toshlari paydo bo'ldi.

Suyuqlik o'lchanadigan hamma idishlar, ya'ni bo'chka, chelak, butilka va hakazolar ularga sig'adigan suv o'lchamida olinadi. Masalan: Ba'zi chelaklarni 10 litrli chelak deymiz, chunki unga 10 litr suv ketadi. Agar unga benzin quyilsa, 7,1 kg benzin ketadi. Agar unga simob to'ldirilsa, uning og'irligi 136 kg bo'ladi.

Jism hajmi quyidagi xossalarga ega:

1. Jism hajmining son qiymati nomanfiy haqiqiy son.
2. Teng jismlar teng hajmga ega.
3. Agar jism ichki umumiy nuqtaga ega bo'lmagan jismlarning birlashmasidan iborat bo'lsa, u holda jismning hajmi birlashuvchi jismlar hajmlari yig'indisiga tengdir.

4. O'lchovlari birlik kesmadan iborat kubning hajmi birga teng.

Sig'im va hajm o'lchov birliklari orasida bog'lanishlar:

Kub metr, kub detsimetr, kub santimetr, kub millimeter, litr, gektolitr, millilitr

SI sistemasida 1litr = 1kub detsimetr

$$1km^3 = 1000000000m^3$$

$$1m^3 = 1000dm^3 = 1000000sm^3$$

$$1dm^3 = 1000sm^3 = 1000000mm^3$$

$$1litr = 1dm^3$$

Yozma mashq

1-masala. Qirrasi 75 sm ga teng bo'lgan kubning hajmini toping.

2-masala. a) Kub santimetr bilan ifodalang:

a) $12\text{dm}^3\ 635\text{sm}^3$;
kub ditsimetr bilan ifodalang:

a) $5\text{m}^3\ 580\text{dm}^3$;

c) $2\text{dm}^3\ 80\text{sm}^3$

c) $7\text{m}^3\ 15\text{dm}^3$;

3-masala. Xonaning balandligi 3 m, eni 5 m va bo'yi 6 m, xonada necha kub metr havo bor.

4-masala. To'g'ri burchakli parallelopipedning uch o'lchovi (bo'yi, eni va balandligi) 13 sm, 5 sm, 4sm ga teng. Uning hajmini toping.

5-masala. To'g'ri burchakli parallelepiped modelini yasang, unda kerakli o'lchashlarni bajaring va uning hajmini hisoblang.

6-masala. Agar har bir kub sm. po'kakning og'irligi 1 kg kelsa, siz 1 kub m po'kakni ko'tara olasizmi?

7-masala. Ikki bidonga kerosin solingan. Agar birinchi bidondan ikkinchi bidonga 2,5 litr kerosin solinsa, ikkinchi bidonda birinchidagidan 1,5 litr kam kerosin bo'ladi. Agar birinchi bidonda 10 litr kerosin bo'lsa, ikkinchi bidonda qancha kerosin bor?

8-masala. Kam ta'minlanganlarga ko'p qavatli bino qurish uchun uzunligi 40 m, eni 30 m va chuqurligi 3 m 4 dm bo'lgan katlovon qazildi, bu ishni ikki brigada har kuni barobardan ishlab, 4 kunda bajardi. Agar bir brigada ikkinchisidan bir kunda ikki barobar ortiq tuproq qazisa, bu ishni yolg'iz shu brigada necha kunda tamomlaydi?

9-masala. Vodoprovod stansiyasida yer ostiga to'g'ri to'rtburchak shaklidagi to'rtta suv tindirgich - hovuz qurildi. Hovuzlardan har birining bo'yi 75 m, eni 50 m, chuqurligi 4 m. Agar 10 kub m suv 813 chelak bo'lsa, bu hovuzlarga necha chelak suv sug'adi?

10-masala. Agar Konus shaklidagi chelaklarning diametrlari 25 sm va 30 sm, yasovchisi 27,5 sm, hamda 1m^2 ga 150 gramm alif moyi ketadigan bo'lsa 100 ta shunday chelakning tashqi sirtini bo'yash uchun qancha alif ketadi.

11-masala. Kvadratning tomoni atrofida aylantirishdan hosil qilingan jismning sirti radiusi kvadratning tomoniga teng sharning sirtiga tengdosh ekanligini isbotlang.

12-masala. Aytaylik siz pitsariy (pitsa pishiradigan oshxona) ochmoqchisiz va eng kichik pitsaning diametrini 10 dyum qilmoqchisiz. Agar yuzasi eng kichik pitsanikidan ikki barobar katta bo'ladigan pitsa pishirmoqchi bo'lsangiz, u holda katta pitsaning diametri qanday bo'lishi kerak?

13-masala. Agar o'lchovlari 10 futga 20 fut bo'lgan maydonga bir fut urug' ekilgan bo'lsa, u holda xuddi shunga o'xshash o'lchovlari 20 futga 40 fut bo'lgan maydonga qancha urug' kerak bo'ladi.

14-masala. Aytaylik, o'lchovlari 8 fut va 9 fut bo'lgan xonaning devorlarini bo'yash uchun gallon buyoq yetadi. U holda balandligi xuddi shu xonanikiday, o'lchovlari 16 futga 18 fut bo'lgan xonani bo'yash uchun qancha bo'yoq kerak bo'ladi?

15-masala. Bir idishda ikkinchisiga qaraganda 5 litr ko'p. benzin bor edi. Birinchisiga 10 litr, ikkinsiga 35 litr benzin quyilgandan so'ng ikkinchisidagi benzin birinchisidagiga qaraganda 2 marta ko'p bo'lib qoldi. Ikkala idishda qanchadan benzin bo'lgan?

16-masala. Agar o'lchovlari 10 futga 20 fut bo'lgan maydonga bir fut urug' ekilgan bo'lsa, u holda xuddi shunga o'xshash o'lchovlari 20 futga 40 fut bo'lgan maydonga qancha urug' kerak bo'ladi.

17-masala. Ikki xonangiz devorlariga ilish uchun bir xil sifatli gilamlar sotib oldingiz. Xonalarning biridagi devor o'lchovlari 10 futga 12 fut, ikkinchisidagi 15 futga 18 fut. Agar siz kichik xona uchun olingan gilamga 120 dollar to'lagan bo'lsangiz, u holda ikkinchi xona uchun olingan gilam qancha turadi?

18-masala. 10 futli devorni qoplashga yetadigan movut 150 dollar turadi. 15 futli devorni qoplash uchun xuddi shunday movutdan necha dollorlik olish kerak? (devorlarning balandligi bir xil).

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollar:

1. Hajm qanday kattalik?
2. Jism hajmi qanday xossalarga ega?
3. 1 litrli bankaga qancha suv ketadi. Benzini?
4. Hajm o'lchovlari jadvalini ayting?
5. Hajmning asosiy birliklarni ayting?
6. Kattaliklarning qanday turlari bor
7. Jismning hajmi va og'irligi orasida qanday bog'lanish bo'lishini tushuntiring?

VII-bob. IFODA, TENGLIK, TENGSIZLIK VA TENGLAMALAR

Mavzu: 7.1. Ifodalar

1.1. Sonli va o'zgaruvchili ifodalar

1. Ma'lumki $3+7$, $24:8$, $3 \times (2)-4$, $(25+3) \times 2-17$ yozuvlar sonli ifodalar deyiladi. Ular sonlardan, amal belgilaridan va qavslardan tuzilgan, shuningdek har bir son ham sonli ifoda hisoblanadi. Ifodada ko'rsatilgan har bir amalni ketma – ket bajarish natijasida hosil bo'lgan son sonli ifodaning qiymati deyiladi. Masalan; $3 \times 2-4$ sonli ifodaning qiymati 2 ga teng. Sonli qiymatga ega bo'lmagan ifodalar ham mavjud. Bunday ifodalar haqida gapirganda, ular ma'noga ega emas deyiladi. Masalan $8 : (4 - 4)$ ifoda ma'noga ega emas, chunki uning qiymatini topib bo'lmaydi. $4 - 4 = 0$, nolga esa bo'lish mumkin emas.

Ta'rif. Istalgan son uzunligi birga teng sonli ifoda deyiladi.

Uzunligi k ga teng A sonli ifoda va uzunligi 1 ga teng B - sonli ifoda aniqlangan bo'lsin, bunda $k < n$. U holda $(A)+(B)$ $(A)-(B)$; $(A) \times (B)$; $(A) \div (B)$ lar uzunligi n ga teng sonli ifodalar deyiladi. ($n=k+1$)

$(A)+(B)$ -yig'indi, $(A)-(B)$ -ayirma, $(A) \times (B)$ -ko'paytma, $(A) \div (B)$ -bo'linma deb ataladi. Matematikada ifodalarni quyidagicha soddalashgan holda yozish kelishilgan:

a) Bitta son qatnashgan ifoda qavssiz yoziladi. Masalan, $(4)+(7)=4+7$

b) Bir nechta qo'shiluvchilar qatnashgan ifoda qavssiz yoziladi.

Masalan, $((5+7)+8)+11=5+7+8+11$

v) Ko'paytmada qavslar yozilmaydi.

Misol, $(2 \times 8) \times 3 = 2 \times 8 \times 3$

g) Bir nechta qo'shish va ayirish amallari qatnashgan ifoda qavssiz yoziladi (agar yozilish tartibi bilan bajarilsa).

$((7-2)+8)-10=7-2+8-10$

Agar ifoda boshqa tartibda yani sondan yoki ifodadan uzunligi 1 dan ortiq bo'lgan ifoda ayrilayotgan tartibda bo'lsa, qavsni tashlash mumkin emas. $((7-(4-2))+3) \neq 7-4-2+3$

d) Bir nechta ko'paytirish va bo'lish amallari yozilish tartibida bajarilsa qavssiz yoziladi.

e) Agar ifoda oldida «+» «-» ishoralari bo'lgan ko'paytirish va bo'lish

amallari qatnashsa, qavsni tashlash mumkin. Har bir ifodaga uning son qiymati mos keladi.

$$q((A)+(B))=q(A) + q(B)$$

$$q((A)-(B))=q(A) - q(B)$$

$$q((A) \times (B))=q(A) \times q(B).$$

$$\text{Agar } q(B) \neq 0, q((A) : (B)) = q(A) : q(B).$$

Agar $q(A)$ yoki $q(B)$ mavjud bo'lmasa, u holda

$$q((A)+(B)),$$

$$q((A)-(B)),$$

$$q((A) \times (B)) \text{ lar ham mavjud emas.}$$

$$q(B)=0 \text{ bo'lsa,}$$

$$q((A) : (B)) \text{ ham mavjud emas.}$$

Agar A va B sonli ifodalar bo'lsa, u holda $A=B$ sonli tenglik deyiladi.

$A > B$ sonli tengsizlik deyiladi.

$$A = B \Leftrightarrow q(A) = q(B)$$

$$A > B \Leftrightarrow q(A) > q(B)$$

Yozma mashq

7.1.1. Ko'rsatilgan hamma amallarni bajaring va ifodalarning qiymatini toping:

$$a) \frac{1}{20} \times (2,31; 0,077);$$

$$b) \frac{5,2 + 17,25 - (3,36; 0,3)}{(2,7; 0,8) + (0,65; 0,13)} - 0,05;$$

7.1.2. Quyidagilarning qaysilari sonli ifoda bo'ladi:

$$a) 3; \quad b) -17; \quad d) 41+19; \quad e) (11+9) : (9-4);$$

$$f) 31+5=4,9; \quad g) 48:3:4+6; \quad h) 14+7>2:2+5;$$

$$i) 3x + 5 = 0,2x - 4 \quad j) 41+2a-0,3b; \quad k) 22\sqrt{3}$$

7.1.3. a) Agar barcha oraliq amallarning joiz natijalari sifatida faqat nomanfiy butun sonlar qaralsa, ifodalarning qiymati mavjud bo'ladimi:

$$a) ((4 - 7) + 3 \times 5) \times (8 - 6);$$

$$b) (3 \times 7 - 6 \times 8) + 15 - 10;$$

$$v) ((5 + 7) : 24) \times 16 - 5;$$

b) agar oraliq natijalar faqat butun sonlar bo'lsa, bu ifodalarning qaysilari qiymatga ega bo'ladi?

7.1.4. Hisoblang.

$$a) \frac{5}{7} : 2\frac{2}{5} \times 5\frac{1}{4} : 1\frac{1}{6} \times \frac{2}{5};$$

$$b) 12\frac{1}{9} - 10\frac{2}{5} : 38\frac{1}{2} + 2\frac{8}{9} \times 18;$$

7.1.5. Amallarni bajaring.

$$a) \frac{(2,1-1,965):(0,12 \times 0,45)}{0,0325:0,13} + \frac{1:0,25}{0,16 \times 6,25};$$

$$b) \frac{1}{7} \times \left(\frac{2,5+3\frac{1}{3}}{2,5-3\frac{1}{3}} : \frac{4\frac{3}{5}+2\frac{1}{3}}{4,6-2\frac{1}{3}} \right) : \left(\frac{0,25-0,2}{\frac{1}{7}-0,125} - 0,2 \right);$$

7.1.6. Ifodaning qiymatini toping

$$\frac{6,8 \cdot 0,04 \cdot 1,64}{3,3 \cdot 5,1 \cdot 0,16};$$

$$7.1.7. (4 + \sqrt{7})(4 - \sqrt{7}) : 5^2;$$

$$7.1.8. 3^3 - 4^3 + 2^3 \times 3^3$$

$$7.1.9. (44 - 26) \times 30 + 63 \times 62 + \frac{2}{3}$$

$$7.1.10. (216+343-125)+512-(345:21)$$

1.2. O'zgaruvchili ifodaning aniqlanish sohasi. Ayniyat

Ma'lumki, amal belgilari bilan birlashtirilgan sonlar, harflar va qavslardan iborat ifodalarga o'zgaruvchili ifodalar deyiladi.

Bundagi harf o'zgaruvchi vazifasini bajarsa, unda berilgan ifodani

o'zgaruvchili ifoda deyiladi.

O'zgaruvchining ifoda ma'noga ega bo'ladigan qiymatlari to'plamiga o'zgaruvchili ifodaning aniqlanish sohasi deyiladi.

$x+7$, $3x$, $\frac{4y}{x}$ ko'rinishdagi ifodalar o'zgaruvchi qatnashgan ifodalar deyiladi.

Bular $f(x) = x+7$, $f(x) = 3x$, $f(x,y) = \frac{4y}{x}$ kabi belgilanadi.

O'zgaruvchining ifodani sonli qiymatga ega bo'ladigan, sonli ifodaga aylantiradigan qiymatlar to'plami o'zgaruvchili ifodaning aniqlanish sohasi deyiladi.

Masalan:

$f(x) = x+7$, ifodaning aniqlanish sohasi barcha haqiqiy sonlar to'plami bo'ladi

$$f(x) = \frac{7x}{x-4} \text{ ifodaning aniqlanish sohasi bo'ladi.}$$

$$X = (-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$$

$f(x) = \sqrt{2x}$ ifodaning aniqlanish sohasi $X = [0; +\infty)$ to'plam bo'ladi.

$$f(x) = \frac{1}{x-1} + \sqrt{x} \text{ ifodaning aniqlanish sohasi } [0; 1) \cup (1; \infty) \text{ bo'ladi.}$$

Ta'rif. Agar $f(x)$ va $\varphi(x)$ ifodalar o'zgaruvchining barcha qiymatlarida teng bo'lsa, u holda $f(x)$ va $\varphi(x)$ lar aynan teng ifodalar deyiladi va $f(x) = \varphi(x)$ ko'rinishda belgilanadi. (Aniqlanish sohalari bir xil bo'lgandagina bajariladi.)

Agar ifoda ikkita x, y , o'zgaruvchidan iborat bo'lsa, uning aniqlanish sohasi (x, y) kabi juftlik ko'rinishida bo'ladi.

X to'plamda aniqlangan ikkita ifoda aniqlanish sohasining barcha qiymatlarida bir xil qiymatga ega bo'lsa, ular aynan teng ifodalar deyiladi. Chap va o'ng tomonlari aynan teng ifodalardan iborat bo'lgan tenglik ayniyat deyiladi.

Ta'rif. Ifodani o'ziga aynan teng ifodaga almashtirish aynan almashtirish deyiladi.

X to'plamda aniqlangan ikkita ifoda aniqlanish sohasining barcha qiymatlarida bir xil qiymatga ega bo'lsa, ular aynan teng ifodalar deyiladi.

Chap va o'ng tomonlari aynan teng ifodalardan iborat bo'lgan tenglik ayniyat deyiladi.

Masalan:

$$3(x+1) \equiv 3x+3$$

$$(x+y)^2 \equiv x^2 + 2xy + y^2$$

Bular ayniyatlar

Yozma mashq

7.1.11-misol. Ushbu $\frac{3x+5}{x^2-4}$ ifodani aniqlanish sohasini toping.

Yechish: Berilgan ifoda kasrning maxraji nol bo'lganda ma'noga ega bo'lmaydi. Shunga ko'ra ifoda $x^2-4=0 \Rightarrow x=2, x=-2$ larda ma'noga ega emas. Agar berilgan ifodaning aniqlanish sohasini A bilan belgilasak, u holda u - 2 va 2 dan boshqa barcha haqiqiy sonlardan tuzilgan bo'ladi:

$$A =]-\infty; -2[\cup]-2; 2[\cup]2; +\infty[$$

7.1.12-misol. X ning qanday qiymatlarida

$$3x-2 = (4x+1) - (3+x)$$

ayniyat bo'ladi?

Yechish: Tenglikdagi qavslarni ochib, soddalashtiramiz:

$$3x-2 = 4x+1-3-x,$$

$$3x-2 = 3x-2$$

$3x-2$ ifoda x inng barcha qiymatlari uchun ma'noga ega. Shunga ko'ra tenglikning aniqlanish sohasi $A =]-\infty; +\infty[$.

to'plamdan iborat. Demak, berilgan tenglik x ning barcha qiymatlari uchun ayniyat bo'ladi.

7.1.13-misol. x ning qanday qiymatida $8x+9 + \frac{1}{x-4} - \frac{1}{x-4} = 8x+9$ tenglik ayniyat bo'ladi?

7.1.14-misol. O'zgaruvchining qanday qiymatida $\frac{1}{x-1}$ ifoda ma'noga ega emas?

7.1.15-misol. O'zgaruvchining qanday qiymatida $\sqrt{5x-3}$ ifoda ma'noga ega emas?

7.1.16-misol. Ushbu $5x^2 - 3x + 8$ ifodaning aniqlanish sohasini toping.

7.1.17.-misol

Ushbu $\frac{10}{(x+2) \times (x-1)}$ ifodaning aniqlanish sohasini toping.

7.1.18. misol x ning qanday qiymatida

$$\frac{(x+2) \cdot (x-3)}{(x-3)} = x+2 \text{ tenglik ayniyat bo'ladi?}$$

7.1.19-misol. x ning qanday qiymatida

$$\sqrt{x^2} = x \text{ tenglik ayniyat bo'ladi?}$$

7.1.20-misol. x ning qanday qiymatida

$$\frac{x^2-x}{x} = x-1 \text{ tenglik ayniyat bo'ladi?}$$

7.1.22-misol. Ayniyatlarni isbotlang:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Yechish: $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ya'ni

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

7.1.23-misol. Ayniyatni isbotlang:

$$a^2 + b^2 + c^2 - 3ab = (a+b+c) \cdot (a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)$$

Ko'rsatma. Bunda tenglikning ikkinchi qismidan uning birinchi qismini keltirib chiqarish qulay

7.1.24. Quyidagi yozuvlarning qaysilari harfiy ifoda sanaladi.

a) $2a + b - 4$; d) $0,3(x-2) + 42 : 2$;

b) $2a + b = 4$; e) $7y - 5 = 4y + 1$;

f) $36:6+4 \times 9-5$

7.1.24. Quyidagi ifodalardan qaysilari o'zgaruvchili ifoda bo'ladi:

a) $3x + 8y - 2$ b) $3x + 8y = 4$; v) $3(x+2) - 42$;

g) $42 : 2 = 3.4 + 12$; d) $2(15 - 3,2x) - 2y$; g) $x - k$

7.1.25. O'zgaruvchining qanday qiymatida ifoda ma'noga ega emas?

a) $\frac{2x}{5x-3}$ b) $\frac{3x}{x^2-7x+121}$; v) $\frac{12x-1}{x+5}$; g) $7x-3$?

7.1.26. Ifodalarning aniqlanish sohasini toping;

a) $\frac{5x}{x-3}$;

b) $\frac{x^2+4}{x^2-4}$

v) $\frac{3x^2-5x}{x-1}$

g) x^2+4 d) $12x-3$ e) $x+4$

7.1.27. x ning qanday qiymatida ayniyat bo'ladi:

a) $(2x-1)^2 = 2x-1$

b) $3x + \frac{2}{x-5} + 9 - \frac{2}{x-5} = 3x+9$

7.1.28. Ayniyatlarni isbotlang:

a) $x^3-x^2+27-8x=27+x^3-x^2-8x$

b) $(a^2+b^2)(x^2+y^2) = (ax+bx)^2 + (by+ay)^2$

7.1.28. Ayniyatlarni isbotlang;

a) $(a^2+b^2)(x^2+y^2) = (ax+by)^2 + (bx+ay)^2$;

b) $\frac{x}{(x-y)(x-z)} + \frac{y}{(y-x)(y-z)} + \frac{z}{(z-y)(z-x)} = 0$;

7.1.29. Quyidagi tengliklar x ning qanday qiymatlarida ayniyat bo'ladi:

a) $\frac{(x+2)(x-3)}{x-3} = x+2$;

b) $\frac{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}} = \frac{1}{x}$?

7.1.30. $\frac{x^2-x}{x}$ va $x-1$ ifodalar qaysi sonli to'plamda aynan teng bo'ladi?

7.1.31. Quyidagi tengliklarning rostligini tekshiring:

a) $\frac{3a^2-b^2}{3a-b(a+4b)} - \frac{(4b-a)(b+a)}{a^2+b^2} = 0$

Bunda $a=3, b=2$;

b) $\left(\frac{1}{p-2q} + \frac{6q}{4q^2-p^2}\right) : \left(\frac{p^2+4q}{p^2-4q^2+1}\right) = -\frac{1}{2p}$;

bunda $p=1, q=-2$;

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollari:

1. Sonli ifoda nima va uning sonli qiymati qanday topiladi?
2. Sonli tenglik va tengsizlik nima va ularning qanday xossalari bor?
3. O'zgaruvchili ifoda ta'rifini bering va uning aniqlanish sohasini ko'rsating.
4. Ifodalarni aynan almashtirish nima? Ayniyatga ta'rif bering va misol keltiring.

7.2-Mavzu: TENGLIKLAR. TENGSIZLIKLAR

7.2.1. Sonli tengliklar va tengsizliklar

1. a va b – ikkita sonli ifoda bo'lsin. Ularni tenglik belgisi bilan birlashtiramiz. $a=b$ degan jumla hosil qilamiz, bu jumla sonli tenglik deyiladi. Masalan $3+2$ va $6-1$ sonli ifodalarni olamiz va ularni tenglik belgisi bilan birlashtiramiz $3+2=6-1$ sonli tenglik hosil bo'ladi. Bu jumla rost. Agar $3+2$ va $7-3$ sonli ifodalarni tenglik belgisi bilan birlashtirsak, $3+2=7-3$ sonli tenglikni hosil qilamiz. Bu jumla yolg'on.

2. a va b – ikkita sonli ifoda bo'lsin. Ularni $>$ (yoki $<$) belgisi bilan birlashtiramiz. $a>b$ (yoki $a<b$) jumla hosil bo'ladi. Bu jumla sonli tengsizlik deyiladi. Masalan: agar $6+2$ va $13-7$ ifodalarni $>$ belgisi bilan birlashtirilsa, sonli tengsizlik $6+2>13-7$ hosil bo'ladi. Bu jumla rost. Agar shu ifodalarni $<$ belgisi bilan birlashtirilsa, yolg'on tengsizlik $6+2<13-7$ hosil bo'ladi. Shunday qilib, mantiqiy nuqtai nazardan sonli tengsizlik – bu rost yoki yolg'on mulohazadir. Rost sonli tengsizlikning ba'zi xossalari keltiraylik.

Agar $a>b$ rost sonli tengsizlikning ikkala qismiga ma'noga ega bir xil

sonli ifoda c qo'shilsa, yana rost sonli tengsizlik $a+c > b+c$ hosil bo'ladi.

agar $a > b$ rost sonli tengsizlikning ikkala qismi ma'noga ega va musbat qiymatlar qabul qiladigan bir xil c sonli ifodaga ko'paytirilsa, yana rost sonli tengsizlik $ac > bc$ hosil bo'ladi.

agar $a > b$ rost sonli tengsizlikning ikkala qismi ma'noga ega va manfiy qiymatlar qabul qiladigan bir xil c sonli ifodaga ko'paytirilsa, yana rost sonli tengsizlik $ac < bc$ hosil qilish uchun tengsizlik belgisini qarama-qarshisiga o'zgartirish zarur.

Agar A va B sonli ifodalar bo'lsa, u holda $A=B$ sonli tenglik deyiladi.

$A > B$ sonli tengsizlik deyiladi.

$$A = B \Leftrightarrow q(A) = q(B)$$

$$A > B \Leftrightarrow q(A) > q(B)$$

Yozma mashq

1. Tengliklarning rostligini tekshiring:

a) $8833 = 8^2 + 3^2$

Tekshiramiz. $8^2 = 7744$

$$3^2 = 1089$$

$$8833 = 7744 + 1089$$

$$8833 = 8833$$

Javob: Tengliklar rost ekan.

b) $\frac{1917}{852} = 2\frac{1}{4}$;

d) $(4 + \sqrt{7})(4 - \sqrt{7}) = 3^2$

c) $|7 - 9| = |9 - 7|$

e) $\sqrt[3]{64} = -4$

k) $3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$

l) $4626 \times 9396 = 6939 \times 6264$

2. Tengsizliklarning rostligini tekshiring:

a) $675 + 872 > (6^3 + 7^3 + 5^3) + (8^3 + 7^3 + 2^3)$

b) $1973 > (1+9+7+2)(1^2+7^2+2^2) - 197 \times 2 - (197-2)$

c) $1971 > 19 \times 72 + 197 \times 2 + (197-2) + (1+9+7+2)$

d) $(216+343+125)+512+343+8$

3. Quyidagilar tog'rimi tekshiring?

a) $\frac{6,8 \times 0,04 \times 1,65}{3,3 \times 5,1 \times 0,16} < (12\frac{1}{9} - 10\frac{2}{5})$;

b) $\frac{5}{57} : 2\frac{2}{5} \times 5\frac{1}{4} > 38\frac{1}{2} + 2\frac{8}{9} \times 18$;

d) $6,4 \times (2-3) > 6(0,8 \times 1 - 1) + 6,8$;

e) $(\frac{1}{3} + 1) : 7 = (\frac{3}{4} + 1) : 9$

7.3-Mavzu: TENGLAMALAR VA TENGSIZLIKLAR

3.1. Bir noma'lumli tenglamalar. Teng kuchli tenglamalar

1. Barcha haqiqiy sonlar to'plami R da quyidagi x noma'lumli ikkita ifoda berilgan bo'lsin: $f(x) = 6x + 2$ va $q(x) = 3x - 4$.

Bu ifodalarni tenglik ishorasi orqali birlashtiramiz. Natijada quyidagi predikatga ega bo'lamiz $f(x) = q(x)$. Bu predikat x noma'lumning ba'zi bir qiymatlarida rost sonli tenglikka, boshqalarida esa yolg'on sonli tenglikka aylanadi. Masalada $x = -2$ bo'lganda $10 = 10$ rost sonli tenglikka ega bo'lamiz,

$$6(-2) + 2 = 3 \cdot (-2) - 4$$

$x = 1$ bo'lganda esa, $8 = -1$ yolg'on sonli tenglikka ega bo'lamiz. $6x + 2 = 3x - 4$ predikatni tenglama deb ataymiz. Endi tenglamaga umumiy ta'rif beraylik.

