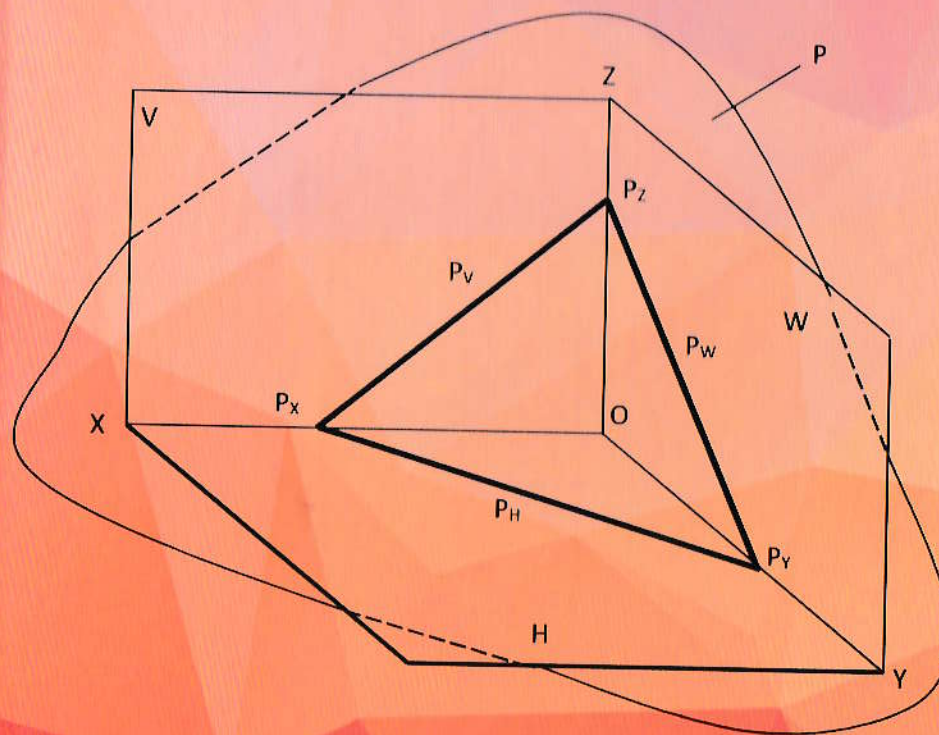


S.O. ATAXANOVA

CHIZMA GEOMETRIYA



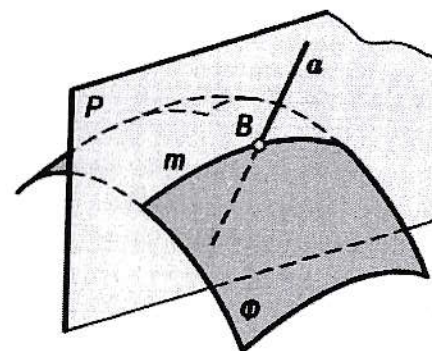
O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI
CHIRCHIQ DAVLAT PEDAGOGIKA UNIVERSITETI

S.O. ATAXANOVA

CHIZMA GEOMETRIYA

(O'quv qo'llanma)

I-qism



Toshkent
«Yangi chirchiq prints»
2023

UO'K
KBK

S.O.Ataxanova. Chizma geometriya [O'quv qo'llanma]:
-Toshkent. Yangi chirchiq prints - 2023.- 198 bet.

Mualif:

S.O.Ataxanova - Chirchiq davlat pedagogika universiteti
"Muhandislik va kompyuter grafikasi" kafedresi katta o'qituvchisi.

Taqrizchilar:

E.I.Turapov - I.A.Karimov nomidagi Toshkent davlat texnika universiteti Olmaliq filiali "Mashinasozlik texnologiyasi" kafedresi dotsenti, t.f.n.

B.B.Baymetov - Chirchiq davlat pedagogika universiteti
"Tasviriy san'at va dizayn" kafedresi p.f.n., professori, O'zbekiston Badiiy akademiyasi ijodkorlar uyushmasi a'zosi.

"Chizma geometriya" nomli o'quv qo'llanma oliy ta'lim muassasalarining 60111200 - "Tasviriy san'at va muhandislik grafikasi" ta'lim yo'nalishiga tayyorlangan.

Ushbu o'quv qo'llanma oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi tomonidan tasdiqlagan o'quv dasturi asosida yozilgan bo'lib, unda "Chizma geometriya" faniga oid geometrik obrazlar (nuqta, to'g'ri chiziqli kesma, tekislik) va geometrik jismlarning koordinata tekisliklariga proyeksiyalanish xususiyatlari, ularni parametrlash, hamda ularning o'zaro munosabatlariga oid ma'lumotlar keltirilgan.

Shuningdek, o'quv qo'llanmadan geometrik obrazlar va geometrik jismlarga oid matnli va grafik testlardan namunalar, nazorat savollari va topshiriqlar hamda fanga doir atamalar (glossariy) ham o'rin olgan.

Ushbu o'quv qo'llanma pedagogika oliy o'quv yurtlarining 60111200 - "Tasviriy san'at va muhandislik grafikasi" ta'lim yo'nalishi va oliy texnika o'quv yurtlarining barcha yo'nalishlarida tahsil olayotgan talabalar va ushbu fan bo'yicha o'qituvchilik faoliyatini endi boshlayotgan o'qituvchilar uchun mo'ljallangan.

KIRISH

"Chizma geometriya" fani projektiv geometriyaning bir shohobchasi hisoblanib, matematika fanlari qatoriga kirsada, o'zining amaliy ahamiyati jihatidan umumtexnika fanlari qatoridan o'rin olgan. Bu fanda uch o'lchamli geometrik jismlar va buyumlarning tekislikdagi, asosan ikki o'lchamli proyeksiyalarini yasashning usullari va qoidalari o'rgatiladi.

"Chizma geometriya" fani o'qitishdan asosiy maqsadlar quyidagilardan iboratdir:

1. Fazodagi geometrik jism va buyumlarning tekislikdagi tasvirlarini - proyeksiyalarini, ya'ni chizmalarini tuzish qoidalarini o'rgatish;

2. Geometrik obraz, geometrik jism va buyumlarning tekislikdagi tasvirlariga binoan, ularning xususiyatlarini fazoda fikran tasavvur qilish, ya'ni ularning chizmalarini o'qish qoidalarini o'rgatish;

3. Geometrik obraz, geometrik jism va buyumlarning tekislikdagi tasvirlariga binoan, ularning o'zaro kesishishiga va joylashishiga oid pozitsion va metrik masalalarni grafik usullarda yechishni o'rgatish.

"Chizma geometriya" fani talabalarning amaliy fanlarni o'zlashtirishlarida va muhandislik faoliyatlarida zarur bo'ladigan fazoviy tasavvurni hamda mantiqiy fikrlashni o'stiradi.

Bu fanda "proyeksiya", "proyeksiyalash" kabi tushunchalar ko'p ishlatiladigan iboralardan hisoblanadi. "Proyeksiya", "tasvir" va "tasvirlash" so'zlari fransuzcha "projeter" va "projection" so'zlaridan olingan bo'lib, ularning so'zma - so'z tarjimai, "aksini chizmoq", "tasvirlamoq", "oldinga tashlamoq" kabi ma'nolarni beradi.

Proyeksiyalash esa, biror narsaning biror tanlangan tekislikdagi proyeksiyasini hosil qilish jarayonini anglatadi.

1-§. Fanning rivojlanish tarixidan ma'lumotlar

"Chizma geometriya" fani ham boshqa fanlar qatori o'z tarixiga ega. Bu fanning kurtaklari insonning amaliy - texnikaviy faoliyati natijasida, ya'ni uy - joylar, mudofaa istehkomlari va inshootlari, suv inshootlari, turli - tuman dastgohlar va asboblarni hamda kemalarni ishlab chiqarish davridan boshlab rivojlanib keldi.

1770 yillarda, "Chizma geometriya" faniga oid barcha bilimlar mashhur fransuz olimi va muhandisi Gaspar Monj tomonidan yagona tizimga keltiriladi va uning "Chizma geometriya" deb nomlangan asari nashrdan chiqadi. Aynan shu asar hozirgi zamon chizma geometriya faniga asos bo'ldi va u Yevropa hamda boshqa davlatlarga jadal ravishda tarqaldi, texnika maktablaridagi muhandislik sohalarining asosiy fanlari qatoridan joy egalladi.

"Chizma geometriya" fani usullarining harbiy maqsadlarda, mudofaa istehkomlarining qurilishida qo'llanish ehtimolini inobatga olib, Fransiya Qirolligining harbiy muhandislar maktabi rahbariyati, 1799 yilgacha Gaspar Monj tomonidan yaratilgan kitobning ommaviy nashr etilishiga yo'l qo'ymaganlar, uni katta sir tutganlar.

Rossiyada chizmalardan foydalanish haqidagi ishonchli ma'lumotlar XVI asrga tegishlidir. Rus podshosi Pyotr I ning podsholik faoliyati davrida grafik savodxonlikka katta e'tibor berilgan. Uning o'zi chizma chizishni yaxshi eplardi. U Gollandiyada kemasozlik ishlarida qatnashgan va u erdan chizmachilikka oid diplomga ham ega bo'lib qaytgan edi.

Pyotr I ning safdoshi, general - feldmarshal, graf Yakov Bryus o'zi yaratgan "Geometriya haqida" kitobida chizmalarni qanday bajarish haqida ma'lumotlar bergan.

O'sha zamonlardayoq, "Chizma geometriya" fani fundamental fan sifatida Rossiyaning muhandislik va artilleriya bilim yurtlaridagi o'quv dasturlariga kiritilgan.

1810 yildan 1921 yilgacha bu fan Rossiyada fransuz tilida o'qitilgan.

O'zbekistonda, hozirgi vaqtda, oliy o'quv yurtlarida

o'qitiladigan "Chizma geometriya" fani 1918 yilda, O'rta Osiyoda birinchi tashkil qilingan Toshkent shahridagi Turkiston xalq universitetining (hozirgi O'zbekiston milliy universiteti) melioratsiya muhandisligi fakulteti talabalariga o'qitishdan boshlangan.

1935 - 1941 yillar va 1945 - 1946 yillarda professor M. Ya. Gromov (1884 - 1963) Toshkent to'qimachilik va yengil sanoat institutining "Chizma geometriya va chizmachilik" kafedrasiga mudirlilik qilgan. Shu davrlarda u kafedrada ilmiy va metodik ishlarni rivojlantirib, yoyiluvchi chiziqli sirtlar nazariyasi va konform almashtirish usullarini yaratdi va chizma geometriyani egri chiziqlar, sirtlar va ularni yoyilmalari bo'limlariga yangi nazariy asoslar kiritdi. 1937 yilda rus tilida "Proyeksion chizmachilikdan masalalar to'plami" kabi o'quv qo'llanmalar yaratdi.

1941 - 1945 yillarda professor V. O. Gordon (1892 - 1971 yillar) Toshkent to'qimachilik va yengil sanoat institutining "Chizma geometriya va chizmachilik" kafedrasiga rahbarlik qildi. U shu davrda o'zining ilmiy va pedagogik faoliyati bilan "Chizma geometriya" fanini nazariy va umumta'lim maktablarida o'qitiladigan "Chizmachilik" predmetini metodik tomondan rivojlantirishga katta hissa qo'shgan. Shu yillarda, V. O. Gordon "Chizma geometriya kursi" kitobini yozib tugatgan va keyinchalik uni chop ettirdi. Hozirgi kunda bu kitob 24 marta qayta nashr qilinib, Rossiyadagi oliy texnika o'quv yurtlari uchun asosiy klassik darsliklardan biri hisoblanadi.

O'zbekistonda "Chizma geometriya" fani pedagoglaridan birinchi bo'lib Rahim Xorunov (1911 - 1992) "Parallel proyeksiyalashda yaqqol tasvirlar yasashning ba'zi bir masalalari" mavzusida, 1953 yilda, Leningradda nomzodlik dissertatsiyasini himoya qiladi va Toshkent temir yo'l transporti institutida kafedra mudiri (1953 - 1983 yillar) lavozimida ishlab, keyinchalik esa ilmiy maktab - aspirantura tashkil qildi va bir necha fan nomzodlarini tayyorladi.

R. Xorunov tomonidan 1961 yilda, o'zbek tilida, "Chizma geometriya kursi" dan kichik hajmdagi darslik chop

etildi. Bu darslikning yaratilishi bilan "Chizma geometriya" fani terminologiya tizimining o'zbek tilidagi varianti majmuasi hosil qilindi. 1964 yilda esa darslikning ikkinchi nashri chop etildi. Bunda muallif "Chizma geometriya" fanining namunaviy dasturida belgilangan barcha boblarini kiritib, kitobni "Oliy texnika o'quv yurtlarining qurilish va arxitektura mutaxassisliklari" uchun mo'ljallab tayyorladi. Fan terminlari, darslik va adabiy tili metodik tomondan yanada takomillashtirildi.

1961, 1966, 1971 yillarda R. Xorunov rahbarligida "Chizma geometriya va muhandislik grafikasining nazariy va amaliy masalalari" bo'yicha Toshkentda butun ittifoq konferensiyalari o'tkazilib, unda ittifoqning barcha respublikalaridan olimlar o'z mavzulari bilan qatnashdilar. Konferensiyalar materiallari ilmiy to'plamlar ko'rinishida chop etilib, fanni respublikada rivojlanishiga salmoqli hissa qo'shildi.

1966 yilda R. Xorunovga professorlik unvoni, davlat tilida darslik va o'quv qo'llanmalar yaratgani va yuqori malakali ilmiy pedagogik xodimlar va ko'p sonli injenerlar tayyorlagani uchun 1981 yil O'zbekiston respublikasida xizmat ko'rsatgan fan arbobi unvoni berildi.

Yusuf Qirg'izboev (1912 - 1995) Toshkent to'qimachilik va yengil sanoat institutida 1951 - 1978 yillarda kafedra mudiri bo'lib faol ishlab, o'zbek tilida birinchi marta 1958 yilda mexanika ixtisosliklari uchun "Chizma geometriya" darsligi chop etdi. Darslikdagi ayrim chizmalarining berilishi bilan o'zining uslubiy tomonlariga ko'ra, boshqa adabiyotlardan farq qiladi.

Yu. Qirg'izboyevning kitobida tasvirlash usullarda o'zbek tilida birinchi marta ishlatiladigan atamalar tizimi yaratildi. U Nizomiy nomli Toshkent davlat pedagogika universitetidagi chizma geometriya, chizmachilik va ularni o'qitish metodikasi kafedrasining asoschisi sifatida esga olinadi. Shu kafedrani pedagog kadrlar bilan ta'minlashga arzigulik shogird o'qituvchilarni tayyorlagan.

O'zbek tilida "Chizma geometriya" fanidan birinchi o'quv

adabiyotlari yaratgani uchun unga 1961 yilda Yh. Qirg'izboevga dotsentlik unvoni berilgan.

1963 yildan boshlab respublikamiz pedagoglaridan Sh. K. Murodov birinchi bo'lib Kiyevdagi professor S. M. Kolotov ilmiy maktabiga aspiranturaga o'qishga kirishi tufayli, Ukraina olimlari bilan ilmiy bog'lanishlar paydo bo'ldi.

Kiev ilmiy maktabining hozirgi rahbari Ukrainada xizmat ko'rsatgan fan arbobi, texnika fanlari doktori, professor V. E. Mixaylenkoning 1968 yilda Buxoro va Samarqand oliy o'quv yurtlariga kelib ma'ruzalar o'qishi va undan keyingi yillarda Toshkent, Samarqand, Buxoro, Urganch, Qo'qon, Chimkent va Jambul shaharlariga bir necha bor kelishi va har kelganida ilmiy seminarlar o'tkazib, izlanuvchi va aspirantlar tanlanishi, O'zbekiston va qo'shni respublikalarda fanning rivojlanishiga asosiy sabablardan biri bo'ldi.

Moskva olimlaridan fan doktorlari, professorlar I. I. Kotovning Toshkent aviatsiya zavodiga kelishi, S. A. Frolov va V. A. Yakuninlarning Toshkent politexnika institutiga kelib, ilmiy seminarlar va olimpiadalarni o'tkazishlari, O'zbekiston va Rossiya olimlari orasidagi ilmiy bog'lanishlar va ulardan tegishli ilmiy metodik maslahatlar olinishi, chizma geometriyaning respublikada rivojlantirishga o'z ta'sirini ko'rsatgan.

Bizning yurtimizda bu fan avval rus tilida, 1940 yillardan boshlab esa o'zbek tilida o'qitila boshlandi.

2000 yillarning boshlaridan boshlab, an'anaviy o'qitish usullari bilan bir qatorda, ma'no - mohiyati jihatidan butunlay yangicha bo'lgan texnologiyalar, ya'ni kompyuter texnologiyalari o'qitish jarayoniga jadal kirib kela boshladi. Shu narsa ayon bo'ldiki, kompyuter texnologiyasi "Chizma geometriya" fanini o'rganish va o'zlashtirish jarayonini jadallashtirdi. Jumladan, "Chizma geometriya" da animatsion effektlarni yaratish bo'yicha POWER POINT dasturi, Rossiyaning ASKON kompaniyasiga tegishli KOMPAS - 3D avtomatlashtirilgan loyihalash tizimining (AVTOLOT) "Chizma geometriyada kompyuter kursining animatsion effektlari" nomli dasturlarida, masalalarning yechilish tartibini keltirish imkoni kattadir va asosiysi ularni

jonli ravishda takroriy namoyish etish orqali mavzularni o'rganish va o'zlashtirish jarayoni tezlashadi.

"Chizma geometriya" fani mashina, mexanizm va ulardagi detallarning o'lchami va shakllarini aniqlovchi geometrik element bo'lishi, juda sodda, lekin muhim ahamiyatga ega bo'lgan nuqtani tasvirlashdan boshlanadi.

2-§. Chizma geometriyada ko'riladigan masalalar

"Chizma geometriya" fani bo'yicha berilgan masalalar ularning shartlariga ko'ra, **pozitsion, metrik va konstruktiv** kabi turlarga bo'linadi. Bu masalalarning shartlari grafik ilovasi bilan ham va grafik ilovasiz holda ham, ya'ni faqat matnda berilishi mumkin.

Pozitsion masalalarga geometrik obrazlarning (nuqta, to'g'ri chiziq kesmasi, tekislik va sirtlarning) bir - biriga nisbatan joylashuvi, hamda ularning kesishishidan hosil bo'lgan uchinchi geometrik obrazni aniqlash kabi masalalar, hamda geometrik obrazlarning o'zaro bir - biriga tegishlilikini aniqlashga doir masalalar kiradi.

Metrik masalalarga esa geometrik obrazlar orasidagi haqiqiy masofani aniqlash, geometrik obrazlar orasidagi burchaklarning haqiqiy kattaligini aniqlash, geometrik obrazlarning haqiqiy kattaliklarini aniqlash kabi masalalar kiradi.

Geometrik obrazlarning o'zaro joylashishi yoki metrikasining berilishiga qarab, metrik masalalar ikkiga bo'linadi.

1. To'g'ri metrik masalalar. Bunda berilgan ikki geometrik obrazning o'zaro joylashishiga qarab, ularning kesishishidan hosil bo'lgan obrazning metrikasi (haqiqiy kattaligi yoki haqiqiy uzunligi) aniqlanadi.

Turli xil metrik masalalarni yechish quyidagi ikki masalaning birini yechish keltiriladi:

- a) Ikki nuqta orasidagi masofani aniqlash;
- b) Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchakni aniqlash.

1. Nuqta va to'g'ri chiziq orasidagi masofa nuqtadan to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning uzunligi bilan o'lchanadi.

2. Parallel chiziqlar orasidagi masofa birinchi chiziqdagi nuqtadan ikkinchi chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning uzunligi bilan o'lchanadi.

3. Nuqtadan tekislikkacha bo'lgan masofa shu nuqtadan tekislikda tushirilgan perpendikulyarning uzunligi bilan

o'lchanadi.

4. Parallel tekisliklar orasidagi masofa, birinchi tekislikka tegishli nuqtadan ikkinchi tekislikka tushirilgan perpendikulyarning uzunligi bilan o'lchanadi.

5. Ayqash chiziqlar orasidagi masofani aniqlash, parallel tekisliklar orasidagi masofani aniqlashga keltiriladi.

6. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchakni aniqlash, chiziq va tekislik orasidagi burchakni, ikki tekislik orasidagi burchakni aniqlash esa ikki kesishuvchi chiziqlar orasidagi burchakni aniqlashga keltiriladi.

Metrik masalalarni yechishda diagonal proyeksiyalarni qayta tuzish usullaridan keng foydalaniladi.

2. Teskari metrik masalalar. Bunda oldindan berilgan biror metrikaga va biror geometrik obrazga asosan, ikkinchi geometrik obrazning birinchisiga nisbatan vaziyati (holati) aniqlanadi.

Teskari metrik masalalarga misol quyidagilarni kiritish mumkin bo'ladi:

- H tekisligidan 20 mm gorizontal chiziq OX o'qiga nisbatan 30° burchak ostida o'tkazilsin;

- V tekisligiga parallel va undan 30 mm uzoqlikdagi kesma OX o'qi bilan 45° burchak ostida o'tkazilsin;

- berilgan kesmadan 25 mm masofada, shu kesmaga parallel kesma o'tkazilsin;

- umumiy vaziyatda berilgan P tekisligida joylashgan AB kesmasiga MN kesmasi parallel holda o'tkazilsin;

- umumiy vaziyatda berilgan AB va CD kesishuvchi kesmalar orqali P tekisligi izlari bilan o'tkazilsin;

- umumiy vaziyatda berilgan P tekisligidan tashqarida yotgan K nuqtasidan shu tekislikka perpendikulyar kesma va tekislik o'tkazilsin.

