

D.M. Maxmudova, B.R. Xanimqulov
B.Z. Usminov, Z. Bozorov

EHTIMOLLAR NAZARIYASI

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIV VA O'RTA MAXSUS TALIM VAZIRLIGI**

CHIRCHIQ DAVLAT PEDAGOGIKA UNIVERSITETI

D.M.Maxmudova, B.R.Xanimqulov

B.Z.Usminov, Z.Bozorov

EHTIMOLLAR NAZARIYASI

O'QUV QO'LLANMA

-15992/1-

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIV TALIM,
FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI
CHIRCHIQ DAVLAT PEDAGOGIKA UNIVERSITETI
AXBOROT RESURS MARKAZI

Toshkent
«Yangi chirchiq book»
2022

UO'K: 519.2
KBK: 22.171
M-32

D.M.Maxmudova, B.R.Xanimqulov, B.Z.Uminov, Z.Bozorov / Ehtimollari nazariyasi / O'quv-qo'llanma / – Toshkent: «Yangi chirchiq book», 2022. – 146 b.

O'quv qo'llanmada "Ehtimollar nazariyasi" kursining ehtimollar nazariyasi va matematik statistika bo'limlariga oid asosiy tushuncha va tasdiqlar yoritilgan bo'lib, unda maruza va amaliy mashg'ulotlarni o'z ichiga olgan ma'lumotlar keltirilgan. Mavzular bo'yicha mustaqil ishi uchun topshiriqlar va ularni yechish usullari hamda talabalar uchun foydali bir qator tavsiyalar berilgan.

Qo'llanma oliy ta'lim muassalarining matematika, fizika va astronomiya o'qitish metodikasi talabalar, aspirantlar, matematika o'quvchilari hamda mazkur fan yo'nalishida ilmiy tadqiqot izlanishlarini olib borayotgan ilmiy xodimlar uchun mo'ljallangan.

Taqrizchilar:

f-m,f.n.dotsent, B.Taqdibaev (O'zMU)
dots. I.Q. Seyitov (ChDPI)

O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi Chirchiq davlat pedagogika instituti kengashining 2022-yil 9 dekabrda 15-sonli qaroriga asosan 60110600 – Matematika va informatika hamda 60110700 – Fizika va astronomiya ta'lim yo'nalishlari bo'yicha tahsil olayotgan talabalar uchun o'quv qo'llanma sifatida nashr qilishga tavsiya etilgan.

O'quv qo'llanma O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligining 2022-yil 09-sentyabrda 302-sonli buyrug'iga asosan nashr etishga ruxsan berilgan (Ro'yxatga olish raqami 302-1023)

ISBN 978-9943-9396-6-0

© D.M.Maxmudova va b., 2022
© «Yangi chirchiq book», 2022

SO'Z BOSHI

Bugungi kunda ta'lim tizimida fan va innovatsiya faoliyatining yutuqlaridan keng foydalanish, jamiyat va davlat hayotining barcha sohalarini barqaror rivojlantirish mamlakatning munosib kelajagini yaratilgan muhim omili bo'lib bormoqda. Mamlakatimizda ilg'or kasbiy tajribalar asosida uzluksiz ta'lim tizimi uchun o'quvchilarda o'quv-bilish kompetensiyalarini shakllantirishni nazarda tutuvchi umumiy o'rta ta'lim tizimida zamonaviy kompetensiyali yondashuvlarni ishlab chiqishni ta'minlashga qaratilgan islohotlar natijasida o'quvchilarda o'quv-bilish kompetensiyalarini shakllantirishning zamonaviy ta'lim mazmunini modernizatsiyalash, ularning ichki imkoniyatlarini ro'yobga chiqarishga imkon beruvchi zarur shart-sharoitlar yaratishga yo'naltirilgan ta'lim muhitini yaratish bo'yicha bir qator ishlar amalga oshirilmoqda. Uzluksiz ta'lim tizimida matematika fanlari alohida o'rin tutganligi bois, bu fanlarni o'qitishga qaratilgan umumiy e'tibor har doim o'z dolzarbligini saqlab kelmokda.