Ta'rif. X to'plamda x noma'lumli ikkita $f(x)$ va $q(x)$ ifoda berilgan bo'lsin. $f(x) = q(x)$, $x \in X$ ko'rinishdagi predikatni bir noma'lumli tenglama deb ataladi.

2. X to'plamdan olingan har qanday sonni $f(x) = q(x)$ tenglamadagi x o'rniga qo'yilganda rost sonli tenglik hosil bo'lsa, u holda bunday sonni berilgan tenglamaning ildizi yoki yechimi deb ataladi. Bunday sonlar to'plamini esa tenglamaning yechimlar (ildizlar) to'plami deb ataladi. Tenglamani yechish - bu tenglamaning yechimlar to'plamini topish demakdir.

Masalan, $x^2 - 4x + 3 = 0$ tenglama ikkita ildizga ega 1 va 3. Demak, bu tenglamaning yechimlari to'plami $T = \{1; 3\}$ ko'rinishda

bo'ladi.

Bir noma'lumli tenglamalarni barcha haqiqiy sonlar to'plamida qaralsa u bitta, ikkita, bir nechta va cheksiz ko'p yechimga ega bo'lishi mumkin. Ba'zan esa birorta ham yechimga ega bo'lmasligi ham mumkin.

Birinchi darajali, bir noma'lum(o'zgaruvchi)li tenglama eng sodda ko'rinishi $ax + b = 0$ bo'ladi va birinchi darajali bir noma'lumli tenglamalarni yechish tenglamalarning quyidagi xossalriga asoslangan:

1. Tenglamaning istalgan hadini uning ishorasini qarama-qarshisiga o'zgartirgan holda bir tomondan ikkinchi tomonga olib o'tish mumkin.
2. Tenglagmaning ikkala qismini nolga teng bo'lmagan bir xil songa ko'paytirish yoki bo'lish mumkin.

Bu xossalar birinchi darajali istalgan tenglamani yechishga imkon beradi Birinchi darajali bir noma'lumli tenglamani yechish bosqichlari:

1) Tenglama kasr ko'rinishda bo'lsa, umumiy maxraj berib kasrdan qutqariladi.

2) noma'lumdan tuzilgan hadlarni tenglamaning chap qismiga, noma'lum qatnashmagan hadlarni esa uning o'ng qismiga ajratiladi

3) o'xshash hadlar ixchamlanadi va $ax = b$ ko'rinishga keltiriladi.

4) agar noma'lum oldidagi koeffitsienti nolga teng bo'lmasa, tenglamaning ikkala qismini ana shu koeffitsientga bo'lib x ning qiymati aniqlanadi.

$$x = \frac{b}{a}$$

Predikat kabi tenglama ham quyidagi ikkita to'plam bilan bog'liq bo'ladi:

Noma'lumning yo'l qo'yiladigan qiymatlar to'plami X (predikatning aniqlanish sohasi).

Tenglamaning ildizlar to'plami T (predikatning rostlik to'plami).

Tenglamaning ildizlar to'plami T noma'lumning qiymatlar to'plami X ning to'plam ostidir, ya'ni $T \subset X$.

Tenglama ma'noga ega bo'ladigan qiymatlar to'plami berilgan tenglamaning aniqlanish sohasi deb ataladi.

$$x + \frac{1}{x-4} = 7 + \frac{1}{x-6} \text{ tenglamadagi } \frac{1}{x-4} \text{ kasr } x=4 \text{ da, } \frac{1}{x-6} \text{ kasr}$$

esa $x=6$ da ma'noga ega emas. Shuning uchun $x = 4$ va $x = 6$ lar tenglamaning ildizi bo'la olmaydi. Demak, tenglamani yechishdan oldin tenglama ma'noga ega bo'ladigan qiymatlarni topib olish foydali bo'lar ekan.

$$x + \frac{1}{x-4} = 7 + \frac{1}{x-6} \text{ tenglamaning aniqlanish sohasi } 4 \text{ va } 6 \text{ dan}$$

boshqa barcha haqiqiy sonlar to'plamidan iborat bo'ladi. Bu to'plamni quyidagicha yozish mumkin: $A =]-\infty, 4[\cup]4, 6[\cup]6, +\infty[$

Yechimlar to'plami T esa $T \subset A$ bo'ladi.

Ta'rif. X to'plamda ikkita $f(x) = \varphi(x)$ va $f_1(x) = \varphi_1(x)$ tenglamalar berilgan bo'lib, bu tenglamalarning yechimlari to'plami T_1 va T_2 lar bir xil bo'lsa, u holda bu tenglamalarni teng kuchli tenglamalar deb ataladi.

Misollar:

1-misol. $3x-4=2$ va $3x=6$ tenglamalar barcha natural sonlar to'plami N da berilgan bo'lsin. Ular teng kuchlidir, chunki $T_1 = \{2\}$, $T_2 = \{2\} \Rightarrow T_1 = T_2$.

Z da $3x-4=2$ va $x^2+5x+6=0$ tenglamalar berilgan bo'lsin. $T_1 = \{2\}$ va $T_2 = \{-2, -3\}$ bo'lganligi sababli bu tenglamalar teng kuchli bo'la olmaydi.

Yozma mashq

7.3.1. Ushbu $(x+3)(x-2) = (4x-7)(x-2)$ va $x+3=4x-7$ tenglamalar teng kuchlimi?

Birinchi tenglamaning ikkala qismini $\frac{1}{x-2}$ ga ko'paytirib, ikkinchi

tenglama hosil qilinadi. Bu ifoda $x=2$ bo'lganda aniqlanmagan. Shuning uchun berilgan tenglamalar haqiqiy sonlar to'plamining.

2 dan boshqa barcha elementlari uchun teng kuchli bo'ladi.

7.3.2. Tenglamani yeching:

$$7x-10=5x+3.$$

Yechish: Tenglamadan $x = 6,5$ ekanligini topamiz, ya'ni berilgan tenglama yagona yechimga ega.

Ba'zan tenglama cheksiz ko'p yechimlarga ega bo'lishi yoki yechimlarga ega bo'lmasligi mumkin. Masalan:

7.3.3. Ushbu tenglamani yeching?

$$3 \times (4-7x) + 2 = 5-21x.$$

Yechish: Qavslarni ochib, soddalashtiramiz:

$$12-21x+2=5-21x,$$

$$21x-21x=5-14$$

$$0=-9.$$

Tenglamani yechishda noto'g'ri tenglik hosil bo'ldi. Demak, berilgan tenglama ildizlarga ega emas. Yechim: $\emptyset$

7.3.4. Tenglamani yeching?

$$(2x+3)5-7=8+10x.$$

Yechish: Qavslarni ochib, soddalashtiramiz:

$$10x+15-7=8+10x,$$

$$10x-10x=8+7-15,$$

$$0=0.$$

Tenglamani yechishda to'g'ri tenglik hosil bo'lganligi uchun berilgan tenglama cheksiz ko'p yechimlarga ega. Yechim: $]-\infty; +\infty[$

7.3.5. Ushbu $ax - 2a = 3 + x$

tenglamani x o'zgaruvchiga nisbatan yeching?

Yechish:

$$ax-x=3+2a;$$

$$x(a-1)=3+2a.$$

Bundan $x = \frac{3+2a}{a-1}$ bo'ladi. $a=1$ bo'lsa,

$a-1=0$ bo'lib, tenglama yechimga ega emas.

$a \neq 1$ bo'lganda $a-1 \neq 0$ bo'lib,

$ax - 2a = 3 + x$ tenglama a ning 1 dan boshqa qiymatlaridagina

yechimga ega. Bu yechim: $x = \frac{3+2a}{a-1}$ bo'lar ekan.

$$\text{Javob: } x = \frac{3+2a}{a-1}$$

7.3.6. k ning qanday qiymatida $14x+7=12$ va $(2x+1)k=12$ tenglamalar o'zaro teng kuchli bo'ladi?

7.3.7. Ushbu tenglamaning aniqlanish sohasini va yechimlar to'plamini

toping!

$$\frac{x}{2x-1} + \frac{25}{4x^2-1} = \frac{1}{27} - \frac{26-13x}{2x^2-5x+2}$$

$$A = (-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}; 2) \cup (2; +\infty) \quad (1)$$

Yechish:

$4x^2-1$ va $2x^2-5x+2$ ifodalarning umumiy karralisini topamiz.

$$4x^2-1 = (2x-1)(2x+1).$$

$Ax^2+Bx+C=a(x-x_1)(x-x_2)$ formulaga ko'ra:

$$2x^2-5x+2 = (2x-1)(x-2). \text{ Bunda } x_1 = \frac{1}{2} \quad \text{va} \quad x_2 = 2$$

bo'lib, ular kvadrat uchhadning ildizlari. Ko'phadlarning hadlarini ko'paytuvchiga ajratilgan ko'rinishini o'rniga qo'ysak, berilgan tenglama

$$\frac{x}{2x-1} + \frac{25}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{1}{27} - \frac{13(2-x)}{(2x-1)(x-2)}$$

ko'rinishshga keladi. Bu tenglamaning aniqlanish sohasi

$$A = (-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}; 2) \cup (2; +\infty)$$

bo'ladi. $x \neq 2$ bo'lganda oxirgi ifodaning surat va maxrajini $(x-2)$ ga qisqartirish mumkin.

Bu kasr ko'rinishidagi tenglama uchun

$$27(2x-1)(2x+1)$$

umumiy maxraj bo'ladi.

1. Kasr ko'rinishidagi tenglamani yechish uchun umumiy maxraj berib kasrdan qutqaramiz.

2. Zarur amallarni bajarib,

$$2x^2 - 27x + 13 = 0 \quad (2)$$

kvadrat tenglamani hosil qilamiz.

3. Hosil bo'lgan (2) tenglama berilgan (1) tenglamaga teng kuchli. Uning ildizlarini

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (3) \text{ dan topsak}$$

$x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 13$ kelib chiqadi, ammo, aniqlanish sohasida $x \neq \frac{1}{2}$ edi.

Javob: Aniqlanish sohasi $x \neq \pm \frac{1}{2} \quad x \neq 2$

$$A = (-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}; 2) \cup (2; +\infty)$$

Yechimlar to'plami: $T = \{13\}$ ekan.

7.3.8-misol. Tenglamalarni yeching?

$$a) x^2 + 13 = 17 - 2x^2 \quad b) 3x^2 - 2x - 8$$

7.3.9-misol. Agar a) $x \in R$, b) $x \in Q$, d) $x \in Z$, e) $x \in N$,

bo'lsa, $x(x-2) = 48x^2 = 7x + 7 = 0$ va $5x^2 - 2x = 0$ tenglamalarning yechimlar to'plamini toping.

7.3.10. Bir o'zgaruvchili tenglamalarning yechimlar to'plamini toping:

$$a) x^2 + 4 = 0, x \in R; c) |x| = |x+2|, x \in R;$$

$$b) x = x, x \in Z; d) \frac{3x-2}{x-3} = \frac{15x-3}{x^2-9} - \frac{x-4}{x+3},$$

7.3.11-misol. Quyidagi yozuvlarning qaysilari tenglama bo'ladi, qaysilari tenglama bo'la olmaydi, nima uchun?

$$a) 3x + 1 = 4;$$

$$b) 11 < 7;$$

$$e) 0,6 - 3 + 4x = 5;$$

$$f) 22 + 8 = 44 - 17;$$

$$c) x^2 + 5x = 7;$$

$$b) 7x^2 - 2 \times (6x - 8);$$

7.3.12. Tenglamalar berilgan:

$$a) x^2 = a^2 x;$$

$$b) ax^2 - 4 = 0$$

$$c) ax - a^2 = 4 - 2x;$$

$$d) a + x = a^2 x - 1;$$

Parametrning qanday qiymatlarida bu tenglamalar;

1) bitta yechimga ega bo'ladi;

2) yechimga ega bo'lmaydi?

3) cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladi;

7.3.13-misol. Tenglamalarning aniqlanish sohasini va yechimlar to'plamini toping:

$$a) \frac{2}{x^2 - x + 1} = \frac{1}{x+1} + \frac{2x-1}{x^3+1}; \quad b) \frac{2(x^2+1)}{2x-1} - \frac{4x^3-13}{4x^2-1} = 1;$$

7.3.14. Tenglamalarni yeching:

$$a) 2,4(2-3x) = 5(0,8x-2) + 3,6$$

$$b) 3(4\frac{3}{8}x + 5\frac{1}{16}) \times \frac{4}{15} = \frac{5}{12}x + 2\frac{2}{5};$$

$$c) (\frac{1}{3} + x) : 12 = (\frac{3}{4} + 2x) : 16;$$

$$e) \frac{3x-11}{4} - \frac{3-5x}{8} = \frac{x+6}{2};$$

7.3.15. Tenglamalarni yeching:

$$a) 3x + 17 = 5x - 4;$$

$$b) -x + 1 = 4 - x;$$

$$v) (6-3x)4 + 2x = 4;$$

$$g) \frac{7}{9}(x-1) = \frac{1}{5}(x-4)$$

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollari:

1. Bir nomalumli tenglama deb nimaga aytiladi?
2. Bir nomalumli tenglamalarni yechish bosqichlarini ayting?
3. Kvadrat tenglamaning yechimlarini topish fo'rmulasini ayting?
5. Qanday holda tenglama yechimga ega bo'lmaydi?
6. Qanday holda tenglama cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladi?

3.2. Bir o'zgaruvchili tengsizlik. Teng kuchli tengsizlik

$f(x) < g(x)$; $f(x) > g(x)$; $f(x) \geq g(x)$, $f(x) \leq g(x)$ kabi ko'rishishda bo'ladi. Bunda x va $g(x)$ lar bir o'zgaruvchili ifodalardir. Bir o'zgaruvchili tengsizliklarni to'g'ri sonli tengsizlikka aylantiruvchi qiymatlar tengsizlikning yechimlar to'plamini tashkil qiladi.

X to'plamda aniqlangan ikkita tengsizlikning yechimlar to'plami bir xil bo'lsa, ular teng kuchli tengsizliklar deyiladi.

1-teorema. Agar tengsizlikning ikkala qismiga A to'plamda aniqlangan $b(x)$ ifoda qo'shilsa (ayrilsa), u holda, shu to'plamda berilgan tengsizlikka teng kuchli tengsizlik hosil bo'ladi.

2-teorema. Agar tengsizlikning ikkala qismini A to'plamning barcha elementlarida musbat bo'lgan $b(x)$ ifodaga ko'paytirilsa (bo'linsa), u holda berilgan tengsizlikka teng kuchli tengsizlik hosil bo'ladi.

3-teorema. Agar tengsizlikning ikkala qismini A to'plamning barcha qiymatlarida manfiy bo'lgan $b(x)$ ifodaga ko'paytirilsa (bo'linsa) va tengsizlik belgisi qarama-qarshisiga o'zgartirilsa, u holda berilgan tengsizlikka teng kuchli tengsizlik hosil bo'ladi.

Yozma mashq

7.3.1-misol. Quyidagi tengsizliklarni yechmasdan, ularning teng kuchli yoki teng kuchli emasligini aniqlang:

a) $x^2 - 1 > 2(x^2 + 3)$ va $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 3} > 2$

Ikkinchi tengsizlikni umumiy maxrajga keltirsak

$$x^2 - 1 > 2(x^2 + 3),$$

ya'ni, birinchi tengsizlik hosil bo'ladi. x^2+3 ifoda barcha $x \in \mathbb{R}$ lar uchun aniqlangan va musbat. Demak, berilgan tengsizliklar teng kuchli.

b) $x^2 + 3x - 7 > 3$ va $x^2 + 3x - 10 > 0$.

Bu tengsizliklar ham birinchi teorema ko'ra teng kuchli, ya'ni birinchi tengsizlikning har ikki qismidan 3 ni ayirsak, ikkinchi tengsizlik kelib chiqadi.

$$v) \frac{2x+2}{x+5} > 9 \text{ va } 2x+2 > 9x+45$$

Birinchi tengsizlikning ikkala qismini $x+5$ ifodaga ko'paytirilsa, ikkinchi tengsizlik kelib chiqadi. Lekin, $x = -5$ bo'lganda tengsizlik ma'noga ega emas. Demak, bu ikki tengsizlik haqiqiy sonlar to'plamida teng kuchli emas. Ammo, $\mathbb{N}$ -natural sonlar to'plamida teng kuchli bo'ladi.

7.3.2-misol. Tengsizliklarni sonlar o'qida ko'rsating:

a) $E = \{x \in \mathbb{R}, x \leq 3\}$.

Javob.  10 9 8 7 6 5 4 3 2 1
-4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6

$$b) E = \{x / x \geq -4\frac{1}{2}\}$$

Javob, 

v) $E = \{x / x - 3, 2 \leq x \leq 3\}$.

7.3.3-misol. Tengsizlikni yeching:

$$x - \frac{x}{4} > \frac{3x^2}{2x} + 12$$

Yechish. Tengsizlikning ikkala qismini 4 ga ko'paytiramiz:

$$4x - x > 6x + 48, \quad x \neq 0$$

Noma'lumdan iborat hadlarni tengsizlikning chap qismiga, ma'lum hadlarni esa o'ng qismiga o'tkazamiz:

$$4x - x - 6x > 48.$$

O'xshash hadlarni ixchamlaymiz:

$$-3x > 48.$$

Tengsizlikning ikkala qismini -3 ga bo'lamiz ?

$x < -16$

Javob. $]-\infty;-16[$

7.3.4-misol. x ning qanday qiymatida $\frac{1}{3-x}$ kasr manfiy qiymatga ega bo'ladi?

7.3.5 -misol. Tengsizlikni x ga nisbatan yeching?

a) $a(x+2) > x+1$.

7.3.6-misol. $4p^2x + 4k^2x > 10$.

7.3.8-misol. Tengsizliklarni yeching va yechimlar to'plamini sonlar o'qida tasvirlang: a) $2x^2 - 8 < 0$

$$b) \frac{2x+2}{x+5} > 0$$

Yechish: a) $2x^2 - 8 < 0 \rightarrow x^2 - 4 < 0$
 $x^2 - 4 = 0$ tenglamaning $x = -2$ va $x = 2$ yechimlari R to'plamni uchta bo'lakka ajratadi. $x^2 - 4 < 0$ tengsizlikning yechimini shu oraliqdagi funktsiyaning ishorasini aniqlash bilan topamiz.

$]-\infty; -2[$, oraliqda musbat, chunki $(-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5 > 0$.

$]-2; 2[$ oraliqda manfiy, chunki $0^2 - 4 = -4 < 0$.

$]2; +\infty[$ oraliqda musbat, chunki $3^2 - 4 = 5 > 0$.

Demak, $]-2; 2[$ oraliqdagi qiymatlarga $x^2 - 4 < 0$

va $2x^2 - 8 < 0$ tengsizlikni qanoatlantiradi.

Javob. $]-2; 2[$. 

7.3.9-misol. $x^2 + 5x + 6 > 0$

7.3.10-misol. Tengsizliklarni sonlar o'qida ko'rsating.

g) $E = \{x / 3,6 \leq x \leq 6\}$.

d) $E = \{x / -8,3 < x \leq 0\}$.

7.3.11-misol. Tengsizlikni x ga nisbatan yeching:

v) $2ax + 3 > a + 6x$.

7.3.12-misol. Tengsizliklarni sonlar o'qida ko'rsating:

a) $A = \{x / x < -2\}$;

v) $A = \{x / -7,1 < x < 0,5\}$;

b) $A = \{x / x \leq 5,2\}$;

g) $A = \{x / 3 \leq x < 7,1\}$.

7.3.13-misol. Tengsizlikni oraliqlar usulida yeching?

$$(x-3)(x^2-9)(x-2) \geq 0$$

7.3.14-misol. Yeching: $\frac{x-3}{x-2} \leq 0$

7.3.15-misol. Tengsizlikni yeching va son o'qida ko'rsating?

$$\frac{x^2-2x-3}{x^2-3x+2} < 0$$

7.3.16-misol. Tengsizliklarni yeching:

a) $\left(\frac{x^2+2x+3}{x+9}\right) > 0$

b) $\frac{x+5}{x-4} < 0$

7.3.17-misol. Tengsizlikni yeching va yechimini sonlar o'qida tasvirlang:

a) $\left(\frac{3}{4}x - \frac{2}{5}\right) - \left(\frac{7}{12}x + 0,3\right) < 5,8 - \left(\frac{2}{3}x + 0,6\right)$

b) $(0,4x - 2) - (1,5x + 1) > 3,6 + (-4x - 0,8)$

7.3.18-misol. $x^2 + 3x + 10 < 0$

7.3.19-misol. Ushbu $\frac{x^2-1}{x^2+2}$ ifoda qanday holda manfiy qiymatga ega bo'ladi?

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollari:

1. Bir noma'lumli tengsizliklarning (ildizi) yechimi va (ildizlari) yechimlari to'plami deb nimaga aytiladi?
2. Teng kuchli tengsizliklar ta'rifini ayting va misol keltiring.
3. Teng kuchli tengsizliklar haqidagi birinchi teoremani isbotlang.
4. Teng kuchli tengsizliklar haqidagi ikkinchi teoremani ayting va isbotlang.
5. Teng kuchli tengsizliklar haqidagi uchinchi teoremani ayting va isbotlang.
6. Tengsizliklarni yechishning oraliqlar usulini tushuntiring.

3.3. Teng kuchli tenglamalar haqida teoremlar

Agar tenglamalarni yechish holatini qarasak, u holda berilgan tenglamani o'ziga nisbatan ancha sodda bo'lgan tenglamalar bilan almashtirib boramiz. Bu ishni biz to tenglamaning yechimlari (ildizlarini) ni topguncha davom ettiramiz. Bu almashtirishlarni bajarishda biz teng

kuchli tenglamalar haqidagi tushunchalar va teng kuchli tenglamalar haqidagi teoremlardan foydalanamiz.

1-teorema. Agar $f(x) = q(x)$, $x \in X$ (1) tenglamaning ikkala qismiga ham, $x \in X$ qiymatlarning barchasida ma'noga ega bo'lgan $\varphi(x)$ ifodani qo'shsak, u holda hosil bo'lgan $f(x) + \varphi(x) = q(x) + \varphi(x)$ $x \in X$ (2) tenglama berilgan $f(x) = q(x)$, $x \in X$, (1) tenglamaga teng kuchli bo'ladi.

2-teorema. Agar $f(x) = q(x)$, (3) tenglamaning ikkala qismini ham barcha $x \in X$ qiymatlarda nolga aylanmaydigan va ma'noga ega bo'lgan $\varphi(x)$ ifodaga ko'paytirsak u holda hosil bo'lgan $f(x)\varphi(x) = q(x) \cdot \varphi(x)$ (4) tenglama berilgan (3) tenglamaga teng kuchli bo'ladi.

Ikkinchi teoremaning qo'llanilishiga oid misolni ko'rib chiqamiz.

7.3.20-misol

$$\frac{6}{x+2} + \frac{x+2}{2-x} - \frac{x^2}{4-x^2} = 0 \text{ tenglama berilgan bo'lsin. dastlab, uning}$$

aniqlanish sohasini topib olamiz:

$$\begin{cases} x+2 \neq 0 \\ 2-x \neq 0 \\ 4-x^2 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 2 \\ (2-x)(2+x) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Endi tenglamani maxrajdan qutqaramiz. Buning uchun uni ikkala tomonini $4-x^2$ ga ko'paytiramiz. Hosil bo'lgan $12-6x+x^2+4x+4-x^2=0$ tenglama berilgan tenglamaga teng kuchli tenglama bo'ladi. 1-teoremaga asosan soddalashtirsak $-2x = -16$ tenglamani hosil qilamiz. Demak, tenglamaning yechimlar to'plami $T = \{8\}$.

3-teorema. Agar $f_1(x) \cdot f_2(x) \dots f_n(x)$ ifoda biror X to'plamda aniqlangan bo'lsa, u holda $f_1(x) \cdot f_2(x) \dots f_n(x) = 0$ tenglama quyidagi tenglamalarning dizyunktisiasiga teng bo'ladi, ya'ni $f_1(x) = 0 \vee f_2(x) = 0 \vee \dots \vee f_n(x) = 0$.

Masalan, $(x-1)(x-2)(x-3)=0$ tenglamani quyidagi dizyunktisiasi bilan almashtirish mumkin. $x-1 = 0 \vee x-2 = 0 \vee x-3 = 0$.

Boshlang'ich sinflarda tenglamalar yechilayotganda teng kuchli tenglamalar haqidagi tushunchalardan foydalanilmasdan, balki arifmetik

amallarning komponentlari va natijalari orasidagi bog'lanish haqidagi tushunchalarga asoslanadi.

7.3.21-misol Masalan, $4 \left(\frac{2x+6}{4} + 1 \right) = 20$ tenglamani yechaylik.

Bu yerda ko'paytuvchilardan birining tarkibida noma'lum qatnashmoqda. Shuning uchun ham ko'paytmani ikkinchi ko'paytuvchiga bo'lib, $\frac{2x+6}{4} + 1 = 5$ ga ega bo'lamiz. Endi noma'lum birinchi qo'shiluvchining tarkibida qatnashmoqda, uni topish uchun yig'indidan

ikkinchi qo'shiluvchini ayirish kerak: $\frac{2x+6}{4} = 4;$

Endi noma'lum bo'linuvchining tarkibida qatnashayapti, shuning uchun bo'linuvchi quyidagiga teng $2x+6=16$; bundan,

$$2x = 16 - 6$$

$$2x = 10$$

$$x = 10 : 2$$

$$x = 5$$

ni topish mumkin.

7.3.22-Misol. $7x-6=43$ tenglama bitta yechimga ega, $x=7$; $x^2-6x+5=0$ tenglama 1 va 5 dan iborat ikkita yechimga ega.

7.3.23-misol. $(x+1)(x-1)(x-2)(x-3)=0$ tenglamaning ildizlar to'plami esa quyidagichadir: $T = \{-1, 1, 2, 3\}$

7.3.24-misol. $x^2+4=0$ tenglamaning yechimlari bo'sh to'plam hosil qiladi, chunki bu tenglamani rost sonli tenglikka aylantiradigan birorta ham haqiqiy son mavjud emas. $5(x-6)=5x-30$ tenglama esa cheksiz ko'p yechimga ega, bu tenglamani R to'plamdan olingan har qanday son rost sonli tenglikka aylantiradi.

7.3.24-misol. k ning qanday qiymatida $2x+8=12$ va $5+2x+3=12$ k tenglamalar o'zaro teng kuchli bo'ladi?

Yechish: $2x+8=12$ tenglamani echib, x ning topilgan qiymatini

$5+2x+3=12$ k tenglamadagi x ning o'rniga qo'yib, k ning qiymatini

aniqlaymiz:

$k = 1$. Demak, $k = 1$ bo'lganda berilgan tenglamalar o'zaro teng quchli bo'ladi.

7.3.25-masala. A va B shaharlar orasidagi masofa 120 km. A shahardan B shaharga avtobus jo'naganidan 15 minut keyin shu yo'nalishda engil avtomobil avtobusdan 12 km/soat katta tezlik bilan jo'nadi. Engil avtomobil avtobusdan 5 minut oldin etib keldi. Engil avtomobil va avtobusning tezligini toping.

Yechish. Avtobusning tezligi $(x-12)$ km/soat.

Engil avtomobilning tezligi x km/soat.

Yengil avtomobil 120 km masofani $\frac{120}{x}$ soatda, avtobus esa shu masofani $\frac{120}{x-12}$ soatda bosib o'tadi

Engil avtomobil, 15 minut keyin jo'nab, 5 minut oldin etib kelgan,

ya'ni $20 \text{ min} = \frac{1}{3} \text{ soat}$ kam vaqt yo'lda bo'lgan. Demak,

$$\frac{120}{x-12} - \frac{120}{x} = \frac{1}{3}$$

Javob. 60. km/soat, 72. km/soat.

