Детерминантлар ва уларнинг хоссалари.

Main literatures

**Fanchi, John R. Math refresher for scientists and engineers.—3rd edition.
Published by John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NewJersey.Published simultaneously in Canada. 2006. 4.3 DETERMINANTS. pp.61-64.**

Режа.

1. *2, 3 - тартибли детерминантлар.*
2. *Детерминантларни хисоблашнинг учбурчак усули.*
3. *Детерминантнинг хоссалари.*

Таянч иборалар :

элемент, устун, сатр, детерминант, тартиб, учбурчак коидаси, алгебраик тулдирувчи.

Икки номахлумли иккита чизиқли тенгламалар системаси берилган бўлсин:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases} \qquad a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$$

$$x_1 = \frac{b_1a_{22} - b_2a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}, \qquad x_2 = \frac{b_2a_{11} - b_1a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \qquad (1)$$

(2) формуладаги сурат ва маҳраждаги ифодалар 2- тартибли детерминант (аникловчи)лар дейилади. 2-тартибли детерминантни

$$\det\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

билан белгиланади.

$a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ ларга детерминантнинг элементлари дейилади.

Шундай қилиб, (1) формулаларни детерминантлар ёрдамида

$$x_1 = \frac{\det\begin{bmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{bmatrix}}{\det\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}}, \quad x_2 = \frac{\det\begin{bmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{bmatrix}}{\det\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}}$$

$$\Delta = a_{11}\cdot\det\begin{bmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} + a_{21}\cdot\det\begin{bmatrix} a_{13} & a_{12} \\ a_{33} & a_{32} \end{bmatrix} + a_{31}\cdot\det\begin{bmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} \qquad (3)$$

ифодага ***3- тартибли детерминант дейилади*** ва

$$\Delta = \det\begin{bmatrix} a_{11}a_{12}a_{13} \\ a_{21}a_{22}a_{23} \\ a_{31}a_{32}a_{33} \end{bmatrix}$$

билан белгиланади.

a_{11}, a_{22}, a_{33} элементлар ***бош диагонални***,

a_{13}, a_{22}, a_{31} ***ёрдамчи диагонални*** ифодалайди.

(3) тенгликда 2- тартибли детерминантларни катталиклари билан алмаштирсак

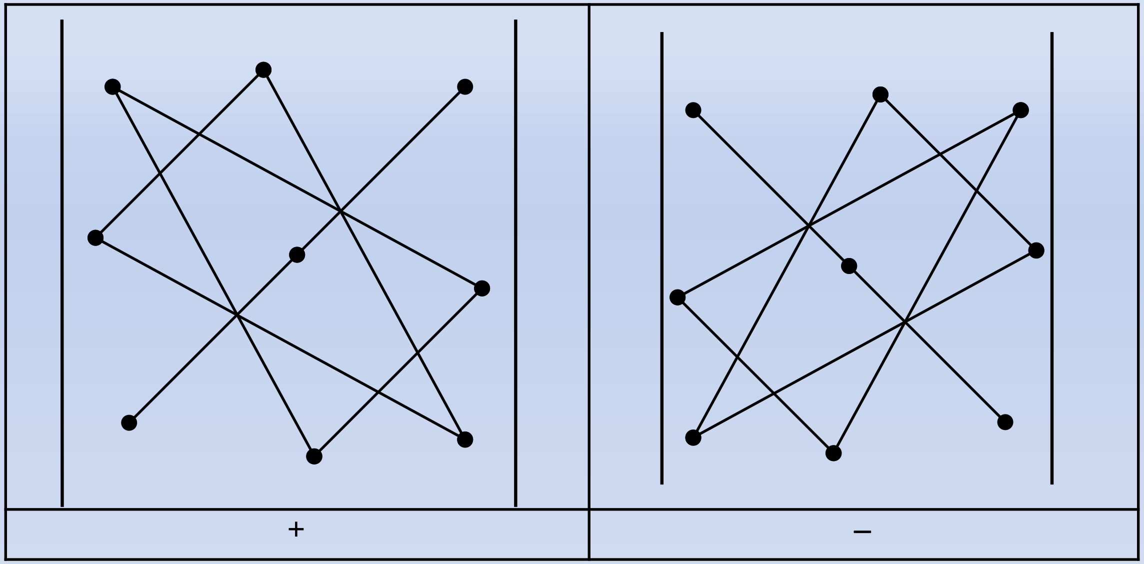
$$\det\begin{bmatrix} a_{11}a_{12}a_{13} \\ a_{21}a_{22}a_{23} \\ a_{31}a_{32}a_{33} \end{bmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{21}a_{32}a_{13} + a_{31}a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} -$$

$$- a_{11}a_{23}a_{32} \qquad (4)$$

бўлади. (4) формулани эсда сақлаш ***учун учбурчак қоидасидан*** фойдаланиш мумкин.

