

M.N.SOLAYEVA

MATEMATIKA ANALIZ

(CALCULAS) FANIDAN O'QUV QO'LLANMA

$$\pi = (r - e)^2$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

π

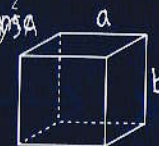


$$(x5A+)^2A(5A-5) \times 5A = 5A^25A$$

$$\beta \sqrt{9}$$

$$y = 3x + 6$$

$$\frac{1}{\sqrt{b}} \quad \frac{1}{5} + \frac{3}{6}$$



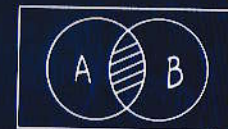
$$\frac{2}{3} + \frac{4}{6}$$

$$X + Y = 3$$

$$Y = \cos 5A \times 5A - 5A \sin x \quad Me = x + B \left[\frac{n}{2} - \frac{z}{g} \right]$$

$$\sin(-a) = -\sin 5Aa$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$Y = x^2 - \frac{384}{153} - \frac{231}{231}$$

ψ

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI

CHIRCHIQ DAVLAT PEDAGOGIKA UNIVERSITETI

M.N.Solayeva

MATEMATIK ANALIZ (Calculus)
FANIDAN
O'QUV QO'LLANMA

Toshkent-2023

UO'K 510;004.7
KBK 22.1;32.972
S-74

Solayeva M.N. / MATEMATIK ANALIZ (Calculus) FANIDAN O'QUV QO'LLANMA /
– Toshkent, 2023 “Nazokathon ziyo print”, 2023, 188 b.

O'quv qo'llanma hozirgi kundagi Oliy ta'lim va o'rta maxsus ta'lim tizimining talablarini va bundan tashqari bugungi kunning talablarni inobatga olib tuzib chiqilgan. Ushbu qo'llanmada oliy ta'lim muassasalarining axborot xavfsizligi, kompyuter injineri va multimediya yo'nalish talabalari uchun darslikdan tashqari qo'llanma bo'lib, o'zlashtirish bir muncha qiyin bo'lgan mavzular ham jamlangan.

Ushbu o'quv qo'llanmada ketma- ketlik limiti, funksiya va uning limiti tushunchalari, funksiya hosilasi, murakkab funksiyalarning hosilalari, aniqmas integrallar, aniq integrallar va ularning tadbiqlari kabi mavzular oliy ta'lim muassasasi talabalari uchun bir qancha qulaylashtirilgan ya'ni osonlikdan qiyinlikka tartibida tuzilgan va oliy ta'lim muassasalarining axborot xavfsizligi, kompyuter injineri va multimediya yo'nalish talabalari uchun tushunarli qilib bayon etib berilgan.

UO'K 510;004.7
KBK 22.1;32.972

Ushbu o'quv qo'llanma Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligi 2023 yil 29 maydagi 232-sonli buyrug'iga asosan nashrga ruxsat etildi.

ISBN 978-9910-9589-0-8

© «Nazokathon ziyo print» nashriyoti, Toshkent, 2023 y.
© Solayeva M.N.