Yozma mashq

7.3.26-misol. Quyidagi tenglamalar jufti teng kuchli ekanligini isbotlang.

a) $2x - 1 + x^2 + 9 = 3x - 6 + x^2 + 9$ va $2x - 1 = 3x - 6$;

b) $(2x - 1)(x^2 + 9) = (3x - 6)(x^2 + 9)$ va $2x - 1 = 3x - 6$

7.3.27-misol. Quyidagi ikki o'zgaruvchili tenglamalar juftining teng kuchliligini isbotlang:

a) $x^2 + y^2 + 6x = 8y - 4$ va $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 4 = 0$

b) $x^3 - y^3 + 6x + 8 = 9x^2 + 5x + 9$ va $x^3 - y^3 + x = 9x^2 + 1$;

7.3.28-misol. To'g'ri to'rtburchakning yuzi 28 m^2 , uning bir tomoni b

m. Perimetri nimaga teng?

7.3.29-misol. Quyidagi tenglamalar jufti teng kuchlimi?

a) $(x+4)(x-1) = 5(x-1)$ va $x+4=5$;

b) $\frac{x^2}{4x^2+3} = \frac{2x^3+1}{4x^2-3}$ va $x^2 = 2x+1$;

7.3.30-misol. Tenglamalar teng kuchli bo'lgan to'plamni toping

a) $(x-1)(x+3) = 0$ va $x-2=0$; b) $10x-2=4$ va $5x-1=2$

7.3.31-misol. Tenglamalar haqiqiy sonlar to'plamida teng kuchlimi? 5 soni bu tenglamalarning ildizi bo'ladimi?

a) $\frac{6-x}{x-5} = 6 + \frac{1}{x-5}$;

b) $6-x = 6(x-5) + 1$;

Masalalar:

7.3.32-masala. Bir idishda ikkinchidagiga qaraganda 5 l ko'p suyuqlik bor. Birinchi idishga 10 litr, ikkinchisiga 35 litr qo'yishgandan keyin ikkinchi idishdagi suyuqlik birinchidagidan 2 marta ko'p bo'ldi. Dastlab birinchi idishda qancha suyuqlik bo'lgan? Ikkala idishda hammasi bo'lib qancha suyuqlik bo'ldi?

Yechish. 1) Birinchi idishda x l bor.

2) Ikkinchi idishda $(x+5)$ l bor.

3) Birinchi idishda $(x+10)$ l bo'ldi.

4) Ikkinchi idishda $(x+5+35)$ l bo'ldi.

5) Ikkinchi idishdagi suyuqlik birinchidagidan ikki marta ko'p bo'ldi.

Demak:

$$2(x+10) = x+5+35.$$

$x=20$ litr. Dastlab birinchi idishda 20 litr suyuqlik bo'lgan

Ikkala idishda hammasi bo'lib, $(x+10)+(x+5+35)=30+60=90$ litr suyuqlik bo'ldi

Javob. $x = 20 \text{ l}$, 90 l .

7.3.33-masala. Agar ikki shahar orasidagi masofani 1,8 soat bosib o'tadigan avtobusning tezligi 9 km/soat oshirilsa, u holda u shu masofani 1,5 soatda bosib o'tadi. Avtobusning dastlabki tezligini toping.

7.3.34-misol. Bir o'zgaruvchili tenglama va uning yechimi ta'rifini ayting.

Tenglamalarning teng kuchli bo'lish sharti qanday?

7.3.35-misol. Tenglamalarni yeching:

a) $13x + 37 = 15x - 24$;

b) $-2x + 21 = 14 - 30x$;

v) $(5-4x)4 + 2x = 34$;

7.3.36 -misol . To'g'ri to'rtburchakning yuzi 210 m^2 , uning bir tomoni $b \text{ m}$. Perimetri nimaga teng?

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollari:

1. Bir noma'lumli tenglamalarga predikat sifatida ta'rif bering.
2. Bir noma'lumli tenglamalarning (ildizi) yechimi va (ildizlari) yechimlari to'plami deb nimaga aytiladi?
3. Tenglamaning aniqlanish sohasi (noma'lumning qabul qiladigan) va qiymatlari to'plami deb nimaga aytiladi?
4. Teng kuchli tenglamalar ta'rifini ayting va misol keltiring.
5. Teng kuchli tenglamalar haqidagi birinchi teoremani isbotlang.
6. Teng kuchli tenglamalar haqidagi ikkinchi teoremani ayting va isbotlang.
7. Teng kuchli tenglamalar haqidagi uchinchi teoremani ayting va isbotlang.
8. Bir noma'lumli tenglamalarni yechimini topish bosqichlarini ayting.

7.4-mavzu: IKKI O'ZGARUVCHILI TENGLAMA VA TENGSIZLIKLAR

$F(x,y)=0$ ko'rinishdagi tenglama x va y orasidagi moslikni ifodalaydi. Bu moslikning grafigi $\langle a;b \rangle$ juftlar to'plamidan iborat bo'lib, x va y larni o'rniga qo'yganda $F(a,b)=0$ ko'rinishdagi to'g'ri sonli tenglik hosil bo'ladi. Har bir $\langle a;b \rangle$ ni tekislikdagi $M(a;b)$ nuqta orqali tasvirlash mumkin. Bunday nuqtalar to'plami $F(x,y)=0$ tenglamaning grafigi bo'lib, biror chiziqni tasvirlaydi.

$Ax + By + C = 0$ (1) ko'rinishdagi tenglama birinchi darajali ikki

no'malumli tenglama deyiladi. (1) da A, B, C lar berilgan sonlar bo'lib x va y no'malumlar hisoblanadi. No'malumlarining daraja ko'rsatkichlari bir bo'lgani uchun tenglama birinchi darajali deyiladi. $a \neq 0, b \neq 0$ bo'lganda (1 tenglama) cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladi, chunki tenglamadagi ixtiyoriy no'malum x ga ma'lum bir qiymat berib ikkinchi noma'lum y ni topish mumkin. Bu holda cheksiz ko'p no'malumlar juftini topish mumkin.

$Ax + By + C = 0$ tenglama to'g'ri chiziqlarning umumiy tenglamasi deyiladi va bundagi A, B, C berilgan sonlardir.

$y = kx + b$ tenglama to'g'ri chiziqlarning burchak koeffitsientli tenglamasi deyiladi. $y = b$ to'g'ri chiziq Ox ga parallel, $x = a$ to'g'ri chiziq Oy ga parallel bo'ladi.

$y - y_1 = k(x - x_1)$ berilgan $M(x_1, y_1)$ nuqtadan o'tuvchi to'g'ri

chiziq tenglamasi. $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$ tenglama esa, $M(x_1, y_1)$ va $N(x_2, y_2)$

nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasidir.

$\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 1$ to'g'ri chiziqlarning kesmalar bo'yicha tenglamasi.

$y = k_1x + b_1$ va $y = k_2x + b_2$ ikkita to'g'ri chiziqlarning tenglamasi bo'lsin.

Agar $k_1 = k_2$ bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel, agar

$k_1 = -\frac{1}{k_2}$ ($k_1 \cdot k_2 = -1$) bo'lsa, to'g'ri chiziqlar o'zaro

perpendikulyar bo'ladi.

Agar $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ va $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ tenglamalar bilan ikkita to'g'ri chiziq berilgan bo'lsin.

Agar $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0 \end{cases}$ sistema yagona yechimga ega bo'lsa,

to'g'ri chiziqlar o'zaro kesishadi va (x_0, y_0) yechimlar kesishish

nuqtasining koordinatalaridir.

$A_1B_2 - A_2B_1 \neq 0$ bo'lsa, to'g'ri chiziqlar albatta kesishadi.

$A_1(x_1, y_1)$ va $A_2(x_2, y_2)$ nuqtalar berilgan bo'lsa, ular orasidagi masofa $|A_1A_2| = \alpha = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ formula yordamida topiladi.

$O_1(a; b)$ nuqta aylanani markazi, $A(x; y)$ nuqta aylanada yotgan ixtiyoriy nuqta bo'lsa, aylanani ta'rifiga asosan va ikki nuqta orasidagi masofani topish formulasi bo'yicha

$$|O_1A| = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} \Rightarrow |O_1A| = R, \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} \Rightarrow R \Rightarrow (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

aylananing tenglamasidir. $a=0, b=0$ bo'lsa, O_1 nuqta koordinatalar boshida joylashadi. Demak, $x^2 + y^2 = R^2$ markazi koordinatalar boshida yotgan aylanani tenglamasi.

$F(x, y) \geq 0, F(x, y) \leq 0, F(x, y) < 0, F(x, y) > 0$, ko'rinishdagi tengsizliklar x va y orasidagi moslikni ifodalaydi. Bu moslikning grafigi $\langle a; b \rangle$ juftlar to'plamidan iborat bo'lib, x va y larni o'rniga qo'yganda berilgan tengsizlikdan to'g'ri sonli tengsizlik hosil bo'ladi. Har bir $\langle a; b \rangle$ ni tekislikdagi $M(a; b)$ nuqta orqali tasvirlash mumkin. Bunday nuqtalar to'plamini tasvirlash uchun $F(x, y) = 0$ tenglamaning grafigi chizilib, chiziqning biror tomonidan ixtiyoriy nuqta tanlanadi. Tanlangan nuqtaning koordinatalari berilgan tengsizlikka qoyib to'g'ri yoki noto'g'riligi tekshiriladi. Agar to'g'ri sonli tengsizlik hosil bo'lsa shu nuqta yotgan tomon tengsizlikning yechimi bo'ladi. Agar noto'g'ri sonli tengsizlik hosil bo'lsa shu nuqta yotgan tomon tengsizlikning yechimi bo'lmay, chiziq ajratgan 2- qism tengsizlikning yechimi bo'ladi.

Yozma mashq

7.4.1-misol $(1; 5)$ va $(-2; 7)$ juftliklar $x+2y = 12$ tenglamaning yechimlari bo'ladimi?

Sanab o'tilgan juftliklar tenglamaning yechimi bo'lishi uchun uni to'g'ri tenglikka aylantirishi kerak.

Tekshirib ko'rsak $(1; 5)$ juftlik tenglamani $1+2 \times 5 = 12$ noto'g'ri tenglikka aylantiradi. Demak, bu juftlik tenglamaning yechimlari bo'la olmaydi.

$(-2; 7)$ juftlik esa tenglamani to'g'ri tenglikka aylantiradi. Demak, $(-2; 7)$ juftlik berilgan tenglamaning yechimi bo'ladi.

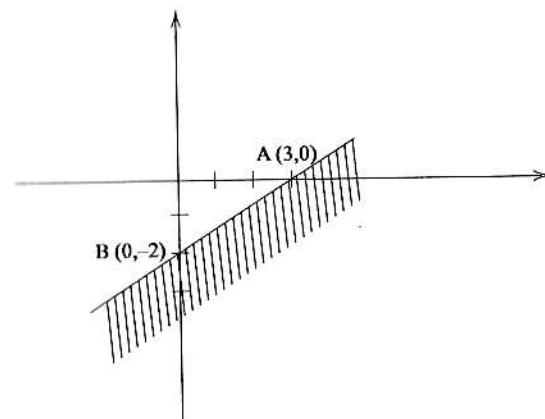
7.4.2-misol. $2x - 3y \geq 6$ tengsizlikni grafik usulda yeching?

Yechish: Buning uchun $2x - 3y = 6$ tenglamani ifodalovchi to'g'ri chiziq chiziladi. Buning uchun to'g'ri chiziqning koordinata o'qlarini kesuvchi nuqtalarining koordinatalari aniqlanib ularni tutashtiriladi.

1. $A(3; 0)$ va $B(0; -2)$ nuqtalar tutashtirilib to'g'ri chiziq yasaladi.

2. Bu to'g'ri chiziqning ixtiyoriy tomonidan bitta nuqta tanlanadi.

3. Tanlangan nuqta masalan $O(0; 0)$ ning koordinatalari berilgan tengsizlikka qoyib tekshiriladi. noto'g'ri tengsizlik hosil bo'lgani uchun shu nuqta yotmagan tomon shtrixlanadi. Demak, to'g'ri chiziq ajratgan tekislikning koordinata boshi yotmagan qismi berilgan tengsizlikning yechimlar to'plami bo'ladi.



7.4.3-misol. $(1; 2)$ va $(2; 5)$ juftliklar $5x - y = 3$ tenglamaning yechimi bo'la oladimi?

7.4.4-misol. $y \geq 7x - 3$ tengsizlikni grafik usulda yeching?

7.4.5-misol. $A(3; 1), B(0; 2), C(1; 0.5), D(-3; 2)$ nuqtalardan qaysilari $3x + 2y + 5 = 9$ tenglama bilan berilgan to'g'ri chiziq ustida yotadi.

7.4.6-misol. $A(3; 1), B(0; 2), C(1; 0.5), D(-3; 2)$ nuqtalardan qaysilari $2x + 7y \leq 7$ tengsizlikning yechimi bo'ladi

7.4.7-misol. $y < 5x - 7$ tengsizlikni grafik usulda yeching?

7.4.8-misol. $2x + 5y = 11$ chiziqning koordinata o'qlarini kesuvchi nuqtalarining koordinatalari aniqlang?

7.4.9-misol. $y = -2x + 4$ tenglikni grafik usulda yeching?

7.4.10-misol. $7x + 3y + 6 = 10$ va $x - 2y + 4 = 6$ tenglamalar bilan ikkita to'g'ri chiziq berilgan bo'lsin. Ular har birining ustida yotuvchi beshtadan nuqtani aniqlang. Ikkalasida bir xil koordinatali nuqtalar bormi?

7.4.11-misol. $A_1(2;7)$ va $A_2(3;-5)$ nuqtalar berilgan bo'lsa, ular orasidagi masofani $|A_1 A_2| = \alpha = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ formula yordamida toping?

7.4.12-misol. $7x + y + 3 = 12$ to'g'ri chiziqning yechimlaridan ayrimlari $5x + 3y > 8$ tengsizlikning ham yechimi bo'lishi to'g'rimi?

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollari:

1. Ikki o'zgaruvchili tenglama deb nimaga aytiladi?
2. Ikki o'zgaruvchili tenglamaning yechimi deb nimaga aytiladi va bunday tenglamalar qanday yechiladi?
3. Koordinata tekisligida ikki o'zgaruvchili tenglama grafigini yasash bosqichlarini ayting va asoslang?
4. Ikki o'zgaruvchili tengsizlik deb nimaga aytiladi?
5. Ikki o'zgaruvchili tengsizlik yechimi deb nimaga aytiladi va bunday tengsizliklar qanday yechiladi?
6. Koordinata tekisligida ikki o'zgaruvchili tengsizlik grafigini yasash bosqichlarini ayting va asoslang?

4.1. Tenglamalar sistemasini yechish usullari

Birinchi darajali ikki noma'lumli tenglamalar sistemasi.

Ikki o'zgaruvchi(noma'lum)li ifodalardan tuzilgan.

$$f(x,y) = g(x,y) \quad (1)$$

tenglik ikki noma'lumli tenglama deyiladi. (1) tenglikni to'g'ri tenglikka aylantiruvchi barcha (a ; b) juftliklar berilgan ikki noma'lumli tenglamaning yechimlar to'plamini tashkil qiladi.

Bizga ikkita ikki noma'lumli tenglama berilgan bo'lsin:

$$f_1(x,y) = g_1(x,y) \quad (2)$$

$$f_2(x,y) = g_2(x,y) \quad (3)$$

Bu holda (2) va (3) tengliklarni bir vaqtda qanoatlantiruvchi

(a ; b) juftliklar shu ikki tenglamadan tuzilgan

$$\begin{cases} f_1(x,y) = g_1(x,y) \\ f_2(x,y) = g_2(x,y) \end{cases}$$

sistemaning yechimlari bo'ladi.

Uning yechimlarini topishning turli usullari mavjud.

7.4.13-misol. Ushbu $\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$ sistemaning yechimlarini toping.

Yechish. **1-usul. Algebraik qo'shish usuli.**

a) Sistemaning ikkinchi tenglamasini -3 ga ko'paytiramiz:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ -3x - 6y = -12 \end{cases}$$

b) Ikkala tengliklarni hadlab qo'shib, zarur amallarni bajaramiz

v) $y = 3,5$ ekanligini topamiz.

g) berilgan sistemaning ikkinchi tenglamasini -2 ga ko'paytirib, so'ngra ikkala tengliklarni hadlab qo'shib, zarur amallarni bajarib, $x = -3$ ekanligini topamiz. Javob. $(-3 ; 3,5)$.

2-usul. O'rniga qo'yish usuli.

Sistemaning bitta tenglamasidan noma'lumdan birini belgilab, uni sistemaning ikkinchi tenglamasiga qo'yamiz.

1-misol. Ushbu tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} x^2 + y = 8 \\ y + 5 = 1 \end{cases}$$

Yechish. $y + 5 = 1$ dan $y = 1 - 5 = -4$. $y = -4$ qiymatni sistemaning birinchi tenglamasidagi y ning o'rniga qo'yamiz:

$$x^2 - 4 = 8,$$

$$x^2 = 12. \text{ Bundan: } x_1 = 2\sqrt{3} \text{ } x_2 = -2\sqrt{3}$$

Sistemaning yechimlari. $(-2\sqrt{3}; -4)$ va $(2\sqrt{3}; -4)$ bo'ladi.

7.4.14-misol, $\begin{cases} 5x - 4y + 2 = 0 \\ 6x + 2y - 1 = 0 \end{cases}$ sistemani yechish uchun undagi

istalgan bitta tenglamani ajratib olib, bir no'malumni ikkinchi no'malum

orqali belgilab olamiz;

$$6x + 2y - 1 = 0$$

$$2y = 1 - 6x$$

y ning topilgan bu qiymatini sistemaning ikkinchi tenglamasiga quyamiz.

$$5x - 4 \cdot \left(\frac{1}{2} - 3x \right) + 2 = 0$$

$$5x - 2 + 12x + 2 = 0$$

$$17x = 0, \quad x = 0$$

$x = 0$ qiymatni $5x - 4y + 2 = 0$ ga qo'yamiz, $y = 0,5$ kelib chiqadi.

Demak, berilgan sistemaning yechimi $(0; 0,5)$ dan iborat ekan

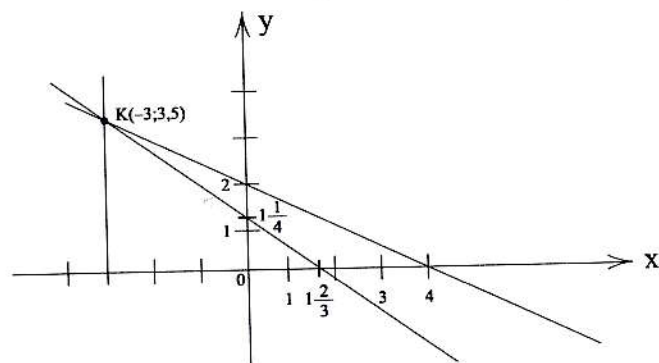
3-usul. Grafik usul. Bitta koordinatalar tekisligida sistemaning har bir tenglamasining grafisini chizamiz. Grafik (chiziq)larning kesishish nuqtasining koordinatalari berilgan sistemaning yechimlari bo'ladi.

$$\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \text{ sistemani grafik usulda yechaylik.}$$

Ma'lumki, to'g'ri chiziqni yasash uchun uning ikki nuqtasining koordinatalarini topish yetarli. Shuning uchun sistemaning birinchi

tenglamasidan $x = 0$ bo'lganda $y = 1\frac{1}{4}$ bo'ladi; $A(0; 1\frac{1}{4})$

$Y = 0$ bo'lganda esa $x = 1\frac{2}{3}$ bo'ladi ya'ni $B(1\frac{2}{3}; 0)$



Demak, birinchi tenglamaga mos keluvchi to'g'ri chiziq, $(0; 1\frac{1}{4})$ va $(1\frac{2}{3}; 0)$ nuqtalar orqali o'tadi.

Shunga o'xshash sistemaning ikkinchi tenglamasiga mos keluvchi to'g'ri chiziq $(0; 2)$ va $(4; 0)$ nuqtalar orqali o'tadi.

Ikkala to'g'ri chiziqlar $(-3; 3,5)$ nuqtada kesishadi, ya'ni shu nuqtaning -3 va $3,5$ koordinatalari berilgan sistemaning yechimlari bo'ladi.

7.4.15-misol. Ushbu $x - y = 5$ ikki noma'lumli tenglamaning bir nechta yechimlarini toping?

Berilgan tenglamadan $y = x - 5$ ekanligini topamiz. x ga turli qiymatlar berib, ularga mos y ning qiymatlarini aniqlasak hosil bo'lgan har bir juftlik shu tenglamaning yechimi bo'ladi:

$x = 0$ bo'lsa, $y = 0 - 5 = -5$. Yechim: $(0; -5)$.

$x = -2$ bo'lsa, $y = (-2) - 5 = -7$. yechim: $(-2; -7)$.

$x = 3$ bo'lsa, $y = 3 - 5 = -2$. Yechim: $(3; -2)$.

$x = 10$ bo'lsa, $y = 10 - 5 = 5$. Yechim: $(10; 5)$ va hakazo.

7.4.16-misol. a ning qanday qiymatida

$$\begin{cases} x + ay = 3 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

sistema: a) cheksiz ko'p yechimga ega ; b) yagona yechimga ega bo'ladi?

Yechish: a) Agar sistemadagi ikki tenglamaning biri ikkinchisidan kelib chiqsa, ular teng kuchli tenglamalar bo'lib, cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladi. Bunday holda ikki tenglama bitta to'g'ri chiziqni ifoda qiladi

Javob: $a = -1$ da

$$\text{b) } \begin{cases} x + ay = 3 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

sistemadagi ikkinchi tenglamadan $x = 3 + y$ bo'lib, bu qiymatni birinchi tenglamadagi x ning o'rniga qo'yamiz:

$$x + ay = 3 \Rightarrow 3 + y + ay = 3. \text{ Bundan:}$$

$$y + ay = 3 - 3 \Rightarrow y(1+a) = 0 \Rightarrow a \neq -1 \text{ bo'lsa, ya'ni } y = 0.$$

$$\text{uning } 0 \text{ qiymatini } x = 3 + y \text{ ga qo'yamiz: } x = 3 + 0 = 3$$

Bu sistemaning yechimi a ning -1 dan boshqa har qanday qiymatida yagona bo'lib, $x = 3$, $y = 0$ bo'ladi, ya'ni

javob: a ning -1 dan boshqa har qanday qiymatida yagona (3 ; 0) yechimga ega bo'ladi.

7.4.17-misol. Ayirmasi 10 ga teng bo'lgan juftliklar to'plamini toping. Bunday juftliklar nechta? Bu munosabatni ifodalovchi tenglamani tuzing?

7.4.18-misol.
$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 3x - 2 = y \end{cases}$$
 Sistemani yeching:

7.4.19-masala. Kater A pristandan B pristanga qarab jo'naganidan 40 minut keyin shu yo'nalishda motorli qayiq katerga qaraganda 6 km/soat ortiq tezlik bilan jo'nadi. Motorli qayiq, katerdan 10 minut keyin B pristanga etib bordi. Agar pristanlar orasidagi masofa 90 km bo'lsa, qayiq va katerning tezligini toping.

Yechish. 1) Katerning tezligi x km/soat.

2) Motorli qayiqning tezligi $y = (x+6)$ km/soat.

3) Kater $\frac{90}{x}$ vaqt yurgan.

4) Motorli qayiq $\frac{90}{y}$ vaqt yurgan.

5). Motorli qayiq 30 minut kam vaqt yo'lda bo'lgan. 30 min (0,5soat). Bu ma'lumotlardan foydalanib quyidagi sistemani tuzamiz:

$$\begin{cases} y = x + 6 \\ \frac{90}{x} - \frac{90}{y} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

7.4.20-masala. Qafaslarda quyonlar va kaptarlar bor. Ularning hammasining boshlarini soni 35 ta, oyoqlarning soni esa 94 ta. Qafasda nechta quyon va nechta kaptar bor?;

7.4.21-misol Tenglamalar sistemasining yechimlar to'plamini toping:

a) $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 6x + 2y = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = 12 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$ v) $\begin{cases} 2x - y = -2 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$

7.4.22-misol. Tenglamalar grafigini chizing:

a) $|x| = y$ b) $|x| = |y|$ v) $|y| = x^2$ d) $y = x^2$

7.4.23-misol. Markazi A(a;b) va radiusi R bo'lgan aylana tenglamasini yozing, bunda:

a) $a = -4, b = 0, R = 10$; b) $a = 0, b = 0, R = 6$.

7.4.24-misol. Quyidagi tenglamalar bilan berilgan aylananing markazi va radiusini toping.

a) $x^2 + y^2 + 10x - 6y = 100$;

b) $x^2 + y^2 - 4x - 12y = 24$;

v) $x^2 + y^2 + 8x - 8y + 32 = 0$;

g) $x^2 + y^2 + 10x - 6y - 81$;

7.4.25-misol. a) quyidagi $x^2 + y^2 - 3x - 6y - 4 = 0$; aylanada absisasi 4 ga teng bo'lgan nuqtalarni toping.

b) quyidagi $x^2 + y^2 - 3x - 6y - 4 = 0$; aylanada absisasi ordinataga teng bo'lgan nuqtalarni toping.

7.4.26-misol. Tenglamani yeching:

$$\frac{6}{x^2 - 9} + \frac{2}{x^2 + 4x} = \frac{7}{x^2 + x - 12}$$

7.4.27-misol. Tenglamani yeching:

$$\frac{15}{x^2 - 4x - 5} + \frac{9}{x(5-x)} = \frac{5}{x^2 - 1}$$

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollari:

1. Chiziq tenglamasi deb nimaga aytiladi?
2. To'g'ri chiziqning qanday tenglamalari bor?
3. To'g'ri chiziqlarning parallelizm va perpendikulyarlik shartlari qanday ifodalanadi?
4. To'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasini topish yo'llarini ko'rsating.
5. Aylananing turli tenglamalarini ko'rsating.
6. Aylana ta'rifini ayting?
7. Aylana tenglamasini keltirib chiqarishda bu ta'rifdan qanday foydalaniladi?
8. Ikki o'zgaruvchili tenglamalar sistemasini yechishning grafik usulini tushuntiring?

4.2. Tenglamalarning va tengsizliklarning konyunktsiyasi va dizyunktsiyasi.

$$\begin{cases} a_1x + b_1 > 0 \\ a_2x + b_2 > 0 \end{cases}$$

Ko'rinishdagi sistema birinchi darajali bir no'malumli ikki tengsizliklarning sistemasi deyiladi. Tengsizliklar sistemasini yechish uchun har bir tengsizlikni alohida echib, yechimlarining barchasini umumiy qismini sistema yechimi uchun olinadi.

Ta'rif. $f_1(x, y) = \phi_1(x, y) \wedge f_2(x, y) = \phi_2(x, y)$ ko'rinishdagi predikatlar tenglamalarning konyunktsiyasi yoki sistemasi deyiladi va

$$\begin{cases} f_1(x, y) = \phi_1(x, y) \\ f_2(x, y) = \phi_2(x, y) \end{cases} \quad (1) \text{ kabi yoziladi.}$$

Ta'rifga asosan (1) ning yechimlari $T = T_1 \cap T_2$ ga teng.

Masalan:1.

$$\begin{cases} 3x = 6 \\ x^2 - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = \{2\} \\ T_2 = \{-2; 2\} \end{cases} \Rightarrow T_1 \cap T_2 = \{2\}.$$

Ta'rif. $f_1(x, y) > \phi_1(x, y) \wedge f_2(x, y) > \phi_2(x, y)$ ko'rinishdagi predikatlar tengsizliklarning konyunktsiyasi yoki sistemasi deyiladi va

$$\begin{cases} f_1(x, y) > \phi_1(x, y) \\ f_2(x, y) > \phi_2(x, y) \end{cases} \quad (2) \text{ kabi yoziladi.}$$

Ta'rifga asosan (2) ning yechimlari $T = T_1 \cap T_2$ ga teng.