Детерминантларни хисоблашнинг учбурчак усули.

Элементларни нуқталар билан белгиласак, ушбу схема хосил бўлади :



(+) ишора билан, (-) ишора билан олинади.

Дитерминант хисоблашнинг яна бир усулини келтирамиз

Бу усулда, дитерминантнинг биринчи иккита устуни дитерминантнинг ўнг томонига кўчириб ёзилади ва расмдагидек ўнг ва чап диагоналлар бўйича купайтирамиз

$$
\begin{array}{ccccc}
a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\
a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} = a_{31}a_{22}a_{13} + a_{32}a_{23}a_{11} + a_{33}a_{21}a_{12} \\
a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ccccc}
a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\
a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} \\
a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32}
\end{array}
$$

ҳамда уларни айирмасини хисоблаш орқали 3-тартибли дитерминантнинг қиймати топилади.

Детерминантнинг хоссалари.

1. Детерминантнинг барча сатридаги элементларини мос устун элементлари билан алмаштирилса унинг катталиги ўзгармайди, яъни

$$\det\begin{bmatrix} a_{11}a_{12}a_{13} \\ a_{21}a_{22}a_{23} \\ a_{31}a_{32}a_{33} \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} a_{11}a_{21}a_{31} \\ a_{12}a_{22}a_{32} \\ a_{13}a_{23}a_{33} \end{bmatrix}$$

2. Иккита сатр (устун)ни ўзаро алмаштирилса детерминант катталигининг ишораси тескарисига ўзгаради, яъни

$$\det\begin{bmatrix} a_{11}a_{12}a_{13} \\ a_{21}a_{22}a_{23} \\ a_{31}a_{32}a_{33} \end{bmatrix} = -\det\begin{bmatrix} a_{12}a_{22}a_{32} \\ a_{11}a_{21}a_{31} \\ a_{13}a_{23}a_{33} \end{bmatrix}$$

3. Иккита бир хил сатр (устун)ли детерминант катталиги нолга тенг;

$$\det\begin{bmatrix} a_{11}a_{12}a_{13} \\ a_{21}a_{22}a_{23} \\ a_{11}a_{12}a_{13} \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} a_{12}a_{12}a_{13} \\ a_{21}a_{21}a_{23} \\ a_{31}a_{31}a_{33} \end{bmatrix} = 0$$

4. Детерминантнинг бирор сатр (устун) нинг ҳамма элементларини λ $(\lambda \neq 0)$ сонга кўпайтирилса, унинг катталиги шу сонга кўпаяди, яъни

$$\det\begin{bmatrix} \lambda a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ \lambda a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ \lambda a_{31} & a_{32} & a_{13} \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & \lambda a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \lambda \cdot \det\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{13} \end{bmatrix}$$

5. Детерминантнинг иккита сатри (устуни) элементлари ўзаро пропорционал (мутаносиб) бўлса, унинг катталиги нолга тенг, яъни

$$\det\begin{bmatrix} \lambda a_{11} & a_{11} & a_{13} \\ \lambda a_{21} & a_{21} & a_{23} \\ \lambda a_{31} & a_{31} & a_{13} \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} \lambda a_{21} & \lambda a_{22} & \lambda a_{23} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = 0$$

Бирор А квадратик матрицанинг дитерминанти бирор *i*- сатр (ёки устун) бўйича

$$\det A = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} cof_{ij}(A)$$

формула бўйича ҳисобланади, бу **ерда** $cof_{ij}(A)$ **А дитерминантнинг *i*-сатр ва *j*-устун**

ўчиришдан ҳосил бўлган мос алгебраик тўлдирувчидир.