KIRISH

Maskei qo'llanma «Matematik analiz (Calculus)» fani bo'yicha o'quv-uslubiy majmuaning tarkibiy qismlaridan biri bo'lib, unda matematik analizing kirish qismi bo'lgan sonlar ketma-ketligi, ketma-ketlik limiti, funksiya tushunchalarining kiritilishi, funksiya limiti tushunchasi, funksiya hosilasi va uning tadbiqlari, boshlang'ich funksiya va aniqmas integrallar, aniq integrallar va ularning tadbiqlari keltirilgan. O'quv qo'llanma besh bobdan iborat. Birinchi bobda sonlar ketma-ketliklari va funksiyaning limiti tushunchalari ochib berilgan. Qo'llanmaning ikkinchi bobi funksiya hosilasini topish va ularning tadbiqlari mavzularini o'z ichiga olgan. Uchinchi bobda boshlang'ich funksiya va aniqmas integrallar va ularni hisoblash usullari mavzulari o'rganilgan. To'rtinchi bobda esa aniq integrallar, ularni hisoblash usullari, Nyuton-Leybnits formulasi, integralni hisoblash usullari va ularning tadbiqlari talabalar uchun to'liq o'rganilgan. Oxirgi, beshinchi bobda barcha boblarda o'rganilgan mavzularni to'liq takrorlash uchun misol va masalalar berib o'tilgan. O'z navbatida, har bir bob tegishli paragraflarga bo'lingan bo'lib, har bir paragraf mavzuga ta'alluqli asosiy ta'riflar, tasdiqlar, teoremlarni o'z ichiga oladi, shuningdek, ularning har biri an'anaviy misollarni batafsil tahlil yordamida yechish orqali namoyish qilingan. Qo'llanmada jami 94 ta misol va masalalar yechilgan, 976 ta mustaqil yechish uchun misol va masalalar tavsiya qilingan hamda ularning javoblari berilgan. Hozirgi vaqtda amaliyotda bir necha yaxshi rivojlangan matematik dasturlar (Mathcad, Maple, Mathematica, Matlab va h.k.) matematik masalalarni kompyuter imkoniyatlaridan foydalanib yechishda samarali natijalar bermoqda. Shu an'anadan chetda qolmaslik uchun, qo'llanmada ba'zi bo'limlar bo'yicha misol va masalalar yechishda «Maple» tizimining qo'llanilishi va uning qulayliklari namoyish etilgan. Ushbu qo'llanmani yozishga muallifni undagan narsa, uning hozirgi kundagi oliy ta'lim muassasalarining axborot xavfsizligi, kompyuter injineri va multimediya yo'nalishlari uchun matematik analiz fani uchun mo'ljallangan darslikdagi ba'zi bir misollarning murakkablik darajasi yuqori va o'zlashtirish bir muncha oson bo'lgan misollarning kiritilmaganligi. O'ylaymizki, qo'llanma o'z o'quvchilarini topadi va boshqa mavjud o'quv adabiyotlari qatorida oliy ta'lim muassasalarining axborot xavfsizligi, kompyuter injineri va multimediya yo'nalish talabalari uchun ularga bilimlarini oshirishga ko'mak beradi.

Bundan tashqari oliy ta'lim muassasalarining ba'zi yo'nalish talabalariga ham yaxshi ko'makchi bo'ladi deb o'ylaymiz. O'quv qo'llanma haqidagi fikr mulohazalar, undagi mavjud kamchiliklar bo'yicha takliflarni muallif mamnuniyat bilan qabul qiladi.

I BOB TO'PLAMLAR VA KETMA-KETLIKLER NAZARIYASI

Mavzu: Matematik analiz fanining predmeti. To'plamlar va akslantirishlar

Reja:

1. To'plam tushunchasi. To'plamning elementi.
2. To'plamlar ustida amallar.
3. To'plamlarning Dekart ko'paytmalari tushunchalari.
4. To'plamlar ustida amallarning xossalari.

To'plam tushunchasi.

To'plam matematikaning boshlang'ich, ayni paytda muhim tushunchalaridan biri bo'lib, to'plam ta'riflanmaydigan tushunchalardan biridir. Uni ixtiyoriy tabiatli narsalarning (predmetlarning) ma'lum belgilar bo'yicha birlashmasi (majmuasi) sifatida tushuniladi. Masalan, javondagi kitoblar to'plami, bir nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqlar to'plami, $x^2 - 5x + 6 = 0$ tenglamaning ildizlari to'plami deyilishi mumkin.

To'plamni tashkil etgan narsalar uning elementlari deyiladi.

Matematikada to'plamlar lotin alifbosining bosh xarflari bilan, ularning elementlari esa kichik xarflar bilan belgilanadi. Masalan, A, B, C -to'plamlar, a, b, c -to'plamning elementlari.

Ba'zan to'plamlar ularning elementlarini ko'rsatish bilan yoziladi:

Masalan:

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\},$$

$$N = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\},$$

$$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}.$$

Agar a biror A to'plamning elementi bo'lsa, $a \in A$ kabi yoziladi va " a element A to'plamga tegishli" deb o'qiladi. Agar a shu to'plamga tegishli bo'lmasa, uni $a \notin A$ kabi yoziladi va " a element A to'plamga tegishli emas" deb o'qiladi. Masalan, yuqoridagi A to'plamda $10 \in A$, $15 \notin A$.

Agar A chekli sondagi elementlardan tashkil topgan bo'lsa, u chekli to'plam, aks holda cheksiz to'plam deyiladi. Masalan, $A = \{2,4,6,8,10,12\}$ chekli to'plam, bir nuqtadan o'tuvchi barcha to'g'ri chiziqlar to'plami esa cheksiz to'plam bo'ladi.