Konstruktiv masalalarga oldindan berilgan biror shartni qanoatlantiruvchi geometrik shakllarni (figuralarni) yasash kiradi. Masalan, berilgan to'g'ri chiziq, tekislik va oldindan berilgan biror burchak bo'yicha to'g'ri chiziq yoki tekisliklarni yasash, ma'lum bir texnik talablarni qanoatlantiruvchi egri

chiziq va sirtlarni hosil qilish kabi masalalar kiradi.

Konstruktiv masalalarga quyidagilarni kiritish mumkin:

1. Asosi kvadratdan iborat va balandligi 90 mm teng bo'lgan to'g'ri prizma asosi bilan H gorizontal tekislikka tayanadi. Kvadratning tomoni 70 mm teng bo'lib, u abssissalar o'qi bilan 45° burchakni tashkil etadi.

Prizmada uzunligi bo'yicha diametri 60 mm ga teng bo'lgan silindrik teshik mavjud. Silindrning markaz chiziqlari kvadratning diagonallari bilan ustma - ust tushadi.

Shuningdek, prizma balandligi bo'yicha frontal proyeksiyalovchi holatdagi teng tomonli uchburchakli teshikka ega bo'lib, uning asosi prizma balandligining o'rtasida joylashgan, uchburchak tomonining uzunligi 50 mm teng bo'lib, prizmaning vertikal simmetriya o'qiga nisbatan simmetrik tarzda joylashgan. Yuqorida bayon etilganlarga asosan, prizmaning kompleks chizmasi chizilsin.

2. Balandligi 100 mm teng bo'lgan, asoslari kvadratdan iborat bo'lgan to'g'ri kesik piramida katta asosi bilan H gorizontal tekisligiga tayanadi, piramida katta asosining tomoni 70 mm, kichik asosining tomoni esa 50 mm tengdir. Asosining tomoni abssissa o'qi bilan 45° burchak tashkil qiladi.

Piramida balandligi bo'ylab, asosining markazi bo'yicha o'tgan va diametri 40 mm teng bo'lgan silindrik teshikka ega.

Shuningdek, piramida uzunligi bo'yicha o'rtasidan o'tuvchi va diametri

50 mm teng bo'lgan frontal proyeksiyalovchi silindrik teshikka ham ega.

Yuqoridagi keltirilganlar bo'yicha piramidaning kompleks chizmasi chizilsin.

3-§. Simvolik belgilar

“Chizma geometriya” fanida geometrik obrazlarning bir - biriga nisbatan bog‘lanishini ifodalashda va grafik masalalarning yechish algoritmlarini tuzishda quyidagi 1.1 - jadvalda berilgan simvolik belgilardan foydalanish odatga aylangan.

1.1 - jadval

Simvolikbelgi	Nomlanishi	Belgini qo‘llashga misollar
$\parallel$	parallellik	$a \parallel b$ - a kesma b kesmaga parallel holda o‘tgan
$\perp$	perpendikulyarlik	$a \perp b$ - a kesma b kesmaga perpendikulyar holda o‘tgan
$\cdot$ —	ayqashlik	$a \cdot b$ - a kesma b kesmaga ayqash holda o‘tgan
$\equiv$	ustma- ust tushishlik	$A \equiv D$ - A nuqta D nuqta bilan ustma - ust tushadi
$\in$	tegishlilik,da yotadi	$A \in a$ - A nuqtasi a chiziqqa tegishli (chiziqda yotadi)
$\cap$	kesishishlik	$a \cap b$ - a chiziq b chiziq bilan kesishadi
$=$	grafik amallar natijasi	$a \cap b = K$ - a chiziq b chiziq bilan kesishib, K nuqtasini hosil qiladi

I BOB. Proyeksiyalash usullari. Nuqta va to‘g‘ri chiziqning ortogonal proyeksiyalari

1.1-§. Markaziy va parallel proyeksiyalash usullari

Fazodagi biror shakl yoki buyumning tekislikdagi tasvirini hosil qilish jarayoniga **proyeksiyalash** deyiladi.

Chizma geometriyada asosan ikki turli proyeksiyalash usuli farqlanadi:

- markaziy proyeksiyalash usuli;
- parallel proyeksiyalash usuli.

Markaziy proyeksiyalash usulining mohiyati shundaki, bunda proyeksiyalash markazi deb ataluvchi bir nuqtadan proyeksiyalash nurlari chiqadi va ular o‘z yo‘nalishidagi geometrik obraz yoki predmetlarni biron bir tekislikka tasvirlaydi. Bu usulda proyeksiyalash nurlari bir - biriga nisbatan o‘tkir burchak ostida yo‘naladi (1.1 - shakl).

Markaziy proyeksiyalash usulining apparatini proyeksiyalash markazi - tanlangan biror nuqta, proyeksiyalash nurlari, proyeksiyalash tekisligi va proyeksiyalanuvchi buyum yoki geometrik obraz tashkil etadi.

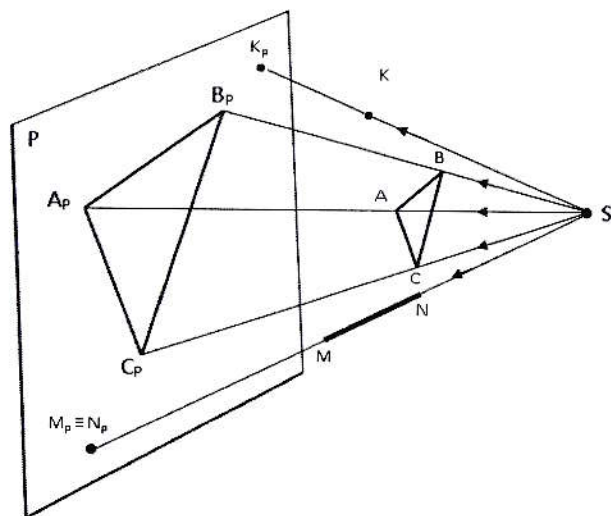
Markaziy proyeksiyalashning asosiy xossalari quyidagilardan iborat bo‘lib, ularni yaxshi o‘zlashtirib olish natijasida fanga oid masalalarni osongina yechish mumkin bo‘ladi:

1. Nuqtaning proyeksiyasi nuqta bo‘ladi.
2. Proyeksiyalash nurlariga parallel yo‘nalgan chiziqning proyeksiyasi nuqta bo‘ladi.
3. Proyeksiyalash nurlariga parallel yo‘nalmagan barcha obyektlar proyeksiyalash tekisligida o‘zi berilgan o‘lchamlaridan kattalashib tasvirlanadi.

Markaziy proyeksiyalash usuli **perspektiva** deb ataluvchi proyeksiyalarni hosil qilishda - qurilish chizmachiligida keng qo‘llaniladi. Bunday proyeksiyalashning boshqacha nomi **konussimon proyeksiyalash** deb ham ataladi.

Parallel proyeksiyalash usulida esa, proyeksiyalovchi nurlar bir - biriga o‘zaro parallel yo‘nalgan bo‘ladi va

proyeksiyalash markazi cheksizlikda deb tasavvur qilinadi (1.2 - shakl).



1.1 - shakl

Parallel proyeksiyalash usulining apparatini cheksizlikdagi proyeksiyalash markazi, proyeksiyalovchi nurlar, proyeksiyalash tekisligi va proyeksiyalanuvchi buyum yoki geometrik obraz tashkil etadi.

Parallel proyeksiyalash usuli proyeksiyalovchi nurlarning proyeksiyalash tekisligiga nisbatan qanday yo'nalganligiga qarab, ikkiga bo'linadi:

1. Agar proyeksiyalovchi nurlar proyeksiyalash tekisligiga nisbatan perpendikulyar yo'nalgan bo'lsa, u holda bunday parallel proyeksiyalash usuliga **ortogonal - to'g'ri burchakli** proyeksiyalash deyiladi.

2. Agar proyeksiyalovchi nurlar proyeksiyalash tekisligiga nisbatan og'ma yoki qiyalik bilan yo'nalgan bo'lsa, u holda bunday parallel proyeksiyalash usuliga **qiyshiq burchakli** proyeksiyalash deyiladi.

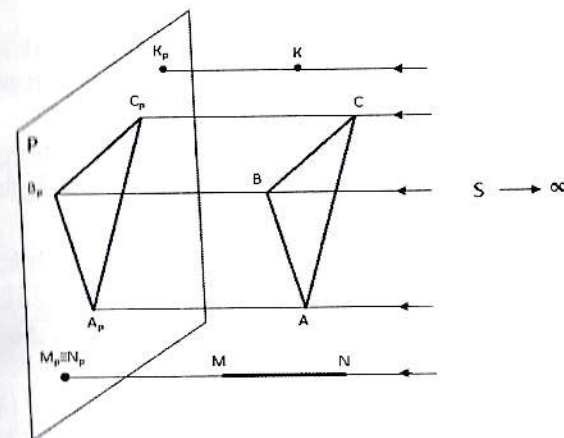
Parallel proyeksiyalashda ham nuqtaning proyeksiyasi nuqta bo'ladi.

Agar to'g'ri chiziq proyeksiyalovchi nurlarga parallel holda yo'nalgan bo'lsa, uning proyeksiyalash tekisligidagi proyeksiyasi ham nuqtadan iborat bo'ladi.

Agar kesma proyeksiyalash tekisligiga parallel yo'nalsa, u o'z haqiqiy kattaligida tasvirlanadi.

Qiyshiq burchakli proyeksiyalashda geometrik obrazlar o'z o'lchamlaridan kattalashib proyeksiyalanadi.

Biz asosan, ortogonal - to'g'ri burchakli proyeksiyalash usuli bilan ish ko'ramiz.



1.2 - shakl

1.2-§. Nuqtaning ortogonal proyeksiyalari

Nuqta eng sodda geometrik obraz hisoblanadi, u shaklsiz, hajmsiz va o'lchamsiz deb qabul qilingan.

Chizmalarda, shartli ravishda, nuqtani kichkinagina aylana shaklida tasvirlash odatga aylangan. Nuqta o'zining koordinatalari bilan proyeksiyalarda joy oladi va shu sababli unga quyidagicha ta'rif berish o'rnlidir, ya'ni **nuqtaning koordinatasi** deb, uning koordinata tekisliklaridan ma'lum bir masofada joylashganligini ko'rsatuvchi son qiymatiga aytiladi. **Koordinata tekisliklari** esa quyidagilardan iboratdir.

Gorizontal proyeksiyalar tekisligi, bu tekislik lotincha **H**

harfi bilan belgilanadi (1.3 - shakl).

Frontal (vertikal) proyeksiyalar tekisligi, bu tekislik lotincha **V** harfi bilan belgilanadi (1.3 - shakl).

Profil proyeksiyalar tekisligi, bu tekislik lotincha **W** harfi bilan belgilanadi (1.4 - shakl).

Shuningdek, proyeksiyalarda quyidagi **koordinata o'qlari** ham farq qilinadi.

Abssissalar o'qi, OX qo'shma harflari bilan belgilanadi, bu o'q H va V tekisliklarining o'zaro to'g'ri burchak ostida kesishishidan hosil bo'ladi (1.3 - shakl).

Ordinatalar o'qi, OY qo'shma harflari bilan belgilanadi, bu o'q H va W tekisliklarining o'zaro to'g'ri burchak ostida kesishishidan hosil bo'ladi (1.6 - shakl).

Applikatalar o'qi, OZ qo'shma harflari bilan belgilanadi, bu o'q V va W tekisliklarining o'zaro to'g'ri burchak ostida kesishishidan hosil bo'ladi (1.6 - shakl).

Koordinatalar boshi, O harfi bilan belgilanadi (fransuzcha "origo" so'zidan olingan bo'lib, tarjimai "boshlanishi" degan ma'noni anglatadi). Koordinatalar boshi koordinata o'qlarining o'zaro kesishgan nuqtasidir (1.6 - shakl).

Nuqta barcha choraklarda (oktantlarda) OX o'qi bo'yicha harakatlanib, W tekisligiga nisbatan, OY o'qi bo'yicha harakatlanib, V tekisligiga nisbatan va OZ o'qi bo'yicha harakatlanib, H tekisligiga nisbatan uzoqlashishi va aksincha shu tekisliklarga yaqinlashishi mumkin.

Fazoda, H gorizontal va V frontal (vertikal) tekisliklarining o'zaro perpendikulyar holatda kesishuvi natijasida, fazo 4 ta bo'lakka bo'linadi. Ana shu bo'laklarning har biri **kvadrant** yoki **chorak** deb ataladi (1.3 - shakl).

Shakldagi yaqqol tasvirda bu choraklar H , V , W tekisliklariga nisbatan quyidagi holatlarda joylashadi:

I chorak - H tekisligining ustida, V tekisligining oldida joylashgan;

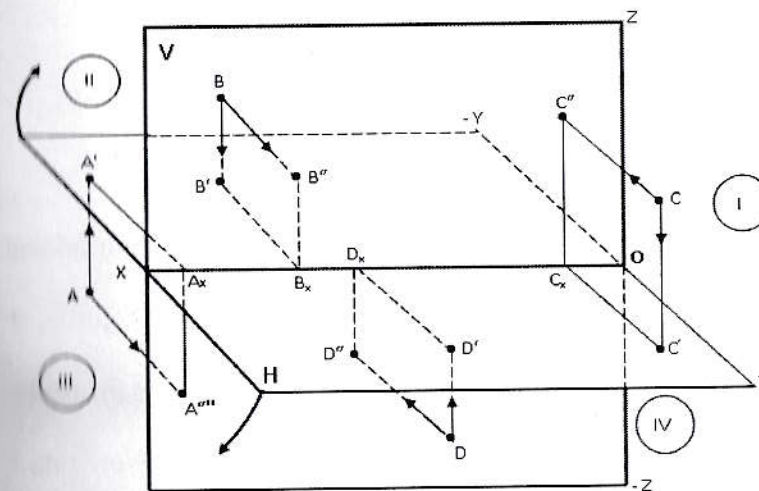
II chorak - H tekisligining ustida, V tekisligining orqasida joylashgan;

III chorak - H tekisligining ostida, V tekisligining orqasida

joylashgan;

IV chorak - H tekisligining ostida, V tekisligining oldida joylashgan.

Quyidagi, 1.3 - shaklda, C , B , A , D nuqtalari mos ravishda I, II, III, IV choraklarda tasvirlangan va bu nuqtalar **ortogonal proyeksiyalash** usulida H va V tekisliklariga proyeksiyalangan (ko'rsatkichlar yo'nalishida).



1.3 - shakl

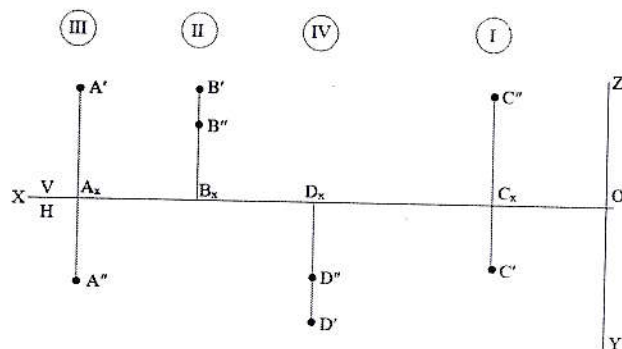
1.3-§. MONJ chizmasini hosil qilish

C , B , A , D nuqtalarining MONJ chizmasi (1.4 - shakl) quyidagicha hosil qilinadi: H tekisligini OX o'qi atrofida 90° ga pastga burib (1.3 - shakl), V tekisligi bilan jipslashtirilishidan (ustma - ust qo'yilishidan) hosil bo'ladi, demak bunda V tekisligini qo'zg'almas holatda bo'ladi deb tushunish mumkin.

Quyidagi, 1.5 - shaklda, I chorakda joylashgan A nuqtasi koordinatalari bilan tasvirlangan, bu koordinatalar $A(80, 50, 70)$ ko'rinishida yoziladi.

H , V va W tekisliklarining fazoda o'zaro to'g'ri burchak ostida (perpendikulyar holatda) kesishuvlar natijasida, fazo

8 ta bo'lakka bo'linadi. Shu bo'laklarning har biri **oktant** deb ataladi (1.6 - shakl).



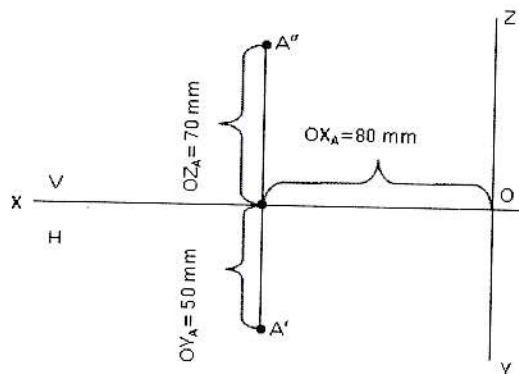
1.4 - shakl

Oktantlar H , V , W tekisliklariga nisbatan quyidagi holatlarda joylashadilar:

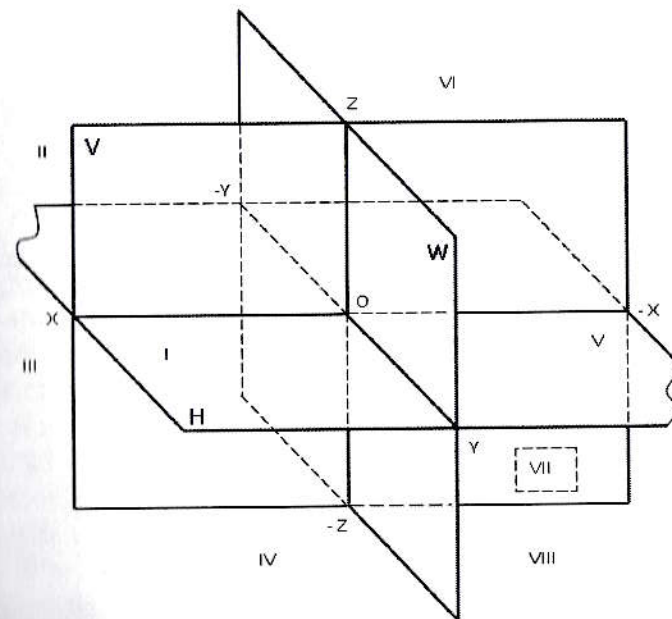
I oktant - H tekisligining ustida, V tekisligining oldida, W tekisligining chap tomonida joylashgan;

II oktant - H tekisligining ustida, V tekisligining orqasida, W tekisligining chap tomonida joylashgan;

III oktant - H tekisligining tagida, V tekisligining orqasida, W tekisligining chap tomonida joylashgan;



1.5 - shakl



1.6 - shakl

IV oktant - H tekisligining tagida, V tekisligining oldida, W tekisligining chap tomonida joylashgan;

V oktant - H tekisligining ustida, V tekisligining oldida, W tekisligining o'ng tomonida joylashgan;

VI oktant - H tekisligining ustida, V tekisligining orqasida, W tekisligining o'ng tomonida joylashgan;

VII oktant - H tekisligining tagida, V tekisligining orqasida, W tekisligining o'ng tomonida joylashgan;

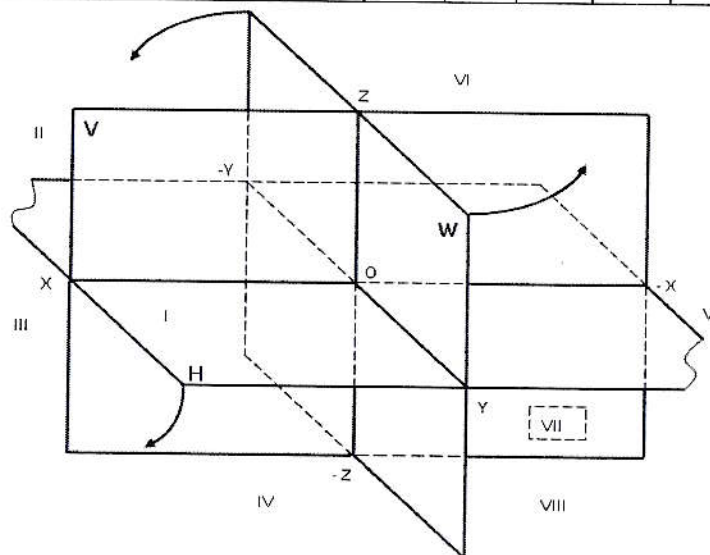
VIII oktant - H tekisligining tagida, V tekisligining oldida, W tekisligining o'ng tomonida joylashgan.

Mustaqil hamdo'stlik mamlakatlari va ko'pchilik Evropa davlatlarida proyeksiyalarni o'ngdan joylashtirish tizimi qabul qilingan. Bu tizimda OX o'qi bo'yicha **musbat miqdor** koordinatalar boshidan chapga yo'nalish tomonga, OY o'qi bo'yicha koordinatalar boshidan kuzatuvchi tomon yo'nalishda, OZ o'qi bo'yicha esa koordinatalar boshidan yuqoriga yo'nalishda

qabul qilingan. Bu o'qlarning qarama - qarshi tomonlari esa **manfiy ishorada** bo'ladi (1.4 - shakl).