O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2018 yil 5 sentyabrda 19-Xalq ta'limini boshqarish tizimini takomillashtirish bo'yicha qo'llanma chora-tadbirlar to'g'risida"gi PF-5538-son, 2019 yil 29 aprelda 19-Xalq ta'limini boshqarish tizimini takomillashtirish bo'yicha qo'llanma chora-tadbirlar to'g'risida"gi PF-5712-son qaroriga asosan 60110600 – Matematika va informatika hamda 60110700 – Fizika va astronomiya ta'lim yo'nalishlari bo'yicha tahsil olayotgan talabalar uchun o'quv qo'llanma sifatida nashr qilishga tavsiya etilgan.

Mualliflar

I BOB. ASOSIY TUSHINCHALAR VA EHITMOLLAR NAZARIYASINING TEOREMALARI



1.1-§. Ehtimollar nazariyasining predmeti

Reja

1. Tasodifiy hodisalar va ularning klassifikatsiyasi
2. Hodisalar ustida amallar

Ehtimollar nazariyasi “tasodifiy tajribalar”, ya’ni natijasini oldindan aytib bo’lmaydigan tajribalardagi qonuniyatlarni o’rganuvchi matematikfanidir. Bunda shunday tajribalar qaraladiki, ularni o’zgarimas (ya’ni, birxil) shartlar kompleksida hech bo’lmaganda nazariy ravishda ixtiyoriy-sonda takrorlash mumkin, deb hisoblanadi. Bunday tajribalar har biriningnatijasi tasodifiy hodisa ro’y berishidan iboratdir. Insoniyat faoliyatiningdeyarli hamma sohalarida shunday holatlar mavjudki, u yoki bu tajribalarni bir xil sharoitda ko’p marta takrorlash mumkin bo’ladi. Ehtimollar nazariyasini sinovdan-sinovga o’tishda natijalari turlicha bo’lgan tajribalar qiziqitradi. Biror tajribada ro’y berish yoki bermasligini oldindan ayitibbo’lmaydigan hodisalar *tasodifiy hodisalar* deyiladi. Masalan, tanga tashlash tajribasida har bir tashlashga ikki tasodifiy hodisa mos keladi: tanganing gerb tomoni tushishi yoki tanganing raqam tomoni tushishi. Albatta, bu tajribani bir marta takrorlashda shu ikki tasodifiy hodisalardan faqat bittasigina ro’y beradi.

Tasodifiy hodisalarni biz tabiatda, jamiyatda, ilmiy tajribalarda, sport va gimor o’yinlarida kuzatishimiz mumkin. Umumlashtirib ayitish mumkinki, tasodifiyat elementlarisiz rivojlanishni tasavvur qilish qiyindir. Tasodifiyatsiz umuman hayotning va biologik turlarning yuzaga kelishini, insoniyat tarixini, insonlarning ijodiy faoliyatini, sosial-iqtisodiy tizimlarning rivojlanishini tasavvur etib bo’lmaydi. Ehtimollar nazariyasi esa aynan mana shunday tasodifiy bog’liqliklarning matematik modelini tuzish bilan shug’illanadi. Tasodifiyat insoniyatni doimo qiziqitirib kelgandir. Shu sababli ehtimollar nazariyasi boshqa matematik fanlar kabi amaliyot talablariga mos ravishda rivojlangan. Ehtimollar nazariyasi boshqa matematik

fanlardan farqli o’laroq nisbatan qisqa, ammo o’ta shijoatlik rivojlanish holatiga ega.