Agar A to'plam elementlari orasida P xususiyatli elementlar bo'lmasa, u holda

$$\{x \in A \mid P\}$$

bitta ham elementga ega bo'lmagan to'plam bo'lib, uni bo'sh to'plam deyiladi. Bo'sh to'plam $\emptyset$ kabi belgilanadi.

Masalan, $x^2 + x + 1 = 0$ tenglamaning haqiqiy ildizlaridan iborat A bo'sh to'plam bo'ladi:

$$\emptyset = \{x \in A \mid x^2 + x + 1 = 0\}.$$

$0 \leq x < 7$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi butun sonlar to'plamini bevosita elementlarini ko'rsatish va xarakteristik xossa orqali yozing.

Yechish:

$$a) A = \{0,1,2,3,4,5,6\}$$

$$b) A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 0 \leq x < 7\}$$

N -natural sonlar, $\mathbb{Z}$ butun sonlar, $\mathbb{R}$ ratsional.

To'plamlar ustida amallar va ularning xossalari.

Ta'rif. A va B to'plamlar berilgan bo'lib, A to'plamning barcha elementlari B to'plamga tegishli bo'lsa, A to'plam B ning qismi (qismaniy to'plam) deyiladi va $A \subset B$ (yoki $B \supset A$) kabi yoziladi.

Ta'rif. A va B to'plamlari berilgan bo'lib, A va B to'plamlarning barcha elementlaridan tashkil topgan C to'plamga A va B to'plamlarning yig'indisi yoki birlashmasi deyiladi va $C = A \cup B$ kabi yoziladi.

Ta'rif. A va B to'plamlari berilgan bo'lib, A va B to'plamlarning barcha umumiy elementlaridan tashkil topgan C to'plamga A va B to'plamlarning kesishmasi deyiladi va $A \cap B = C$ kabi yoziladi

Masalan: $A = \{x, x \in \mathbb{R}, 2 < x < 5\}$, $B = \{x, x \in \mathbb{R}, 3 \leq x < 7\}$ to'plamlar berilgan bo'lsin, u holda ushbu to'plamlarning birlashmasi va kesishmasini toping.

Yechish: berilgan to'plamlarning to'la sonli oraliqlarini topamiz va yuqoridagi ta'riflardan to'plamlarning birlashmasi va kesishmasini topamiz.

$$A = \{x, x \in \mathbb{R}, 2 < x < 5\}, B = \{x, x \in \mathbb{R}, 3 \leq x < 7\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = \{x, x \in \mathbb{R}, 2 < x < 5\}, B = \{x, x \in \mathbb{R}, 0 \leq x < 4\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A \cup B = \{x, x \in \mathbb{R}, 0 \leq x < 5\} \text{ va } A \cap B = \{x, x \in \mathbb{R}, 2 < x < 4\}$$

To'plamlarning kesishmasining xossalari

$$1^\circ. B \subset A \text{ bo'lsa, } A \cap B = B$$

$$2^\circ. A \cap B = B \cap A \text{ (kommutativlik xossa).}$$

$$3^\circ. A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = A \cap B \cap C \text{ (assotsiativlik xossa).}$$

$$4^\circ. A \cap \emptyset = \emptyset$$

$$5^\circ. A \cap A = A.$$

$$6^\circ. A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$7^\circ. A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$$

To'plamlarning birlashmasining xossalari

$$1^\circ. B \subset A \Rightarrow A \cup B = A.$$

$$2^\circ. A \cup B = B \cup A$$

$$3^\circ. A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$4^\circ. A \cup \emptyset = A.$$

$$5^\circ. A \cup A = A.$$

Ta'rif: A to'plamning B to'plamga tegishli bo'lmagan elementlaridan tashkil topgan to'plam, A va B to'plamlar ayirmasi (yoki B to'plamning A to'plamgacha) bo'lgan to'ldiruvchisi deyilib, $A \setminus B$ shaklda ifoda etiladi.

Ta'rif: A to'plamning B ga kirmagan va B to'plamning A ga kirmagan elementlaridan tashkil topgan to'plam A va B to'plamlarning simmetrik ayirmasi deyilib, $A \Delta B$ shaklda belgilanadi, ya'ni $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$