Quyidagi jadvalda oktantlar bo'yicha ishoralar ko'rsatilgan.

Koordinata o'qlari	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
OX	+	+	+	+	-	-	-	-
OY	+	-	-	+	+	-	-	+
OZ	+	+	-	-	+	+	-	-



1.7 - shakl

H , V , W proyeksiyalar tekisliklarida geometrik obraz va shakllarning ortogonal proyeksiyalarini yasashni osonlashtirish maqsadida, bu tekisliklarning **bitta tekislikka jipslashtirilgan tekis tasviridan foydalaniladi**. Bu tekis tasvirni hosil qilish uchun quyidagicha harakatlar amalga oshiriladi.

H tekisligini OX o'qi artofida 90° pastga, W tekisligini esa, OZ o'qi artofida

90° o'ngga aylantirilib (ko'rsatkichlar yo'nalishi bo'yicha),

ular V tekisligiga jipslashtiriladi (1.7 - shakl).

H , V , W proyeksiyalar tekisliklarida geometrik obraz va shakllarning ortogonal proyeksiyalarini yasashni osonlashtirish maqsadida, bu tekisliklarning **bitta tekislikka jipslashtirilgan tekis tasviridan foydalaniladi**. Bu tekis tasvirni hosil qilish uchun quyidagicha harakatlar amalga oshiriladi.

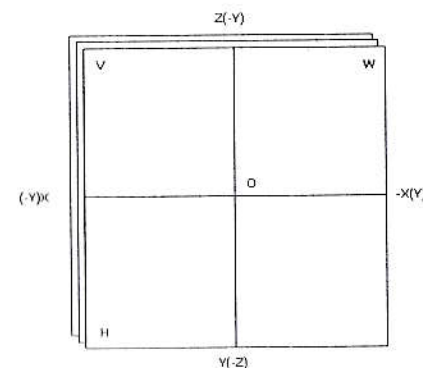
H tekisligini OX o'qi artofida 90° pastga, W tekisligini esa, OZ o'qi artofida 90° o'ngga aylantirilib (ko'rsatkichlar yo'nalishi bo'yicha), ular V tekisligiga jipslashtiriladi (1.7 - shakl).

Buning natijasida, quyidagi ko'rinishdagi holatni hosil qilinadi (1.8 - shakl). Shakldan ko'rinib turganidek, OX va OZ o'qlarining holati o'zgarmaydi.

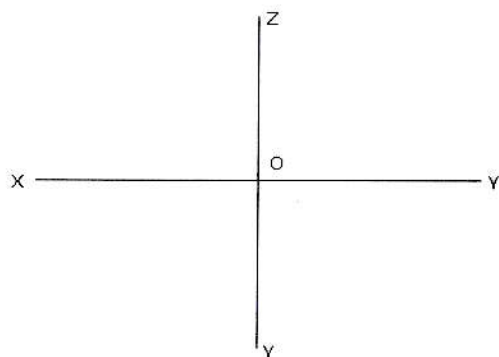
H tekislik V tekislikka jipslashganda, OY o'qining musbat yo'nalishi OZ o'qining manfiy yo'nalishi bilan ustma - ust tushadi va aksincha, OY o'qining manfiy yo'nalishi OZ o'qining musbat yo'nalishi bilan ustma - ust tushadi.

W tekislik V tekislikka jipslashganda, OY o'qining musbat yo'nalishi OX o'qining manfiy yo'nalishi bilan ustma - ust tushadi va aksincha, OY o'qining manfiy yo'nalishi esa, OX o'qining musbat yo'nalishi bilan ustma - ust tushadi.

Shuningdek, tasvirlarni soddalashtirish uchun koordinata o'qlarining manfiy yo'nalishlari ko'rsatilmaydi, ammo ularni doimo yodda tutish maqsadga muvofiqdir (1.9 - shakl).



1.8 - shakl



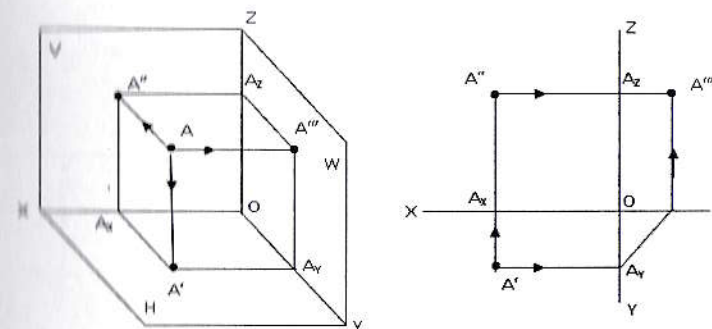
1.9 - shakl

1.4-§. Oktantlardagi nuqtaning ortogonal proyeksiyalari

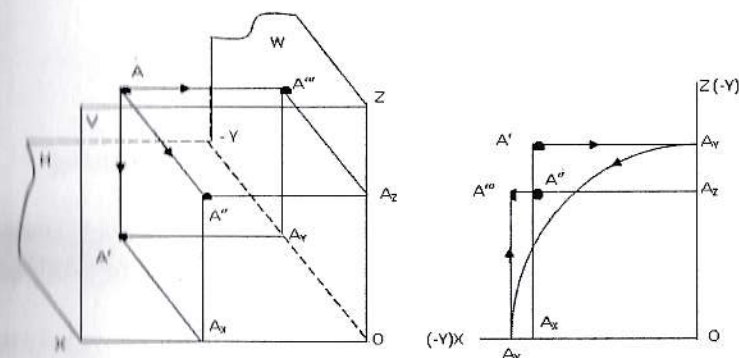
Quyidagi 1.10.....1.13 - shakllarda, mos ravishda, I ÷ IV oktantlarda joylashgan nuqtaning yaqqol tasviri (chap tomondagi shakllarda) va MONJ chizmasi (o'ng tomondagi shakllarda) ko'rsatilgan (o'rganuvchilarga, mustaqil ravishda, V ÷ VIII oktantlarda joylashgan nuqtaning yaqqol tasviri va MONJ chizmasini tuzishni tavsiya etiladi).

Yaqqol tasvirdagi A nuqtaning o'zaro perpendikulyar holatda joylashgan H, V va W tekisliklaridagi hosil qilingan A', A'', A''' proyeksiyalarini, A nuqtadan chiquvchi va **proyeksiyalovchi nurlar** deb nom olgan chiziqlar vositasida amalga oshiriladi. Bu proyeksiyalovchi nurlar H, V va W tekisliklarning har biriga perpendikulyar holatda yo'naladi.

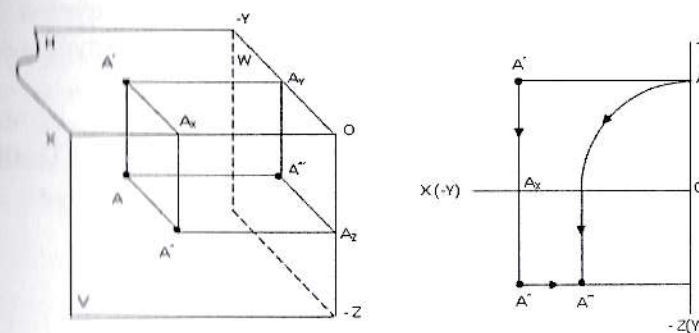
MONJ chizmasidagi A', A'', A''' nuqtalarni bir - biriga bog'lab turuvchi chiziqlarni **proyeksion bog'lanish chizig'i** deb atash qabul qilingan va bu chiziq doimo OX, OY, OZ o'qlariga perpendikulyar holatda yo'naladi.



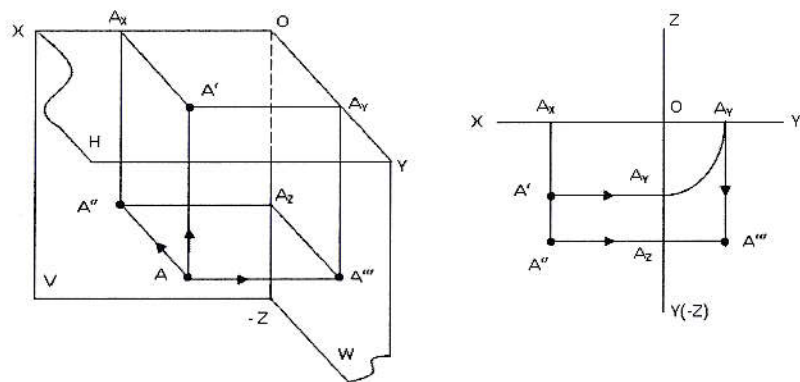
1.10 - shakl



1.11 - shakl



1.12 - shakl



1.13 - shakl

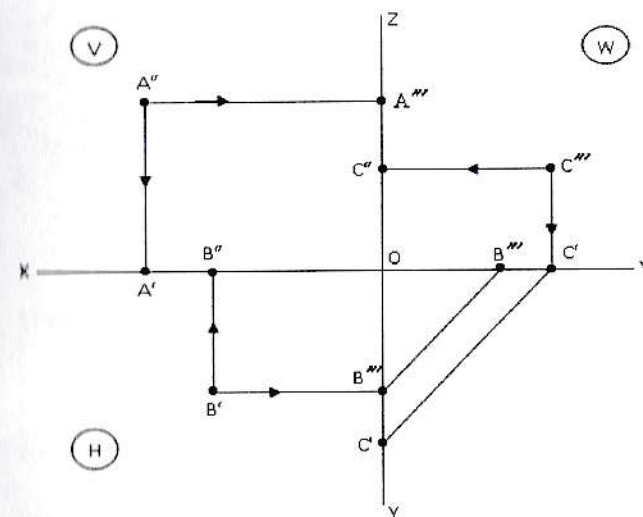
1.5-§. Koordinata tekisliklarida yotgan nuqtaning proyeksiyalari

Koordinata tekisliklarida (H , V , W proyeksiyalar tekisliklarida) yotuvchi nuqtaning qolgan ikki proyeksiyasi koordinata o'qlarida bo'ladi (1.14 - shakl).

H tekisligida yotuvchi B' nuqtaning B''' profil proyeksiyasi OY - ordinata o'qida bo'ladi, uning B'' frontal proyeksiyasi esa OX - abssissa o'qida bo'ladi.

V tekisligida yotuvchi A'' nuqtaning A''' profil proyeksiyasi OZ - applikata o'qida bo'ladi, uning A' gorizonttal proyeksiyasi esa OX - abssissa o'qida bo'ladi.

W tekisligida yotuvchi C''' nuqtaning C'' frontall proyeksiyasi OZ - applikata o'qida bo'ladi, uning C' gorizonttal proyeksiyasi esa OY - ordinata o'qida bo'ladi.



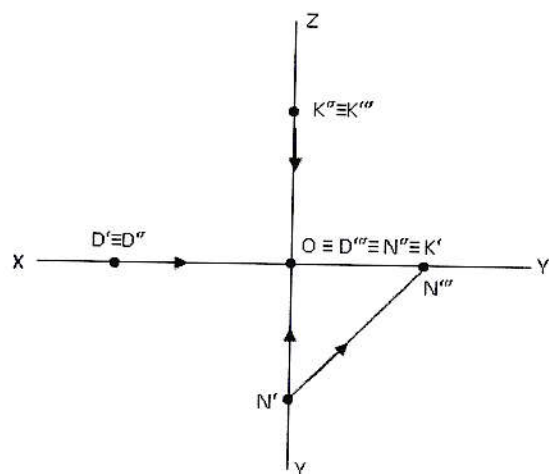
1.14 - shakl

1.6-§. Koordinata o'qlarida yotgan nuqtaning proyeksiyalari

Agar fazodagi D nuqtaning D' gorizonttal va D'' frontal proyeksiyalari OX - abssissa o'qida bo'lsa, uning D''' profil proyeksiyasi koordinata boshida bo'ladi (1.15 - shakl).

Agar fazodagi N nuqtaning N' gorizonttal va N''' profil proyeksiyalari OY - ordinata o'qida bo'lsa, uning N'' frontal proyeksiyasi koordinata boshida bo'ladi (1.15 - shakl).

Agar fazodagi K nuqtaning K'' frontal va K''' profil proyeksiyalari OZ - applikata o'qida bo'lsa, uning K' gorizonttal proyeksiyasi koordinata boshida bo'ladi (1.15 - shakl).



1.15 - shakl

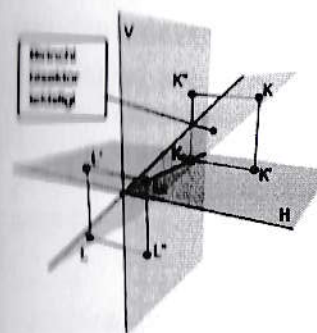
1.7-§. Bissektor tekisliklarda joylashgan nuqtalarning chizmalari.

Fazoning birinchi va uchinchi choraklarini teng ikkiga bo'luvchi tekislik **birinchi bissektor tekisligi**, shuningdek, ikkinchi va to'rtinchi choraklarini teng ikkiga bo'luvchi tekislik **ikkinchi bissektor tekisligi** deb ataladi.

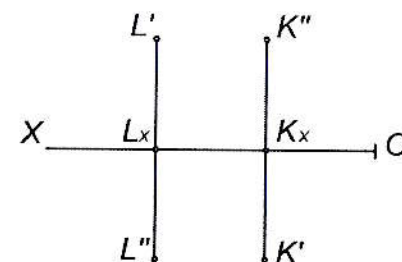
Agar fazodagi nuqtalar proyeksiyalar tekisliklaridan teng uzoqlikda joylashlashgan bo'lsa, bunday nuqtalar bissektor tekisliklarga tegishli nuqtalar bo'ladi.

1.16 - shaklda birinchi bissektor tekislikda joylashgan K va L nuqtalarning fazodagi vaziyati va epyuralari ko'rsatilgan. Chizmada birinchi bissektor tekisligida joylashgan K va L nuqtalarning proyeksiyalari (K', K'' va L', L'') OX o'qidan baravar uzoqlikda joylashadi (1.17 - shakl).

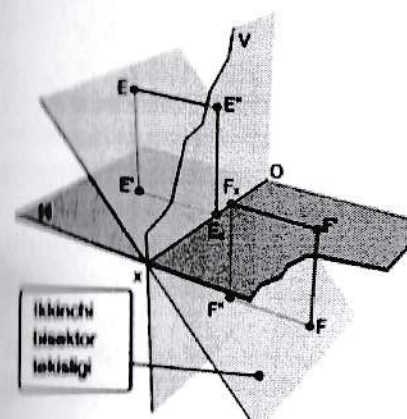
1.18 - shaklda esa ikkinchi bissektor tekislikda joylashgan E va F nuqtalarning fazodagi vaziyati va epyuralari ko'rsatilgan. Ikkinchi bissektor tekislikda joylashgan E va F nuqtalarning proyeksiyalari (E', E'' va F', F'') chizmada ustma - ust tushadi (1.19 - shakl).



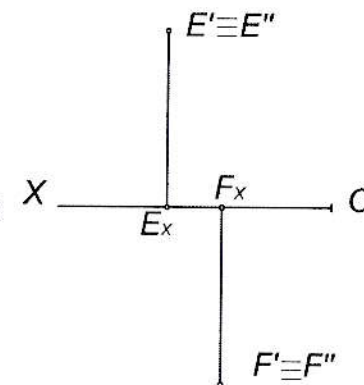
1.16 - shakl



1.17 - shakl



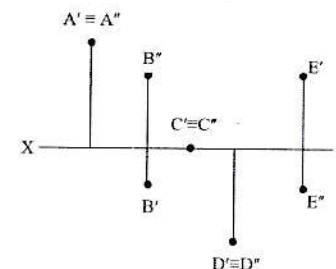
1.18 - shakl



1.19 - shakl

Mustaqil yechish uchun masalalar

1. Quyidagi shakldagi MONJ chizmasida berilgan A, B, C, D, E nuqtalarining fazoviy tasvirlari yasalsin.



2. Quyidagi jadvalda berilgan nuqtalarning koordinatalari bo'yicha ularning MONJ chizmasi yasalsin:

	OX	OY	OZ
A	55	- 40	25
B	45	60	- 30
C	10	- 35	- 40
D	25	65	35

3. Quyidagi simbolik belgilar orqali ifodalangan geometrik obrazlarning o'zaro holatlarini MONJ chizmasida tasvirlang:

1. $a \cap b = N$

2. $a \cap P(P_H, P_V) = K$

3. $M \in AB$

4. $P(A \cap BC) \cap DE = N$

4. A nuqtasi B nuqtaga nisbatan H tekisligiga yaqin turgan holat uchun koordinatalarining son qiymatini belgilang (yozing).

5. C nuqtasi D nuqtaga nisbatan V tekisligiga yaqin turgan holat uchun koordinatalarining son qiymatini belgilang (yozing).

6. M nuqtasi N nuqtaga nisbatan W tekisligiga yaqin turgan holat uchun koordinatalarining son qiymatini belgilang (yozing).

1.8-§. Nuqtaning proyeksiyalariga oid testlar

Tanib olishlikka oid testlar

(Quyidagi berilgan savollarga "ha" yoki "yo'q" deb javob berilsin)

1. Fazodagi nuqta H, V, W proyeksiyalar tekisliklarida o'z proyeksiyalariga ega bo'ladimi?

2. H tekisligiga tegishli nuqtaning abssissasi qiymati nolga teng bo'ladimi?

3. V tekisligiga tegishli nuqtaning applikatasi qiymati nolga teng bo'ladimi?

4. W tekisligiga tegishli nuqtaning ordinatasi qiymati nolga teng bo'ladimi?

5. Agar epyurda nuqtaning gorizontal va frontal proyeksiyalari H tekisligida yotsa, u fazoning III choragiga tegishli bo'ladimi?

6. Agar epyurda nuqtaning gorizontal va frontal proyeksiyalari V tekisligida yotsa, u fazoning II choragiga tegishli bo'ladimi?

Qo'shimchalar qo'yiladigan testlar

(Quyidagi matnlardagi nuqtalarning o'rniga tegishli so'z yoki jumlani berilgan javob variantlari ichidan tanlab olinsin)

1. K (40, - 70, 70) nuqtasi..... joylashadi.

A. II oktantda

B. II chorakda

C. Frontal proyeksiyalar tekisligida

D. A va B javoblar to'g'ri

2.oktantlarda joylashgan nuqtalar profil proyeksiyalar tekisligiga nisbatan o'zaro simmetrik holatda bo'lishi mumkin.

A. III va IV

B. I va V

C. IV va I

D. II va VII

3.oktantlarda joylashgan nuqtalar gorizontal proyeksiyalar tekisligiga nisbatan o'zaro simmetrik holatda bo'lishi mumkin.

A. V va VIII

B. II va V

C. IV va VII

D. III va VI

4.oktantlarda joylashgan nuqtalar frontal proyeksiyalar tekisligiga nisbatan o'zaro simmetrik holatda bo'ladi.

A. V va VI

B. II va VII

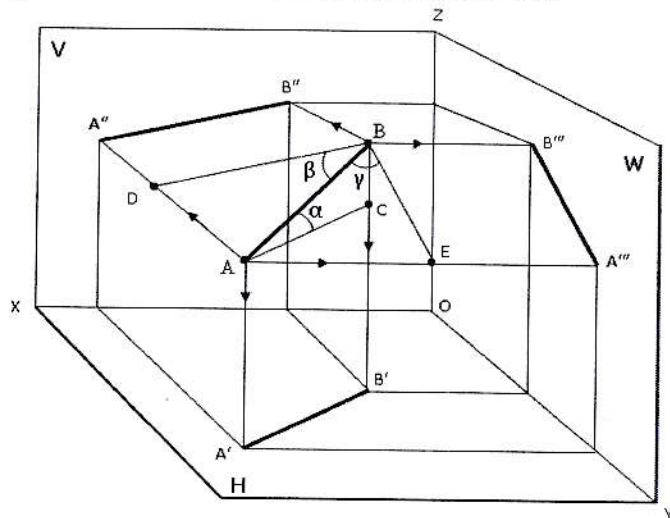
C. IV va VII

1.9-§. To'g'ri chiziqlarning ortogonal proyeksiyalari

Ma'lum bir nuqtadan ikki tomonga cheksiz davom etgan (yo'nalgan) geometrik obrazga **to'g'ri chiziq** deb qarash mumkin, shu sababli uning uzunligini son qiymati bilan belgilash mumkin emas, ya'ni to'g'ri chiziqlarning uzunligi cheksiz (∞) miqdordir. To'g'ri chiziqda tanlab olingan ixtiyoriy ikki nuqta orasidagi elementga **to'g'ri chiziq kesmasi** deyiladi va bu kesma o'z uzunligi bilan tavsiflanadi.

To'g'ri chiziq kesmasining H , V , W proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan joylashishi **umumiy** va **xususiy** vaziyatlarda bo'lishi mumkin.

Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq kesmasi H , V , W proyeksiyalar tekisliklariga parallel ham, perpendikulyar ham bo'lmasligi kerak, ya'ni ularga nisbatan o'tkir burchak ostida joylashishi kerak. Kesmaning haqiqiy uzunligini va uning H , V , W proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan α , β , γ og'ish burchaklarini grafik yasashlar bilan aniqlash mumkin bo'ladi.