Endi qisqacha tarixiy ma’lumotlarni keltiramiz. Ommaviy tasodifiy hodisalarga mos masalalarni sistemalik ravishda o’rganish va ularga mos matematik apparatning yuzaga kelishi XVII asrga to’g’ri keladi. XVII asr boshida, mashhur fizik Galiley fizik o’lchashlardagi natijalarni tasodifiy dehisoblab, ularni ilmiy tadqiqot qilishga ulagan. Shu davrlarda kasallanish, o’lsh, baxtsiz hodisalar statistikasi va shu kabi ommaviy tasodifiy hodisalardagi qonuniyatlarni tahlil qilishga asoslangan sug’urtalanishning umumiy nazariyasini yaratishga ham urinishlar bo’lgan. Ammo, ehtimollar nazariyasi matematik ilm sifatida murakkab tasodifiy jarayonlarni o’rganishdan emas, balki eng sodda gimor o’yinlarini tahlil qilish natijasida yuzaga kela boshlagan. Shu holadan ehtimollar nazariyasining paydo bo’lishi XVII asr ikkinchi yarimiga mos keladi va u Paskal (1623 -1662), Ferma (1601-1665) va Huygens (1629-1695) kabi olimlarning gimor o’yinlarini nazariyasidagi tadqiqotlari bilan bog’liqdir. Ehtimollar nazariyasi rivojlagi katta qadam Yakov Bernulli (1654-1705) ilmiy izlanishlari bilan bog’liqdir. Unga, ehtimollar nazariyasining eng muhim qonuniyati, deb hisoblanuvchi “katta sonlar qonuni” tegishlidir. Ehtimollar nazariyasi rivojlagi yana bir muhim qadam de Muavr (1667-1754) nomi bilan bog’liqdir. Bu olim tomonidan normal qonun (yoki normal taqsimot) deb ataluvchi muhim qonuniyat mavjudligi sodda holda asoslanib berildi. Keyinchalik, ma’lum bo’ldiki, bu qonuniyat ham, ehtimollar nazariyasida muhim rol o’ynar ekan. Bu qonuniyat mavjudligini asoslovchi teoremlar “markaziy limiti teoremlar” deb ataladi. Ehtimollar nazariyasi rivojlanishida katta hissa mashhur matematik Laplasga (1749 -1827) ham tegishlidir. U birinchi bo’lib ehtimollar nazariyasi asoslarini qat’iy va sistemalik ravishda ta’rifladi, markaziy limiti teoremasining bir formasini isbotladi (Muavr-Laplas teoremasi) va ehtimollar nazariyasining bir necha tadbiqlarini keltirdi. Ehtimollar nazariyasi rivojlagi yetarlicha darajadaoldinga siljish Gauss (1777-1855) nomi bilan bog’liqdir. U normalqonuniyatga yanada umumiy asos berdi va tajribadan olingan sonli ma’lumotlarni qayta tashlashning muhim usuli – “kichik kvadratlar usuli” ni yaratdi. Puasson (1781-1840) katta sonlar qonunini umumlashtirdi va ehtimollar nazariyasini o’q uzish masalalariga qo’lladi. Uning nomi bilan

ehtimollar nazariyasida katta ro'l o'ynovchi taqsimot qonuni nomlangandir.

XVII va XIX asrlar uchun ehtimollar nazariyasining keskin rivojlanishi va u bilan har tomonlama qiziqish xarakterlidir. Keyinchalik ehtimollar nazariyasi rivojiga Rossiya olimlari V.Ya. Bunyakovskiy (1804-1889), P.L. Chebishev (1821-1894), A.A. Markov (1856-1922), A.M. Lyapunov (1857-1918), A.Ya. Xinchin (1894-1959), V.I. Romanovskiy (1879-1954), A.N. Kolmogorov (1903-1987) va ularning shogirdlari bebaho hissa qo'shdi. O'zbekistonda butun dunyoga tanig'i Sarimsov (1915-1995) va S.X. Sirojiddinov (1920-1988) larning muhim rollarini alohida ta'kidlab o'tish joizdir.

Tasodifiy hodisalar, ularning klassifikatsiyasi

Dastlab ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchalaridan biri "tasodifiy hodisa" tushunchasini keltiramiz. Natijasini oldindan aytib bo'lmaydigan tajriba o'tkazilayotgan bo'lsin. Bunday tajribalar ehtimollar nazariyasida tasodifiy deb ataladi.