Masalan:2.

$$\begin{cases} 2x < 6 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = (-\infty; 3) \\ T_2 = (0; \infty) \end{cases} \Rightarrow T_1 \cap T_2 = (0; 3)$$

Ta'rif. $f_1(x, y) = \phi_1(x, y) \vee f_2(x, y) = \phi_2(x, y)$ ko'rinishdagi predikatlar tenglamalarning dizyunktsiyasi yoki birlashmasi deyiladi va

$$\begin{cases} f_1(x, y) = \phi_1(x, y) \\ f_2(x, y) = \phi_2(x, y) \end{cases} \quad (3) \text{ kabi yoziladi.}$$

Ta'rifga asosan (3)ning yechimi $T = T_1 \cup T_2$ ga teng.

Masalan:3.

$$(x-2)(x+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 0 \\ x+3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T_1 = \{2\} \\ T_2 = \{-3\} \end{cases} \Rightarrow \{-3; 2\}.$$

Ta'rif. $f_1(x, y) > \phi_1(x, y) \vee f_2(x, y) > \phi_2(x, y)$ ko'rinishdagi predikatlar tengsizliklarning dizyunktsiyasi yoki birlashmasi deyiladi va

$$\begin{cases} f_1(x, y) > \phi_1(x, y) \\ f_2(x, y) > \phi_2(x, y) \end{cases} \quad (4) \text{ kabi yoziladi.}$$

Ta'rifga asosan (4)ning yechimi $T = T_1 \cup T_2$ ga teng.

Masalan: 4.

$$(x-2)(x+3) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+3 > 0 \\ x-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x > 2 \end{cases} \Rightarrow J:$$

$$7.4.28\text{-misol.} \begin{cases} 5x-3 > 1+x \\ 3-18x < 4x-30 \end{cases} \text{ bu sistemadagi har bir tengsizlikni}$$

$$\text{echib quyidagi natijaga ega bo'lamiz } \begin{cases} x > 1 \\ x > \frac{3}{2} \end{cases} \text{ sistemaning yechimi}$$

$$x > \frac{3}{2} \text{ kelib chiqadi. Chunki dan katta hamma sonlar berilgan sistemani}$$

qa'noatlantiradi. Javob: $x > 1,5$

$$7.4.29\text{-misol.} \begin{cases} x^2 + 2x - 3 > 0 \\ x^2 - 2x + 8 > 0 \end{cases} \text{ kasr tengsizlikni yechish talab qilinsin.}$$

$$\text{Yechish odatda quyidagi sistemalarga keltiriladi } \begin{cases} x^2 + 2x - 3 > 0 \\ x^2 - 2x + 8 > 0 \end{cases} \text{ yoki}$$

$$\begin{cases} x^2 + 2x - 3 < 0 \\ x^2 - 2x + 8 < 0 \end{cases} \text{ bu sistemalarning har biri yana sakkizta}$$

sistemaga keltiriladi bu esa ancha mashaqqatli ish.

Agar $\frac{(x-1)(x-3)(x+5)}{(x+4)(x+3)(x-2)} > 0$ ko'rinishdagi tengsizliklarni yechish

talab qilinsa ish yana ham murakkablashadi. Shuning uchun bunday ko'rinishdagi tengsizliklar odatda oraliqlar usuli bilan hal qilinadi.

$$\begin{cases} F(x, y) < 0 \\ F(x, y) \geq 0 \end{cases} \text{ yoki } \begin{cases} F(x, y) \leq 0 \\ F(x, y) > 0 \end{cases}$$

ko'rinishdagi sistemalar ikki o'zgaruvchili tengsizliklar sistemasi deyiladi. Uning yechimi $\langle a; b \rangle$ juftlar to'plamidan iborat bo'lib, x va y larni o'rniga qo'yganda berilgan tengsizliklarning ikkalasi ham to'g'ri sonli tengsizlik hosil qilishi kerak. Har bir $\langle a; b \rangle$ ni tekislikdagi $M(a; b)$ nuqta orqali tasvirlash mumkin. Bunday nuqtalar to'plamini tasvirlash uchun berilgan tengsizliklarni $F(x, y) = 0$ tenglama ko'rinishida ifodalab grafigi chiziladi. Ciziqalar tekislikni sohalarga ajratadi. Ajratilgan sohalardan ikkala tengsizlikni qanoatlantiradigan sohasi berilgan sistemaning yechimi bo'ladi. Tanlangan nuqtaning koordinatalari berilgan tengsizliklarga qo'yib to'g'ri yoki noto'g'riligi tekshiriladi. Agar to'g'ri sonli tengsizlik hosil bo'lsa shu nuqta yotgan soha tengsizliklar sistemasining yechimi bo'ladi. Agar noto'g'ri sonli tengsizlik hosil bo'lsa shu nuqta yotgan soha tengsizliklar sistemasining yechimi bo'lmaydi. Demak, ikki o'zgaruvchili tengsizliklar sistemasining yechimlari tekislikdagi cheksiz nuqtalarning ma'lum bir qismini ifodalay ekan.

$$\begin{cases} F(x, y) \leq 0 \\ F(x, y) > 0 \end{cases} \text{ yoki } \begin{cases} F(x, y) > 0 \\ F(x, y) \leq 0 \end{cases}$$

ko'rinishdagi birlashmaga ikki o'zgaruvchili tengsizliklar birlashmasi deyiladi. Uning yechimi $\langle a; b \rangle$ juftlar to'plamidan iborat bo'lib, x va y larni o'rniga qo'yganda berilgan tengsizliklarning hech bo'lmaganda bittasi to'g'ri sonli tengsizlik hosil qilishi kerak. Demak bunday tengsizliklar birlashmasining yechimlar to'plami ikkala tengsizlikning hamma yechimlari to'plami bo'ladi.

Yozma mashq

7.4.30-misol. Ushbu $\begin{cases} x^2 + 1 = 0 \\ x(x-1) = 0 \end{cases}$

birlashmaning yechimlar to'plamini toping.

$$x^2 + 1 = 0 \text{ dan } x^2 = -1,$$

$$x(x-1) = 0 \text{ dan } x=0; x-1=0, \text{ bundan } x=1.$$

$$T = \{0; 1; -(\sqrt{-1}); (\sqrt{-1})\}$$

T to'plamning $\pm\sqrt{-1}$ elementi haqiqiy son emas.

7.4.31-misol. Tenglamalarning haqiqiy yechimlarini toping:

$$(3x-1)(x+2)(x-4) = 0.$$

Berilgan tenglamaning yechimi

$$3x-1 = 0,$$

$$x+2 = 0,$$

$$x-4 = 0$$

$$\begin{cases} 3x-1 = 0, \\ x+2 = 0, \\ x-4 = 0 \end{cases}$$

birlashma yechimi bilan bir xil.

$$3x-1 \text{ dan } x = \frac{1}{3}$$

$$x+2 = 0 \text{ dan } x = -2$$

$$x-4 = 0 \text{ dan } x = 4.$$

$$\text{Javob. } \left\{-2; \frac{1}{3}; 4\right\}$$

7.4.32-misol. Tenglamalarning haqiqiy yechimlarini toping:

$$\text{a) } (x^2-9)(x-7)(x+1) = 0. \quad \text{Javob. } \{-3; -1; 3; 7\}.$$

$$\text{b) } 2x(x+4) = 3(x+4). \quad \text{Javob. } \{-4; 1,5\}.$$

7.4.33-misol. Quyidagilarni yeching va sonlar o'qida ko'rsating:

$$\text{a) } \begin{cases} x > 2 \\ x > 4 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x > 5 \\ x \leq -1 \end{cases} \quad \text{v) } \begin{cases} x < 5 \\ x \geq -10 \end{cases}$$

$$\text{7.4.34-misol.} \text{ Tenglamani yeching: } \frac{3x-2}{x-3} + \frac{x-4}{x+3} = \frac{15x-3}{x^2-9}$$

7.4.35-masala. A va B shaharlar orasidagi masofa 120 km. A shahardan B shaharga avtobus jo'naganidan 10 minut keyin shu yo'nalishda engil

avtomobil avtobusdan 12 km/soat katta tezlik bilan jo'nadi. Yengil avtomobil avtobusdan 10 minut oldin etib keldi. Avtomobil va avtobusning tezligini toping.

7.4.36-misol.

$$\begin{cases} 2y = 4x + 2 \\ y = 2x - 2 \end{cases}$$

Tenglamalar sistemasini qanoatlantiruvchi sohani toping?

7.4.37-misol.

$$\begin{cases} y < 4x + 3 \\ y \leq 3x - 4 \end{cases}$$

Tengsizliklar sistemasini qanoatlantiruvchi sohani toping?

7.4.38-misol. Tengsizliklarning grafigini yasang?

a) $y \geq x + 3$;

b) $y < x - 4$;

v) $(x-6) + (y-5) \leq 4$

e) $(x+1) + (y-3) \geq 9$;

g) $(x-1) + (y+4) < 4$;

7.4.39-misol. Tengsizlikni yeching $2x^2 - 2x - 12 < 0$;

7.4.40-misol. Tenglamalar sistemasini grafik usulda yeching?

$$\begin{cases} 3x + 5y = 6 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}$$

7.4.41-misol. Tengsizliklar sistemasini grafik usulda yeching?

$$\begin{cases} 2x + 5y > 6 \\ 3x - 2y < 5 \end{cases}$$

Mavzuni mustahkamlash uchun debat savollari:

1. Bir o'zgaruvchili tengsizliklar sistemasi deb nimaga aytiladi?
2. Ikki o'zgaruvchili tengsizlik sistemasi yechimi deb nimaga aytiladi va bunday tengsizliklar sistemasi qanday yechiladi?
3. Tenglamalarning konyunktsiyasi (sistemasi) deb nimaga aytiladi va uning yechimi qanday topiladi?

4. Tenglamalarning dizyunktsiyasi (birlashmasi) deb nimaga aytiladi va uning yechimi qanday topiladi?
5. Tengsizliklarning konyunktsiyasi (sistemasi) deb nimaga aytiladi va uning yechimi qanday topiladi?
6. Koordinata tekisligida ikki o'zgaruvchili tengsizlikni grafik usulda yechish bosqichlarini ayting va asoslang?
7. Ikki o'zgaruvchili tengsizliklar birlashmasining yechimi deb nimaga aytiladi va u qanday aniqlanadi?

Mustaqil yechish uchun misol va masalalar

1-misol. Quyidagilardan qaysilari ikki o'zgaruvchili ifoda bo'ladi:

a) $3x + 5y - 2$;

b) $2x + 8y = 4$;

v) $7(x+2) - 42$;

g) $42:7y = 3,5 + 12x$;

d) $2(8-32x) - 3y$;

2-misol. O'zgaruvchining qanday qiymatida ifoda ma'noga ega emas:

a) $\frac{2x}{2x-3}$; b) $\frac{7x}{x^2-7x+12}$; v) $\frac{x^2-4}{x+2}$; g) $5x-3$; d) $\sqrt{5x-10}$

3-misol. Ifodaning aniqlanish sohasini toping;

a) $\frac{5-x}{x+4}$; b) $2x+1$; v) $\frac{x^2+4}{x^2-4}$; g) $\sqrt{\frac{6x}{x-2}}$

4-misol. x ning qanday qiymatida ayniyat bo'ladi:

a) $(2x-1)^2 = 2x-1$;

$3x - \frac{5+x}{5} + 9 - \frac{5+x}{5} = 3x - 9$

5-misol. Ayniyatlarni isbotlang:

a) $x^2 + 27 - 8x = 27 + x^3 - x^2 - 8x$

v) $(a^2+b^2)(x^2+y^2) = (ax+by)^2 + (bx-ay)^2$

6-misol. Quyidagilarning qaysilari tenglama bo'ladi:

a) $19x + 1 = 0$;

b) $3x^2 - 8x - 7$;

v) $3,6x - 34x = 5$;

g) $4x:6$;

d) $5x-2>5-2x$; e) $13<29$

k) $3-17=37-45$;

7-misol. $x=1$ hamda $x=-1$ qiymatlar $5x^4-17x^2+12=0$ tenglamaning yechimi ekanligini $x=2$ va $x=3$ lar uning yechimlari bo'la olmasligini ko'rsating.

8-misol. Tenglamalar sistemasining yechimlar to'plamini toping:

a) $\begin{cases} 5x+2y=13 \\ 2x+3y=12 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2y=42 \\ 4x+3y=32 \end{cases}$

v) $\begin{cases} 2x+y=-2 \\ 3x+y=1 \end{cases}$ g) $\begin{cases} 2y-x=4 \\ 3x+y=5 \end{cases}$

9-misol. $(-3; 2)$ va $(0; 6,5)$ juftliklar $7x-2y=13$ tenglamaning yechimi bo'la oladimi?

10-misol. Tenglamalar birlashmasining yechimlar to'plamini toping:

a) $\begin{cases} 3x+4y=18 \\ 2x+5y=16 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2y=42 \\ 4x+3y=32 \end{cases}$

v) $\begin{cases} 4x+5y=-42 \\ 12x+y=24 \end{cases}$ g) $\begin{cases} 7y-5x=34 \\ 3x+7y=35 \end{cases}$

11-misol. Tengsizliklar sistemasining yechimlar to'plamini toping:

b) $\begin{cases} 4x+2y \geq 12 \\ 7x+3y < 13 \end{cases}$ $\begin{cases} 2y < 42+x \\ 4x-8 \geq 24 \end{cases}$

v) $\begin{cases} x \pm 5 \leq -2y \\ 7x+2y \Rightarrow 15 \end{cases}$ g) $\begin{cases} 12y-x \leq 14 \\ 9x+5y > 15 \end{cases}$

12-misol. Tenglamalar birlashmasining yechimlar to'plamini toping:

a) $\begin{cases} x+4y=16 \\ 2x+y=6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2y=x+2 \\ x+y=3 \end{cases}$

v) $\begin{cases} x+5y=-2 \\ 2x+y=-4 \end{cases}$ g) $\begin{cases} -y-5x=8 \\ 3x+y=5 \end{cases}$

13-misol. Tengsizliklar sistemasini yeching?

$$\begin{cases} \frac{5-x}{4} - \frac{4x+1}{3} \geq \frac{x+2}{4} - 7 \\ \frac{4x}{3} - 1 - \frac{6x+2}{2} > x - \frac{6}{5} \end{cases}$$

4.3. Modulli tengsizliklarni yechish bo'yicha tavsiyalar

Agar tengsizlik absolyut qiymat bilan berilgan bo'lsa, u holda

$$|x| < a \text{ ko'rinishida bo'lsa } \begin{cases} x < a \\ x > -a \end{cases} \text{ Sistemadan; } |x| > a$$

ko'rinishida bo'lsa, $\begin{cases} x > a \\ x < -a \end{cases}$ birlashmadan uning yechimlari topiladi.

Quyidagi ko'rinishdagi tengsizliklar sistemasi bir o'zgaruvchili ikki tengsizlik sistemasi deyiladi:

$$\begin{cases} f_1(x) < g_1(x) \\ f_2(x) < g_2(x) \end{cases} \quad (1) \quad \begin{cases} f_1(x) > g_1(x) \\ f_2(x) > g_2(x) \end{cases} \quad (2) \quad \begin{cases} f_1(x) < g_1(x) \\ f_2(x) > g_2(x) \end{cases} \quad (3)$$

Sistemadagi ikkala tengsizlikni ham qanoatlantiruvchi yechimlar to'plami tengsizliklar sistemasining yechimlar to'plami deyiladi.

Quyidagi ko'rinishdagi birlashmalar bir o'zgaruvchili tengsizliklar birlashmasi deyiladi:

$$\begin{cases} f_1(x) < g_1(x) \\ f_2(x) < g_2(x) \end{cases} \quad (4) \quad \begin{cases} f_1(x) > g_1(x) \\ f_2(x) > g_2(x) \end{cases} \quad (5) \quad \begin{cases} f_1(x) < g_1(x) \\ f_2(x) > g_2(x) \end{cases} \quad (6)$$

Birlashmadagi tengsizliklarning hamma yechimlari to'plami tengsizliklar birlashmasining yechimlar to'plami deyiladi. Tengsizliklar birlashmasining va sistemaning yechimlar to'plami teng kuchli tengsizliklar haqidagi teoremlardan foydalanib topiladi.

Yozma mashq

7.4.42. Modul tengsizlikni yechilishini mustaqil o'rganing:

$$|5x-2| > 10.$$

$$\text{Yechish. } |5x-2| > 10, \Rightarrow \begin{cases} 5x-2 > 10 \\ 5x-2 < -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x > 12 \\ 5x < -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 2,4 \\ x < -1,6 \end{cases}$$

$$\text{Javob. }]-\infty; -1,6[\cup]2,4; +\infty[$$

7.4.43. Tengsizlikni yeching: $|2-12x| < 18$.

$$\text{Yechish: } \begin{cases} 2-12x < 18 \\ 2-12x > -18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12x > -16 \\ 12x < 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -1\frac{1}{3} \\ x < -1\frac{2}{3} \end{cases}$$

7.4.44. Tengsizlikni echnig:

$$|7x-1| < -5.$$

Yechish. Tengsizlikning chap qismi x har qanday bo'lganda ham musbat bo'lib, u hech qachon manfiy(ya'ni -5)sondan kichik bo'la olmaydi. Demak, $|7x-1| < -5$ tengsizlikni to'g'ri sonli tengsizlikka aylantiruvchi haqiqiy son mavjud emas.

Javob: Yechimi yo'q.

7.4.45. Tengsizlik yechilsin:

$$|3x-8| > -1$$

$$\text{Yechish. } \Rightarrow \begin{cases} 3x-8 > -1 \\ 3x-8 < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x > -1+8 \\ 3x < 1+8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x > 7 \\ 3x < 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 2\frac{1}{3} \\ x < 3 \end{cases}$$

Tengsizlikni barcha haqiqiy sonlar qanoatlantiradi. Javob. $]-\infty; +\infty[$.

7.4.46. Yechimlar to'plamini toping:

a) $(3+2x) < 7x-2(x-8).$

$$\text{b) } \begin{cases} x > -7 \\ x < 12 \\ x \geq 9 \end{cases} \quad \text{v) } \begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq -2 \end{cases} \quad \text{e) } \begin{cases} x < -2 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Yechish: b) } \begin{cases} x > -7 \\ x < 12 \\ x \geq 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9 \leq x < 12 \\ x < 12 \end{cases} \Rightarrow [9; 12) \quad \text{Javob: } [9; 12[$$

7.4.47. Tengsizliklar sistemasini yeching: $\begin{cases} 3x-5 > 23-4x \\ 7x+3 < 9x-1 \end{cases}$

7.4.48. Tengsizliklar birlashmasining yechimlarini toping:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x-3 \geq x-1 \\ 4x+3 > 8-x \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x \geq -10 \\ x \leq -2 \\ x > 5 \end{cases} \quad \text{v) } \begin{cases} x \geq -3 \\ 2x < 3 \\ 3x \leq -2 \end{cases} \quad \text{g) } \begin{cases} x < 13 \\ x > 6 \\ x \leq 7 \end{cases}$$

7.4.49. Tengsizliklar sistemasini va birlashmasini topishdan foydalanib, quyidagi tengsizliklarni yeching:

a) $\frac{x+3}{x-5} > 0$

b) Mustaqil yeching? $\frac{2-x}{4-x} < 0$

Yechish: a) Agar kasrning surat va maxraji bir xil ishorali bo'lsa, u holda kasr musbat bo'ladi. Shunga ko'ra:

$$\begin{cases} x+3 > 0 \\ x-5 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x > 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x < -3 \end{cases}$$

Javob. $]-\infty; -3[\cup]5; +\infty[$.

7.4.50. $\{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$ to'plamning qaysi elementlari ushbu $2(1-x) > 5+3x$ tengsizlikning yechimi bo'ladi.

Ko'rsatma. Berilgan to'plamga tegishli har bir sonni berilgan tengsizlikka qo'yib, tekshiramiz. Agar to'g'ri sonli tengsizlik hosil bo'lsa, u holda shu son tengsizlikning yechimi bo'ladi.

7.4.52. Aniqlanish sohasini toping: $\frac{4-x^2}{x+3}$

7.4.53. x ning ixtiyoriy qiymatida $(x-3)(x-5) > (x-2)(x+3) - 9x$ tengsizlikning to'g'ri bo'lishligini ko'rsating.

7.4.54. Tengsizlikning yechimlar to'plamini toping: $\left| \frac{x^2-7}{x^2+8} \right| > 0$

7.4.55. Tengsizlikni yeching: $\frac{13x-8}{x-1} < 3$

7.4.56. Aniqlanish sohasini toping: $\frac{\sqrt{x-2}}{4+x}$

Mustaqil ish uchun misol va masalalar

1. Quyidagi tengsizliklar teng kuchlimi:

a) $\frac{x-1}{x+2} < 3$ va $(x-1) < 3(x+2)$

b) $2x^2+3x-19 > -7$ va $2x^2+3x-12 > 0$;

v) $\frac{13x-8}{x-1} < 3$ va $13x-8 \leq 3(x-1)$

g) $\frac{2x+1}{x} \leq \frac{5x-3}{x}$ va $(2x+1) \leq 5x-3$

3. Tengsizlikni yeching:

a) $|0,5x-2| > 12$.

b) $|4,5x-2,2| > 3,5$.

v) $|(3x-3)(2x+2)| > 0$;

d) $|12x-14| < 13$;

e) $|15x+13| > -17$

z) $|x-14| > 7$;

k) $\frac{12-3}{14+x} > 0$

i) $\frac{(x-3)(x+3)}{2x^2+5} < 0$

4. Aniqlanish sohasini toping:

a) $\frac{2x}{\sqrt{4+x}}$; b) $\sqrt{x(x-1)}$; v) $\frac{5x-10}{\sqrt{x+7}}$; g) $\frac{x}{(x-4)(x+2)}$

5. x ga nisbatan yeching:

a) $-2+kx < k-6x$;

b) $ax+3 > 2x+7$.

6. Quyidagi tengsizliklar sistemasi va birlashmasining yechimlar to'plamini toping va ularni sonlar o'qida ko'rsating:

a) $\begin{cases} 5x+10 > 0 \\ 3x-6 < 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x > 15 \\ x > 0 \end{cases}$

v) $\begin{cases} 9x-8 > 3-17x \\ 34x-6x \geq 21x+13 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 4x+5 < 3 \\ 2x-3 > 4 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 4x < 5 \\ 3x-4 > 6 \end{cases}$

7. $2x^2+x+1 \leq (2x+1) \times x$ tengsizlikning yechimlari bo'sh to'plamdan iborat ekanligini ko'rsating.

YOZMA ISH UCHUN VARIANTLARDAN NAMUNALAR

Variant-1

1. A - toq sonlar to'plami. B - 7 ga karrali natural sonlar to'plami, C - 4 ga karrali natural sonlar to'plami. $(A \cap B) \cup C$, $A \cup (B \cap C)$ to'plamlarini toping. Ularni Elyer diagrammasi yordamida tasvirlab, xarakterlovchi xossalarni ko'rsating.

2. $X = \{0; 1; 3; 5\}$ va $Y = \{0; 6; 12; 15\}$ to'plamlar orasida "qoldiqsiz bo'la oladi" mosligi juftliklarini yozing va bu moslikning qiymatlar to'plamini aniqlang? Moslikka qarama-qarshi moslik grafini quring. Bu moslik in'ektiv, surektiv yoki X to'plamni Y to'plamga akslantirish bo'ladimi?

3. $A \vee B \wedge C \Rightarrow B$ logik formulaning chinlik jadvalini chizing

4. 32 ta o'quvchidan 16 tasi matematikaga, 19 tasi o'zbek tiliga qiziqadi. Ikkala fanga ham qiziquvchi o'quvchilar soni qancha bo'lishi mumkin? Hech bo'lmaganda bittasiga qiziquvchilar-chi?

5. $X = \{0; 3; 6; 9; 12\}$ to'plamida $A(x) : "x \text{ son } 6 \text{ ga karrali}"$ va $B(x) : "x \text{ son } 6 \text{ ning bo'luvchisi}"$ predikatlar berilgan. $A(x)$ va $B(x)$ predikatlar chinlik to'plamlarini hamda $A(x)$ va $B(x)$ predikatlar implikasiyasining chinlik to'plamini aniqlang?

Variant-2

1. Eyler grafiga va Gamilton grafiga 1 tadan misol keltiring va asoslang?

2. A: "111102 : 3" va B: "24 : 5" mulohazalar inkori konyungsiyasi, dizyungsiyasi va ekvivalensiyasining chinlik qiymatini toping

3. N-natural sonlar to'plamida A- toq natural sonlar to'plami. B-30 sonining bo'luvchilari to'plami. C- 21 sonining bo'luvchilari to'plami bo'lsa a) $(A \cup B) \cap C$; b) $A \cup B' \cap C$ to'plamlarning tasvirlovchi sohalarni shtrix bilan ko'rsating. Har bir holat uchun alohida chizma chizing.

4. $\langle R, +, \times \rangle$ algebra halqa bo'ladimi? Javobingizni asoslang.

5. Boshlang'ich matematika kursidan kontekstual va o'stensiv ta'rif turlariga misol keltiring?

Variant-3

1. $A(x) : "x : 3"$ $B(x) : "x \text{ juft son}"$ predikatlar berilgan. Bu predikatlar konyungsiyasi va ekvivalensiyasining chinlik to'plamlarini toping

2. $A = \{5; 2; 7; 3; 6\}$, $B = \{1; 4; 8\}$ to'plamlar elementlari orasida "katta yoki teng" mosligi o'rnatilgan. Bu moslik grafini quring. Moslikning aniqlanish sohasi va qiymatlar to'plami elementlarini yozing. Teskari moslik grafini quring Bu moslik surektiv yoki funksional bo'ladimi?

3. Berilgan teoremlarga teskari, qarama-qarshi, shuningdek qarama-qarshisiga teskari teoremlarni yozing, ulardan qaysilari yolg'on ekanligini aniqlang?

1) agar sonning yozuvi no'l bilan tugasa, u holda bu son 5 ga bo'linadi:

2) ro'mbning diagonallari o'zaro perpendikulyar bo'ladi.

4. Vzvodda 6 serjant va 50 soldat bor. Nechta usul bilan bir serjant va to'rt soldatdan iborat qorovulni tuzish mumkin?

5. A-25 ning bo'luvchilari to'plami B-5 ga karrali sonlar to'plami. C- 25 dan kichik toq sonlar to'plami bo'lsa

a) $(A \cup B) \cap C$; b) $(A \cap B) \cup C$ to'plamlarni tasvirlovchi sohalarni shtrixlab ko'rsating va ularning xarakteristik xossasini toping?

Variant-4

1. Guruhda 27 ta talaba bor. Guruh talabalaridan sardor va gazeta muharririni saylash usuli nechta ekanligini aniqlang?

2. $A = \{1, 3, 5, \dots, 999\}$ $B = \{5, 10, 15, \dots, 50\}$ $C = \{2, 8\}$ bo'lsa A, B va C to'plamlarning dekart ko'paytmasining kortejlari uzunligini aniqlang? Bunday kortejlar nechta.

3. Matematik tushunchalarning quyida keltirilgan ta'riflaridan qaysilarida xatolar bor? Ularni tuzating?

1) Aylanaga urunma deb aylanaga urunuvchi to'g'ri chiziqqa aytiladi.

2) Teng tomonli uchburchak deb barcha tomonlari va barcha burchaklari teng bo'lgan uchburchakka aytiladi.

3) Hamma burchaklari va hamma tomonlari o'zaro teng bo'lgan to'rtburchak kvadrat deyiladi

4. Quydagi predikatlar implikasiyasi, ekvivalensiyasi va dizyungsiyasining rostlik to'plamini toping.

$A(x) : "x < 4, x \in \mathbb{N}"$ va $B(x) : "-3 \leq x < 3,$

5. $M = \{5, 6, \dots, 11\}$ gacha natural sonlar to'plami da "kichik emas" munosabati grafini chizing va bu munosabat uchun qaysi xossalar o'rinli bo'lishini aniqlang.

Variant-5

1. $G=(V,U)$ grafda V -Aeroportlar to'plami, U - Samalyotlarning uchib qo'nish hodisalari korteji deb belgilang va sirtmoqlari bo'ladigan grafga misol keltiring?