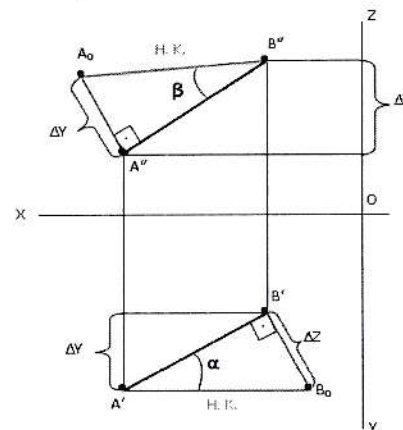


1.20 - shakl

1.20 - shakldagi fazoviy modelda α burchagining kattaligini topish uchun A nuqtadan $AC \parallel A'B'$ ni o'tkazamiz, shunda hosil bo'lgan $\angle BAC = \alpha$ burchagi AB kesmaning H tekisligi bilan hosil

qilgan burchagi hisoblanadi, β burchakning kattaligini topish uchun, B nuqtadan $BD \parallel A''B''$ ni o'tkazamiz, shunda hosil bo'lgan $\angle ABD = \beta$ burchagi AB kesmasining V tekisligi bilan hosil qilgan burchagi hisoblanadi, γ burchakning kattaligini topish uchun, B nuqtadan $BE \parallel A'''B'''$ ni o'tkazamiz, shunda hosil bo'lgan $\angle ABE = \gamma$ burchagi AB kesmasining W tekisligi bilan hosil qilgan burchagi hisoblanadi.

MONJ chizmasida (1.21 - shakl), umumiy vaziyatda berilgan AB kesmasining haqiqiy kattaligini va uning H va V tekisliklari bilan hosil qilgan α va β burchaklarining kattaliklarini aniqlash ko'rsatilgan va bu **to'g'ri burchakli uchburchak usuli** deyiladi.



1.21 - shakl

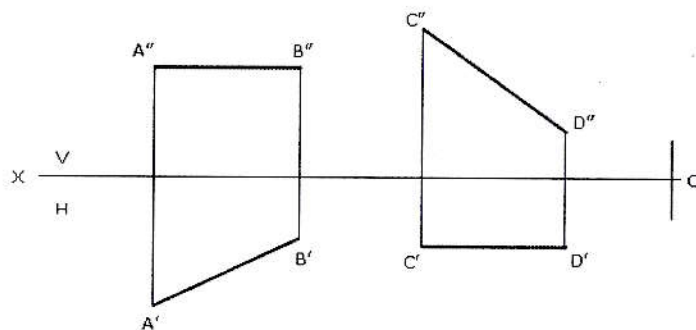
H tekisligida α burchakning kattaligini topish uchun B' nuqtadan $B'B_0 \perp A'B'$ ni o'tkazamiz va $B'B_0 = \Delta Z$ ni (A'' va B'' nuqtalarining applikatalari farqini) qo'yamiz, hosil bo'lgan $\angle B'A'B_0 = \alpha$ izlangan burchak bo'ladi, $A'B_0$ kesma esa $A'B'$ kesmaning haqiqiy uzunligi hisoblanadi.

V tekisligida β burchakning kattaligini topish uchun A'' nuqtadan $A''B'' \perp A''A_0$ ni o'tkazamiz va $A''A_0 = \Delta Y$ ni (A' va B' nuqtalarining ordinatalari farqini) qo'yamiz, hosil bo'lgan $\angle A''B''A_0 = \beta$ izlangan burchak bo'ladi, A_0B'' kesma esa $A''B''$ kesmaning haqiqiy kattaligi (uzunligi) hisoblanadi.

Xususiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq kesmasi H , V , W

tekisliklariga nisbatan parallel holatda (uchta holat) va perpendikulyar holatda (uchta holat) bo'lishi mumkin.

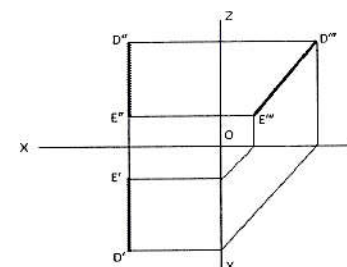
H tekisligiga parallel holatdagi kesmaga **gorizontal kesma** deyiladi, uning frontal proyeksiyasi abssissa (OX) o'qiga parallel holda bo'ladi, gorizontal proyeksiyasi esa abssissa (OX) o'qi bilan o'tkir burchak hosil qiladi (1.22 - shakldagi AB kesma), kesmaning gorizontal proyeksiyasi uning haqiqiy kattaligi hisoblanadi.



1.22 - shakl

V tekisligiga parallel holatdagi kesmaga **frontal kesma** deyiladi, uning gorizontal proyeksiyasi abssissa (OX) o'qiga parallel holda o'tadi, frontal proyeksiyasi esa abssissa (OX) o'qi bilan o'tkir burchak hosil qiladi (1.22 - shakldagi CD kesma), kesmaning frontal proyeksiyasi uning haqiqiy kattaligi hisoblanadi.

W tekisligiga parallel holatdagi kesmaga **profil kesma** deyiladi, uning gorizontal va frontal proyeksiyalari abssissa (OX) o'qiga perpendikulyar holda bo'ladi, hamda ular bitta proeksion bog'lanish chizig'ida yotadi, uning profil proyeksiyasi ordinata va applikata o'qlari bilan o'tkir burchak hosil qiladi (1.23 - shakl), kesmaning profil proyeksiyasi uning haqiqiy kattaligi hisoblanadi.

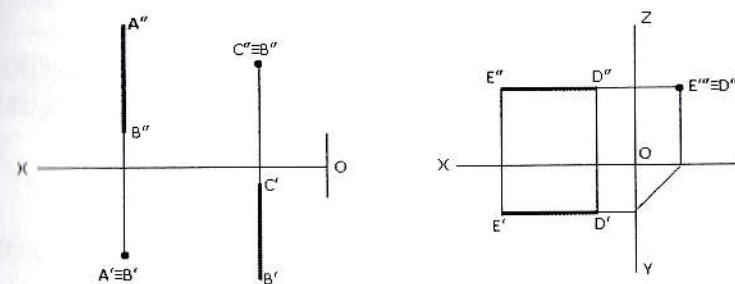


1.23 - shakl

H tekisligiga perpendikulyar holatdagi kesmaga **gorizontal proyeksiyalovchi kesma** deyiladi (1.24 - shakldagi AB kesma), uning frontal proyeksiyasi abssissa (OX) o'qiga perpendikulyar holda o'tadi, gorizontal proyeksiyasi esa raqobatdosh nuqtalar tarzida tasvirlanadi.

V tekisligiga perpendikulyar holatdagi kesmaga **frontal proyeksiyalovchi kesma** deyiladi (1.24 - shakldagi CB kesma), uning gorizontal proyeksiyasi abssissa (OX) o'qiga perpendikulyar holda o'tadi, frontal proyeksiyasi esa raqobatdosh nuqtalar tarzida tasvirlanadi.

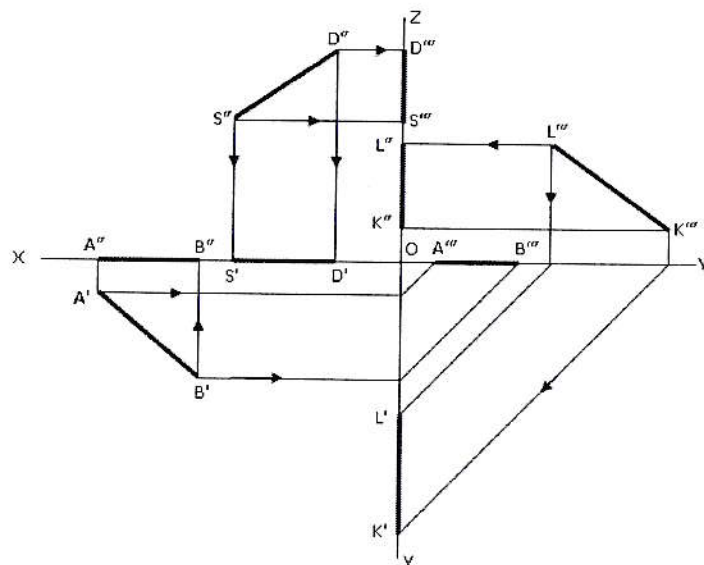
W tekisligiga perpendikulyar holatdagi kesmaga **profil proyeksiyalovchi kesma** deyiladi (1.24 - shakldagi ED kesma), uning gorizontal va frontal proyeksiyalari abssissa (OX) o'qiga parallel holda o'tadi, profil proyeksiyasi esa raqobatdosh nuqtalar tarzida tasvirlanadi.



1.24 - shakl

1.10-§. Proyeksiya tekisligiga tegishli to'g'ri chiziqli

Proyeksiya tekisligiga tegishli to'g'ri chiziqli (1.25 - shakl) qolgan 2 ta proyeksiyasi koordinata o'qlarida joylashadi.



1.25 - shakl

V tekisligiga tegishli $S''D''$ kesmaning $S'D'$ gorizontall proyeksiyasi abssissa (OX) o'qida bo'ladi, $S''D'''$ profil proyeksiyasi esa applikata (OZ) o'qida bo'ladi.

W tekisligiga tegishli $L''K''$ kesmaning $L'K'$ gorizontall proyeksiyasi ordinata (OY) o'qida bo'ladi, $L''K''$ frontal proyeksiyasi esa applikata (OZ) o'qida bo'ladi.

1.11-§. Ikki to'g'ri chiziqli o'zaro holatlari

Ikki to'g'ri chiziqli fazoda o'zaro parallel, kesuvchi va ayqash holatlarda bo'lishi mumkin.

Parallel to'g'ri chiziqli

Agar ikki to'g'ri chiziqli kesishuv nuqtasi bo'lmasa

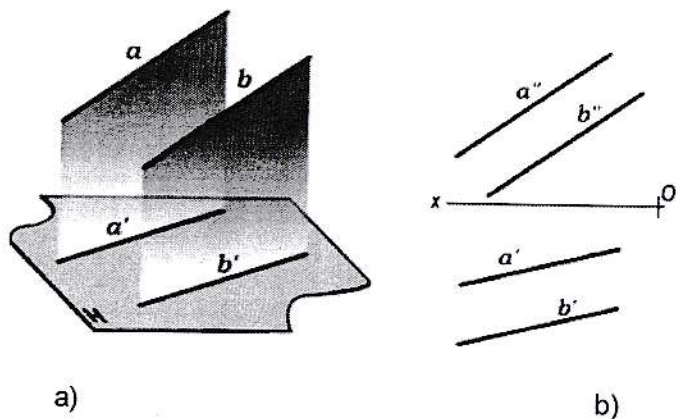
(yoki umumiy xosmas nuqtaga ega bo'lsa), ularni parallel to'g'ri chiziqli deyiladi.

Parallel proyeksiyalashning xossasiga asosan, parallel to'g'ri chiziqliarning bir nomli proyeksiyalari ham o'zaro parallel bo'ladi (1.26 a va b - shakllar), ya'ni $a \parallel b$ bo'lsa, u holda $a' \parallel b'$, $a'' \parallel b''$, $a''' \parallel b'''$ bo'ladi.

Fazodagi umumiy vaziyatda joylashgan parallel to'g'ri chiziqliarning ikkita bir nomli proyeksiyalari o'zaro parallel bo'lsa, ularning uchinchi proyeksiyalari ham o'zaro parallel bo'ladi. Ammo to'g'ri chiziqli biror proyeksiyal tekisligiga parallel bo'lsa, u holda yuqorida keltirilgan shart bajarilmaydi. Masalan, W tekislikka parallel bo'lgan profil to'g'ri chiziqli kesmalarining bir nomli gorizontall va frontal proyeksiyalari (p_1 va p_2) ning o'zaro parallel bo'lishi yetarli bo'lmaydi (1.27 a - shakl). Bunday hollarda to'g'ri chiziqliarning profil proyeksiyalarini yasash zarur bo'ladi. Bunda $p_1''' \parallel p_2'''$ bo'lsa, bu to'g'ri chiziqli o'zaro parallel bo'ladi. Agar $p_1''' \cap p_2'''$ bo'lsa, bu to'g'ri chiziqli ayqash bo'ladi. Shuningdek, bu to'g'ri chiziqliarning o'zaro vaziyatini profil proyeksiyalaridan foydalanmasdan ham aniqlash mumkin.

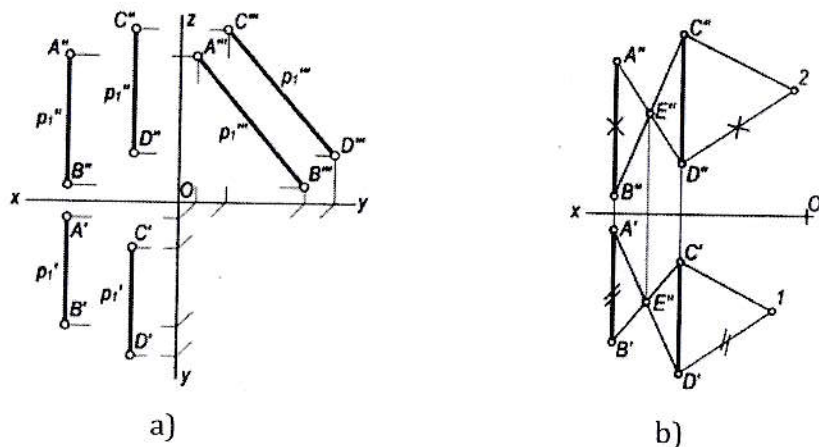
Buning uchun:

- to'g'ri chiziqli kesmalarining bir nomli proyeksiyalarining nisbatlari tengligini aniqlaymiz. Kesmaning biror, masalan, D' , D'' nuqtasidan ixtiyoriy (o'tkir burchak ostida) parallel chiziqli o'tkazib, $D'1 = A'B'$ va $D'2 = A''B''$ kesmalar qo'yiladi (1.27 a - shakl). So'ngra 1 va 2 nuqtalarni C' va C'' nuqtalari bilan tutashtiramiz. Agar $C'1 \parallel C'2$ bo'lsa, bu to'g'ri chiziqli o'zaro parallel bo'ladi. Aks holda bu to'g'ri chiziqli ayqash to'g'ri chiziqli ekanligini isbotlanadi;



1.26 - shakl

• to'g'ri chiziq kesmalarining bir nomli nuqtalarini o'zaro kesishadigan qilib to'g'ri chiziqlar bilan tutashtiramiz (1.27 b - shakl). Agar chiziqlarning kesishish nuqtasining E' va E'' proyeksiyalari bir bog'lovchi chiziqda bo'lsa, u holda CD va AB to'g'ri chiziqlar bir tekislikka tegishli va o'zaro parallel bo'ladi.



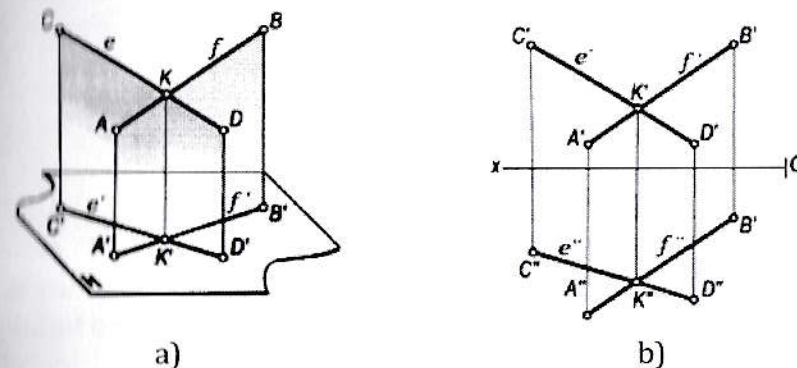
1.27 - shakl

1.12-§. O'zaro kesishuvchi to'g'ri chiziqlar

Agar ikki to'g'ri chiziq fazoda umumiy bir nuqtaga ega bo'lsa, ularni o'zaro kesishuvchi to'g'ri chiziqlar deyiladi.

Fazodagi to'g'ri chiziqlar kesishish nuqtasining proyeksiyasi shu to'g'ri chiziqlar proyeksiyalarining kesishish nuqtasida bo'ladi (1.28 - shakl).

Kesishuvchi to'g'ri chiziqlarning bir nomli proyeksiyalari ham chizmada o'zaro kesishadi va kesishish nuqta proyeksiyalari bitta proyeksion bog'lanish chiziqda bo'ladi.

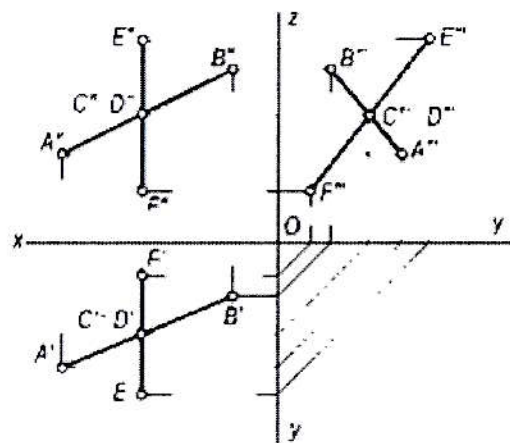


1.28 - shakl

Fazoda umumiy vaziyatda kesishuvchi to'g'ri chiziqlar berilgan bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlarning faqat ikkita bir nomli proyeksiyalarining kesishishi kifoya qiladi.

Agar kesishuvchi chiziqlarning biri proyeksiyalar tekisligining birortasiga parallel bo'lsa, u holda ularning ikkita bir nomli proyeksiyalarining o'zaro kesishuvi yetarli bo'lmaydi.

Masalan, AB va EF to'g'ri chiziq kesmalarining biri EF kesma W tekislikka parallel joylashgan (1.29 - shakl). Bu chiziqlarning o'zaro vaziyatini ularning profil proyeksiyalarini yasash bilan aniqlash mumkin bo'ladi. Agar kesishish nuqtasining proyeksiyalari bir bog'lovchi chiziqda joylashsa, bu to'g'ri chiziqlar o'zaro kesishadi, aks holda to'g'ri chiziqlar kesishmaydi.



1.29 - shakl

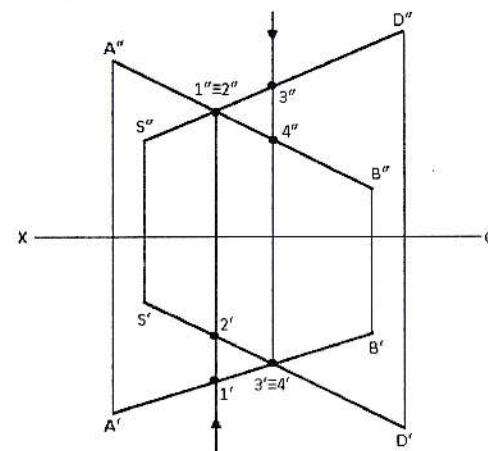
1.13-§. Ayqash to'g'ri chiziqlar

Agar ikki to'g'ri chiziq o'zaro parallel yoki kesishuvchi bo'lmasa, bunday to'g'ri chiziqlarni **ayqash to'g'ri chiziqlar** deb ataladi (1.30 - shakl).

Bunday to'g'ri chiziqlarning umumiy kesishish nuqtasi bo'lmaydi va bir tekislikda yotmaydi, ya'ni ular tekislikni ifodalamaydi. MONJ chizmasida bunday to'g'ri chiziqlarning proyeksiyalari kesishgan bo'lishi mumkin, lekin ular bitta bog'lovchi chiziqda yotmaydi. Chizmada $A'B' \cap S'D' = 3' \equiv 4'$ va $A''B'' \cap S''D'' = 1'' \equiv 2''$ bo'lsin. $1' \equiv 2'$ va $3'' \equiv 4''$ bo'lgani bilan ular bitta bog'lovchi chiziqda yotmaydi. Ayqash chiziqlarning bunday xususiyatlaridan foydalanib chizmalarda ko'rinishlikni aniqlash kabi masalalarni yechish mumkin bo'ladi.

H tekisligida ko'rsatkichning yo'nalishi bo'yicha qaralganda, $1'$ nuqtasi $2'$ nuqtasiga nisbatan kuzatuvchiga yaqin joylashgan, bu degani V tekisligida $A''B''$ chizig'i $S''D''$ chizig'ining ustidan o'tadi demakdir, ya'ni $A''B''$ chizig'i to'liq ko'rinadi. Xuddi shuningdek, V tekisligida ham ko'rsatkich bo'yicha qaralganda $3''$ nuqtasi $4''$ nuqtasiga nisbatan kuzatuvchiga yaqin joylashgan, bu degani H tekisligida $S'D'$ chizig'i $A'B'$ chizig'ining ustidan

o'tadi demakdir, ya'ni bunda $S'D'$ chizig'i to'liq ko'rinadi.



1.30-shakl

1.14-§. To'g'ri burchakning proyeksiyalanish xususiyatlari

Teorema. Agar to'g'ri burchakning bir tomoni tekislikka parallel bo'lib, ikkinchi tomoni bu tekislikka perpendikulyar bo'lmasa, mazkur to'g'ri burchak shu tekislikka haqiqiy kattalikda proyeksiyalanadi.

Bu teoremani isbotlash uchun 1.31 a - shakldan foydalanamiz. Shakldagi $\angle ABC = 90^\circ$ ga teng va uning ikki tomoni H tekislikka parallel vaziyatda joylashgan deb faraz qilamiz. Bu vaziyatda uning gorizontaal proyeksiyasining qiymati o'ziga teng bo'lib proyeksiyalanadi, ya'ni $\angle A'B'C' = 90^\circ$ bo'ladi.