Tasodifiy hodisa (yoki hodisa) deb, tasodifiy tajriba natijasida ro'y berishi oldindan aniq bo'lmagan hodisaga aytiladi.

Hodisalar, odatda, lotin alifbosing bosh harflari A, B, C, ...lar bilan belgilanadi.

Tajribaning har qanday natijasi elementar hodisa deyiladi va ω orqali belgilanadi.

Tajriba natijasida ro'y berishi mumkin bo'lgan barcha elementar hodisalar to'plami elementar hodisalar fazosi deyiladi va Ω orqali belgilanadi.

1-misol. Tajriba nomerlangan kub(o'yin soqqasi)ni tashlashdan iborat bo'lsin. U holda tajriba 6 elementar hodisadan hodisalar $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6$ lardan iborat bo'ladi. ω_i hodisa tajriba natijasida i ($i=1,2,3,4,5,6$) o'chko tushishini bildiradi. Bunda elementar hodisalar fazosi: $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$.

Tajriba natijasida albatta ro'y beradigan hodisaga *muqarrar hodisa* deyiladi. Elementar hodisalar fazosi muqarrar hodisaga misol bo'la oladi.

Aksincha, unuman ro'y bermaydigan hodisaga *mumkin bo'lmagan* hodisa deyiladi va u $\emptyset$ orqali belgilanadi.

1-misolda keltirilgan tajriba uchun quyidagi hodisalarni kiritamiz:

$A = \{\omega_5\}$ raqam tushishi;

$B = \{\text{juft raqam tushishi}\};$

$C = \{7\}$ raqam tushishi;

$D = \{\text{butun raqam tushishi}\};$

bu yerda A va B hodisalar tasodifiy, C hodisa mumkin bo'lmagan va D hodisa muqarrar hodisalar bo'ladi.

Hodisalar ustida amallar

Tasodifiy hodisalar orasidagi munosabatlarni keltiramiz:

AvaBhodisalar yig'indisideb, A va B hodisalarining kamida bittasi (ya'ni yoki A, yoki B, yoki A va B birgalikda) ro'y berishidan iborat $C = A \cup B$ ($C = A + B$) hodisaga aytiladi.

A va B hodisalar ko'paymasi deb, A va B hodisalar ikkilasi ham (ya'ni A va B birgalikda) ro'y berishidan iborat $C = A \cap B$ ($C = A * B$) hodisaga aytiladi.

A hodisadan B hodisaning ayirmasi deb, A hodisa ro'y berib, B hodisa ro'y bermasligidan iborat $C = A \setminus B$ ($C = A - B$) hodisaga aytiladi.

A hodisaga *qarama-qarshi* A hodisa faqat va faqat A hodisa ro'y bermaganda ro'y beradi (ya'ni A hodisa A hodisa ro'y bermaganda ro'y beradi), $A \cap A^c$ uchun teskari hodisa deb ham ataladi.

Aga A hodisa ro'y berishidan B hodisaning ham ro'y berishi kerak chiqsa A hodisa B hodisani ergashtiradi deyiladi va $A \subseteq B$ ko'rinishida yoziladi.

Aga $A \subseteq B$ va $B \subseteq A$ bo'lsa, u holda A va B hodisalar teng (teng kuchli) hodisalar deyiladi va $A = B$ ko'rinishida yoziladi.



1.2-§. Ehtimollar nazariyasi haqida dastlabki tushunchalar. Ehtimollikning ta'rifi

Reja

1. Ehtimollikning statistik ta'rifi.
2. Ehtimollikning klassik ta'rifi.
3. Kombinatorikaning ba'zi elementlari.

Ehtimollikning statistik ta'rifi. A hodisa n ta bog'liqsiz tajribalarda n_A marta ro'y bersin. n_A son A hodisaning chastotasi, $\frac{n_A}{n}$ nisbat esa A hodisaning nisbiy chastotasi deyiladi.