2. $A(x)$: "x-son 3 ga karrali" va $B(x)$: "x-son 5 ga karrali" predikatlari berilgan. Bu predikatlar konyungsiyasi va dizyungsiyasining chinlik to'plamlarini aniqlang.

3. Quyidagi xossalar orasidan qaysilari romb uchun o'rinli.

a) burchaklari teng b) tomoqlari teng v) diagonallari perpendikulyar g) burchaklari o'tkir

1) to'g'ri to'rtburchak; 2) parallelogrammning qaysilari bu xossalarning qaysi biriga ega bo'ladi:

4. $M=\{2, 3, 5, 8, 11\}$ to'plamida "katta yoki teng" munosabati grafini chizing va bu munosabat uchun qaysi xossalar o'rinli bo'lishini aniqlang. U tartib munosabat bo'ladimi?

5. Kordinatalar tekisligida F shakllarni yasang, bunda:

a) $F=\{(x,y) \mid x=4, y \in \mathbb{R}\}$;

b) $F=\{(x,y) \mid x \in \mathbb{R}, x \leq 5\}$;

Variant-6

1. Quyidagi predikatlar konyungsiyasi va dizyungsiyasining rostlik to'plamini toping

$A((x))$: " $x < 5, x \in \mathbb{N}$ " va $B((x))$: " $-4 < x \leq 5, x \in \mathbb{Z}$ "

2. X va Y to'plamlarning Dekart ko'paytmasini koordinata tekisligida tasvirlang bunda:

a) $X=\{-1; 1; 4; 6\}$, $Y=\{1; 3; 5\}$;

b) $X=[-4; 2]$, $Y=\{-2; 5; 7\}$;

3. Toping. a) $C_{10}^3 =$ b) $A_8^4 =$ v) $C_{10}^4 =$,

g) $C_{10}^6 =$ d) $A_{11}^6 =$

4. Quyida keltirilgan ta'rifda ta'riflanuvchi tushuncha, jins tushuncha va tur jihatdan farqni ajrating: "Uchburchakning ikkita tomoni o'rtalarini tutashtiruvchi kesma uning o'rta chizig'i deyiladi"

5. $2k+1$ ko'rinishdagi sonlar to'plamida darajaga ko'tarish, eng katta umimiy bo'luvchini topish, ko'paytirish, ayirish va bo'lish amallari algebraik amal bo'ladimi? Javobingizni asoslang?

Variant-7

1. Graflarni ko'paytirish amalini qo'llab, $K_1 \times K_3$, $O_3 \times O_3$, $O_3 \times K_3$ graflarni toping?

2. $M = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$ sonlar to'plamida $A(x)$: " $x \vdots 7$ " va $B(x)$: " $x \vdots 8$ " predikatlari berilgan. Bu predikatlar implikasiyasi va ekvivalensiyasining chinlik to'plamlarini aniqlang.

3. P - ikki xonali natural sonlar to'plami, S - barcha toq natural sonlar to'plami bo'lsa, $K = P \cap S$ to'plam elementlarini toping?

a) $21 \in K$; b) $32 \in K$; d) $7 \notin K$; e) $17 \notin K$ deyish tog'rimi?

4. Teorema yozing uni shart va xulosa qismlarga ajrating hamda unga qarama-qarshi teorema va teskari teorema tuzing?

5. $M = \{8, 9, \dots, 11\}$ dan kichik natural sonlar to'plamida "karrali" munosabati grafini chizing va bu munosabat uchun qaysi xossalar o'rinli bo'lishini aniqlang.

Variant-8

1. $A(x)$: "x-son 4 ga karrali" va $B(x)$: "x-son 48 ning bo'luvchisi" predikatlari berilgan. Bu predikatlar inkorlari, implikasiyasi va ekvivalensiyasining chinlik to'plamlarini aniqlang?

2. A-o'tkir burchakli uchburchaklar to'plami B-teng yonli uchburchak to'plami C-teng tomonli uchburchak to'plami. Bu to'plamlar uchun Eyler diagrammalarini chizing va

$(B \setminus A) \cup C$ va $C \cap A \setminus B$ to'plamlarni shtirihlab ko'rsating? Har bir holat uchun alohida chizma chizing?

3. $M = \{2, 4, 7, 9, 12, 15\}$ to'plamda "Bo'luvchi bo'ladi" munosabati grafini chizing va bu munosabat uchun qaysi xossalar o'rinli bo'lishini aniqlang?

4. Quyidagi raqamlardan nechta raqamlari qaytarilmaydigan 3 xonali son tuzish mumkin.

a) 4,5,6,7,8 b) 2,4,6,8

5. Quyidagi jumalarni „yetarli“, „zarur“ so'zlaridan foydalanib qaytadan tuzing:

- 1) kasrning surati maxrajidan kichik bo'lsa, bu kasr to'g'ri kasr bo'ladi.
- 2) agar son 4 ga bo'linsa, bu son 2 ga ham bo'linadi.

2- yozma ish variantlaridan namunalar

1-variant

1. Hisoblang. a) $3425 \times 1115 + 1345 = X_8$
b) $573_8 \times 34_8 + 17638 = X_6$
2. Shahar 4ta tumandan tashkil topgan. Birinchi tumanda shahar barcha aholisini $\frac{4}{13}$ qismi yashaydi, ikkinchisida birinchi tuman aholisining $\frac{5}{6}$ qismiga teng bo'lgan aholi, uchinchisida birinchi va 2 - tuman aholisining $\frac{4}{11}$ qismiga teng bo'lgan aholi, to'rtinchi tumanda 18ming aholi yashaydi. Agar o'rtacha 1 kishi 1 kunda 500 gramm non iste'mol qilsa, tumanning barcha aholisiga 3 kunga qancha non kerak
3. Ayirishni bajarmasdan:
a) $23544 - 17038$; b) $25468 - 18532$
ayirmalarning 36 ga bo'linishi yoki bo'linmasligini ko'rsating.
4. Tenglamani yeching:
$$1\frac{3}{5} + \left(2\frac{7}{12} - \left(\left(\frac{3}{4} - x \right) + 1 \right) \right) = \frac{14}{15}$$
5. Z – kompleks sonining geometrik tasvirini ifodalovchi vektorlarning uzunligi, ya'ni bu kompleks sonning modulini toping?
a) $Z = 5i + 7$ b) $Z = 4i - 6$

2-variant

1. X ni toping.
a) $388_x - 121_x = 111_x$ b) $31_x \cdot 13_x = 2_x$
2. Butun nomanfiy sonlarni bo'linmasi ta'rifidan foydalanib isbotlang.
 $18:3=6$
3. Agar $a=2k$ bo'lsa, u holda $[a(a+2)] : 8$ ni isbotlang.
4. Tenglamani yeching.
$$2\left(\frac{1}{18} - \left(1\frac{1}{27} - \left(x - \frac{1}{9}\right)\right)\right) + 3\frac{5}{54} = 5$$
5. Agar $x=5,045034\dots$ va $y=1,034452\dots$ bo'lsa, u holda bu sonlar

ko'paytmasining 0, 0001 aniqlikdagi taxribiy qiymatini hamda ko'paytmaning absolyut xatosini toping.

3-variant

1. Bir ishchi fermer xo'jalik dalasida 500t, ikkinchisida esa 600t kartoshka bor. Birinchi xo'jalik har kuni 9t, ikkinchisi esa 11 tonna kartoshkani sotib ulguradi. Necha kundan keyin fermer xo'jaliklar dalasidagi qolgan kartoshkalar teng bo'lib qoladi.
2. Hisoblang
a) $1201_3 + 2122_3 \times 201_3 = X_3$ b) $12134_5 - 34_5 \times 144_5 = X_7$
3. 997, 797, 397 tub sonlar to'plami bo'ladimi? Tekshiring?
4. Hisoblang $\left[(21,85 : 43,7 + 8,5 : 3,4) : 4,5 \right] : 1\frac{2}{5} + 1\frac{11}{21}$
5. 120,41207 sonini (kami bilan) 5ta raqami aniqligida yaxlitlang

4-variant

1. 8,15,22,29, arifmetik progressiyaning n- va (n+1)- hadini va dastlabki n ta hadining yig'indisini toping. Olingan natijadan tenglik hosil qiling hamda tenglik to'g'riligini matematik induksiya usulida tekshiring.
2. $(\forall n \in N) (n^3 + 5n) : 6$ ni isbotlang.
3. It 3m uzoqlikdagi quyonni quvib ketdi. Itning bir marta sakrashi 2 m ga, quyonniki esa 1 m ga teng. Quyon 3 marta sakraganda it 2 marta sakraydi. It quyonni qancha masofada quvib etadi?
4. Ifodani qiymatini toping.
$$4\frac{1}{4} : \left(1\frac{1}{3} \cdot 5\frac{1}{4} \right) - \frac{3}{4}$$
5. 402,308251 sonini (ortig'i bilan) 6ta raqami aniqligida yaxlitlang?

5-variant

1. Qo'shishni bajarmasdan:
a) $1872 + 23152$; b) $549 + 34722 + 8001$
yigindilarning 36 ga bo'linishi yoki bo'linmasligini ko'rsating.
2. Taqsimot qonunini yozing va undan foydalanib quyidagi ifodalarning qiymatlarini hisoblang:

$$v) 37 \times 42 + 37 \times 36 - 78 \times 27$$

$$g) 49 \times 54 - 49 \times 04 + 25 \times 51$$

3. 205 tup olcha daraxti va 506 tup qulupnaydan 11768 kg olcha va qulupnay terib olindi, 205 tup olcha daraxti va 130 tup qulupnaydan 10640 kg olcha va qulupnay terib olindi. Bir tup olcha daraxtidan necha kg olcha va bir tup qulupnaydan necha kilogram qulupnay olingan?

4. Hisoblang

$$\left(12\frac{1}{9} - 10\frac{2}{5}\right) : 38\frac{1}{2} + 2\frac{8}{9} \times 18$$

5. Agar $x=4,215601\dots$ va $y=4,050527\dots$ bo'lsa, u holda bu sonlar yig'indisining quyi va yuqori chegaralarini toping

6-variant

1. Butun nomanfiy sonlarni ko'paytirish qonunlarini yozing. Ulardan foydalanib quyidagilarni hisoblang.

- a) $6 \cdot 47 + 6 \cdot 53$; b) $5 \cdot (12 + 44)$; v) $62 \cdot 103$;
g) $249 \cdot 250 - 250 \cdot 251 + 251 \cdot 252 - 252 \cdot 253 + 253 \cdot 254 - 254 \cdot 255$;

2. Evklid algoritmidan foydalanib, sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisini toping:

- v) 2363 va 8449; e) 793219 va 13437.

3. Ko'p qavatli uy qurilishiga g'isht quradigan xo'jalik 12 kunda bajarish uchun buyurtma oldi. Har kuni ish normasini 254 taga oshirib bajargani tufayli xo'jalik 10 kunda bajaribgina qolmasdan balki normadan 42 ta ortiq g'isht tayyorladi. Xo'jalik bir kunda qanchadan g'isht tayyorlagan?

4. Bo'lishni bajarmay quyidagi oddiy kasrlardan qaysilari cheksis o'nli kasrga aylanishini aniqlay olasizmi?

$$\frac{23}{102}; \frac{74}{12}; \frac{31}{310}; \frac{11}{352}; \frac{22}{312};$$

5. $Z_1 = 5 + 8i$ va $Z_2 = -3 + 5i$ ko'mpleks sonlar ayirmasini toping?

7-variant

1. Poyezd 639 km masofani 14 soatda bosib o'tishi kerak edi. U masofaning $\frac{2}{3}$ qismini bosib o'tganda 14 minut to'xtab qoldi. U kechikmaslik uchun qolgan masofani qanday tezlik bilan yurib o'tishi kerak?

2. Agar $a=2k+1$ bo'lsa, $(a^3 - a) : 3$ ni isbotlang.

3. Amallarni bajaring: a) $1220202_3 + 35210_6$ b) $103_4 \times 216_9$

4. Bo'lishni bajarmay quyidagi oddiy kasrlardan qaysilari cheksis o'nli kasrga aylanishini ko'rsating?

$$\frac{42}{20}; \frac{31}{230}; \frac{23}{29}; \frac{52}{100}; \frac{25}{312};$$

5. $x = 0,120321\dots$ va $y = 2,20546\dots$ bo'lsa, bu sonlar ko'paytmasining birinchi uchta o'nli ishorasi topilsin.

8-variant

1. Bo'lishni bajarmagan holda aniqlang va belgilar yordamida yozing?

a) $75 \times 33 \times 4$; b) 91356×1387 ; v) $39 \times 22 \times 165$ ko'paytmalar

45 ga bo'linadimi?

2. Quyidagi ketma-ketlikning n - va $(n+1)$ - hadlarini va dastlabki n ta hadning yig'indisini toping va tenglik hosil qiling Olingan natijani matematik induksiya usulida to'g'riligini tekshiring.

5; 15; 45;

3. Sonlarni taqqoslang:

a) 1011011_2 va 4102_5

b) 342_6 va 101301_4

4. Qiymatini toping ?

$$\left((0,06) + \frac{1}{3} \right) : 0,25 : (0,12(3) + 12,5 \cdot 0,64$$

5. $x = 4,312302\dots$ va $y = 2,206011\dots$ bo'lsa, ayirmaning birinchi to'rtta o'nli ishorasi topilsin.

9-variant

1. O'nlik sanoq sistemasida yozing:

a) 210101_4 v) 421301_6 d) 120121_3

2. Orasidagi masofa 206 km bo'lgan ikki joydan ikki velosipedchi bir-biriga qarab yo'lga chiqdi. Birinchi velosipedchi har 3 soatda 30 km dan, ikkinchisi esa shu vaqtda 36 km dan yo'l yurdi. Agar ikkinchi velosipedchi birinchisidan 3 soat keyin yo'lga chiqqan bo'lsa, ular uchrashguncha necha kilometrdan yo'l yurgan?

3. Quyidagi sonlarning qaysi biri 8 ga, 7 ga 13 ga, 51 ga 11ga qoldiqsiz bo'inadi:

21126, 4450, 72304, 47258, 525712, 635609

4. Qiymatini toping ?

$$\left((0,8(8) - 0,4(6)) : 1\frac{5}{6}\right) : 0,59$$

5. $x = 5,206201...$ va $y = 2,205412...$ bo'lsa, bo'linmaning birinchi ikkita o'nli ishorasi topilsin.

3-yozma ish variantlaridan namunalar

1-variant

1-masala. Uzunligi 35 sm bo'lgan AB kesma 3 bo'lakka bo'lingan bo'lib, ikki chetki bo'laklarining o'rtalari orasidagi masofa 22 sm. O'rtasidagi kesmaning uzunligini toping?

2-masala. Perimetri 7 sm. bo'lgan to'rtburchakning bir tomoni uzunligi qolgan tomonlaridan mos ravishda 3mm, 4mm, 5mm katta bo'lsa, uning eng katta tomoni uzunligini toping?

3-masala. Ikki perpendikulyar tekislikda yotuvchi A va B nuqtalardan tekisliklar kesishgan to'g'ri chiziqqa AC va BD perpendikulyarlar tushirilgan. Agar $AC = 8$, $BD = 9$, $CD = 7$ bo'lsa, AB kesmaning uzunligini toping?

4-masala. x ning qanday qiymatida ayniyat bo'ladi:

a) $(5x - 2)^2 = 5x - 2$

b) $2x - \frac{3}{x-5} + 5 - \frac{3}{x-5} = 2x - 5$

5-masala. Quyidagi tengsizliklar sistemasining yechimlar to'plamini toping va ularni sonlar o'qida ko'rsating:

a) $\begin{cases} 5x + 10 > 3x - 10 \\ 3x - 6 < 2x + 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x > 15 \\ x < 0 \end{cases}$

2-variant

1-masala. Umumiy uchga ega bo'lgan AB va AC nurlarning birida k

ta, 2-sida $(k-1)$ ta nuqta belgilangan. Bir uchi AC nurdagi nuqtalarda, 2- uchi esa AB nurdagi nuqtalarda bo'lgan barcha kesmalar sonini aniqlang

2-masala. To'g'ri to'rtburchakning katta tomoni 17 ga va dio'gonallarining kesishgan nuqtasidan katta tomongacha masofa 5 ga teng bo'lsa, to'rtburchakning yuzini toping?

3-masala. Fazodagi nuqtadan bitta tekislikka perpendikulyar va og'ma o'tkazilgan. Perpendikulyar va og'ma orasidagi burchak 30° Perpendikulyarning uzunligi 13 ga teng bo'lsa, og'maning uzunligini toping?

4-masala. Quyidagilar tog'rimi tekshiring?

b) $\frac{5}{57} : 2\frac{2}{5} \times 5\frac{1}{4} < 32\frac{1}{2} + 2\frac{8}{9} \times 15$; e) $(\frac{2}{3} + 1) : 4 = (\frac{1}{4} + 1) : 9$

5. Aniqlanish sohasini toping:

a) $\frac{5x-4}{\sqrt{2x+7}}$; b) $\frac{x}{(x-3)(x+5)}$

3-variant

1-masala. Ikki qo'shni burchaklar ayirmasi 23° Shu burchaklardan kattasini toping?

2-masala. Dio'gonlari uzunligi 16 va 12 bo'lgan to'g'ri to'rtburchak tomonlari o'rtalarini tutashtirishdan hosil bo'lgan to'rtburchak perimetrini toping?

3-masala. Tomoni 12,5 bolgan romb tomonlari shar sirtiga urinadi. Sharining radiusi 10 ga teng Shar markazidan romb tekisligigacha masofa 8 bo'lsa, rombnig yuzini toping ?

4-masala. Ushbu tenglamani x o'zgaruvchiga nisbatan yeching?
 $kx - 2 = k - 6x$

5-masala. Tengsizliklar sistemasini va birlashmasini topishdan foydalanib, tengsizlikni yeching:

$$\frac{x+2}{x-6} \leq 0$$

4-variant

1-masala. ABC burchakning B uchidan 5 ta nur o'tkazing. Bu nurlar hosil qilgan burchaklarni yozing. ABC burchak bilan qo'shib hisoblaganda ular necha?

2-masala. Qavariq to'rtburchakning bir burchagi 45° , qolgan 3ta burchaklari o'zaro teng bo'lsa, to'rtburchak burchaklarini toping?

3-masala. Asoslarining radiuslari 6 va 10 ga, o'q kesimining balandligi 13 ga teng bo'lgan kesik konus yon sirtining yuzini toping?

4-masala. Ushbu tenglamaning yechimlar to'plamini toping!

$$\frac{x}{2x-1} + \frac{25}{4x^2-1} = \frac{1}{27} - \frac{5(2-x)}{2x^2-5x+2} \quad (1)$$

$$\text{5-masala. } \begin{cases} y < 3x + 2 \\ y \leq 5x - 4 \end{cases}$$

Tengsizliklar sistemasini qanoatlantiruvchi sohani toping?

5-variant

1-masala. Ikki to'g'ri chiziqlarning kesishishidan hosil bo'lgan qo'shni burchaklarning ayirmasi 36° ga teng. Shu burchaklardan kichigini toping?

2-masala. Asos aylanasi uzunligi 10 bo'lgan silindrning yon sirti yoyilganda yasovchisi hosil bo'lgan to'rtburchak dio'gonali bilan 30° li burchak tashkil qiladi. Silindrning yon sirtini toping?

3-masala. Aylanaga ichki chizilgan muntazam oltiburchakning tomoni 8 ga teng bo'lsa, shu aylananing radiusini toping?

4-masala. Ushbu

$$\begin{cases} x^2 - 1 = 5 \\ x(x-1) = 0 \end{cases}$$

birlashmaning yechimlar to'plamini toping

5-masala. Quyidagi tenglama bilan berilgan aylananing markazi va radiusini toping. $x^2 + y^2 - 4x - 12y = 24$

6-variant

1-masala. Ikki parallel to'g'ri chiziqlarni uchinchisi kesib o'tganda hosil bo'lgan ichki bir tomonli burchaklardan biri ikkinchisidan 5 marta katta. Shu burchaklardan kichigini toping?

2-masala. To'rtburchakning burchaklari kattaligi 1,6,4,7 sonlariga proporsional bo'lsa, 4 soniga proporsional bo'lgan burchagini toping?

3-masala. Radiuslari 4, 5 va 8 bo'lgan metal sharlar eritilib bitta shar quyildi. Shu shar hajmini toping?

4-masala. Quyidagi tengsizliklar birlashmasining yechimlar to'plamini toping va ularni sonlar o'qida ko'rsating:

$$g) \begin{cases} 4x + 3 > 5 \\ 5x - 7 \leq 6 \end{cases}$$

5-masala. Quyidagi tenglama bilan berilgan aylananing markazi va radiusini toping. $x^2 - 4x + 4 + y^2 + 6x + 9 = 81$

7-variant

1-masala. Teng yonli uchburchakning uchidagi burchagi 90° ga teng. Asosidagi burchaklarining bisektrisalari kesishishidan hosil bo'lgan o'tkir burchakni toping?

2-masala. Tomonlari 45 sm. va 5 sm. bo'lgan to'g'ri to'rtburchakka tengdosh bo'lgan kvadrat tomonini toping?

3-masala. Muntazam uchburchak tekisligi radiusi 6 ga teng bo'lgan sharni uchburchak tomonlari sharga uringan holda kesadi. Muntazam uchburchakning perimetri 24 ga teng bo'lsa, uchburchak tekisligi shar markazidan qancha masofada ekanligini toping?

4-masala. Tengsizlikni sonlar o'qida ko'rsating.

$$a) A = \{x/2 < x \leq 2\frac{2}{5}\} \quad b) E = \{x/x \geq -2\frac{1}{5}\}$$

5-masala. Ushbu $\begin{cases} 5x + 3y = 7 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ sistemaning yechimlarini toping.

8-variant

1-masala. To'g'ri burchakli, kichik kateti $AB=3$ bo'lgan ABC uchburchak yasang. Bu uchburchak BC gipotenuzasi $3\sqrt{2}$, kateti va kichik

kateti $BD=3$ bo'lgan yangi DBC to'g'ri burchakli uchburchak yasang. Bu DBC to'g'ri burchakli uchburchak DC gipotenuzasi uzunligini toping?

2-masala. To'rtburchakning bir dio'gonali, uni perimetri 23 va 17 bo'lgan ikkita uchburchakka ajratadi. To'rtburchakning perimetri 28 ga teng bo'lsa, o'tkazilgan dio'gonali uzunligini toping?

3-masala. Asosining tomoni 6 ga teng bo'lgan muntazam oltiburchakli piramidaning yon qirralari 10 ga teng bo'lsa, piramidaning to'la sirtini toping?

4-masala. Tengsizlikni sonlar o'qida ko'rsating.

a) $E = \{x \in R, 2 \leq x < 5,4\}$.

5-masala. Tenglamalar haqiqiy sonlar to'plamida teng kuchlimi? 5 soni bu tenglamalarning ildizi bo'ladimi?

a) $\frac{6-x}{x-3} = 6 + \frac{x}{x-3};$

b) $6-x = 6(x-5)+1;$

Test topshiriqlaridan namunalar. 1-test

1. Teoremaning tuzilishi necha qismdan iborat

A. 3 ta B. 2 ta C. 4 ta D. 5 ta

2. Teoremaning sharti va xulosasi o'zni almashsa, berilgan teorema nisbatan qanday teorema hosil bo'ladi.

A. Qarama-qarshi teorema hosil bo'ladi

B. Teskari teorema hosil bo'ladi

C. Teorema ta'rifga aylanadi

D. Teorema aksiomaga aylanadi

3. Qaysi biri 2 o'rinli predikat bo'ladi?

A. $x = -2$ B. $x + \frac{27}{3x}$ C. $y + \frac{25}{x}$ D. $x+5y=48$

4. Berilgan sonning raqamlar yig'indisi x ga bo'linsa, u holda shu sonning o'zi ham x ga bo'linadi. Jumladagi x ga qaysi son to'g'ri keladi.

A. 4 B. 7 C. 3 D. 6

5. 2 ta A va B mulohazalarni "va" boglovchisi bilan boglab hosil qilingan mulohaza nima deb ataladi?