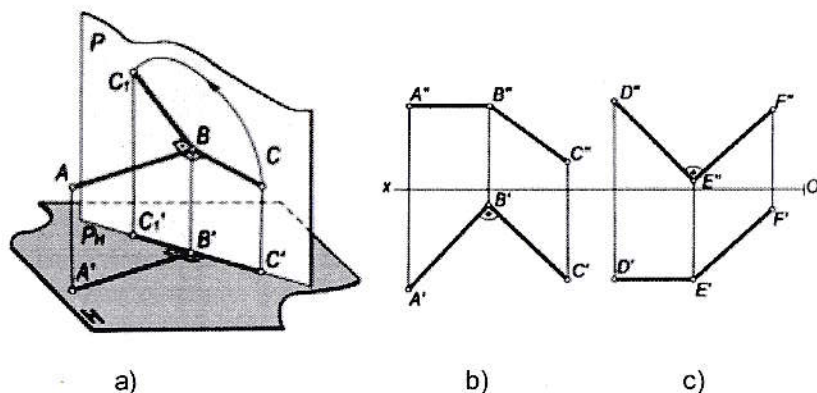
To'g'ri burchakning BC tomonidan H tekislikka perpendikulyar qilib P tekislik o'tkazamiz. U holda $AB \perp P$ bo'lib, $H \cap P = P_H$ hosil bo'ladi. Agar to'g'ri burchakning BC tomonini AB tomoni atrofida aylantirib, ixtiyoriy BC_1 vaziyatga keltirsak ham uning bu tomonining proyeksiyasi P_H bilan ustma - ust tushadi. Shunga ko'ra, $\angle ABC_1 = \angle A'B'C' = 90^\circ$ bo'ladi.

Demak: $\angle ABC = 90^\circ$ bo'lib, $AB \parallel H$ va $BC \parallel H$ bo'lsa, $\angle A'B'C' = 90^\circ$ bo'ladi.

Chizmada $\angle ABC$ ($AB \parallel H$) va $\angle DEF$ ($DE \parallel V$) to'g'ri

burchaklarning tasvirlanishi 1.31 b - va 1.31 c - shakllarda keltirilgan.

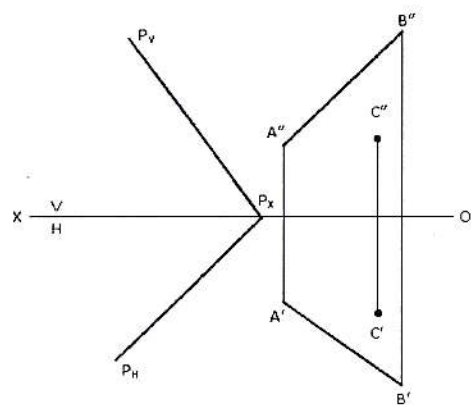
To'g'ri burchakning proyeksiyalanish xususiyatidan chizma geometriyada metrik masalalarni yechishda keng foydalanadi.



1.31 - shakl

1.15-§. To'g'ri chiziqlarning o'zaro joylashuviga oid masala

C nuqtadan AB chiziqni kesib o'tuvchi va P tekislikka parallel bo'lgan to'g'ri chiziq o'tkazilsin (1.32 - shakl).

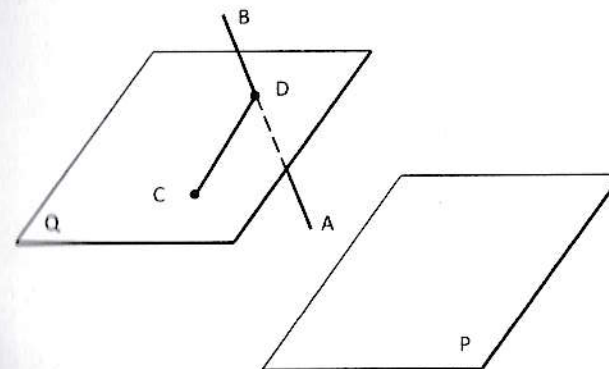


1.32-shakl

Masalaning yechimi:

Masalaning fazoviy variantdagi yechimi quyidagicha bajariladi:

1. Berilgan C nuqtadan P tekisligiga parallel holatda Q tekisligi o'tkaziladi.
2. Q tekisligi bilan AB chiziqning kesishish nuqtasi D topiladi.
3. C nuqtasi D nuqtasi bilan tutashtiriladi (1.33 - shakl).



1.33 - shakl

Monj chizmasida masala quyidagicha yechiladi:

1. Berilgan $C (C', C'')$ nuqtadan P tekisligiga parallel holatda Q tekisligi o'tkaziladi (1.34 - shakl).

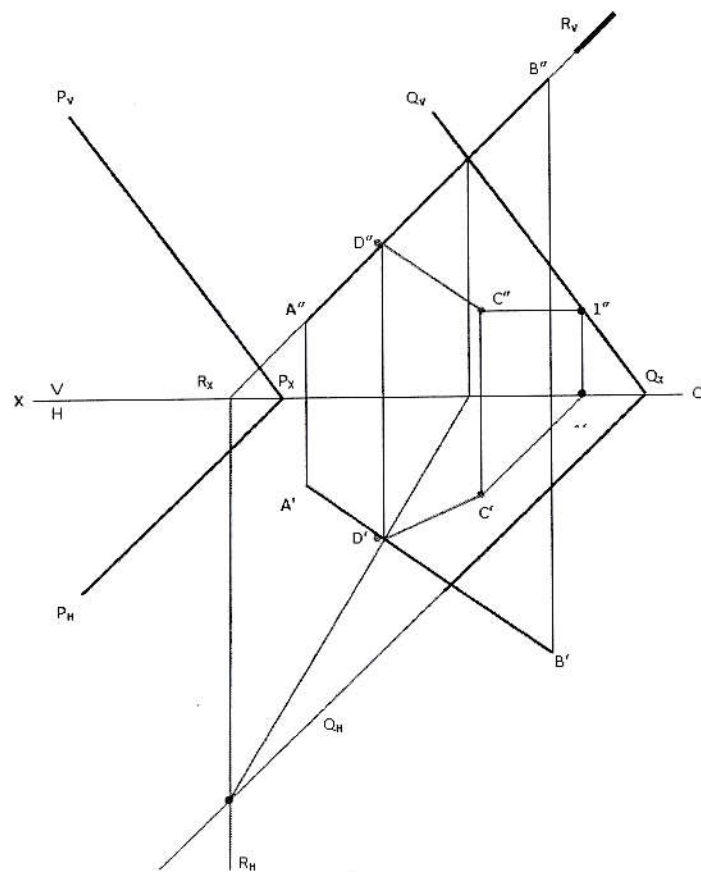
Buning uchun $C (C', C'')$ nuqtasidan gorizontal yoki frontal kesma, mos ravishda, P tekisligining P_H va P_V izlariga parallel holatda o'tkaziladi.

Ushbu masalada, H tekisligidagi C' nuqtadan $C1 (C'1', C'1'')$ gorizontal P tekisligining P_H iziga parallel holatda o'tkazilgan. So'ngra, V tekisligidagi $C''1''$ gorizontal kesmasining $1''$ izidan nuqtasidan $Q (Q_H, Q_V)$ tekisligi berilgan $P (P_H, P_V)$ tekisligiga parallel holatda o'tkaziladi.

2. $Q (Q_H, Q_V)$ tekisligi bilan $AB (A'B', A''B'')$ chiziqning kesishish nuqtasi - $D (D', D'')$ ning proeksiyalari aniqlanadi.

Buning uchun to'g'ri chiziqlarning tekislik bilan kesishishini yasash qoidasidan foydalanib, yasash ishlarini quyidagicha davom ettiramiz, ya'ni AB chiziqlarning V tekisligidagi $A''B''$ proyeksiyasi orqali yordamchi kesuvchi R_V tekisligi o'tkaziladi va yasashlar natijasida kesishish nuqtasi - $D (D', D'')$ ning proyeksiyalari aniqlanadi.

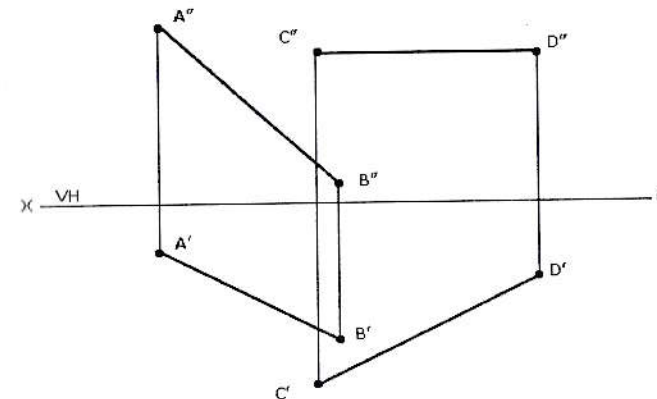
3. $C (C', C'')$ nuqtasi bilan $D (D', D'')$ nuqtasi tutashtiriladi va hosil bo'lgan $CD (C'D', C'D'')$ masalaning javobi bo'ladi.



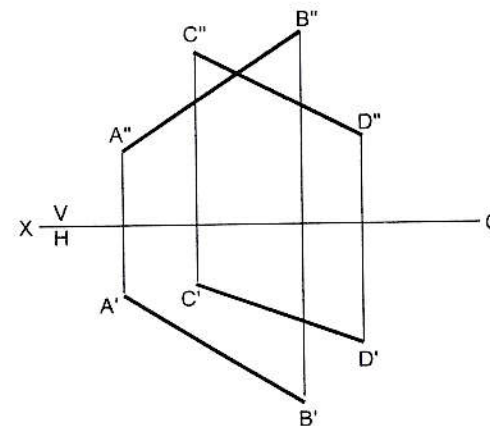
1.34 - shakl

Mustaqil yechish uchun masalalar

Quyidagi shaklda berilgan AB va CD ayqash chiziqlaridan CD chizig'i gorizontal kesma sifatida berilgan. Bu ayqash chiziqlarni perpendikulyar holatda kesib o'tuvchi to'g'ri chiziq kesmasining proyeksiyalari yasalsin.



Quyida berilgan AB va CD ayqash chiziqlarni H tekisligidan 25 mm uzoqlikda va shu tekislikka parallel bo'lgan m chizig'i bilan kesilsin.

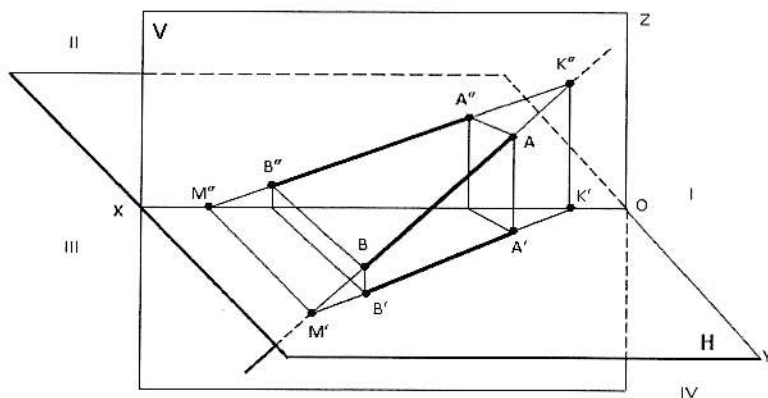


1.16-§. To'g'ri chiziqlarning izi

To'g'ri chiziqlarning izi deb, uning H , V , W proyeksiyalar tekisliklari bilan kesishgan nuqtasiga aytiladi. Umumiy vaziyatda joylashgan to'g'ri chiziq kesmasi har bir proyeksiyalar tekisligida izga ega bo'ladi.

Kesmaning H , V , W tekisliklari bilan kesishib hosil qilgan izlari mos ravishda gorizontal, frontal, profil izlari deyiladi.

1.35 - shakldagi fazoviy modelda, umumiy vaziyatdagi AB kesmasining H va V tekisliklaridagi M va K izlarini aniqlash ko'rsatilgan.

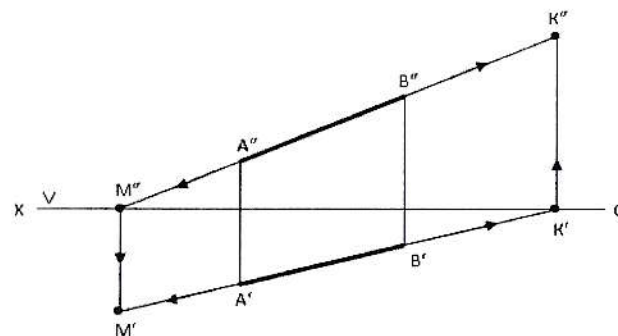


1.35 - shakl

H tekisligida kesmaning izini aniqlash uchun kesmani pastga davom ettiramiz va u M' nuqtada tekislik bilan kesishadi, mana shu nuqta kesmaning H tekisligidagi izi hisoblanadi.

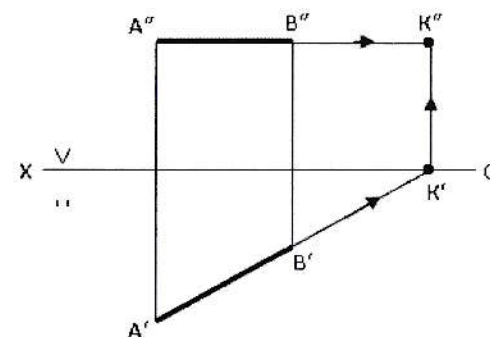
V tekisligida kesmaning izini aniqlash uchun kesmani yuqoriga davom ettiramiz va u K'' nuqtada tekislik bilan kesishadi, mana shu nuqta kesmaning V tekisligidagi izi hisoblanadi. Kesma shu izlari orqali boshqa choraklarga (oktantlarga) o'tishi shakldan ko'rinib turibdi.

1.36 - shaklda Monj chizmasida bu izlarni aniqlash ko'rsatilgan.



1.36 - shakl

1.37 - shaklda, AB gorizontal kesmasining V tekisligidagi K'' izini aniqlash ko'rsatkichlar yo'nalishida ko'rsatilgan.



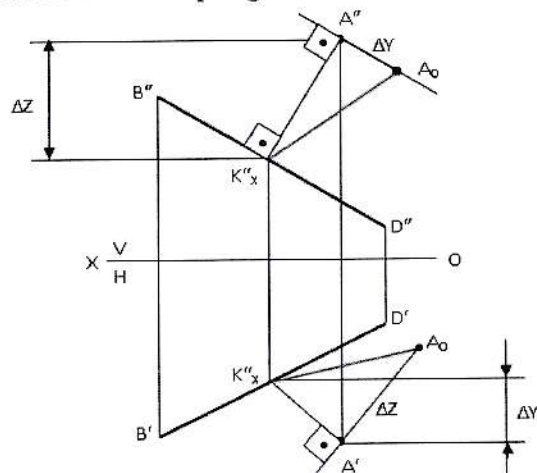
1.37 - shakl

Xuddi shu tarzda frontal va profil kesmalarning izlarini ham yasash mumkin bo'ladi.

1.17-§. Nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofani aniqlash

MONJ chizmasida, A nuqtadan BD chiziqqacha qisqa masofani aniqlash, nuqtaning H yoki V tekisligidagi proyeksiyasidan berilgan chiziqqa perpendikulyar tushirish bilan boshlanadi.

1.38 - shaklda, A nuqtaning A'' frontal proyeksiyasidan BD chiziqlarning $B''D''$ frontal proyeksiyasiga perpendikulyar tushirilgan. Shu tushirilgan perpendikulyarning haqiqiy uzunligi masalaning javobi bo'ladi. Epyurada bu haqiqiy uzunlik, A nuqtaning ΔZ applikatalari farqidan **to'g'ri burchakli uchburchak** usulida aniqlangan.



1.38 - shakl

Mustaqil yechish uchun masalalar

1. Quyidagi berilgan koordinatalari bo'yicha AB , AC , AD , BC , BD va CD kesmalarining uchta proyeksiyasi yasalsin:

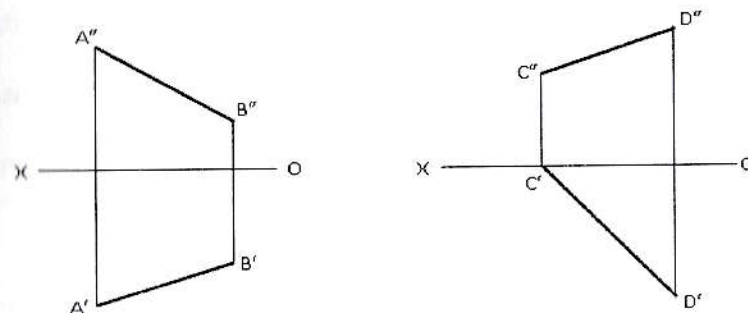
	OX	OY	OZ
A	55	-40	25
B	45	60	-30
C	10	-35	-40
D	25	65	35

2. Uzunligi 40 mm bo'lgan va H , V , W tekisliklarining har biriga parallel holatda bo'lgan to'g'ri chiziq kesmasining proyeksiyalari yasalsin.

3. Uzunligi 30 mm bo'lgan va H , V , W tekisliklarining har biriga perpendikulyar holatda bo'lgan to'g'ri chiziq kesmasining

proyeksiyalari yasalsin.

4. AB va CD kesmalarining haqiqiy kattaliklari va AB kesmasining H tekisligiga, CD kesmasining esa V tekisligiga nisbatan og'ish burchaklari aniqlansin, har ikkala kesmaning izlari yasalsin.



5. Umumiy vaziyatda berilgan AB va CD kesmalarini H , V , W tekisliklarda tasvirlang va ularning A va C nuqtalaridan 35 mm uzoqlikda joylashgan K nuqtasining proyeksiyalarini yasang.

1.18-§. To'g'ri chiziqlarning proyeksiyalariga oid testlar Tanib olishlikka oid testlar

(Quyidagi savollarga "ha" yoki "yo'q" deb javob berilsin)

1. Gorizontall kesmaning frontal proyeksiyasi applikata o'qiga perpendikulyar holatda o'tadimi?

2. Frontal proyeksiyalovchi kesmaning profil proyeksiyasi applikata o'qiga perpendikulyar holatda o'tadimi?

3. Frontal kesmaning gorizontall proyeksiyasi abssissa o'qiga parallel holatda o'tadimi?

4. Gorizontall proyeksiyalovchi kesmaning gorizontall proyeksiyasi abssissa o'qi bilan o'tkir burcak hosil qiladimi?

5. Profil kesmaning gorizontal proyeksiyasi abssissa o'qi bilan o'tkir burcak hosil qiladimi?

6. Frontal proyeksiyalovchi kesmaning frontal proyeksiyasi applikata o'qiga perpendikulyar holatda o'tadimi?

7. Profil kesmaning profil proyeksiyasi ordinata o'qiga perpendikulyar holatda o'tadimi?

8. Gorizontal proyeksiyalovchi kesmaning gorizontal proyeksiyasi ordinata o'qiga parallel holatda o'tadimi?

9. Profil proyeksiyalovchi kesmaning gorizontal proyeksiyasi ordinata o'qi bilan o'tkir burcak hosil qiladimi?

10. Gorizontal kesmaning gorizontal proyeksiyasi ordinata o'qi bilan o'tkir burcak hosil qiladimi?

Qo'shimchalar qo'yiladigan testlar

(Quyidagi matnlardagi nuqtalarning o'rniga tegishli so'z yoki jumlani berilgan javob variantlari ichidan tanlab qo'yilsin)

1. Frontal kesmaning profil proyeksiyasi..... o'qiga perpendikulyar o'tadi.

- A. koordinata boshiga
- B. ordinata
- C. abssissa
- D. applikata

2. Gorizontal kesmaning profil proyeksiyasi..... o'qiga parallel o'tadi.

- A. applikata
- B. koordinata boshiga
- C. abssissa
- D. ordinata

3. To'g'ri burchakli uchburchakda, 30°li burchak qarshisida joylashgan katet.....yarmiga teng bo'ladi.

- A. mediananing
- B. uchburchak balandligining
- C. gipotenuzaning
- D. ordinata o'qining

4. $A(10, 55, 30)$ va $B(15, 50, 45)$, $C(30, 75, 30)$ va $D(15, 45, 15)$, $E(20, 55, 30)$ va $F(40, 55, 45)$, $M(30, 35, 30)$ va $N(30, 60, 30)$ nuqtalari tashkil qiluvchi kesmalar ichidan.....koordinatali nuqtalar tashkil qiluvchi kesma frontal proyeksiyalovchi kesmani tashkil etadi.

