Тескари матрицалар.
Чизикли тенгламалар системасини тескари матрицалар оркали ечиш.

Режа:

1. Матрица тушунчаси ва унинг турлари.
2. Матрицалар устида амаллар
3. Тескари матрица
4. Тескари матрица оркали чизикли тенгламалар системасини ечиш.

Таянч иборалар :

Матрица, матрицанинг ўлчами, матрицанинг детерминанти, махсус матрица, махсусмас матрица, бош диагонал, диагонал матрица, бирлик матрица, транспонирланган матрица, тенг матрицалар, матрицаларнинг йиғиндиси,матрицани сонга кўпайтириш, матрицалар кўпайтмаси, тескари матрица.

Main literature:

- Fanchi, John R. **Math refresher for scientists and engineers**.—3rd edition.
- Published by John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.Published simultaneously in Canada. 2006. 4.2. MATRICIES. pp.53-61. **70%**

1-таъриф. та сатрли ва та устунли тўғри бурчакли та элементдан тузилган жадвал

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots a_{2n} \\ - - - - & - - - - - - \\ a_{m1} & a_{m2} \cdots a_{mn} \end{pmatrix}$$

mхn *ўлчамли матрица* дейилади. Матрицани қисқача (a_{ij}) $(i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n})$ билан ҳам белгилаш мумкин.

Матрицаларда сатрлар сони устунлар сонига тенг бўлса, бундай матрицалар **квадрат матрица** (Square matrix) деб аталади, $m \neq n$ бўлса (Rectangular matrix) тўртбурчак матрица дейилади

Ҳар бир nхn тартибли квадрат матрица учун унинг элементларидан тузилган *детерминантни* ҳисоблаш мумкин, бу детерминантга матрицанинг ***детерминанти*** дейилади ва ёки билан белгиланади. $\det A = 0$ бўлса, А матрицага ***махсус матрица***, $\det A \neq 0$ бўлса, ***махсусмас матрица*** дейилади. Квадрат матрицанинг $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$ элементлар жойлашган диагонали ***бош диагонал***, $a_{1n}, a_{2n-1}, \ldots, a_{n1}$ элементлари жойлашган диагонали ***ёрдамчи диагонал*** дейилади. Бош диагоналдаги элементлар 0 дан фарқли бошқа барча элементлари 0 га тенг квадрат матрица ***диагонал матрица*** дейилади.

Барча элементлари 0 лардан иборат бўлган матрицага нол матрица дейилади ва билан белгиланади. А матрицага қуйидаги матрицани мос қўйиш мумкин:

$$A^T = \begin{pmatrix} a_{11} a_{21} \cdots a_{m1} \\ a_{12} a_{22} \cdots a_{m2} \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{1n} a_{2n} \cdots a_{mn} \end{pmatrix}$$

яъни

$$\mathbf{A}^T = [a_{ji}] = [a_{ij}]^T = (\mathbf{A})^T$$

Бу матрицанинг ҳар бир сатри матрицанинг унга мос устунидан иборат. A^T матрицани A матрицага нисбатан транспонирланган дейилади.

<u>$m \times n$ ***квадрат матрицанинг***</u> a_{ij} ($i \equiv j = \overline{1, n}$) диагонал элементлари йиғиндисидан иборат катталик матрица изи ёки траектория(trase of matrix A) си дейилади ва

$$\mathrm{Trace}(A) \equiv \mathrm{Tr}\,(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

ёзилади

Матрицаларни қўшиш, сонга кўпайтириш ва бир-бирига кўпайтириш мумкин.

Бир хил ўлчамли $A=(a_{ij})$ ва $B=(b_{ij})$ $(i=\overline{1,m}\ ;\ j=\overline{1,n})$ <u>матрицаларнинг йиғиндиси</u> деб, элементлари $c_{ij}=a_{ij}+b_{ij}$ равишда аниқланадиган учинчи матрицага $C=(c_{ij})$ айтилади. Равшанки, С матрицанинг ўлчами олдинги матрицаларнинг ўлчами билан бир хил бўлади.

А матрицани λ сонга кўпайтириш деб унинг ҳамма элементларини шу сонга кўпайтиришга айтилади, яъни

$$\lambda A=\lambda\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & \lambda a_{13} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} & \lambda a_{23} \\ \lambda a_{31} & \lambda a_{32} & \lambda a_{33} \end{pmatrix}$$

mxk ўлчамли $A=(a_{ij})$ матрицанинг kxn ўлчамли $B=(b_{ij})$ матрицага, кўпайтмаси деб mxn ўлчамли шундай $C=(c_{ij})$ матрицага айтиладики унинг c_{ij} элементи матрица *i*-сатри элементларини А матрица *j*-устунининг мос элементларига кўпайтмалари йиғиндисига тенг, яъни:

$$c_{ij}=a_{i1}b_{1j}+a_{i2}b_{2j}+\ldots+a_{ik}b_{kj}$$

3. Тескари матрица.

A квадрат матрица учун $AB = BA = E$ бирлик матрица бўлса, B квадрат матрица A матрицага ***тескари матрица*** дейилади. Одатда, A матрицага тескари матрица A^{-1} билан белгиланади.

Теорема: A квадрат матрица тескари матрицага эга бўлиши учун A матрицанинг детерминанти 0 дан фаркли (nonsingular square matrix)бўлиши зарур ва етарлидир.

A квадрат матрица учун $\det A \neq 0$ бўлса , унга тескари бўлган ягона матрица A^{-1} мавжуд.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots a_{2n} \\ ----- & ----- \\ a_{n1} & a_{n2} \cdots a_{nn} \end{pmatrix}$$

матрицага тескари A^{-1} матрица

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} \cdots A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} \cdots A_{n2} \\ ----- & ----- \\ A_{1n} & A_{2n} \cdots A_{nn} \end{pmatrix}$$