A. mulohaza implikasiyasi

B. mulohaza ekvivalensiyasi

C. mulohazalar konyungsiyasi

D. Mulohaza inkori

6. Umumiylik kvantori qanday belgi bilan belgilanadi?

A. $\forall$ B. $\wedge$ C. $\exists$ D. $\forall$

7. Quyidagi predikatning rostlik to'plamini toping.
" $x < 4, x \in N$ "

A. $\{3, 2, 1\}$

B. $\{1, 0, -1, -2, -3\}$

C. $\{-1, -2, -3, -4\}$

D. $\{5, 6, 7, 8, 9\}$

8. Rost mulohazalarni aniqlang

A. 4 - tub son

B. $0,2 \in N$

C. $2^3 > 3^2$

D. rost mulohaza yo'q

9. Mulohazalar konyungsiyasining belgisi

A. $\wedge$

B. $\vee$

C. $\emptyset$

D. $\varnothing$

10. Gruppashlar sonini topish formulasini aniqlang

A. $A_n^k = (n-k)$ B. $P = N$ C. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ D. $P_n = n!$

11. Chekli to'plamni aniqlang

A. $\{1, 0, 2, 3, \dots\}$ B. $\{x/x \in N, x < 30\}$ C. N D. $\{x/x \in N, x > 5\}$

12. $n(A) = 7, n(B) = 3$ bo'lsa $n(A \times B)$ ni toping

A. 30 B. 72 C. 40 D. 21

13. To'plamlar kesishmasini toping $\{4, 5, 6, \dots, 25\}$ va

$\{10, 20, 30, 40\}$

A. $\{4, 5, 6, \dots, 25\}$ B. $\{10, 15, 20, 25\}$ C. $\{10, 20\}$ D. $\{20, 30, 40\}$

14. Agar A qism to'plam B va B qism to'plam A bo'lsa, A va B to'plamlar qanday munosabatda bo'ladi?
 A. ular o'zaro teng B. birlashmasi
 C. qism D. to'ldiruvchi
15. Natural sonlar to'plamining butun sonlar to'plamigacha to'ldiruvchisi qanday sonlardan tashkil topgan?
 A. barcha manfiy sonlar
 B. xaqiqiy sonlar va no'l
 C. barcha manfiy butun sonlar va no'l
 D. rasio'nal sonlar va no'l
16. Uchburchaklar to'plamini qaysi javobda sinflarga to'g'ri ajratilgan?
 A. teng tomonli, to'g'riburchakli, yoyiq burchakli
 B. to'g'ri burchali, uchburchakli, 90° li
 C. to'g'ri burchakli, teng tomonli, teng yonli
 D. to'g'riburchakli, o'tkriburchakli, o'tmasburchakli
17. 3,5,7,9 raqamlaridan foydalanib ikki xonali sonlardan nechta tuzish mumkin? Raqamlari qaytarilmaydigan
 A. 12 ta B. 18 ta C. Cheksiz D. 16 ta
18. 4,56 raqamlardan foydalanib nechta 3 xonali son tuzish mumkin? Raqamlari qaytarilmaydigan
 A. 7 ta B. 27 ta C. 6 ta D. 5 ta
19. 1 chi elementi A ga va 2 chi elementi B to'plamga tegishli juftliklar to'plamlari bu to'plamlarningdeyiladi?
 A. kortej B. kesishmasi
 C. birlashmasi D. dekart ko'paytmasi
20. O'rinashti -rishlardagi har bir grupp bir-biri bilan nimasi bilan farq qiladi?
 A. yoki elementi yoki elementning o'rni bilan
 B. kamida bitta elementi bilan
 C. elementning o'rni bilan
 D. farq qilmaydi
21. Butun nomanfiy sonlar to'plamida "tenglik" munosabatini xossalarini aniqlang?
 A. Refleksiv, antisimmetrik B. simmetrik, tranzitiv
 C. Refleksiv, simmetrik, tranzitiv D. Refleksiv, tranzitiv
22. Agar B to'plamning har bir elementi A to'plamning ham elementi

- bo'lsa, B to'plam A to'plamning ...bo'ladi
 A. Kesishmasi B. birlashmasi
 C. ayirmasi D. Qism to'plami
23. Mulohaza ko'rsatilgan qatorni toping
 A. $2x^2+x^2+\sin x+28$ B. $y=5x+3$
 C. $32^2>961$ D. $\sin x+\cos x$
24. $A=\{5,10,15,20\}$ $B=\{1,3,5,7,9,11\}$ to'plamlar kesishmasi ko'rsatilgan qator ni toping
 A. $\{5,10,15,20\}$ B. $\{5\}$ C. $\{1,2,3\}$ D. $\{5,10,15\}$
25. Ikkita A va B mulohazalarni "yoki" bog'lovchisi bilan bog'lab hosil qilingan mulohaza nima deb ataladi
 A. mulohazalar konyungsiyasi B. mulohaza implkasiyasi
 C. mulohazalar dizyungksiyesi D. mulohaza ekvivalensiyasi
26. Qiymatlari rost bo'lgan mulohazalarni belgilang
 A. $\sqrt{-25}=5$ B. $4,1=2\times 2,1$ C. $|-6|=-6$ D. $-0,12431\in R$
27. Ikki to'plamning o'zaro munosabatida nechta hol bo'lishi mumkin
 A. 6 ta B. 4 ta C. 3 ta D. 3 ta
28. Quyidagi predikatlarning rostlik to'plamini toping.
 $D(x): "3\leq x\leq 8", x\in Z$
 A. $\{1,2,\dots\}$ B. $\{-3,-2,-1,4,5\}$
 C. $\{3,4,5,6,7,8\}$ D. $\{4,5,6,7,8\}$
29. Quyidagi mulohazaning inkorini toping. 15soni 3ga va 5ga bo'linadi
 A. 15soni 3ga va 5ga bo'linmaydi
 B. 15soni 3ga va 5ga bo'linuchi emas
 C. 15soni 4ga va 6ga bo'linadi
 D. 15soni 3ga bo'linmaydi
30. Guruhning barcha talabalari ma'ruzada bo'lishdi. Ushbu mulohaza inkori qaysi javobda to'g'ri ko'rsatilgan
 A. guruhning ba'zi talabalari ma'ruzaga qatnashdi
 B. guruhning birorta talabasi ma'ruzaga qatnashmadi
 C. guruhning barcha talabalari ma'ruzaga qatnashdi
 D. guruhning bitta talabasi ma'ruzada bo'ldi
31. Sinfidagi 70 o'quvchining 43 tasi ingliz tilini 39 tasi nemis tilini o'rganadi. Ikki tilni o'rganuvchi o'quvchilar nechta
 A. 62 B. 28 C. 12 D. 34

32. To'g'ri mulohazalarni ko'rsating
 A. barcha sonlar 5ga karrali
 B. Terak, gilos, majnuntol, mevali daraxtlar
 C. Ixtiyoriy to'g'ri to'rtburchakning diagonallari o'zaro teng
 D. 20dan kichik sonlar – hammasi bo'linuvchi
33. $(10 > 5) \vee (10 < 30)$ mulohazaning qaysi amali ko'rsatilgan
 A. Mulohaza konyunksiyasi B. Rost va yolg'on mulohaza
 C. yolg'on va rost mulohaza D. Mulohaza dizyunksiyasi
34. ABCD to'rtburchak romb ham to'g'ri to'rtburchak ham bo'la olmaydi. Jumlaning inkori to'g'ri ko'rsatilgan javobni toping
 A. ABCD to'rtburchak romb ham to'g'ri to'rtburchak ham bo'la oladi
 B. ABCD to'rtburchak romb ham to'rtburchak ham bo'la olmaydi
 C. ABCD to'g'ri to'rtburchak romb bo'lishi mumkin
 D. ABCD to'rtburchak romb ham to'rtburchak ham bo'la oladi
35. Aynan chin formulalardeyiladi
 A. moslik B. refleks C. taftologiya D. predikat
36. Berilgan mulohazalarni ikkalasi ham chin bo'lgandagina chin, qolgan hollarda yolg'on bo'lgan mulohazagadeyiladi
 A. mulohaza dizyunksiyasi B. mulohaza implikasiyasi
 C. mulohazalar konyunksiyasi D. ekvivalensiyasi
37. Berilgan mulohazalarning ikkalasi ham yolg'on bo'lgandagina yolg'on qolgan hollarda chin bo'lgan mulohazagadeyiladi
 A. mulohazalar konyunksiyasi B. mulohazalar implikasiyasi
 C. mulohazalarning dizyunksiyasi D. mulohazalar ekvivalenti
38. Berilgan mulohazalardan ikkalasi chin bo'lganda va ikkalasi ham yolg'on bo'lganda chin qiymat qabul qiluvchi mulohazaga ... deyiladi
 A. mulohazalar konyunksiyasi B. mulohazalar ekvivalensiyasi
 C. mulohazalar implikasiyasi D. mulohazalar dizyunksiyasi
39. To'plamning berilish usullari nechta
 A. 4 ta B. cheksiz ko'p C. 2 ta D. 3 ta
40. Agar $A = \{a, g, p, t\}$ $B = \{a, t, f, b\}$ bo'lsa, $C = \{a, t\}$ to'plam nima deb ataladi
 A. qism B. Kesishma C. Birlik D. ayrish
41. Agar to'plam A yoki B to'plamlarga tegishli elementlarning hammasini o'z ichiga olsa, bunday to'plamdeyiladi
 A. qism B. Ob'ektiv

- C. A va B to'plamlar birlashmasi D. to'plamlar kesishmasi
42. A-bir xonali sonlar va S-juft sonlar to'plamlarining kesishmasini toping
 A. $\{2, 4, 6, 8\}$ B. $\{1, 2, 3\}$ C. $\{2n\}$ D. $\{3n\}$
43. $A = \{3, 4, 5\}$ $B = \{d, c\}$ to'plamlar dekart ko'paytmasidagi kortejlar uzunligini toping
 A. 6 B. 3 C. 2 D. 10
44. Kontenium quvvatli bo'lmagan to'plamni toping
 A. R B. $[0, 1]$ C. $[5, 6]$ D. $\{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$
45. Natural sonlar to'plamining butun sonlar to'plamigacha to'ldiruvchisi qanday sonlardan tashkil topgan
 A. haqiqiy sonlar va no'l B. rasona sonlar
 C. barcha manfiy butun sonlar va no'l D. butun sonlar
46. A-natural sonlar to'plami. B-7ga karrali natural sonlar to'plami bo'lsa, quyidagi yozuvlardan qaysilari to'g'ri
 A. $84 \in A \setminus B$ B. $70 \in A \setminus B$ C. $56 \in A \setminus B$ D. $27 \in A \setminus B$
47. Quyidagi klassifikasiyalar to'g'rimi? 1) burchaklar to'plami o'tkir va o'tmas burchaklar qism to'plamlariga bo'linadi. 2) Parallelogrammlar to'plami: to'g'ri burchaklar, romblar va kvadratlar qism to'plamlariga bo'linadi
 A. 2- to'g'ri B. 1 ham 2 ham noto'g'ri
 C. 1 ham 2 ham to'g'ri D. 1-to'g'ri
48. Sinfdagi 50 o'quvchining 35 tasi ingliz tilini 29 tasi nemis tilini o'rganadi. Ikki tilni o'rganuvchi o'quvchilar nechta
 A. 14 B. 28 C. 62 D. 40
49. Gruppada 25 talaba bo'lib, ulardan 18 tasi matematikaga, 15 tasi adabiyotga qiziqadi. Shu ikki fanga qiziquvchilar soni nechta
 A. 15 B. 18 C. 33 D. 25
50. 1 chi elementi A to'plamga va 2 chi elementi B to'plamga tegishli juftliklar to'plamlari bu to'plamlarningdeyiladi
 A. Kesishmasi B. dekart ko'paytmasi
 C. birlashmasi D. Eyler ko'paytma
51. Dekart ko'paytma xossalari qaysi javobda to'g'ri ko'rsatilgan
 A. Taqsimot B. o'rin almashtirish C. assosiyativlik D. grafik
52. O'rinlashtirishlardagi har bir gruppada bir-biri bilan nimasi bilan

farq qiladi

- A. elementning o'ri bilan B. o'ri ahamiyatiga ega emas
C. farq qilmaydi D. yoki element yoki elementning o'ri bilan

53. «X soni y sonidan 5 ta ko'p» jumlani tenglik ko'rinishida yozing

- A. $x + 5 = y$ B. $x = y + 5$ C. $x = 5y$ D. $x + y = 5$

54. $X = \{13, 15, 17, 19, \dots, 99\}$ to'plamini qism to'plami ko'rsatilgan

qatorni toping

- A. $\{41, 45, 49, \dots, 73\}$ B. $\{1, 2, 3, \dots, 99\}$
C. $\{1, 3, 5, \dots, 99\}$ D. $\{35, 38, 41, 44, \dots, 99\}$

55. $X = \{21, 22, 23, \dots\}$ to'plamning natural sonlar to'plamiga to'ldiruvchi to'plamini toping

- A. $\{1, 2, 3, \dots, 20\}$ B. $\{1, 2, 3, \dots\}$ C. $\{1, 1/2, 2, \dots\}$ D. $\{1, 3, 5, \dots\}$

56. 3 ta komandada 1 tadan shaxmatchi bo'lib, har bir shaxmatchi biri bilan 1 martadan o'ynashi kerak. Necha partiya o'yin bo'ladi

- A. 3 B. 12 C. 6 D. 4

57. 7, 5, 3 raqamlaridan raqamlari takrorlanmaydigan nechta 2 xonali son yozish mumkin

- A. 9 B. 8 C. 6 D. 7

58. Guruhdagi 28 talabadan 2 tasi faqat voleybol, 8 tasi faqat basketbol va 1 tasi ikkala turdagi musobaqada qatnashdi. Necha talaba musobaqada qatnashgan

- A. 58 B. 7 C. 9 D. 11

59. A^2 ni toping?

- A. 12 B. 8 C. 16 D. 4

60. $A = \{10, 20, 30, 40, 50\}$ to'plamning qism to'plami bo'lmagan to'plamni toping.

- A. $\{10, 11, 12, 13\}$ B. $\{10, 20, 30\}$ C. bo'sh to'plam. D. $\{40, 50\}$

2-Test topshiriqlaridan namunalar.

1. Hisoblang $5\frac{5}{7} : 2\frac{2}{5} \times 5\frac{1}{4} : 1\frac{1}{6} \times \frac{2}{3}$

- a. $7\frac{1}{7}$ b. $8\frac{1}{7}$ c. $6\frac{6}{7}$ d. $5\frac{5}{7}$

2. Surat va maxraji o'zaro tub ($\frac{m}{n}$) kasr qanday bo'lg anda chekli o'nli kasrga aylanadi?

- a. Har qanday holda b. Mumkin emas
c. Maxrajining tup ko'paytuvchilariga yoyilmasida 2 yoki 5 tup ko'paytuvchilardan boshqa tup ko'paytuvchi bo'lmagan holda
d. Sonning tup ko'paytuvchilariga yoyilmasida 2 yoki 5 tup ko'paytuvchilardan boshqa ko'paytuvchi bo'lsa

3. Ifodaning qiymatini toping: $18 - \frac{12}{2} + 5 \times 3$

- a. 54 b. 51 c. 28 d. 27

4. Ifodaning qiymatini toping? $\frac{89109}{9} + \frac{541008}{18}$

- a. 4047 b. 39957 c. 347 d. 84537

5. Yig indidan sonni ayirish uchun

- a. Qo'shiluvchilarning kattasidan sonni ayirish lozim
b. yig indiga shu sonni qo'shish kerak
c. Qo'shiluvchilardan biridan shu sonni ayirish va natijaga ikkinchi qo'shiluvchini qo'shish kerak
d. sonlarning kichigidan ayirish kerak

6. Berilgan sonning raqamlar yig indisi x ga bo'linsa, u holda shu sonning o'zi ham x ga bo'linadi. Jumladagi ga qaysi son to'g'ri keladi

- a. 6 b. 7 c. 4 d. 9

7. Tub son deb nimaga aytiladi?

- a. hamma son tub son
b. faqat 1 ga va o'ziga bo'linadigan son tub son deyiladi
c. bo'linuvchilari 3 ta bo'lgan son tub son
d. bo'linuvchilari 3 tadan ko'p bo'lgan son

8. Butun nomanfiy sonni qoldiqli bo'lish formulasini ko'rsating

$$a = b \times q + r$$

- a. bunda b. $S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}$
 $0 \leq r < b$

$$c. A_n^k = n(n-1)(n-2)\dots(k-1)$$

d. $A^{n-1} = A^n = n$

9. Butun nomanfiy a va b sonlarning bo'linmasi deb shunday songa aytiladiki?

- a. bu sonni b soniga ko'paytirganda, unda a soni hosil bo'ladi
- b. busonni a sonidan ayirganda b soni hosil bo'ladi
- c. bu sonni b soniga ko'paytirganda a-b hosil bo'ladi
- d. a sonni bu songa bo'linganda b+c hosil bo'ladi

10. Kichik munosabatining qo'shish orqali berilgan ta'rifdan foydalanib a, b, c natural sonlar uchun quyidagi da'volardan to'g'risini toping

- a. $a = b$ bo'lsa $c = b$ bo'ladi
- b. $a > b$ bo'lsa $a + c < b + c$ bo'ladi
- c. $a < b$ bo'lsa $a + c < b + c$ bo'ladi
- d. $a = b$ bo'lsa $a + c < b + c$

11. Natural sonning N_6 kesmasi ko'rsatilgan qatorni toping:

- a. $\{0, 1, 3, 5, 6, 7, 9\}$
- b. $\{0, 4, 2, 6, \}$
- c. $2, 4, 6, b, 8$
- d. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

12. Stol uzunligi avval santimetr bilan keyin detsimetr bilan o'lchandi.

1- o'lchaganda 2- o'lchagandagiga qaraganda 108 son ortiq chiqdi. Stol uzunligi nimaga teng?

- a. 15dm b. 12dm c. 20dm d. 130sm

13. Sanoq sistemasi deganda nimani tushunasiz?

- a. Sanaladigan sonlar sanoq sistemasi deyiladi.
- b. Faqat aytilishi va yozilishiga sanoq sistemasi deyiladi
- c. Sonlarni aytish yozish hamda ular ustida amallar bajarishda qo'lanadigan tilga sanoq sistemasi deyiladi
- d. sanaladigan sonlarni aytilishiga sanoq sistemasi deyiladi

14. 15212 ni rim raqamida to'g'ri yozilgan qatorni toping

- A) $XV_m CCXIII$
- B.) $XV_m CCXII$
- C) $XV_m CCXV^m$
- D) $XV_m CCXIII$

15. Manfiy bo'lmagan butun sonlar to'plami qanday to'plam?

- a. diskret to'plam
- b. Uzluksiz to'plam

c. Chekli to'plam

d. Universal

16. Murakkab songa bo'linish alomatidan foydalanib 306, 523, 1704, 930 sonlaridan qaysilari 6ga qoldiqsiz bo'linishini aniqlang?

- a. 306, 930, 1704 b. 306, 722, 930, 1704
- c. 306, 722, 930 d. 360, 1704

17. 28 va 16 ning EKUBo'luvchisi ko'rsatilgan javobni aniqlangan

- a. 4 b. 28 c. 5 d. 56

18. Tub sonlar qatorini aniqlang?

- a. 2, 5, 7, 13, 41, 33 b. 3, 7, 13, 29, 31, 41
- c. 2, 4, 13, 31, 47 d. 2, 3, 7, 12, 13, 21, 29

19. Manfiy bo'lmagan butun sonlarni qo'shish qonunlarini aniqlang?

- a. Kommutativ, distributiv b. assosiativ, qisqaruvchan, distributiv
- c. Kommutativ, assosiativ d. assosiativ, distributiv

20. Hisoblang: $27048 \times 27044 - 27047 \times 27043$

- a. 58051 b. 57091 c. 60491 d. 54091

21. 48 sonining barcha natural bo'luvchilari yigindisini toping

- a. 138 b. 125 c. 200 d. 124

22. Berilgan sonning raqamlar yig'inidisi x ga bo'linsa, u holda shu sonning o'zi ham x ga bo'linadi. Jumladagi x ga qaysi son to'g'ri keladi

- a. 4 b. 7 c. 3 d. 6

23. Ushbu $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ formula qanday formula

- a. Piano formulasi b. Arximed formulasi
- c. Pifagor formulasi d. Evklid formulasi

24. 72 sonining bo'luvchilarini toping?

- a. 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72 b. 1, 2, 3, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72
- c. 1, 2, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72 d. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72

25. D(28, 16) ko'rsatilgan javobni aniqlang

- a. 4 b. 56 c. 28 d. 8

26. Bog'da 12 tup olma daraxti bor. Ular olchalardan 3 marta kam. Bogda necha tup olcha daraxti bor?

- a. 44 b. 36 c. 14 d. 15

27. $n(A) = a$; $n(B) = b$ va $B \subset A$ bo'lsa a va b sonlarning ayirmasi deb nimaga aytiladi

- a. A va B to'plamlar birlashmasiga aytiladi
 b. A to'plamni to'ldiruvchi to'plam elementlari soniga aytiladi
 c. B to'plamning A to'plamgacha to'ldiruvchi to'plamning elementlari soniga aytiladi

d. A to'plamning elementlari soniga aytiladi

28. Bir sonni ikkinchi sondan necha marta katta yoki kichik ekanligini bilish uchun nima qilish lozim?

- a. bo'linuvchini ayirish lozim
 b. katta songa ko'paytirish lozim
 c. kichik sonni qo'shish lozim
 d. katta sonni kichigiga bo'lish lozim

29. Hisoblang $(12\frac{1}{9} - 10\frac{2}{5}) : 38\frac{1}{2} + 2\frac{8}{9} \times 18$

- a. $24\frac{1}{15}$ b. $32\frac{7}{45}$ c. $52\frac{2}{45}$ d. 47

30. Ifodani qiymati to'g'ri ko'rsatilgan qatorni toping:

$$\frac{6,8 \cdot 0,04 \cdot 1,65}{3,3 \cdot 5,1 \cdot 0,16}$$

- a. $\frac{1}{6}$ b. $\frac{2}{5}$ c. 2 d. 0,2

31. Aralash kasr ko'rinishida yozing. 10,0018

- a. $1\frac{18}{10}$ b. $100018\frac{10018}{1000}$ c. $10\frac{9}{5000}$ d. $18\frac{10}{100018}$

32. $3\frac{127}{495}$ aralash kasrni cheksiz davriy o'nli kasr ko'rinishida yozing

- a. 3,(127) b. 3,(254) c. 3,2(54) d. 3,2(56)

33. Hisoblang: $21 \times 18 - 19 \times 18 + 18 \times 17 - 17 \times 16 + 16 \times 15 - 14 \times 15$

- a. 500 b. 100 c. 986 d. 244

3-test topshiriqlaridan namunalar.

1. Biror to'g'ri chiziqqa tegishli 5 ta turli nuqta nechta kesmani aniqlaydi.

- A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

2. AB kesmaning uzunligi 14. Bu kesmada C nuqta belgilangan. Agar AC kesma BC kesmadan 2 ga ortiq bo'lsa, BC kesmaning uzunligini toping?

- A) 8 B) 6 C) 4 D) 10 E) 12

3. Uzunligi 15 ga teng bo'lgan AB kesma C nuqta bilan ikkiga bo'lingan bo'lib, ular uzunliklarining nisbati 2:3 kabi bo'lsa, AC va BC kesmalar uzunliklarini toping?

- A) 12, 18 B) 4, 12 C) 6, 9 D) 14, 21 E) 4, 6

4. Umumiy uchga ega bo'lgan AB va AC nurlarning birida (A nuqtadan farqli) k ta nuqta, ikkinchisida n ta nuqta belgilangan. Bir uchi AC nurdagi nuqtada, ikkinchi uchi AB nurdagi nuqtada bo'lgan barcha kesmalar sonini ifodalang?

- A) $n \times k$ B) $n(k-1)$ C) $(n-1)k$ D) $\frac{n(k-1)}{2}$ E) $\frac{k(n-1)}{2}$

5. Qo'shni burchaklar kattaliklarining nisbati 7:3 kabi. Shu burchaklardan kichigini toping.

- A) 63° B) 51° C) 57° D) 48° E) 54°

6. Qo'shni burchaklardan biri ikkinchisidan 4 marta kichik bo'lsa, shu burchaklardan kattasini toping?

- A) 125° B) 130° C) 140° D) 144° E) 120°

7. Ikki qo'shni burchaklarning ayirmasi 24° ga teng. Shu burchaklardan kichigini toping?

- A) 24° B) 68° C) 82° D) 76° E) 78°

8. Qo'shni burchaklardan biri ikkinchisidan 32° ga katta bo'lsa, shu burchaklardan kattasini toping?

- A) 106° B) 118° C) 116° D) 114° E) 108°

9. Biror nuqtadan o'tuvchi n ta to'g'ri chiziq bir-biri bilan kesishmaydigan nechta burchak hosil qiladi?

- A) n B) n+1 C) 2n D) $\frac{3n}{2}$ E) 4n+1

10. Ikki parallel to'g'ri chiziqni uchinchisi kesib o'tganda hosil bo'lgan ichki bir tomonlama burchaklardan biri ikkinchisidan 17 marta kichik. Shu burchaklardan kichigini toping?

- A) 20° B) 24° C) 15° D) 10° E) 18°

11. Ikki qo'shni burchaklarning ayirmasi 40° ga teng. Shu

burchaklardan kichigini toping?

- A) 60° B) 40° C) 50° D) 70° E) 45°

12. Tomonlarining uzunligi butun son bilan ifodalangan, bir tomoni 6 sm va qolgan ikki tomoni yig'indisi 15 sm bo'lgan nechta turli uchburchak yasash mumkin?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

13. Tomonlarining uzunligi 12 sm bo'lgan muntazam uchburchak ichidagi ixtiyoriy nuqtadan uning tomonigacha bo'lgan masofa necha santimetr?

- A) 12sm B) $12\sqrt{3}$ C) 6 D) $6\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

14. Musbat butun x -son uchun, tomonlarining uzunliklari $x+8$, 10, va $7-x$ bo'lgan nechta turli uchburchak yasash mumkin?

- A) 10 B) 9 C) 7 D) 5 E) 4

15. Teng yonli uchburchakning uchidagi burchagi 40° ga teng. Asosidagi burchakning bissektrisasi va shu burchak qarshisidagi tomon orasidagi burchakni toping?

- A) 60° B) 75° C) 85° D) 65° E) 50°

16. To'g'ri burchakli uchburchakning 30° li burchagi qarshisidagi katetining gipotenuzaga nisbatini toping?

- A) $1/8$ B) $1/4$ C) $2/3$ D) $1/2$ E) $3/4$

17. Perimetri 8sm bo'lgan to'rtburchakning bir tomoni qolgan tomonlaridan mos ravishda 3mm, 4mm va 5mm katta bo'lsa, uning eng katta tomoni uzunligini toping?

- A) 23 mm B) 25 mm C) 27 mm D) 29mm E) 26mm

18. Aylanaga tashqi chizilgan ABCD to'rtburchakda $AB=6$, $AD=4$, $DC=3$ bo'lsa, BC tomon uzunligini toping?

- A) 4 B) 4,5 C) 5 D) 5,5 E) 6

19. Teng yonli to'g'ri burchakli uchburchakning o'tkir burchagi bissektrisasi qarshisidagi katetni to'g'ri burchak uchidan hisoblaganda qanday nisbatda bo'ladi?

- A) $6\sqrt{2}:2$ B) $1:2$ C) $2:1$ D) $\sqrt{2}:1$ E) $2:3$

20. Uchburchak tomonlarining uzunliklari 6, 9 va 12. Uning katta burchagi bissektrisasining qarshi tomonda hosil qilgan katta kesmasi uzunligini toping?

- A) 7,2 B) 4,8 C) 6,8 D) 8,4 E) 5,6

23) Diagonallari 18, 14 bo'lgan to'rtburchak tomonlari o'rtalarini

tutashtirishdan hosil bo'lgan to'rtburchak perimetrini toping?

- A) 26 B) 28 C) 32 D) 34 E) 36

24) Tomonlarining uzunliklari 72 va 8 bo'lgan to'g'ri to'rtburchakka tengdosh kvadratning tomoni uzunligini toping?

- A) 36 B) 24 C) 28 D) 18 E) 26

25) Kvadratning tomoni uzunligini necha marta kamaytirilsa yuzasi 4marta kamayadi?

- A) 5 B) 2,5 C) 4 D) 3 E) 2

26) To'g'ri to'rtburchakning eni 7 sm, bo'yi undan 2marta ortiq. To'g'ri to'rtburchakning perimetrini toping?

- A) 22 sm B) 20 sm C) 34 sm D) 36 sm E) 42 sm

27) To'g'ri to'rtburchakning yuzi 400 ar ga. tomonlarining nisbati 4;1 kabi bo'lsa, To'g'ri to'rtburchakning perimetrini toping?

- A) 100 B) $100\sqrt{2}$ C) 200 D) $50\sqrt{2}$ E) 120

28) Trapetsiyaning kichik asosi 4 sm. O'rta chizig'i katta asosidan 4 sm qisqa. Trapetsiyaning o'rta chizig'ini toping?

- A) 6 sm B) 10 sm C) 8 sm D) 9 sm E) 12 sm

29) Teng yonli trapetsiyaning asoslari 10 va 20 ga, asosidagi burchagi 60° ga teng. Shu trapetsiyaning yuzini toping?

- A) $500\sqrt{3}$ B) $75\sqrt{3}$ C) $25\sqrt{3}$ D) $250\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) 150

30) Parallelogramning tomonlaridan biri ikkinchisidan 4 marta katta. Agar uning perimetri $20\sqrt{2}$ ga o'tkir burchagi 45° ga teng bo'lsa uning yuzini toping?

- A) $8\sqrt{2}$ B) $32\sqrt{2}$ C) 16 D) 8 E) $16\sqrt{2}$

31) Teng yonli trapetsiyaning burchaklaridan biri 120° bo'lsa, Shu trapetsiyaning kichik asosining yon tomoniga nisbatini toping?

- A) 2 B) $1/2$ C) aniqlab bo'lmaydi D) 1,5 E) 3

32) Ro'mbning $3\sqrt{3}$ ga teng bo'lgan balandligi, uning tomonini teng ikkiga bo'ladi, Ro'mbning perimetrini toping?

- A) $12\sqrt{3}$ B) 24 C) 36 D) $36\sqrt{3}$ E) 48

33. Radiusi 4 ga teng bo'lgan aylanaga muntazam uchburchak ichki chizilgan bo'lib, bu uchburchak tomoniga kvadrat yasalgan. Kvadratga tashqi chizilgan aylana radiusini toping?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{6}$ C) $4\sqrt{316}$ D) $3\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3-\sqrt{2}}$

34) Muntazam oltiburchakka tashqi chizilgan aylananing uzunligi 4π ga teng. Shu ko'pburchakning yuzini toping?

- A) 6 B) $\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{3}$ E) 12

35) Muntazam oltiburchakka tashqi chizilgan aylananing radiusi $\sqrt{3}$ Shu ko'pburchakka ichki chizilgan aylana radiusini toping?

- A) 1,5 B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D) 1,2 E) 4

36) Muntazam n burchakning ichki burchagi tashqi burchagidan 5 marta katta bo'lsa, shu ko'pburchak diagonallari sonini toping?

- A) 32 B) 35 C) 36 D) 42 E) 54

37) ABC uchburchakda $AB=7$, $BC=9$ va $AC=12$ bo'lsa AC tomoniga tushirilgan h_b balandligini toping?

- A) $\frac{5}{3}\sqrt{6}$ B) $\frac{8}{3}\sqrt{6}$ C) $\frac{7}{3}\sqrt{5}$ D) $\frac{8}{3}\sqrt{5}$ E) $\frac{8}{3}\sqrt{3}$

38) Uchburchak tomonlarining uzunliklari 11, 23 ga uchinchi tomoniga tushirilgan medianasi 10 ga teng. Uchburchakning uchinchi tomonining uzunligini toping?