- A. $E(20, 55, 30)$ va $F(40, 55, 45)$
- B. $M(30, 35, 30)$ va $N(30, 60, 30)$
- C. $A(10, 55, 30)$ va $B(15, 50, 45)$
- D. $C(30, 75, 30)$ va $D(15, 45, 15)$

5. Epyurda.....chiziqlarning kesishish nuqtasi proyeksiyalari bitta proyeksion bog'lanish chiziqda yotmaydi.

- A. o'zaro ayqash
- B. o'zaro parallel
- C. o'zaro perpendikulyar
- D. umumiy vaziyatdagi

6. Epyurda.....chiziqning gorizontal va frontal proyeksiyalari.....o'qiga parallel tarzda yo'nalgan bo'ladi.

- A. frontal proyeksiyalovchi / abssissa
- B. profil proyeksiyalovchi / ordinata
- C. profil proyeksiyalovchi / abssissa
- D. gorizontal proyeksiyalovchi / ordinata

Ajratib olishlikka oid testlar

(Savolga berilgan javoblardan birini tanlansin)

1. Bu turdagi kesmaning gorizontal va profil izlari bo'ladi. Gap qaysi kesma ustida bormoqda?

- A. Gorizontal proyeksiyalovchi kesma
- B. Frontal kesma
- C. Profil proyeksiyalovchi kesma
- D. Gorizontal kesma

2. Bu turdagi kesmaning nuqtalari abssissa o'qi bo'yicha bir xil son qiymatlariga ega bo'ladi. Gap qaysi kesma ustida bormoqda?

- A. Profil kesma

- B. Frontal kesma
- C. Profil proyeksiyalovchi kesma
- D. Gorizontal kesma

3. Bu turdagi kesmaning frontal proyeksiyasi applikata o'qiga parallel bo'lsa, gorizontal proyeksiyasi esa ordinata o'qiga parallel holatda bo'ladi. Gap qaysi kesma ustida bormoqda?

- A. Gorizontal kesma
- B. Profil kesma
- C. Profil proyeksiyalovchi kesma
- D. Gorizontal proyeksiyalovchi kesma

4. Bu turdagi kesmaning frontal proyeksiyasi applikata o'qiga parallel bo'lsa, profil proyeksiyasi esa ordinata o'qi bilan o'tkir burchak hosil qiladi. Gap qaysi kesma ustida bormoqda?

- A. Gorizontal kesma
- B. Frontal kesma
- C. Profil kesma
- D. Umumiy vaziyatdagi kesma

5. Bu turdagi kesmaning gorizontal proyeksiyasi ordinata o'qiga parallel bo'lsa, profil proyeksiyasi esa ordinata o'qi bilan o'tkir burchak hosil qiladi. Gap qaysi kesma ustida bormoqda?

- A. Gorizontal kesma
- B. Frontal kesma
- C. Umumiy vaziyatdagi kesma
- D. Profil kesma

6. Bu turdagi kesmaning gorizontal va frontal proyeksiyalari faqat bittagina bog'lanish chiziqlari bilan bog'langan bo'ladi. Gap qaysi kesma ustida ketyapti?

- A. Frontal kesma
- B. Frontal proyeksiyalovchi kesma
- C. Profil kesma
- D. Umumiy vaziyatdagi kesma

Topshiriqlar

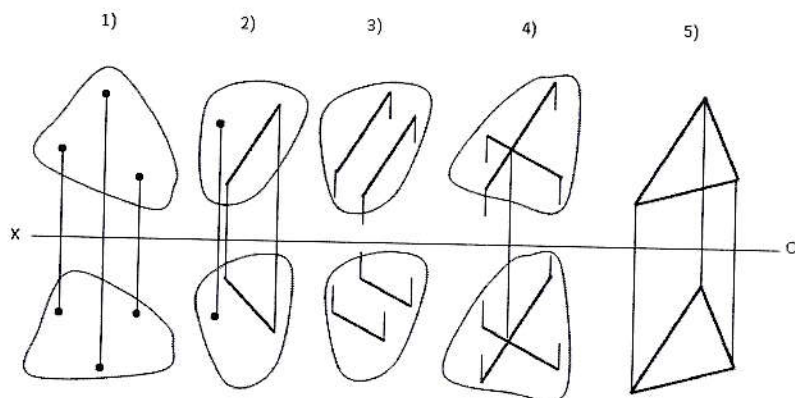
1. Umumiy vaziyatdagi kesmaga ta'rif bering, proyeksiyalarini chizing. Koordinatalari qiymatini yozing.
2. Gorizontal kesmaga ta'rif bering, proyeksiyalarini chizing. Koordinatalari qiymatini yozing.
3. Frontal kesmaga ta'rif bering, proyeksiyalarini chizing. Koordinatalarining qiymatini yozing.
4. Profil kesmaga ta'rif bering, proyeksiyalarini chizing. Koordinatalari qiymatini yozing.
5. Gorizontal proyeksiyalovchi kesmaga ta'rif bering, proyeksiyalarini chizing. Koordinatalari qiymatini yozing.
6. Frontal proyeksiyalovchi kesmaga ta'rif bering, proyeksiyalarini chizing. Koordinatalari qiymatini yozing.
7. Profil proyeksiyalovchi kesmaga ta'rif bering, proyeksiyalarini chizing. Koordinatalari qiymatini yozing.
8. MONJ chizmasida to'g'ri chiziqning izi qanday hosil qilinishini og'zaki tarzda bayon eting.

II BOB. Tekislikning ortogonal proyeksiyalari

2.1-§. Tekislikning berilishi

Geometriyadan ma'lumki, bir to'g'ri chiziqda yotmagan 3ta nuqta tekislikni ifodalaydi. Demak, chizmada tekislik o'zining nuqta va to'g'ri chiziq kabi elementlari yordamida quyidagicha berilishi mumkin ekan (2.1 - shakl):

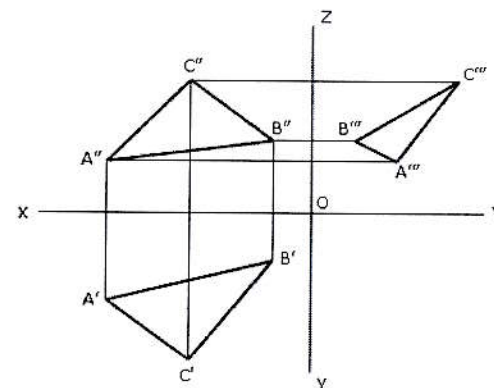
- 1 - bir to'g'ri chiziqda yotmagan 3ta nuqta orqali;
- 2 - to'g'ri chiziq va unda yotmagan (undan tashqaridagi) nuqta orqali;
- 3 - parallel chiziqlar orqali;
- 4 - o'zaro kesishuvchi chiziqlar orqali;
- 5 - yassi ko'pburchak orqali.



2.1- shakl

2.1.1. Umumiy vaziyatdagi yassi tekislik

Umumiy vaziyatdagi yassi tekislik, fazoda H , V , W tekisliklariga nisbatan o'tkir burchak ostida joylashadi va u epyurada o'zining haqiqiy kattaligidan kichik bo'lib proyeksiyalanadi (2.2 - shakl).

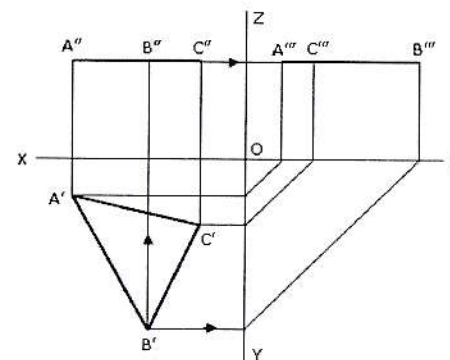


2.2 - shakl

2.1.2. Xususiy vaziyatdagi yassi tekislik

Xususiy vaziyatdagi yassi tekislik H , V , W tekisliklaridan biriga **parallel** (3ta holat) yoki **perpendikulyar** (3ta holat) holatlarda bo'ladi.

Gorizontal tekislik - H tekisligiga nisbatan parallel holatdagi tekislikdir. Bu tekislik H tekisligiga haqiqiy kattalikda proyeksiyalanadi, V va W tekisliklarga nisbatan perpendikulyar holatda bo'ladi va kesma tarzida proyeksiyalanadi (2.3 - shakl).



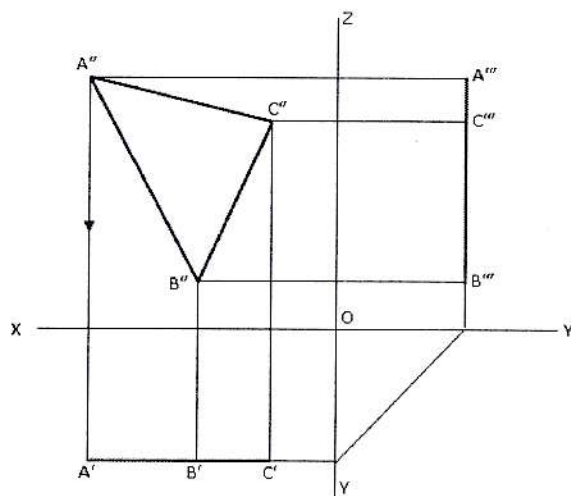
2.3 - shakl

Tekislikning frontal proyeksiyasi OX - abssissa o'qiga, profil proyeksiyasi esa OY - ordinata o'qiga parallel holatda bo'ladi.

Bu tekislik uchlarining applikatalari bir xil son qiymatiga ega bo'ladi.

Frontal tekislik - V tekisligiga parallel holdagi tekislikdir. Bu tekislik V tekisligiga haqiqiy kattalikda proyeksiyalanadi, H va W tekisliklariga nisbatan perpendikulyar holatda bo'ladi va kesma tarzida proyeksiyalanadi (2.4 - shakl). Tekislikning gorizontal proyeksiyasi OX - abssissa o'qiga, profil proyeksiyasi esa OZ - applikata o'qiga parallel holatda bo'ladi.

Bu tekislik uchlarining ordinalari bir xil son qiymatiga ega bo'ladi.

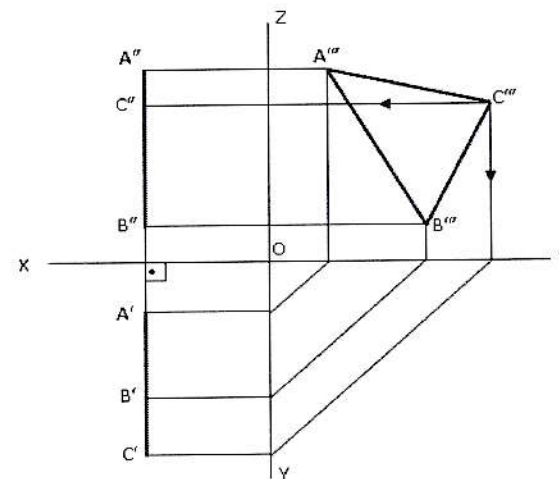


2.4 - shakl

Profil tekislik - W tekisligiga parallel holatdagi tekislikdir (2.5 - shakl).

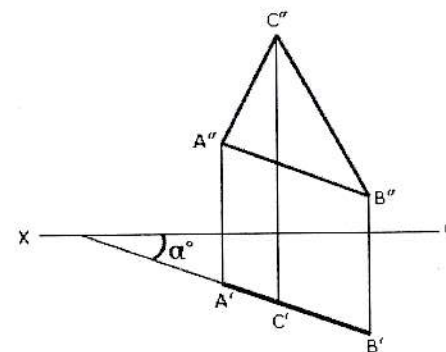
Bu tekislik W tekisligiga haqiqiy kattalikda proyeksiyalanadi, $MONJ$ chizmasida uning H va V tekisliklardagi proyeksiyalari esa kesmalar kabi tasvirlanadi va ular bitta

bog'lanish chizig'ida yotadi hamda OX - abssissa o'qiga perpendikulyar holatda bo'ladi. Bu tekislik uchlarining abssissalari bir xil son qiymatiga ega bo'ladi.



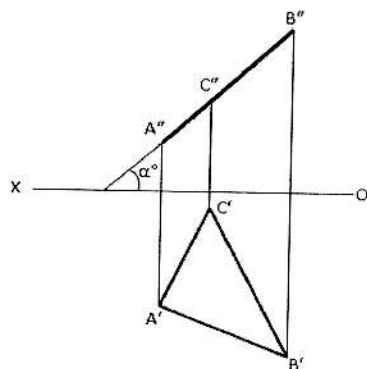
2.5 - shakl

Gorizontal proyeksiyalovchi tekislik - H tekisligiga perpendikulyar holatdagi tekislikdir. $MONJ$ chizmasida bu tekislik H tekisligida kesma ko'rinishida bo'ladi, OX o'qi bilan o'tkir burchak hosil qiladi (2.6 - shakl).



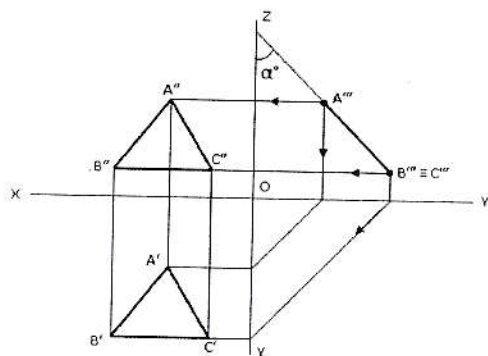
2.6 - shakl

Frontal proyeksiyalovchi tekislik - V tekisligiga perpendikulyar holatdagi tekislikdir. MONJ chizmasida bu tekislik V tekisligida kesma ko'rinishida bo'ladi, OX o'qi bilan o'tkir burchak hosil qiladi (2.7 - shakl).



2.7 - shakl

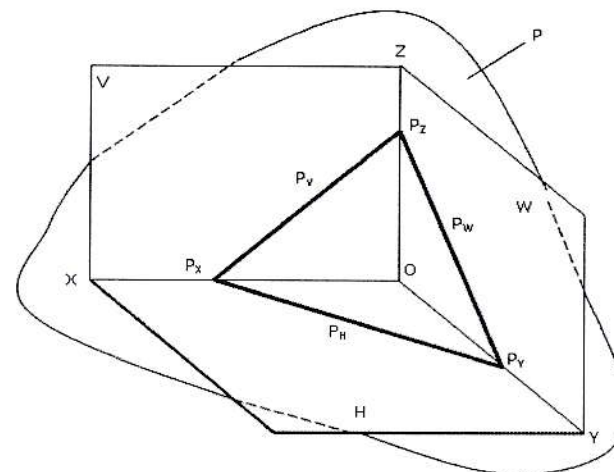
Profil proyeksiyalovchi tekislik - W tekisligiga perpendikulyar holatdagi tekislikdir. MONJ chizmasida uning W tekisligidagi proyeksiyasi kesma kabi tasvirlanadi va OZ o'qi bilan o'tkir burchak hosil qiladi (2.8 - shakl). Bu tekislikdagi ixtiyoriy ikki uchining (masalan, B va C uchlar) ordinatalari va applikatalari bir xil son qiymatiga ega bo'ladi.



2.8 - shakl

2.2-§. Tekislikning izlari

Fazoda biron - bir P tekislik H , V , W proyeksiyalar tekisliklarini o'tkir burchak ostida kesib o'tishidagi hosil bo'lgan kesishish chiziqlari shu P tekislikning **izlari** hisoblanadi va bular **izlari bilan berilgan** tekisliklarni tashkil qiladi (2.9 - shakl).

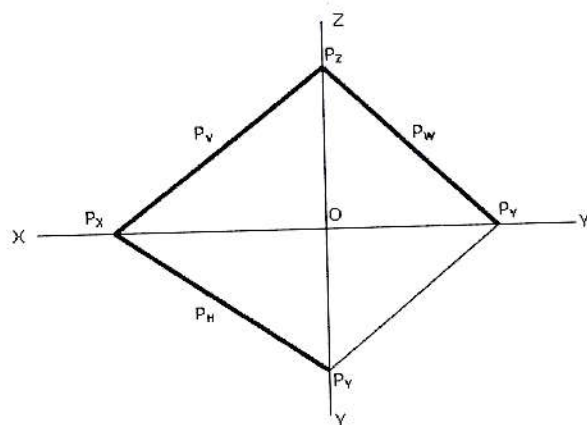


2.9 - shakl

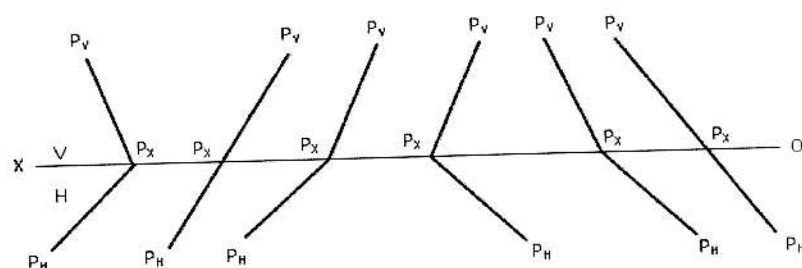
MONJ chizmasida, P_H izni P tekisligining **gorizontal izi**, P_V izni P tekisligining **frontal izi**, P_W izni esa P tekisligining **profil izi** deb atash qabul qilingan (2.10 - shakl). Shuningdek, P_H va P_V izlarining OX o'qidagi o'zaro tutashuvi P_X bilan, P_H va P_W izlarining OY o'qidagi tutashuvi P_Y bilan P_V va P_W izlarining OZ o'qidagi tutashuvi esa P_Z bilan belgilanadi.

2.2.1. Izlari bilan berilgan umumiy vaziyatdagi tekislik

Izlari bilan berilgan umumiy vaziyatdagi tekislikning **gorizontal va frontal izlari** OX o'qiga nisbatan o'tkir burchak ostida yo'naladi va bunday tekislik quyidagi turli ko'rinishlarda bo'lishi mumkin (2.11 - shakl).



2.10-shakl

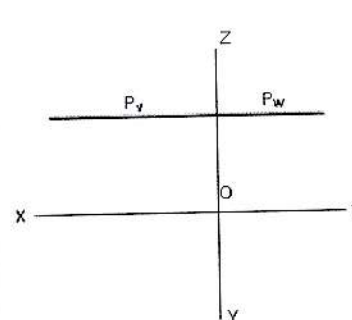


2.11-shakl

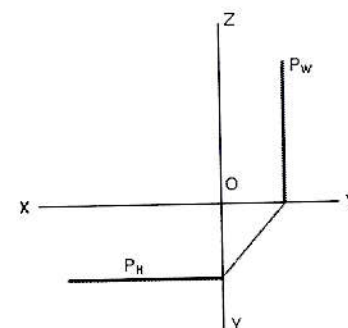
2.2.2. Izlari bilan berilgan xususiy vaziyatdagi tekislik

Gorizontal tekislik - H tekisligiga parallel tekislik bo'lib, MONJ chizmasida uning H tekisligida izi bo'lmaydi, V va W tekisliklarida izlari bo'ladi, bu izlar OX va OY o'qlariga parallel holatda bo'ladi (2.12 - shakl).

Frontal tekislik - V tekisligiga parallel tekislik bo'lib, MONJ chizmasida uning V tekisligida izi bo'lmaydi, H tekisligidagi izi OX o'qiga, W tekisligidagi izi OZ o'qiga parallel holatda bo'ladi (2.13 - shakl).

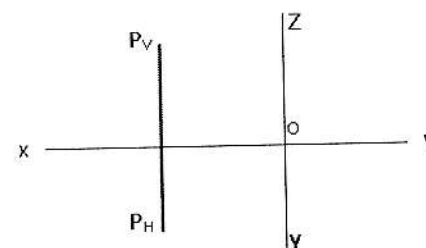


2.12-shakl



2.13-shakl

Profil tekislik - W tekisligiga parallel tekislik bo'lib, MONJ chizmasida uning W tekisligida izi bo'lmaydi, H va V tekisliklardagi izlari qo'shilib ketadi va ular OX o'qiga perpendikulyar holatda bo'ladi (2.14 - shakl).

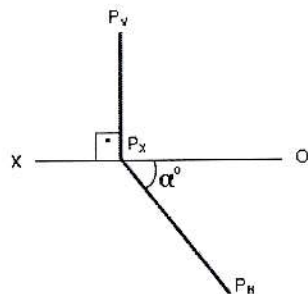


2.14-shakl

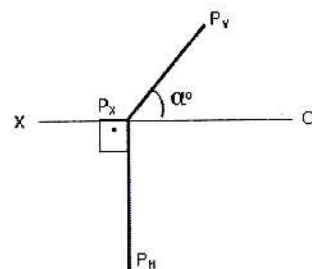
Gorizontal proyeksiyalovchi tekislik - H tekisligiga perpendikulyar holatdagi tekislikdir. MONJ chizmasida uning P_V frontal izi OX o'qiga perpendikulyar holatda yo'naladi, P_H gorizontal izi esa OX o'qi bilan o'tkir burchak ($0 < \alpha < 90^\circ$) hosil qiladi (2.15 - shakl).

Frontal proyeksiyalovchi tekislik - V tekisligiga perpendikulyar holdagi tekislikdir, MONJ chizmasida uning R_V frontal izi OX o'qi bilan o'tkir burchak

($0 < \alpha < 90^\circ$) hosil qiladi, P_H gorizontal izi esa OX o'qiga perpendikulyar holda yo'naladi (2.16 - shakl).

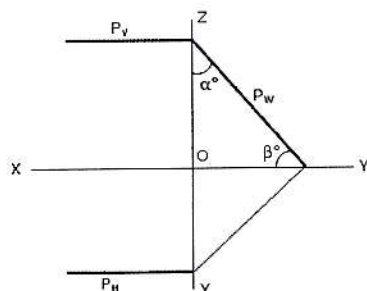


2.15 - shakl



2.16 - shakl

Profil proyeksiyalovchi tekislik - W tekisligiga perpendikulyar holatdagi tekislikdir. $MONJ$ chizmasida uning P_V frontal va P_H gorizontal izlari OX abssissa o'qiga parallel holatda bo'ladi (2.17 - shakl). P_W profil izi OZ va OY o'qlari bilan o'tkir burchak ($0 < \alpha < 90^\circ$ va $0 < \beta < 90^\circ$) hosil qiladi.



2.17 - shakl

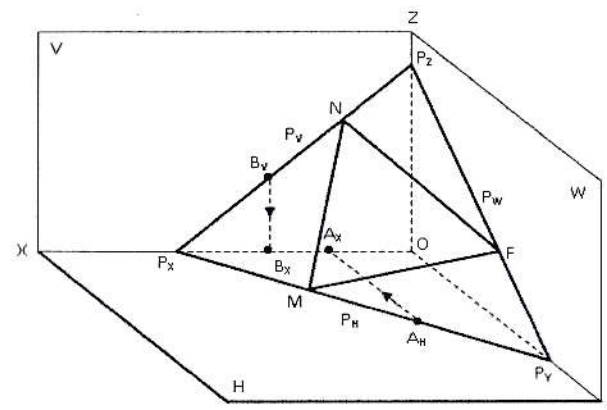
2.3-§. Berilgan tekislikda yotgan to'g'ri chiziqlarning proyeksiyalarini yasash

Agar tekislik izlari bilan berilgan bo'lsa, tekislikda yotuvchi to'g'ri chiziqlar uning gorizontal va frontal izlarini kesib o'tadi yoki bir izini kesib, ikkinchi iziga parallel o'tadi. Bunda to'g'ri chiziq bilan tekislikning kesishgan nuqtasini to'g'ri chiziqlarning izi deb qabul qilish mumkin va bundan quyidagi xulosalar kelib chiqadi (2.18 - shakl):

- agar to'g'ri chiziqlarning izlari tekislikning bir nomli izlarida yotsa, (masalan, MN , NF va FM larda) bu to'g'ri chiziq tekislikka tegishli bo'ladi;

- agar to'g'ri chiziqlarning bitta izi tekislikning bir nomli izida yotib, tekislikning ikkinchi iziga (P_H , P_V yoki P_W izlarga) parallel bo'lsa, bu chiziq tekislikda yotadi;

- agar nuqta tekislikning biron izida yotsa, uning boshqa proyeksiyasi koordinata o'qida bo'ladi (A va B nuqtalar).



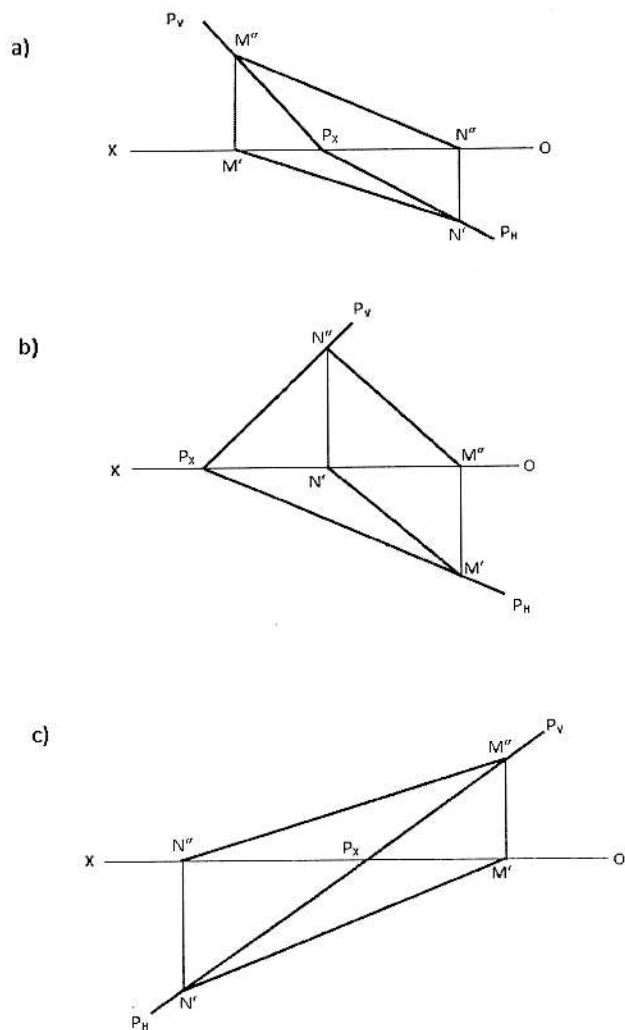
2.18 - shakl

Tekislikda yotuvchi ixtiyoriy to'g'ri chiziqni tasvirlash uchun shu tekislikning izlarida bittadan nuqta tanlab, ularning bir nomli proyeksiyalarini birlashtirish kerak (2.19 a, b, c - shakllar).

Tekislikda nuqta tanlash uchun quyidagilarga e'tibor qaratish kerak, ya'ni, agar nuqta tekislikning biror to'g'ri chizig'ida yotsa, shu tekislikda ham yotadi. Bunga nuqtaning tekislikda **yotish sharti** deyiladi.

Shu shartga asosanib, tekislikda yotuvchi nuqta, to'g'ri chiziq va tekis shakllarning yetishmovchi proyeksiyalari aniqlanadi.

Nuqta va to'g'ri chiziqlarning tekislikda yotish sharti chizma geometriyada yechiladigan barcha masalalarning asosini tashkil etadi.



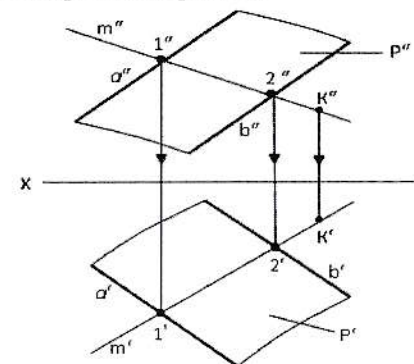
2.19 - shakl

Masala

P tekisligidan tashqarida K nuqtaning K'' frontal proyeksiyasi berilgan, shu nuqtaning K' gorizontal proyeksiyasi aniqlansin (2.20 - shakl).

Masalaning yechimi

Buning uchun nuqtaning tekislikda yotish shartiga asosanib, P'' tekislikda ixtiyoriy m'' to'g'ri chiziqni K'' nuqta orqali o'tkazamiz. Bu chiziq P'' tekislikni 1'' va 2'' nuqtalarda kesib o'tadi. To'g'ri chiziqning tekislikda yotish shartiga asosanib, m'' chiziqning m' gorizontal proyeksiyasini aniqlaymiz, ya'ni bog'lanish chiziqlari orqali 1' va 2' nuqtalarni topamiz va ularni tutashtirsak, m' chiziq hosil bo'ladi. K'' nuqtasidan bog'lanish chizig'i orqali K' nuqtasini topamiz.



2.20 - shakl

Masala

$A''B''C''$ frontal proyeksiyasi berilgan tekislikning gorizontal proyeksiyasi aniqlansin (2.21 - shakl).

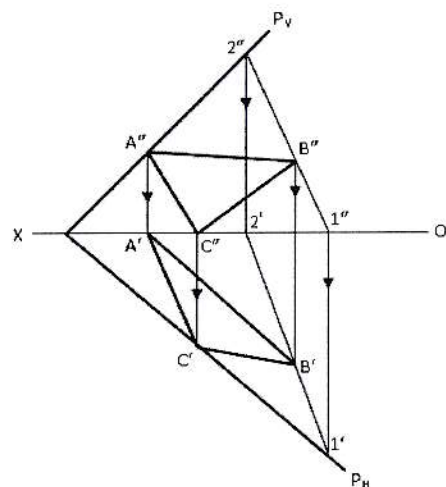
Masalaning yechimi

A nuqtaning A' gorizontal proyeksiyasi OX o'qida bo'ladi, chunki A'' nuqtasi P_v izda yotibdi, P_v izning gorizontal proyeksiyasi esa OX o'qida bo'ladi.

C'' nuqtasi OX o'qida yotganligi uchun, ya'ni tekislik gorizontal P_H izining frontal proyeksiyasida yotganligi uchun, uning C' gorizontal proyeksiyasi tekislikning P_H izida bo'ladi.

B nuqtasining B' gorizontal proyeksiyasini topish uchun epyurda ixtiyoriy 1''2'' chiziqni B'' orqali o'tkazamiz va uning gorizontal proyeksiyasi 1'2' topamiz, so'ngra B'' nuqtasidan

bog'lanish chizig'ini o'tkazib, B' ning o'rnini $1'2'$ chiziqda topamiz. Topilgan nuqtalarni o'zaro tutashtirib, uchburchakning gorizontal $A'B'C'$ proyeksiyasini hosil qilamiz.



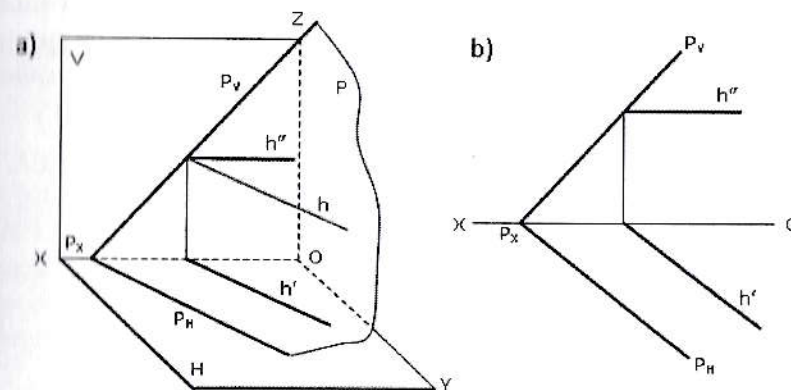
2.21 - shakl

2.4-§. Tekislikning maxsus chiziqlari

Tekislikka tegishli bo'lgan gorizontal, frontal, profil chiziqlar, shu tekislikning **maxsus chiziqlari** hisoblanadi.

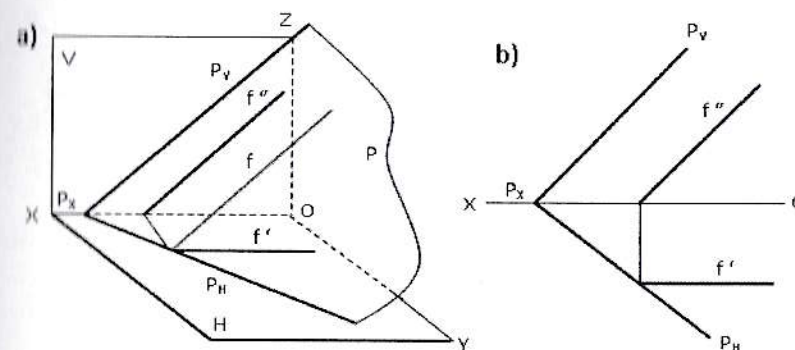
Berilgan tekislikda yotib, H tekislikka parallel holatda bo'lgan to'g'ri chiziqqa **tekislikning gorizontali** deyiladi (2.22 a - shakl).

Epyurada tekislik gorizontalinig frontal proyeksiyasi OX o'qiga parallel bo'ladi, uning gorizontal proyeksiyasi esa tekislikning P_H gorizontal iziga bo'ladi, uning gorizontal proyeksiyasi esa tekislikning P_H gorizontal iziga bo'ladi, uning gorizontal proyeksiyasi esa tekislikning P_H gorizontal iziga parallel holatda bo'ladi va " h " harfi bilan belgilanadi (2.22 b - shakl).



2.22 - shakl

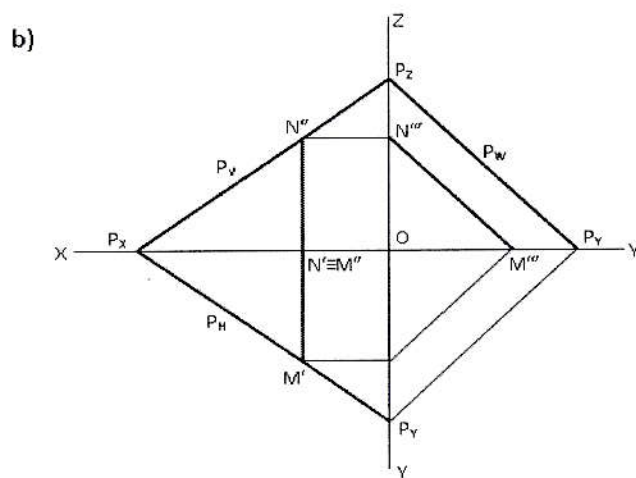
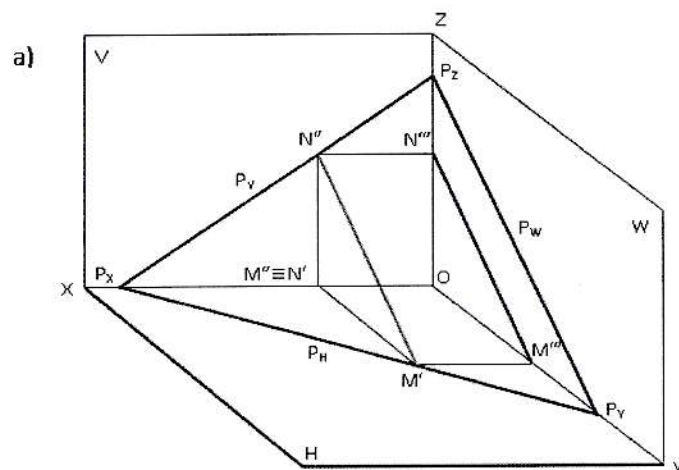
Tekislikning frontali berilgan tekislikda yotadi va V tekislikka parallel holatda yo'naladi (2.23 a - shakl). Epyurada tekislik frontalining gorizontal proyeksiyasi OX o'qiga parallel holatda bo'ladi, uning frontal proyeksiyasi esa tekislikning P_V frontal iziga parallel holatda bo'ladi va " f " harfi bilan belgilanadi (2.23 b - shakl).



2.23 - shakl

Berilgan P tekislikda yotib, W tekislikga parallel holatda bo'lgan to'g'ri chiziqqa **tekislikning profili** deyiladi (2.24 a - shakl).

Epyurda, tekislik profilining gorizontal va frontal proyeksiyalari OX o'qiga perpendikulyar holatda bo'lib, uning profil proyeksiyasi esa tekislikning Pw profil iziga parallel holatda bo'ladi (2.24 b - shakl).

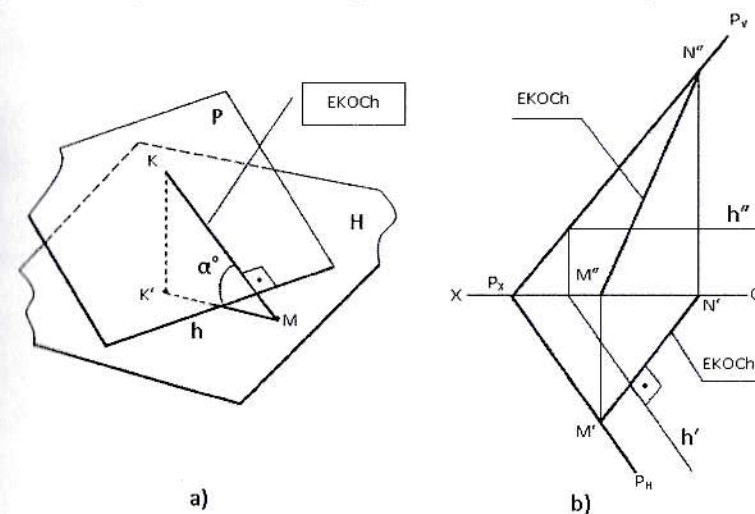


2.24 - shakl

2.5-§. Umumiy vaziyatdagi tekislikning H va V proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan og'ish burchaklarini aniqlash.

Umumiy vaziyatda berilgan P tekisligining H (V , W) tekislikka nisbatan og'ish burchagining kattaligi, P tekislikning h gorizontaliga (f frontaliga, p profiliga) nisbatan o'tkazilgan ($KM \perp h$) perpendikulyar chiziqning H (V , W) tekislik bilan hosil qilgan $KMK' = \alpha^\circ$ burchak kattaligi bilan o'lchanadi va bu chiziqqa P tekislikning **eng katta og'ish chizig'i** - **EKOCh** deyiladi (1.39 - shakl).

2.25 a - shaklida tekislikning eng katta og'ish chizig'ini yasashning fazoviy modeli ko'rsatilgan, 2.25 b - shaklida esa, bu chiziqning MONJ chizmasida hosil qilinishi tekislikning h gorizontaliga nisbatan amalga oshirilishi tasvirlangan.

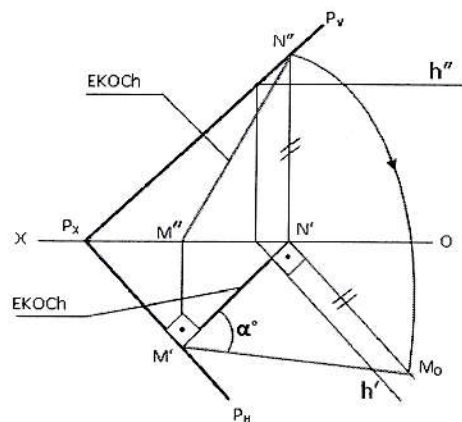


2.25 - shakl

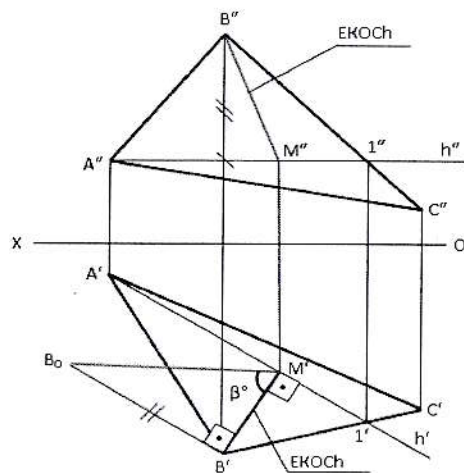
MONJ chizmasida (epyurada) umumiy vaziyatda berilgan P tekisligining H tekislikka nisbatan og'ish burchagi quyidagicha topiladi (2.26 va 2.27 - shakllar):

1. Tekislikning ixtiyoriy nuqtasidan tekislikning EKOChi o'tkaziladi.

2. To'g'ri burchakli uchburchak usulidan foydalanib, EKOChning haqiqiyzunligi aniqlanadi, hosil bo'lgan burchak berilgan P tekislik bilan H tekisligi orasidagi burchakni ifodalaydi.



2.26 - shakl



2.27 - shakl

III BOB. To'g'ri chiziq bilan tekislikning va ikki tekislikning o'zaro holatlari

3.1-§. To'g'ri chiziq bilan tekislikning o'zaro holati

To'g'ri chiziq bilan tekislik bir - biriga nisbatan quyidagi 3 xil vaziyatda bo'lishi mumkin:

1. to'g'ri chiziq tekislik bilan kesishadi;
2. to'g'ri chiziq tekislikda yotadi;
3. to'g'ri chiziq tekislikka parallel holat.

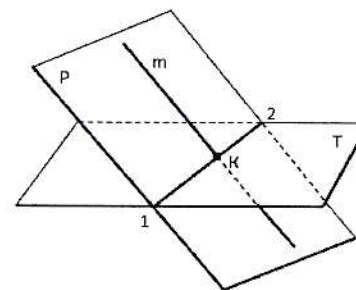
Masala

m to'g'ri chiziqligining T tekislik bilan kesishish (uchrashish) nuqtasi aniqlansin (3.1- shakl).

Masalaning yechimi

Fazoviy modelda masalani yechish quyidagi tartibda amalga oshiriladi:

1. m chizig'i orqali P yordamchi kesuvchi tekisligi o'tkaziladi;
2. T va P tekisliklarining 12 kesishuv chizig'i yasaladi;
3. m chizig'i davom ettirilib, 12 chizig'i bilan kesishtiriladi va kesishuv nuqtasi K topiladi. Shu topilgan K nuqtasi, m to'g'ri chizig'i bilan T tekisligining uchrashuv nuqtasi bo'ladi.



3.1 - shakl

Epyurada, umumiy vaziyatdagi ABC tekisligining m to'g'ri chiziq bilan K uchrashuv nuqtasini topish quyidagi tartibda bajariladi (3.2 - shakl):

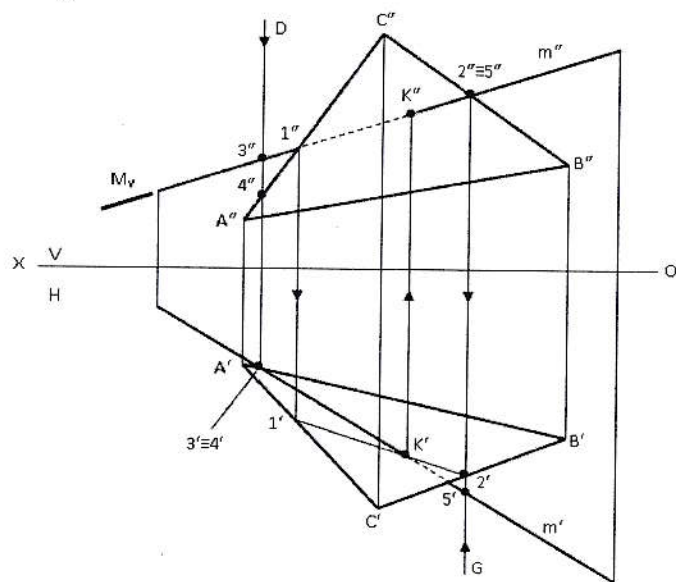
1. V tekisligida m kesmasi orqali M_V proyeksiyalovchi yordamchi kesuvchi tekisligi o'tkaziladi.