- A) 30 B) 15 C) 25 D) 28 E) 26

39) Muntaza m ko'pburchakning perimetri 60 ga, unga ichki chizilgan aylananing radiusi 8 ga teng. Shu ko'pburchak yuzini toping?

- A) 240 B) 480 C) 120 D) 60 E) 180

40) Doiraning yuzi 36π ga teng bo'lsa, doiraga ichki chizilgan kvadrat yuzini toping?

- A) 361 B) 100 C) 169 D) 144 E) 72

41) Doiraga ichki chizilgan uchburchakning bir tomoni doiraning diametriga teng. Doiraning yuzi 289π ga uchburchak tomonidan birining uzunligi 30 ga teng. Shu uchburchakka ichki chizilgan doiraning yuzini toping?

- A) 64π B) 36π C) 25π D) 20π E) 16π

42) Radiusi 12 ga va markaziy burchagi 105° ga teng bo'lgan doiraviy sekto'rning yoyi aylana shakliga keltirilgan. Shu aylananing radiusini toping?

- A) 4,5 B) 4,2 C) 4 D) 3,5 E) 3,2

43) Fazodagi nuqtadan bitta tekislikka perpendikulyar va og'ma

o'tkazilgan. Perpendikulyarning uzunligi 4 ga, og'maning tekislikdagi proyeksiyasi 3 ga teng bo'lsa, og'maning uzunligini toping?

- A) 5 B) 4,2 C) 4 D) 3 E) $3\sqrt{2}$

44) AB kesma biror tekislikka proeksiyalangan, AB kesmaning o'rtasi M nuqta bo'lib, AB kesmaning tekislikdagi proeksiyasi A_1B_1 va uning o'rtasi M_1

Agar $AA_1=15$, $BB_1=11$ bo'lsa, MM_1 kesmaning uzunligini toping?

- A) 5 B) 42 C) 14 D) 13 E) 11

45) Fazodagi nuqtadan bitta tekislikka perpendikulyar va og'ma o'tkazilgan. Perpendikulyar va og'ma orasidagi burchak 60° Perpendikulyarning uzunligi $3\sqrt{3}$ ga teng bo'lsa, og'maning uzunligini toping?

- A) 1,5 B) 4 C) $1,5\sqrt{3}$ D) 3 E) $6\sqrt{3}$

46) Hech bir uchta bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan 6 ta nuqtani belgilang. Bu nuqtalardan foydalanib mumkin bolgan kesmalarni yasang. Ular nechta?

- A) 15 B) 12 C) 9 D) 16 E) 14

47) To'rtburchakli muntazam prizmaning diagonali 25sm.ga, yon yog'ining diagonali 20 sm.ga teng. Prizmaning balandligini toping?

- A) 5 B) $3\sqrt{5}$ C) $5\sqrt{7}$ D) 6 E) 4

48) To'g'ri burchakli paralilepiped asosing tomonlari 4sm va 3sm, balandligi esa 8sm. Parallelopiped asosining diagonalini aniqlang?

- A) 138 B) $\sqrt{15}$ C) $\sqrt{120}$ D) 6 E) 5

49) Uchburchakli muntazam to'g'ri prizmaning balandligi 8 ga, asosining yuzi $4\sqrt{3}$ ga teng. Prizma hajmini toping?

- A) 96 B) $32\sqrt{3}$ C) $12\sqrt{3}$ D) 54 E) 94

50) Tetrayderning qirrasi 1sm bo'lsa, to'la sirtining yuzini toping?

- A) 9 B) $3\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $\sqrt{3}$ E) 4

51) Muntazam tetrayderning qirrasi 1 ga teng bo'lsa, uning asosiga tashqi chizilgan aylananing markazidan uning yon yog'igacha bo'lgan masofani toping?

- A) $\frac{2\sqrt{3}}{6}$ B) $\frac{\sqrt{6}}{9}$ C) $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ D) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$ E) $\frac{5\sqrt{6}}{6}$

52) To'g'ri parallelopipedning asosining tomonlari 2 va 5 bo'lgan to'g'ri to'rtburchakdan iborat. Parallelopipedning balandligi 5 ga teng

bo'lsa, parallelopipedning hajmini toping?

- A) 28 B) $10\sqrt{5}$ C) $\sqrt{50}$ D) 50 E) 100

53. Muntazam to'rtburchakli kesik piramida asoslarining tomonlari 4 sm va 10 sm, yon yog'ining balandligi 4sm. Kesik piramidaning to'la sirtini toping?

- A) 238 B) $\sqrt{150}$ C) $\sqrt{420}$ D) 228 E) 224

54. Konusning yasovchisi 8 bo'lib, asos tekisligi bilan 60° burchak tashkil etadi. Konusning to'la sirtini toping?

- A) 64π B) 36π C) 25π D) 20π E) 48π

55. Kesik Konusning yasovchisi 5 bo'lib, asoslarining radiuslari 5 va 2 bo'lsa, kesik Konusning hajmini toping?

- A) 64π B) 36π C) 81π D) 52π E) 48π

56. Kesik Konusning yasovchisi 5 bo'lib, asoslarining radiuslari 3 va 6 bo'lsa, kesik Konusning hajmini toping?

- A) 64π B) 36π C) 84π D) 52π E) 48π

57. Radiusi 2,5 o'q kesimining diagonali 13 bo'lgan silindr sirtining yuzini toping?

- A) $64,5\pi$ B) $72,5\pi$ C) 84π D) 62π E) 88π

58. Tomoni 12,5 bo'lgan romb tomonlari shar sirtiga urinadi. Sharining radiusi 10 ga teng Shar markazidan romb tekisligigacha masofa 8 bo'lsa, rombnig yuzini toping?

- A) 150 B) $\frac{\sqrt{481}}{2}$ C) 120 D) 136 E) $130\sqrt{3}$

59. Kesik Konusning yasovchisi 10 bo'lib, asoslarining radiuslari 2 va 8 bo'lsa, kesik Konusning yon sirti yuzini toping?

- A) 64π B) 100π C) 84π D) 152π E) 128π

60. Radiuslari 2; 3 va 4 bo'lgan metal sharlar eritilib bitta shar quyildi. Shu shar hajmini toping?

- A) 99 B) 100 C) 84 D) 120 E) 92

61. Balandligi 6 bo'lgan silindrnig yon sirti yoyilganda yasovchisi hosil bo'lgan to'rtburchak dio'gonali 10 ga teng. Silindrnig yon sirtini toping?

- A) 90 B) 100 C) 48 D) 36 E) 60

62. Ikki turli silindrnig o'q kesimlari 4 va 6 bo'lgan to'gri to'rtburchakdan iborat bo'lsa, ulardan qaysi birining sirti katta bo'ladi.

- A) O'q kesimi 4 B) Radiusi 3 bo'lgani C) bir xil bo'ladi.
D) Balandligi katta bo'ladi. E) Yuzasi kichigi

63. Asoslarining radiuslari 2 va 7 ga, o'q kesimining diagonali 15 ga teng bo'lgan kesik konus yon sirtining yuzini toping?

- A) 112π B) 115π C) 117π D) 120π E) 125π

64. Asoslarining radiuslari 2 va 7 ga, o'q kesimining diagonali 15 ga teng bo'lgan kesik konus yasovchisini toping?

- A) 6 B) 13 C) 4 D) 5 E) 12

65. Sirtining yuzi 16π ga teng bo'lgan shar hajmini toping?

- A) 69π B) $3\sqrt{6}\pi$ C) 100π D) 32 E) $32/3\pi$

Masalalarni yechishda foydalanadigan formulalar

I. UCHBURCHAKDAGI METRIK MUNOSABATLAR

1. Uchburchakning ichki burchaklari yig'indisi 180° ga teng.

2. Uchburchak tengsizligi.

$$\begin{cases} a+b > c \\ a+c > b \\ b+c > a \end{cases} \quad \begin{cases} |a-b| < c \\ |a-c| < b \\ |b-c| < a \end{cases}$$

3. Sinuslar teoremasi: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$

4. Kosinuslar teoremasi:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

5. Uchburchakning yuzi:

$$S = \frac{1}{2} ah_a; \quad S = \frac{1}{2} bh_b; \quad S = \frac{1}{2} ch_c$$

$$S = \frac{1}{2} bc \sin \alpha \quad S = \frac{1}{2} ac \sin \beta \quad S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

$$S = \frac{abc}{4R}; \quad p = \frac{a+b+c}{2}; \quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}; \quad S = pr$$

Uchburchakning ajoyib nuqtalari.

1. Bissektrisalar kesishgan nuqta ichki chizilgan aylana markazi.

$$r = \frac{2S}{a+b+c} = \frac{S}{p} \quad \text{Bissektrisa o'zi tushgan tomonni qolgan}$$

$$\text{tomonlarga proporsional bo'laklarga bo'ladi. } \frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC}$$

$$b_A = \frac{2}{b+c} \sqrt{bcp(p-a)}; \quad \text{bunda, } p = \frac{a+b+c}{2}$$

2. Medianalar.

$$m_a = \sqrt{b^2 + c^2 + 2bc \cos A}; \quad m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2};$$

$$S_{ABC} = \frac{4}{3} \sqrt{m(m-m_a)(m-m_b)(m-m_c)}; \quad m = \frac{m_a + m_b + m_c}{2}$$

3. Balandliklar. Uchburchak tomonlarining o'rta perpendikulyarlari bir nuqtada kesishadi va bu nuqta uchburchakka tashqi chizilgan aylana markazi bo'ladi.

$$R = \frac{abc}{4S}; \quad h_a = \frac{2S}{a}; \quad h_c = \frac{2S}{c}; \quad \frac{1}{r} = \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$$

$$S = \frac{r(h_a + h_b + h_c)}{\sqrt{3}} \quad S = \frac{1}{2} \sqrt{2h_a \times h_b \times h_c \times R}$$

Har qanday uchburchak uchun $h_a \leq b_A \leq m_a; \quad h_b \leq b_B \leq m_b;$

4. Muntazam uchburchak. $AB=BC=AC=a;$

$$\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ; \quad h = b = m = \frac{\sqrt{3}}{2} a; \quad R = \frac{a}{\sqrt{3}}; \quad r = \frac{a}{2\sqrt{3}};$$

$$R = 2r; \quad R = \frac{2}{3} h; \quad r = \frac{1}{3} h; \quad S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

5. To'g'ri burchakli uchburchak. a_a va b_b - a va b katetlarning gipotenuzadagi proyeksiyasi. h- gipotenuzaga tushirilgan balandlik.

$$c = a_c + b_c; \quad a^2 + b^2 = c^2 - \text{Pifagor teoremasi}$$

$$S = \frac{1}{2} ab; \quad S = \frac{1}{2} ch_c \quad R = \frac{c}{2}$$

$$r = \frac{a+b-c}{2}; \quad 2(R+r) = a+b;$$

$$a^2 = ca_c; \quad b^2 = cb_c; \quad h_c = \sqrt{a_c \times b_c}$$

$$h_c = \frac{ab}{c}; \quad m_a = \frac{1}{2} \sqrt{4b^2 + a^2}; \quad m_b = \frac{1}{2} \sqrt{4a^2 + b^2}; \quad m_c = \frac{c}{2};$$

II. TO'RTBURCHAKLAR.

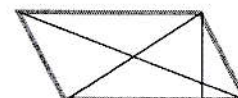
To'g'ri to'rtburchak.

$$d_1 = d_2 = d; \quad d = \sqrt{a^2 + b^2}$$



$$S = \frac{1}{2} d^2 \sin \varphi; \quad S = ab; \quad R = \frac{d}{2};$$

Parallelogram



$$d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2); \quad S = ah_a; \quad S = bh_b$$

$$S = ab \sin \varphi; \quad S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi; \quad d_1^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha;$$

Kvadrat.

$$d_1 = d_2 = d; \quad d = \sqrt{2} a; \quad S = a^2; \quad S = \frac{1}{2} d^2; \quad R = \frac{d}{2}; \quad r = \frac{a}{2}$$

Romb.

$$S = ah; \quad S = \frac{d_1 d_2}{2}; \quad S = a^2 \sin \alpha; \quad r = \frac{h}{2}; \quad d_1^2 + d_2^2 = 4a^2;$$

$$d_1 = 2a \cos \frac{\beta}{2}; \quad d_2 = 2a \sin \frac{\beta}{2};$$



Trapetsiya.

$$\frac{a+b}{2} - o'rta\ chizig'i; \quad S = \frac{(a+b)h}{2}$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi; \quad a+b = c+d$$

bo'lsa trapetsiyaga ichki aylana chizish mumkin.

$$r = \frac{h}{2}; \quad r = \frac{\sqrt{ab}}{2}; \quad c = d \text{ bo'lsa, unga tashqi aylana chizish mumkin.}$$

III. AYLANA VA DOIRA

$$C = 2\pi R = \pi d; \quad l = \frac{\pi R \alpha^\circ}{180^\circ}; \quad l = \alpha_{rad} R; \quad l - yoy\ uzunligi,$$

$$\alpha_{rad} = \frac{\pi \alpha^\circ}{180^\circ}; \quad \alpha - markaziy\ burchak\ gradus\ o'lchovi$$

$$S = \pi R^2; \quad S = \frac{1}{4} \pi d^2; \quad S - doira\ yuzi; \quad S_{sekt} = \frac{\pi R^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$$

$$S_{segm} = \frac{\pi R^2 \alpha^\circ}{360^\circ} \pm S_{AOR}; \quad -doiraviy\ segmentyuzi\ yoki$$

$$S_{segm} = \frac{R^2}{2} (\alpha \pm \sin \alpha^\circ)$$

IV. KO'PBURCHAKLAR.

Ko'pburchak ichki burchaklar yig'indisi $180^\circ(n-2)$ ga teng

Ko'pburchak bitta burchagining o'lchovi $\frac{180^\circ(n-2)}{n}$ ga teng

Ko'pburchakning diagonallari soni $N = \frac{n(n-3)}{2}$ ga teng

Muntazam ko'pburchak

$$S = \frac{1}{2} R^2 n \sin \frac{360^\circ}{n}; \quad S = \frac{1}{2} a \cdot n \cdot r;$$

$$R = \frac{4a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}; \quad r = \frac{a}{2 \tan g \frac{180^\circ}{n}}$$

V. KO'PYOQLAR.

Kub

$$S_{asos} = a^2; \quad S_{t.sirt} = 6a^2; \quad S_{yon.s} = 4a^2; \quad V = a^3$$

$$d_{asos} = a\sqrt{2}; \quad d = a\sqrt{3}; \quad R = \frac{a\sqrt{3}}{2}; \quad r = \frac{1}{2}a;$$

Prizma.

$$S_{yon} = P_{kes} \cdot l; \quad V = SH; \quad V = S_{kes} \cdot l$$

To'g'ri burchakli parallelepiped.

$$d_{asos} = \sqrt{a^2 + b^2}; \quad d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}; \quad S_{asos} = a \cdot b;$$

$$S_{yon} = P \cdot l; \quad S_{t.sirt} = Pl + 2S_{asos}; \quad V = SH; \quad V = abc;$$

Piramida.

$$V = \frac{1}{3}SH; \quad S_{yon} = \frac{1}{2}(ah_a + bh_b + ch_c);$$

Muntazam piramida.

$$S_{yon} = \frac{1}{2}ph_a; \quad S_{t.sirt} = \frac{1}{2}ph_a + S_{asos};$$

Qirraslari a ga teng muntazam tetraedr uchun.

$$S_{yon} = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^2; \quad S_{t.sirt} = 3\sqrt{3}a^2 \quad V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12};$$

$$R = \frac{a\sqrt{6}}{4}; \quad r = \frac{a\sqrt{6}}{12}; \quad R = 3r.$$

R-tashqi chizilgan, r-ichki chizilgan shar radiusi.

Kesik piramida.

$$V = \frac{1}{3}H(S_1 + \sqrt{S_1S_2} + S_2); \quad S_1 \text{ va } S_2 - \text{asos yuzlari.}$$

Muntazam kesik piramida.

$$S_{yon} = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)h_2; \quad h_2 - \text{yon yog'i balandligi.}$$

$$S_{t.sirt} = S_{yon} + S_1 + S_2; \quad p_1 \text{ va } p_2 - \text{asos perimetrlari.}$$

Eyler formulasi. Har qanday qavariq ko'pyoq uchun $U+Y=Q+2$ tenglik o'rinli. U-Ko'pyoq uchlari soni. Y-yoqlari soni. Q-qirralari soni.

V. AYLANISH JISMLAR

Silindr

$$S_{asos} = 2\pi R^2; \quad S_{t.sirt} = 2\pi R(R + H); \quad V = \pi R^2 \cdot H;$$

Konus

$$S_{yon} = \pi R \cdot l; \quad S_{t.sirt} = \pi R(R + l); \quad V = \frac{1}{3}\pi R^2 H;$$

Kesik konus

$$S_{t.sirt} = \pi l(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$$

Shar

$$S=4\pi R^2; \quad S=\pi d^2; \quad V=4/3\pi R^3$$

Shar segmenti

$$S_{yon} = 2\pi RH; \quad S_{t.sirt} = 2\pi RH + \pi r^2; \quad V = \pi H^2 \left(R - \frac{1}{3}H \right);$$

Shar sektori

$$S_{yon} = \pi R(2H + r); \quad V = \frac{2}{3}\pi R^2 H$$

Misol va masalalarning javoblari

$$1.1.5. \text{ b) } B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \quad \text{v) } C = \{1, 2\}$$

$$\text{d) } E = \{3\} \quad \text{e) } M = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$\text{f) } F = \{-3, 3\} \quad \text{j) } K = \{1, 2\}$$

$$1.1.18. \text{ a) } [8; 16] \text{ va } [-1; 25]; \quad \text{b) } [0; 2] \text{ va } [-3; 9]; \quad \text{v) } [2; 3] \text{ va } [-3; 4]$$

$$\text{g) } [5; 10] \text{ va } [-1; 15];$$

$$1.1.19. \text{ a), g) to'g'ri} \quad \text{b), g) noto'g'ri.}$$

$$1.1.35. \text{ Javob. a) } 1.2.15. \text{ Javob; } G_1 \text{ va } G_3 \quad 1.3.18. \text{ Javob; } 60.$$

Kombinatorika elementlari mavzusidan mashqlarning javobi:

1.3.1. J:2 ta. 1.3.2. J:30 ta. 1.3.4. J: Ikkala o'yinni ham o'ynaydigan o'quvchilar 10 tadan 40 tagacha hech bo'lmaganda 1 ta o'yinni o'ynovchi o'quvchilar soni 50 tadan 80 tagacha bo'lishi mumkin. 1.3.7. J: Ikkala fanga qiziquvchi o'quvchilar soni 0 tadan 8 ta qancha, hech bo'lmaganda bittasiga qiziquvchilar 12 tadan 20 tagacha, ikkala fanga ham qiziqmaydigan oquvchilar 5 tadan 13 tagacha bo'lishi mumkin. 1.3.8. J:8 ta. 1.3.9. J: 5200 ta. 1.3.10. J: 1020 ta. 1.3.11. J: kortejlari uzunligi 3 ga, kortejlar soni 2000 ta. 1.3.20.. J 1320 1.3.24. J: 16ta 1.3.29. J: 20

$$1.3.33. \text{ a) } J; n \quad \text{b) } \frac{1}{n^2 - n} \quad \text{v) } (n-2)(n-1) \quad \text{g) } \frac{(2k-1)}{(2k-2)}$$

$$1.3.34. \text{ J: } 96 \text{ ta}$$

$$1.3.40. \text{ J: } 20 \text{ ta} \quad 1.3.42..J: 64 \text{ ta} \quad 1.3.45..J: 4294967296$$

- 1.3.47. J: a) 2; b) 10; g) 1,2,3. d) ixtiyoriy son.
 1.3.48. J: 16777216; 1.3.51. J: 376992
 1.3.55. J:12ta. 1.3.56. J: a)190, b)1, v)7770, g)1000, d) 4950
 1.3.57. J:38760. 1.3.59. J:10

Matematik tushuncha mavzusidan mashqlarning javobi:

1.4.4. a) va c) 1.4.8. J: 1) to'rtburchak; 2) son; 3) to'g'ri chiziq; 4) nuqta. 1.4.12. J: induktiv ta'rif turiga kiradi. 1.4.13. J: 1) Uchburchakning bissektrisasi deb uchburchak burchagini teng ikkiga bo'luvchi kesmaga aytiladi.

2) to'g'ri 3) noto'g'ri (nuqsonli doirali ta'rif)

4) noto'g'ri. Ro'mb deb hamma tomoni teng bo'lgan parallelogrammga aytiladi.

5) noto'g'ri. (ortiqcha so'zlar bor) Teng tomonli uchburchak deb barcha tomonlari teng bo'lgan uchburchakka aytiladi.

6) to'g'ri. 7) Ortqiqcha so'zlar bor. Hamma tomonlari o'zaro teng bo'lgan to'g'ri to'rtburchak kvadrat deyiladi

1.4.14. 1) J:150 kv.metr. ideal model - to'g'ri to'rtburchak. 2) J: 200,96...kv.km. ideal model doira.

1.4.15. J: 1) to'g'ri, 2) to'g'ri, 3) noto'g'ri, 4) noto'g'ri, 5) noto'g'ri, 6) to'g'ri, 7) to'g'ri

Mulohaza va predikat mavzusidan mashqlarning javobi:

1.4.16. g) rost. 1.4.17. J: b), d)

1.4.20. a) Bugun havo harorati 0° dan past va bugun havo ochiq g) "Agar bugun havo harorati 0° dan past bo'lsa, men sayr qilishga yoki sa'nat saroyiga boraman". 1.4.22. J: a) yolg'on. b) rost; g) yolg'on. f) rost. h) yolg'on.

1.4.23. a) 225 soni 8 ga bo'linmaydi-rost e) 21 soni 7 ga bo'linmaydi- yolg'on. b) 7,6 – natural son emas-rost;

d) $7 \geq 3$ -rost; g) $27:3+2\cdot3-18$ ifodaning qiymati 0 ga teng emas-rost. 1.4.42. a) 10-tub son yoki 16-toq son- Yolg'on. b) 10-tub son va 16-toq son- yolg'on. d) 10-tub son yoki tub son emas-rost. e) Agar 10-tub son bo'lsa, u holda 16-toq son bo'ladi-rost

1.4.46. J: a) mulohaza. b) predikat. v) predikat. g) mulohaza.

1.4.47. J: a) $T=\{1,2,3,4,5,6\}$ b) B-bosh to'lam. v) $D=(3;9)$ g) F- bosh to'lam

d) $E=\{(13,0);(-13,0); (0,13); \{0,-13\}; (12,5); (12,-5); (-12,5); (-12,-5); (5,12); (-5,12); (-5,-12); (5,-12)\}$

1.4.48. v) $x=-1$. 1.4.49. J: a) bo'ladi. Bir-birining inkori bo'ladi. b) bo'ladi. Bir-birining inkori emas. e) bo'ladi. Bir-birining inkori bo'ladi.

1.4.50. a) predikat. Bir-birining inkori bo'ladi. v) predikat. Bir-birining inkori bo'ladi. 1.4.51. Ular bir-birining inkori bo'la olmaydi. 1.4.54. Ular hammasi mulohaza bo'ladi. $A(x)$: "x-tub son"-bu predikat.

1.4.55. $T_A = \{24,45,18,9,15\}$ $T_B = \{24,45,18,9,15\}$

1.4.56. a) y - soni 8 ga bo'linmaydi;

$T = \{1,2,3,4,5,6,7,9,10,11,12,13,\dots\}$

e) 21 soni x ga bo'linadi; $T=\{1,3,7,21\}$

1.4.57. b) J: $A = \left\{(-\infty; -\frac{1}{2}) \cup \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)\right\}$

1.4.60. J: $A(x) \wedge B(x)$,

1.4.61. J: $A(x) \wedge \overline{B(x)}$: "34 ni x ga bo'lib, 11 ga qoshsa 28 ga teng boladi va bu x- son tub emas" $T = \overline{A(x) \wedge B(x)} = \emptyset \dots$ 1.4.62. J: $A(x) \rightarrow B(x)$: "Agar x-toq son bo'lsa, u holda bu x- soni 28 ning bo'luvchisi bo'ladi"

a) $T_{\overline{A(x)} \wedge B(x)} = \{4;28\}$ 1.4.67. J: $T_{E(x) \wedge K(x)} = \{15,30,45,\dots\}$

$T_{E(x) \vee K(x)} = \{3,5,6,9,10,12,15,\dots\}$

1.4.69. J: "X={12;23;41;15;6;27;8;9} to'planning ba'zi elementlarining raqamlari yig'indisi 3 ga bo'linishi uchun, bu to'planning ba'zi elementlari 3ga karrali bo'lishi yetarli va zarur"

1.4.71. J: to'g'ri. "To'rtburchak kvadrat bo'lishi uchun uning diagonallari o'zaro perpendikulyr bo'lishi zarur". "To'rtburchakning diagonallari perpendikulyar bo'lishi uchun u kvadrat bo'lishi yetarli.

1.4.72. J: ha 1.4.78. a) "yig'indi berilgan songa bo'linishi uchun har bir qo'shiluvchi berilgan songa bo'linishi zarur va yetarli"

b) kasrning surati maxrajidan kichik bo'lishi uchun, bu kasr to'g'ri

kasr bo'lishi yetarli.

v) uchburchaklar o'xshash bo'lishi uchun ularning mos tomonlari proporsional bo'lishi yetarli.

g) Uchburchak to'g'ri burchakli uchburchak bo'lishi uchun uning bitta burchagi 90° bo'lishi, yetarli.

1.4.79. J: 1) a), b) to'g'ri. 2) b) va v) hamda g) va e) bir-biriga qarama-qarshi. 1.4.80. a) to'g'ri emas, teskarisi to'g'ri. b) to'g'ri, teskarisiga qarama-qarshi teorema ham to'g'ri

1.4.81. J: A(x): „To'g'rito'rtburchak-kvadrat“ — sharti. B(x): „To'g'rito'rtburchakning dioganallari o'zaro perpedikulyar“ — xulosa.

„To'g'rito'rtburchakning kvadrat ekanligidan uning dioganallari o'zaro perpedikulyar ekanligi kelib chiqadi“. „Ixtiyoriy to'g'rito'rtburchak kvadrat bo'lsa uning dioganallari o'zaro perpedikulyar bo'ladi“

1.4.84. "Parrallelogram dioganallari perpendikulyar bo'lishi uchun u romb bo'lishi yetarli"

Algebraik operatsiya mavzusidan mashqlarning javobi:

1.5.8. N to'plamda ixtiyoriy natural sonning natural darajasidan natural son hosil bo'ladi. 8,9,1,5,25,32.

1.5.9. J: 4, 12. Ha. 8, 1, 5, 15, 2, 2

1.5.12. J: Faqat ko'paytirish algebraik amal bo'ladi.

1.5.13. J: Natural sonlar to'plamida a) darajaga ko'tarish; o'rin almashtirish qonuniga bo'ysunmaydi. b) eng katta umimiy bo'luvchini topish amallari o'rin almashtirish qonuniga bo'ysunadi.

1.5.19. J: 1. 1.5.20. a) -9 b) 11 v) -68; g) yoq. 1.5.21. J: a) $1/12$; b) $-1/23$; v) $7/4$ g) $-5/3$ 1.5.24. J: (2,2,1) turli algebra. 1.5.25. Yoq. Chunki neytral elementi N da mavjud emas

1.5.26. ha. 1.5.27. Yoq. 1.5.28. Ha. 1.5.29. ha. 1.5.30. Ha.

1.5.31. Ha. 1.5.32. Ha. 1.5.36. Ha.

Graflar nazariyasi mavzusidan mashqlarning javobi:

5-masala. J: 1-grafda 5 ta uch, 2-grafda 7 uch, 3-grafda 10 ta uch hamma graflarning barcha uchlarida 2 tadan qirra bor. 1.6.7-masala J: uchlarining lokal darajasi 3 ga teng. a) va b) kubik graf bo'ladi.

1.6.20-topshiriq. J: ha. 1.6.32- topshiriq. J: "A" va "T".

1.6.35-topshiriq. Graflar nazariyasi mavzusi bo'yicha berilgan 3-, 5-, 10- shakllarda tasvirlangan graflar qalamni qog'ozdan ko'tarmasdan har bir kesmani faqat bir marta chizib (kesmalarning uchlari bundan mustasno) chiqish mumkin 9- shakllarda tasvirlangan graf bu xususiyatga ega emas. 9- shakllarda graf Eyler grafi emas.

Geometriya bo'limidan masalalarning javoblari.

4.1.1-mavzu:

4.1.1-m. j: 15 ta...; 4.1.2-m. j: 21 ta...; 4.1.3-m. j: AB va AC, BA va BC; 4.1.5-m. j: 3,7; 4.1.6-m. j: 8sm; 4.1.8-m. j: 99° ; 4.1.9-m. j: 21 ta; 4.1.10-m. j: 69° ;

4.1.2-mavzu:

4.1.12-m. j: 30° ; 4.1.13-m. j: 35° ; 4.1.14-m. j: 30° ; 4.1.15-m. j: $\sqrt{5}$; 4.1.17-m. j: 26; 4.1.18-m. j: 9; 4.1.19-m. j: 14; 4.1.24-m. j: 72; 4.1.30-m. j: $h = \frac{224}{13}$; 4.1.31-m. j: 28

4.1.4-mavzu:

4.1.33-m. j: 8; 4.1.34-m. j: 2,5; 4.1.36-m. j: 100; 4.1.37-m. j: 24; 4.1.38-m. j: $32\sqrt{3}$; 4.1.39-m. j: 100; 4.1.40-m. j: 32; 4.1.41-m. j: 23mm; 4.1.42-m. j: qolganlari 71° dan; 4.1.43-m. j: 120° ; 4.1.45-m. j: 10; 4.1.46-m. j: 12; 4.1.47-m. j: 120;

4.1.5-mavzu:

4.1.49-m. j: 54; 4.1.50-m. j: 8; 4.1.52-m. j: 0,5; 4.1.53-m. j: 540; 4.1.54-m. j: 170ta; 4.1.56-m. j: 8; 4.1.58-m. j: 240; 4.1.59-m. j: 12; 4.1.60-m. j: 15;

4.1.6-mavzu:

4.1.61-m. j: 60° ; 4.1.62-m. j: 8 sm; 4.1.63-m. j: 5; 4.1.64-m. j: 105; 4.1.65-m. j: 5π ; 4.1.67-m. j: 144° ; 4.1.68-m. j: 41 va 9; 4.1.70-m. j: 162; 4.1.71-m. j: 3,5; 4.1.72-m. j: 20π ;

4.3.1-mavzu:

4.3.2-m. j: 7; 4.3.3-m. j: 8; 4.3.4-m. j: $5\sqrt{10}$; 4.3.5-m. j: 15; 4.3.6-m. j: 11ta; 4.3.7-m. j: $2\sqrt{3}$; 4.3.8-m. j: 11; 4.3.10-m. j: 200; 4.3.11-m. j: $\frac{2a^2}{\sqrt{3}}$; 4.3.12-m. j: 10sm; 4.3.14-m. j: $\sqrt{91}$; 4.3.15-m. j: $a=24, c=14$; 4.3.16-m. j: $\frac{3}{2}a^2\sqrt{4h^2+3a^2}$; 4.3.17-m. j: 6sm; 4.3.18-m. j: $CD = \frac{a}{2}\sqrt{3}, CE = \frac{a}{2}, \alpha = 30^\circ$;

4.3.19-m. j: 96; 4.3.20-m.j:h=8

4.3.2-mavzu:

4.3.24-m. j: $R=4$, $H=3$; 4.3.26-m. j: $\alpha=216^\circ$; 4.3.27-m. j: 16π ;
4.3.28-m. j: 48π ; 4.3.29-m. j: 6144π ; 4.3.31. j: 100π ; 4.3.32-m. j: $\sqrt{7}$;
4.3.33. j: $R=6$, $V=288\pi$; 4.3.34.j: $12\sqrt{3}$; 4.3.35. j: 120π 4.3.36. j: 90°
4.3.37. j: 150;

Mantiqiy masalalarning javoblari

5.32. 3 ta qoladi Qolganlari yonib tugaydi **5.33.** Agar soat ertalabki 5 bo'lsa quyosh chiqishi mumkin. Ammo kechki 5 bo'lsa yana 6 soatdan keyin kechki 11 bo'lib kechasi quyosh chiqmaydi. **5.34.** Mumkin. Agar bitta olma savati bilan bitta bolaga berilsa. **5.35.** Mumkin. Agar bitta qush qafasi bilan bitta bolaga berilsa. **5.36.** Ko'pchilik 10 ta deb o'ylashi mumkin. Aslida 1ta chunki uchratgan tanishlari Toshkentdan kelayotgan edi. **5.37.** 1, 8, 11, 69, 88, 96. **5.38.** Stolda 2 ta o'lgan pashsha qoladi. **5.39.** Ha. **5.40.** 49 **5.41.** 1-usul. 2litrlı idishda 3 marta suv olib, 5 litrlı idishga quyilsa, 3 litrlı idishda 1 litr suv ortib qoladi. 2-usul. 5 litrlı idishdagi suvni 2 litrlı idishga 2 marta quyilsa, 1 litr suv ortib qoladi. **5.42** Ali sindirgan. **5.43.** 3 ta. **5.44.** Bitta handalakning massasi 12 ta shaftolining massasiga teng. **5.45.** 1997-yil 31-dekabr. **5.46.** a) yig'indi 8 ta ortadi. b) ayirma 8 ta ortadi. v) ko'paytma 4 marta ortadi. g) bo'linma 3 marta ortadi. **5.47.** 2ta ortiq. **5.48.** 8 ta. **5.49.** 4 ta qoyning ham shoxi bor, ham rangi qora. 20 Mushuk bilan quyon birgalikda 5 kg 500 gramm. **5.52.** 4,5 metr.

5.54. Suv to'la idishning dioganali bo'yicha suv sathi hosil bo'lguncha qiyshaytirilsa, undagi suvning yarmi to'kilib yarmi qoladi. Yarim litrlı idishda esa chorak litr suv qoladi. Yarim litrlı idishda qolgan suvni 1 litrlı idishda qolgan suv ustidan quyilsa, $\frac{3}{4}$ l suv bo'ladi.

5.55. Baliq oviga 4 kishi borishib qolgan 3 kishi 20 tadan baliq tutgan

VII. Tenglik tengsizlikva tenglamalar

7.1.13-misol. Javob: $A=[-\infty; 4[\cup]4; +\infty[$.

7.1.14-misol. Javob: ifoda $x = 1$ bo'lganda ma'noga ega emas.

7.1.15-misol. Javob: ifoda $x < 0,6$ bo'lganda ma'noga ega emas.

7.1.16-misol. Javob: $A=[-\infty : \infty[$

7.1.17-misol. Javob: $A=[-\infty; -2[\cup]-2; 1[\cup]1; +\infty[$.

7.1.18-misol. Javob: berilgan tenglik x ning 3 dan boshqa barcha qiymatlarida ayniyat bo'ladi.

7.1.19-misol. Javob: tenglik x har qanday bo'lganda ham ayniyat bo'ladi.

7.1.20-misol. Javob: $x \neq 0$ bo'lganda tenglik ayniyat bo'ladi.

7.3.4-misol. Javob: $[3; \infty[$

7.3.5-misol. Javob: 1. $a = 1$ da $x(1-1) > 1-2(1)$ ya'ni $0 > -1$ to'g'ri sonli tengsizlik hosil bo'ladi. Shuning uchun barcha haqiqiy sonlar bu tengsizlikning yechimi bo'ladi. Yechim R to'plam bo'ladi

2. $a > 1$ bo'lsa, $x > \frac{1-2a}{a-1}$ 3. $a < 1$ bo'lsa, $x < \frac{1-2a}{a-1}$ bo'ladi.

7.3.6-misol. Javob: $]-\infty; -3[\cup]-2; +\infty[$.

7.3.9-misol. Javob: $]-\infty; -3[\cup]-2; +\infty[$.

7.3.33-masala. Javob: 45 km/soat

7.4.17-misol. Javob: (10; 0), (20; 10), (17; 7), (100; 90), ...

7.4.18-misol. Javob: (1; 1).

7.4.20-masala. Javob: Quyonlar soni 12 ta, kaplarlar soni 23 ta.

7.4.32-misol. Tenglamalarning haqiqiy yechimlarini toping:

a) Javob. $\{-3; -1; 3; 7\}$. b) Javob. $\{-4; 1, 5\}$.

7.4.33-misol. a) Javob. $]4; +\infty[$. b) Javob. $\emptyset$ Javob. $]-10; 8[$.

7.4.34-misol. Javob:

7.4.35-masala. Javob. 60. km/soat, 72. km/soat.

7.4.46 a) Javob: $]-7; 7[$ v) Javob. $[-3; +2]$

e) Javob.; $]-\infty; -2[\cup]0; +\infty[$

7.4.47. Javob. $]4; +\infty[$. **7.4.48.** a) Javob. $]1; +\infty[$.

7.4.49. a) Javob. $]-\infty; -3[\cup]5; +\infty[$. **7.4.56.** Javob. $]2; +\infty[$.

Mustaqil ish uchun tops hiriqlarning javoblari

Matematik tushuncha mavzusi

2a. a) 1) ning hajmi 2) ning hajmidan "katta"

v) a) 1) ning hajmi 2) ning hajmidan "katta"

Geometriya bo'limidan mustaqil ish uchun topshiriqlarning javoblari

I-bo'lim 4.1.1-mavzu: 1-m.j:28; 2-m. j:10; 4-m. j:6,4 va 1,4; 5-m.j:18,8; 6-m.j:10; 7-m.j:111; 9-m.j:60°;

4.1.2-mavzu: 1-m. j:50°; 2-m. j:45°; 4-m. j: $3\sqrt{3}$; 5-m. j:24; 7-m.j: 7,5; 8-m.j: 9; 9-m. j: 64; 11-m. j: 8,1

4.1.4-mavzu: 1-m. j:24; 3-m. j: $2,5\sqrt{3}$; 4-m. j: $18\sqrt{2}$; 5-m. j: 153; 7-m. j: $6\sqrt{2}$; 9-m. j:31; 10-m. j:77°; 11-m. j: 170; 12-m. j:150°; 13-m. j:8;

4.1.5-mavzu: 1-m. j:35; 3-m. j:15; 4-m. j:65; 5-m. j:405; 6-m.j: 900; 8-m. j: $7\sqrt{3}$; 9-m. j:5;

4.1.6-mavzu: 2-m. j:13; 4-m. j: 5π ; 9-m.j:108°; 10-m. j:64; 12-m. j: $4\pi\sqrt{2}$;

II-bo'lim. 4.2.1-mavzu: 1-m. j:16; 2-m.j:9; 3-m. j: $7\sqrt{5}$; 5-m. j:36;

6-m. j: $\frac{20\sqrt{3}}{3}$; 8-m. j: $90\sqrt{5}$; 10-m. j:252; 15-m. j:30°; 16-m. j:648;

17-m. j: $h=10$;

4.2.2-mavzu: 1-m. j:r=3, h=4; 2-m. j:12 bo'lgani; 5-m. j: $32\pi\sqrt{3}$;

8-m. j: 117π ; 9-m.j: $\sqrt{21}$; 11-m. j: $128\pi\sqrt{2}$;

Kattaliklar mavzusiga oid masalalarning javoblari

Massa. Og'irlik. 9-masala. J:600 g, 800g. 10-masala. J:kaliy va amyak 2 kg, chirindi 200 kg, joy 100 kv. m. 14-masala. 6 kg.

Sig'im. Hajm. 4-masala. J: 260 kub. Sm. 6-masala. J: yoq. 1000t

9-masala. J: 1219500 chelak. 13-masala. J:4 fut. 14-masala. J: 2 gallon

Tenglama, tengsizlik mavzusiga oid masalalarning javoblari

7.3.6. J: $k=7$. 7.4.19. J: 30 km/soat, 36 km/soat. 7.4.24. a) $O(-5;3)$;

$R=8$

Test topshiriqlarining javoblari

1-TEST javoblari

1A	2B	3D	4C	5C	6D	7A	8D	9A	10C
11B	12D	13C	14A	15C	16D	17A	18C	19D	20A
21C	22D	23C	24B	25C	26D	27B	28C	29A	30B
31C	32C	33D	34A	35C	36C	37C	38B	39C	40B
41C	42A	43C	44D	45C	46D	47B	48A	49D	50B
51C	52D	53B	54A	55A	56A	57C	58D	59A	60A

2-TEST javoblari

1A	2C	3D	4B	5C	6D	7B	8A	9A	10C
11D	12B	13C	14B	15A	16A	17A	18B	19C	20D
21D	22C	23B	24A	25A	26B	27C	28D	29C	30A
31C	32D	33B							

3-TEST javoblari

1E	2B	3C	4A	5E	6D	7E	8A	9C	10D
11D	12B	13D	14E	15B	16D	17A	18C	19D	20A
21E	22B	23C	24B	25E	26E	27A	28C	29B	30E
31C	32B	33A	34B	35A	36E	37C	38A	39B	40E
41B	42D	43A	44D	45E	46A	47C	48E	49B	50D
51B	52D	53D	54E	55D	56C	57B	58A	59B	60A
61C	62B	63C	64B	65E					

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Sh. Mirziyoyev. "Erkin va faravon, demokratik O'zbekiston davlatini birgalikda barpo etamiz." Toshkent- "Ozbekiston"-2016. 56b.
2. Sh. Mirziyoyev. 2017-2021 yillarda O'zbekiston Pespublikasini rivojlantirishning beshta ustuvor yo'nalishi bo'yicha Harakatlar strategiyasi. O'zbekiston Pespublikasini prezidentining 2017 yil 7 fevraldagi PF-4947 –sonli farmoni.
3. David. B. Surowski. Advanced High-School Mathematics. Shanghai American. School, 2011.
4. Herbert Gintis, Mathematical Literacy for Humanists, Printed in the United States. of America, 2010.
5. Abdullayeva B.S., Sadikova A.V., Hamedova N, Muxitdinova M.N., Toshpolatova M.I. "Boshlang'ich matematika kursi nazariyasi", "Tafakkur bo'stoni"- MCHJ- Toshkent-2018-yil. (Boshlang'ich ta'lim va sport-tarbiyaviy ish bakalavriyat ta'lim yo'nalishi talabalari uchun darslik).
6. Xamedova N.A, Ibragimova Z, Tasetov T. "Matematika" Darslik. T.; Turon-iqbol, 2007. 363b.
7. Stoylova L.P, Pishkalo A.M. "Boshlang'ich matematika kursi asoslari." O'quv qo'llanma. T. O'qituvchi, 1991.
8. A. Xudoyberganov "Matematika", Darslik, Toshkent, "O'qituvchi"-1983 yil.
9. P.Ibragimov "Matematikadan masalalar to'plami", O'quv qo'llanma, Toshkent, "O'qituvchi"-1995 yil.
10. N. To'rayev, I. Azizov, S. Otaqulov. "Kombinatorika va graflar nazariyasi" Toshkent- "Ilm ziyo"-2009y
11. N.Ya. Vilenkin va boshqalar "Zadachnik praktikum po matematike", Uchebnik, Moskva, "Prosvesheniya"-1977 .
12. O.Ore. "Teoriya grafov" M.... "Nauka" 1987y
13. F. Rajabov. S. Masharipov. R. Madrahimov. "Oliy matematika "Toshkent""Turon- Iqbol" 2007 yil
14. Abdullayeva B.S., Rajabov F., Masharipova S. Oliy matematika asoslari. Darslik. T.: Iqtisod-Moliya, 2011. 392b.
15. T.Yoqubov, S.Kallibekov "Matematik mantiq elementlari", Toshkent, "O'qituvchi"-1996 yil.

16. Eyler L. (Leonb Eulero) Solvitio problematis ad geometriam sitvs pertinentis, Comment Academiae Sei I. Petropolitanue, 8, 1736.
17. I.F. Shapigin. Geo'metriya, uchebnik 7-8 klassov, Moskva. MGU - 2003 yil
- 18.. A.V.Pogorelov "Geometriya", 7-11 sinf, Darslik, Toshkent, "O'qituvchi"-1994 yil.
19. F.R..Usmonov, R.D. Isomov, B.O.Xo'jayev. Matematikadan qo'llanma. 2-qism. T. "NOSHIR"-2009 yil
20. A. Abduraxmonov. Maktabda geo'metriya tarixi. Toshkent. "Oqituvchi"-1992 yil
21. Davlat test markazi axborotnomalari. Toshkent. 1996-2003- yil
22. Muhammad-ibn Muso al-Xorazmiy. Tanlangan asarlar. Toshkent. "Fan"-1983- yil
23. A.M.Pishkal , P.P.Stoylova "Zadachnik praktikum po matematike", Moskva, "Prosvesheniya"-1979 y.
24. B.O.Xo'jayev, F.D.Baxromov, F.R..Usmonov, A.D. Baxromov. Geo'metriya, Umumiy ta'lim maktabining 7 sinfl o'quvchilari uchun darslik. Toshkent. "Sharq" nashryot-matbaa aksiyadorlik kompaniyasi, 2005 yil
25. B.Q. Haydarov, E.S, Sariqov, A.SH. Qochqorov. Geometriya, 9-sinfl o'quvchilari uchun darslik. Toshkent. "O'zbekiston milliy ensiklopediyasi " Davlat ilmiy nashryoti - 2006 yil
27. X.X. Nazarov, X.O.Ochilova, Y.G. Podgo'mova "Geometriyadan masalalar to'plami" Toshkent-1993y
28. A.G. Popov T.V., Kojevnikova. Oliy matematika misol va masalalarda O'zbekiston faylasuflari milliy jamiyati nashryoti Toshkent 2007
29. Yorqulov R., Jumaev M. Oliy matematika. Darslik. T.: Iqtisod-Moliya, 2008. 340 b
31. Staylova L. P. Teo'riticheskiye osnovi nachalnogo kursa matematiki. Uchebnoye posobiye. Moskva. "Akademiya" 2014. 272s.
32. D.Nusratova, J.Boysinov "Ko'paytmaning bo'linuvchanligi haqidagi umumlashgan teorema" Pedagogika fanining barkamol avlodni shakllantirishdagi o'rni 75-77 betlar, Toshkent, "Sangzor"-2003 yil
33. D. Nusratova, E. Rajabov "Nomanfiy butun sonlar to'plamida bo'linish munosabati mavzusi bo'yicha teoremlar". Xalqaro ilmiy

–amaliy konferensiya materiallari. “Xotin -qizlarning fan,ta’lim madaniyat va biznes sohasidagi yutuqlari” Jizzax -2017 yil. 9-10-iyun 516- 519-betlar

34. College geometry, Csaba Vincze and Laszlo Kozma, 2014 Oxford University. Introduction to Calculus, Volume I,II by J.H. Heinbockel Emeritus Professor of Mathematics Old Dominion University, Copyright 2012, All rights reserved Paper or electronic copies for noncommercial use may be made freely without explicit.

Mundarija

So'z boshi o'rnida	3
I bob. Diskret matematika asoslari.....	4
1.1.Mavzu: To'plamlar va ular ustida amallar	4
1.1.1.To'plam va uning elementi.....	4
1.2. To'plamlar orasida munosabatlar.....	7
1.3. To'plamlar birlashmasi va kesishmasi.....	9
1.4. To'plamlar ayirmasi. To'ldiruvchi to'plam	12
1.5. To'plamlarni sinflarga ajratish tushinchasi.....	14
1.6. To'plamlarning Dekart ko'paytmasi.....	16
1.2. Mavzu: Moslik va munosabat	20
2.1. Ikki to'plam elementlari orasidagi moslik.....	20
2.2. Binar munosabatlar va ularning xossalari.....	24
1.3. Mavzu: Kombinatorika elementlari	29
3.1.Yig'indi va ko'paytma qoidasi.....	29
3.2. O'rinashtirishlar va O'rin almashtirishlar.....	32
3.3. Guruhlashlar. Chekli to'plam qism to'plamlari soni.....	37
1.4. Mavzu: Matematik mantiq elementlari	40
4.1. Matematik tushuncha.....	40
4.2. Mulohaza. Mulohazalar ustida amallar.....	45
4.3. Logik formulalarning chinlik jadvalarini chizish.....	48
4.4. Logik (mantiqiy) amallarning qonunlari.....	52
4.5. Predikatlar va ularning chinlik to'plami.Kvantorlar.....	55
4.6. Predikatlar va ular ustida amallar.....	59
4.7. Zaruriy va yetarli shartlar.....	65
4.8. Teoremaning tuzilishi va ularning turlari.....	67
1.5. Mavzu: Algebraik sistemalar	72
5.1. Algebraik operatsiyalar va uning xossalari.....	72
5.2. Algebraalar. Gruppa, Halqa va Maydon	76
1.6. Mavzu: Graflar nazariyasi	78
6.1. Graflar nazariyasining boshlang'ich ma'lumotlari.....	78
6.2. Graflar ustida amallar.....	83
6.3. L.Eyler va Uilyam Gamilton graflari.....	87
II-BOB Butun nomanfiy sonlar to'plamini qurishga turli yondashuvlar	
2.1.Mavzu: Butun nomanfiy sonlar to'plamini aksio'matik qurish	

1.1. Natural sonlar ketma-ketligi haqida Piano aksiomalar.....	93
1.2. Chala induksiya va matematik induksiya usuli.....	94
2.2. Mavzu: Butun nomanfiy sonlar to'plamini to'plamlar nazariyasi asosida qurish	
2.1. Qo'shish va ayirishish.....	98
2.2. Butun nomanfiy sonlarni ko'paytirish va bo'lish.....	101
2.3. Qoldiqli bo'lish.....	105
1.3. Mavzu: Sanoq sistemalari	
3.1. Onlik va boshqa pazitsion sanoq sistemalar.....	106
3.2. Pozision sanoq sistemasida amallar.....	110
2.4. Mavzu: Bo'linuvchanlik munosabati	
4.1. Bo'linish belgilar.....	114
4.2. Butun nomanfiy sonlar yig'indisi, ayirmasi va ko'paytmasining bo'linuvchanligi.....	117
4.3. Tub va murakkab sonlar.....	120
4.4. Eng katta umumiy bo'luvchi va eng kichik umumiy karalilar. EKUB va EKUK.....	121
4.5. Murakkab songa bo'linish alomatlar.....	124
III-BOB. Son tushunchasini kengaytirish	
3.1. Mavzu: Ratsional sonlar va ular ustida arifmetik amallar	
1.1. Kasrlarni taqqoslash. Ratsional sonlarni qo'shish va ayirish.....	129
1.2. Ratsional sonlarni ko'paytirish va bo'lish.....	132
1.3. Davriy va davriy bo'lmagan o'nli kasrlar.....	135
1.4. Davriy va davriy bo'lmagan o'nli kasrlar ustida amallar.....	138
3.2. Mavzu: Haqiqiy sonlar	
2.1. Haqiqiy sonlar ustida amallar.....	141
2.2. Sonlarni yaxlitlash va taqribiy sonlar ustida amallar.....	145
3.3. Mavzu: Kompleks sonlar.....	148
IV-bob. Geometriya elementlari	
4.1. Mavzu: Maktabda o'rganiladigan geometrik tushunchalar sistemasi	156
1.1. Geometriyaning vujudga kelishi haqida qisqacha tarixiy ma'lumot. Eng soda geometrik shakllar.....	156
1.2. Geometrik figuralar, ularning ta'rifi, xossalari va alomatlar. Uchburchaklar, ularning urlari, uchburchaklarning tenglik alomatlar.....	160
1.3. O'xshashlik. Cheva va Meneley teoremlari, sinus va kosinuslar	

qonunlari.....	167
1.4. To'rtburchaklar, ularning turlari va xossalari.....	170
1.5. Ko'pburchak.....	177
1.6. Doira geometriyasi. Ichki chizilgan burchaklar. Aylana.....	180
4.2. Mavzu: Geometrik yasashlar	
2.1. Geometrik masalalarning turlari: hisoblashga oid masalalar, isbotlashga doir masalalar o'lchash bilan bog'liq yasashga doir masalalar.....	187
2.2. Yasashga doir geometrik masalalar haqida tushuncha. Geometrik figuralarni sirkul va chizg'ich yordamida yasash bosqichlari.....	190
4.3. Mavzu: Fazoviy figuralar va ularni tekislikda tasvirlash.	
3.1. Ko'pyoqlilar. Ko'pyoqlilar haqida Eyler teoremasi. Prizma, to'g'ri burchakli parallelepiped, piramida.....	195
3.2. Aylanma jismlar. Silindr, konus, shar.....	206
V-bob. Matnli masalalar	
5.1. Matnli masala tushunchasi va uni yechish.....	213
5.2. Matnli masalalarni tahlil qilish usullari.....	216
5.3. Mantiqiy masalalar.....	223
5.4. Matnli masalalar mavzusiga oid mustahkamlash uchun mashqlar.....	225
VI-BOB. Kattaliklar va ularni o'lchash.....	230
6.1. Kesma uzunligining standart birliklari va ular orasidagi munosabatlar.....	232
6.2. Yuzalarni hisoblash. Yuza birliklari orasidagi bog'lanish.....	236
6.3. Vaqt oraliqlari va uni o'lchash.....	239
6.4. Jismning massasi va uni o'lchash. Og'irlik o'lchovlari orasidagi bog'lanishlar.....	242
6.5. Sig'im va hajm o'lchovlari. Kattaliklar orasida bog'lanishlarga doir masalalar.....	245
VII-bob. Ifoda, Tenglik, tengsizlik va tenglamalar	
7.1. Mavzu: Ifodalar.....	248
1.1. Sonli va o'zgaruvchili ifodalar.....	248
1.2. O'zgaruvchili ifodaning aniqlanish sohasi. Ayniyat.....	250
7.2. Mavzu: Tengliklar. Tengsizliklar.....	255
2.1. Sonli tengliklar va tengsizliklar.....	255

7.3. Mavzu: Tenglamalar va tengsizliklar.....	257
3.1. Bir noma'lumli tenglamalar. Teng kuchli tenglamalar.....	257
3.2. Bir o'zgaruvchili tengsizlik. Teng kuchli tengsizlik.....	264
3.3. Teng kuchli tenglamalar haqida teoremlar.....	267
7.4. Mavzu: Ikki o'zgaruvchili tenglama va tengsizliklar	272
4.1. Tenglamalar sistemasini yechish usullari.....	276
4.2. Tenglamalarning va tengsizliklarning konyunktsiyasi va dizyunktsiyasi.....	282
4.3. Modulli tengsizliklarni yechish bo'yicha tavsiyalar.....	289
Yozma ish uchun variantlardan namunalar	294
Test topshiriqlaridan namunalar	307
Masalalarni yechishda foydalanadigan formulalar.....	323
Misol va masalalarning javoblari.....	329
Foydalanilgan adabiyotlar:.....	338

A. NUSRATOVA, A. SHAMSHIYEV

BOSHLANG'ICH MATEMATIKA KURSI NAZARIYASI
(amaliy mashg'ulotlar uchun)

Muharrir: S. T. Xoshimov
Musahhih: H. Zakirova
Sahifalovchi: Y. Sharipov

Litsenziya raqami: № AI 242,04.07.2013
Ofset qog'ozi. Bosishga ruhsat etildi. 28.03.2021
Format 60x84¹/₁₆. Garnitura "Times New Roman".
Bosma tabog'i 23.5. Adadi 200 nuxsa. Buyurtmachi №27

"VNESHINVESTPROM" mas'uliyati cheklangan jamiyati
100029, Toshkent shahri, Navoiy ko'chasi, 30.
Tel./faks: (+99871) 244-75-75

ISBN 978-9943-6706-4-8



9 789943 670648