2. $A''B''C''$ tekisligi bilan M_V proyeksiyalovchi tekislikning $1''$ va $2''$ kesishish nuqtalari belgilanadi.

3. $1''$ va $2''$ nuqtalari orqali bog'lanish chiziqlarini o'tkazib, shu nuqtalarning H tekisligidagi $1'$ va $2'$ proyeksiyalarining o'rnini topiladi.

4. H tekisligida $1'$ va $2'$ nuqtalarning o'zaro tutashish chizig'ida shu chiziqning berilgan m' chizig'i bilan uchrashuv nuqtasi - K' nuqtani topamiz.

5. K' nuqtasi orqali bog'lanish chizig'i o'tkazib, nuqtaning V tekisligidagi proyeksiyasi - K'' nuqtaning berilgan m'' chizig'idagi o'rnini topamiz.



3.2 - shakl

Topilgan K ($K'K''$) uchrashuv nuqtasi m ($m'm''$) chizig'ini ko'rinar va ko'rinmas qismlarga ajratadi. Bu qismlarni **konkurent (raqobatdosh) nuqtalar** yordamida aniqlaymiz.

Buning uchun H tekisligidagi $A'B'C'$ tekislikning m' chizig'i bilan uchrashuv nuqtalari - o'zaro konkurent nuqtalar

hisoblangan $3' \equiv 4'$ lardan foydalanamiz. Bu nuqtalarning V tekisligidagi proyeksiyalaridan ko'rinib turibdiki, $3''$ nuqtasi m'' chiziqqa, $4''$ nuqtasi esa tekislikning $A''C''$ tomoniga tegishlidir. D ko'rsatkichi yo'nalishida qaraganimizda $3''$ nuqtasi kuzatuvchiga yaqin turibdi, demak bu nuqta ko'rinadi.

Demak, H tekisligidagi proyeksiyada $3'$ nuqtasi $4'$ nuqtasining ustida joylashgani uchun m' chizig'i K' uchrashuv nuqtasigacha ko'rinadi. Ko'rinishlikning V tekisligidagi proyeksiyasi ham, xuddi shu kabi $2'' \equiv 5''$ raqobatdosh nuqtalari yordamida G ko'rsatkichi yo'nalishida aniqlanadi.

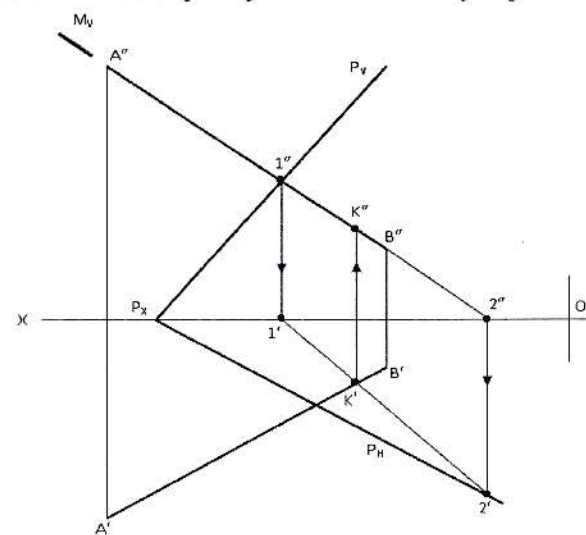
Masala

Umumiy vaziyatda, izlari bilan berilgan P tekisligining AB chiziq bilan kesishish nuqtasining proyeksiyalari aniqlansin (3.3 - shakl).

Masalaning yechimi

Bu masalaning yechimi grafik jihatdan shaklda ko'rsatilgan, unu yechishdagi barcha mulohazalar yuqoridagi masalaning yechilishida bayon etilgan.

O'rganuvchilarga masalani yechishdagi barcha mulohazalarni mustaqil bayon etishni tavsiya qilinadi.



3.3 - shakl

Masala

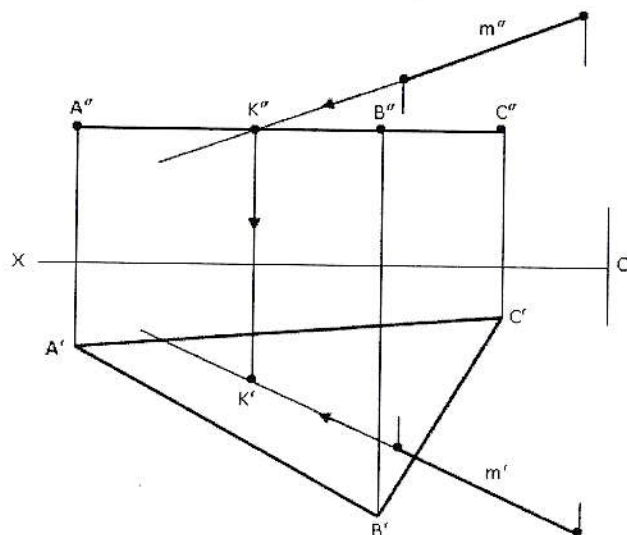
To'g'ri chiziqli bilan proyeksiyalovchi tekislikning uchrashuv nuqtasi topilsin (3.4 - shakl).

Masalaning yechimi

Proyeksiyalovchi tekislikning bitta proyeksiyasi uning ishchi izi bilan ustma - ust yotishi - **yig'uvchi** xususiyatidan foydalanib, to'g'ri chiziqli bilan proyeksiyalovchi tekislikning uchrashuv nuqtasini - K ni osongina topish mumkin, ya'ni bu nuqta bir vaqtning o'zida ham tekislikda (uning ishchi izida), ham to'g'ri chiziqlida yotadi.

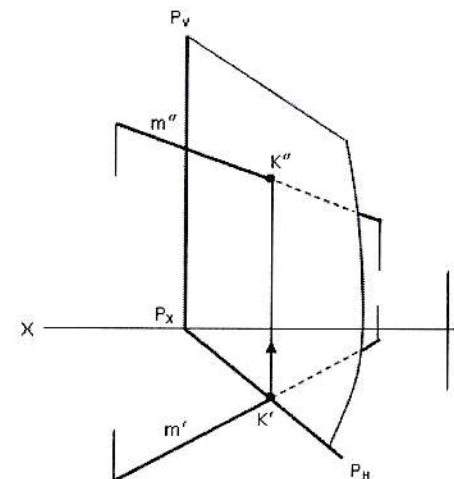
3.4 - shaklda, $K \in ABC$ va $K \in m$ bo'lgani uchun, hamda $ABC \perp V$ va

$ABC \equiv A''B''C''$ bo'lgani uchun, $m'' \cap A''B''C'' = K''$ bo'ladi, so'ngra bog'lanish chizig'i yordamida K' nuqtasi topiladi.



3.4 - shakl

3.5 - shaklda, $P \perp H$ bo'lgani uchun $m' \cap P_H = K'$ topiladi, so'ngra K'' nuqtasining proyeksiyasi yasaladi.



3.5 - shakl

3.2-§. Ikkita ixtiyoriy tekislikning o'zaro kesishishiga oid masalani yechishga ko'rsatmalar

Ma'lumki, ikki tekislikning o'zaro kesishuv chizig'i to'g'ri chiziqli iborat bo'ladi, demak kesishuv chizig'iga oid ikki nuqta topilib, tutashtirilsa, ikki tekislikka oid kesishuv chizig'i hosil qilinadi.

Ikki kesishuvchi ixtiyoriy tekisliklar uchun **umumiy bo'lgan nuqtalar** quyidagi usullardan foydalanib topiladi:

1. Berilgan ixtiyoriy tekisliklarning bir nomli izlarining kesishgan nuqtalaridan foydalanib topiladi (3.6 a - shakl).

2. Berilgan tekisliklarning birida 2 ta to'g'ri chiziqli tanlab olib, ular orqali proyeksiyalovchi kesuvchi tekislik o'tkazib, ikkinchi tekislik bilan uchrashish nuqtalarini topish asosida aniqlanadi (3.7 - shakl).

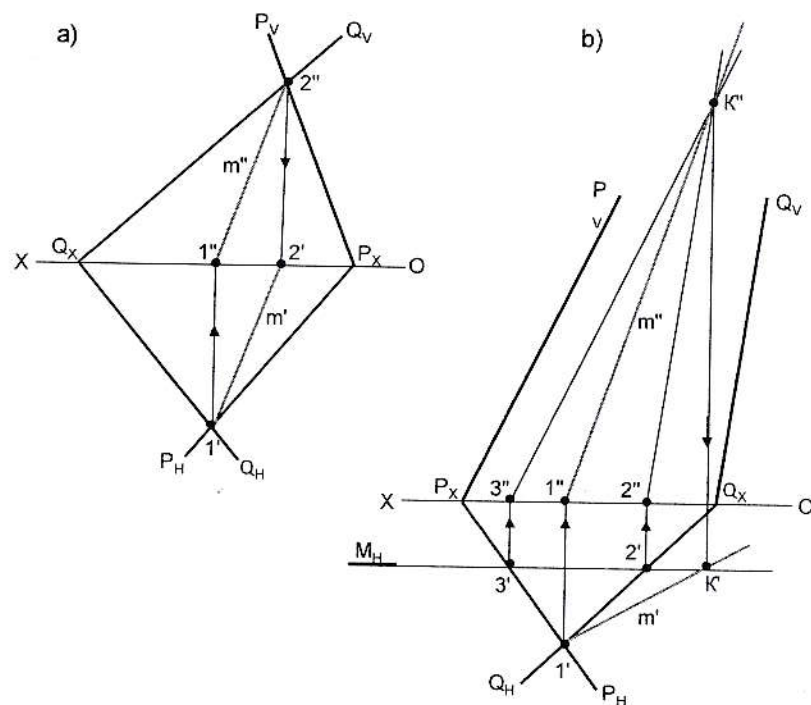
3. Kesuvchi tekislik usuli.

Bu usulda, berilgan tekislikni yordamchi 2 ta proyeksiyalovchi kesuvchi tekisliklar bilan kesish asosida, kesishuv chizig'iga tegishli nuqtalari topiladi. Bu usuldan

sirtlarning o'zaro kesishish chiziqlarini aniqlashda keng qo'llaniladi.

1 - usul bo'yicha masala yechish. 3.6 b - shaklda epyurada $P (P_H, P_V)$ va $Q (Q_V, Q_H)$ umumiy vaziyatdagi tekisliklarining kesishish chizig'i proyeksiyalarini - $m (m', m'')$ yasash ko'rsatilgan. Kesishuv chizig'iga oid 1 ($1', 1''$) nuqtasi H tekisligidagi hech qanday qo'shimcha yasashlarsiz belgilangan.

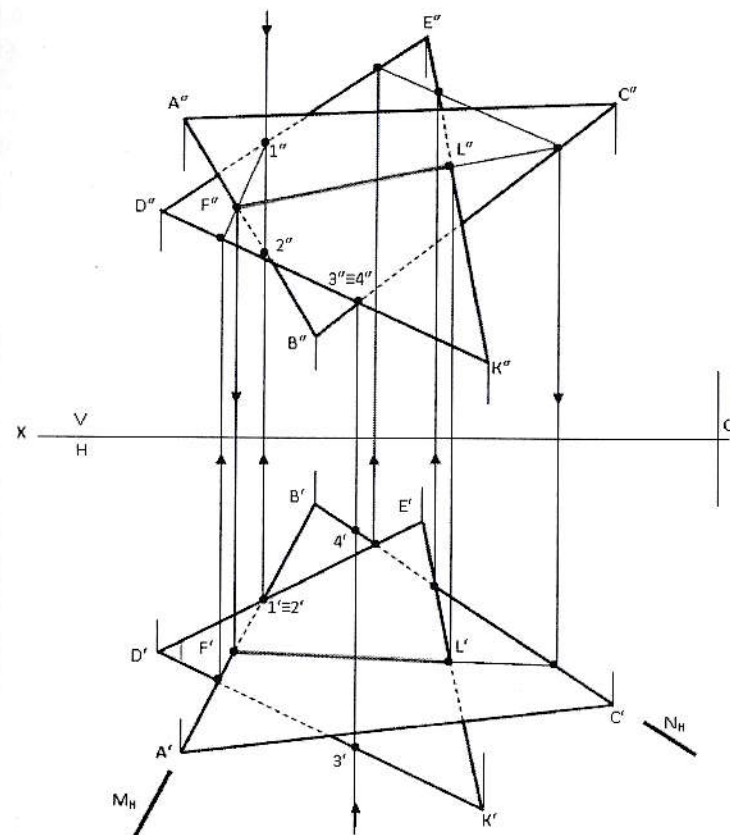
Kesishuv chizig'iga oid ikkinchi nuqtaning - $K (K', K'')$ ning proyeksiyalarini topish uchun H tekisligida yordamchi kesuvchi tekislik - M_H ni o'tkazilgan. Bu tekislik berilgan tekisliklarni ularning frontallari bo'ylab 2' va 3' nuqtalarida kesib o'tadi. V tekisligida esa shu frontallarning kesishish nuqtasi - K'' ni topamiz va bog'lanish chizig'i yordamida uning H tekisligidagi proyeksiyasini - K' nuqtaning o'rnini topamiz.



3.6 - shakl

2 - usul bo'yicha masala yechish. 3.7 - shaklda epyurada ABC va DEK uchburchaklar bilan berilgan yassi tekisliklarning o'zaro kesishish chizig'i - FL ning proyeksiyalarini yasash ko'rsatilgan.

Epyurada, yordamchi kesuvchi tekisliklar - M_H va N_H lar H tekisligida $A'B'$ va $B'C'$ chiziqlari orqali o'tkazilgan. O'zaro kesishuvchi tekisliklarning ko'rinishliklari ko'rsatkichlarning yo'nalishlari bo'yicha, o'zaro konkurent nuqtalar - $1' \equiv 2'$ va $3'' \equiv 4''$ lari yordamida aniqlanadi.



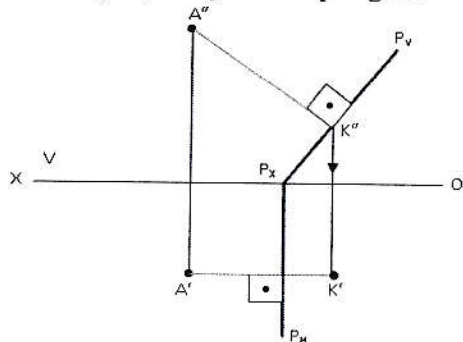
3.7 - shakl

3.3-§. Nuqtadan tekislikkacha bo'lgan masofani aniqlash

Nuqtadan tekislikkacha bo'lgan masofa, shu nuqtadan tekislikka tushirilgan perpendikulyarning uzunligi bilan o'lchanadi.

Agar tekislik xususiy vaziyatda berilsa, masalani yechishdagi grafik yasashlar birmuncha soddalashadi. 3.8 - shaklda, A nuqtadan frontal proyeksiyalovchi P tekislikkacha bo'lgan eng qisqa masofani aniqlash ko'rsatilgan.

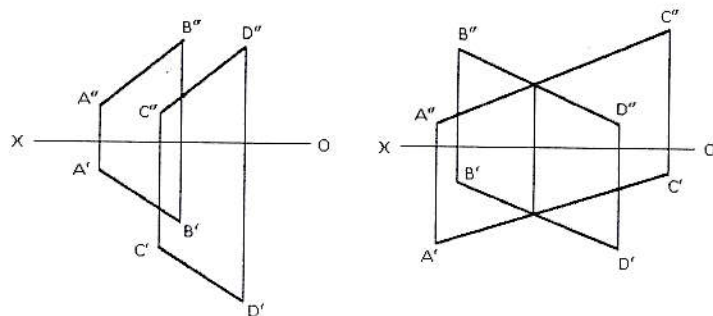
Buning uchun A nuqtaning A'' frontal proyeksiyasidan tekislikning P_V frontal iziga $A''K''$ perpendikulyari tushirilgan va uning gorizontal proyeksiyasi aniqlangan.



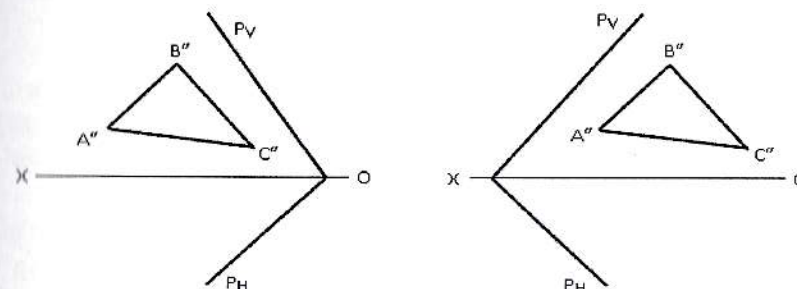
3.8 - shakl

Mustaqil yechish uchun masalalar

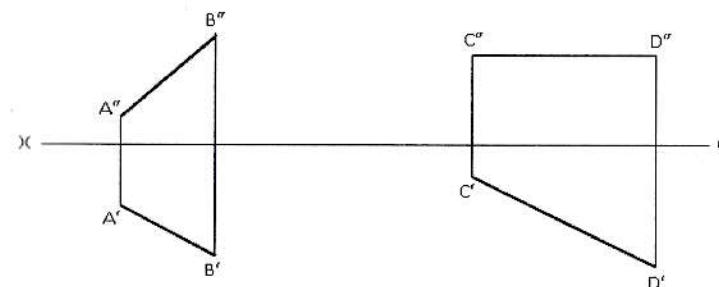
1. Quyida berilgan tekisliklarning izlari yasalsin.



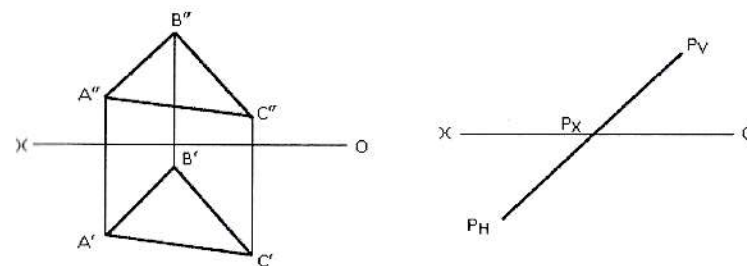
2. Quyidagi tekisliklarda yotgan $A''B''C''$ uchburchakning gorizontal proyeksiyasi yasalsin.



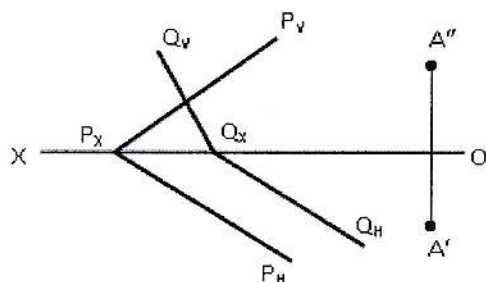
3. Quyida berilgan AB kesma orqali frontal proyeksiyalovchi tekislik, CD kesma orqali biror umumiy holatdagi tekislik o'tkazilsin.



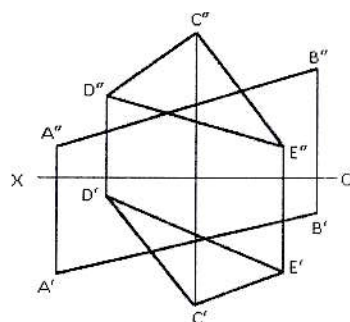
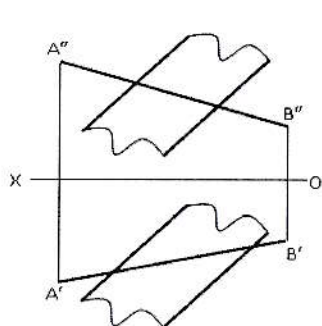
4. Quyida berilgan tekisliklarning eng katta og'ish chizig'i yordamida H tekislikka nisbatan og'ish burchagi aniqlansin.



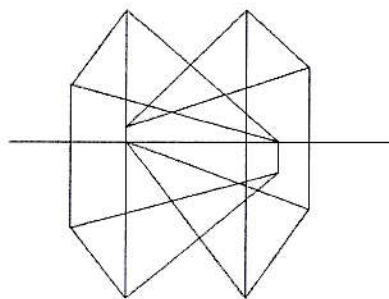
5. Quyida berilgan A nuqtadan P va Q tekisliklariga parallel holatda bo'lgan to'g'ri chiziqlarning proyeksiyalari yasalsin.



6. Quyida berilgan AB kesmaning berilgan tekislik bilan uchrashish nuqtasining proyeksiyalari topilsin. Ko'rinishliklar aniqlansin.



7. Quyida berilgan uchburchakli tekisliklarning o'zaro kesishish chizig'i proyeksiyalari yasalsin va proyeksiyalardagi ko'rinishliklar aniqlansin.



3.4-§. Tekislikning proyeksiyalariga oid testlar

Tanib olishlikka oid testlar

(Quyidagi savollarga "ha" yoki "yo'q" deb javob bering)

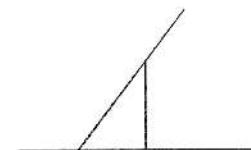
1. R tekisligining frontal izi absissa o'qi bilan to'g'ri burchak hosil qilsa, gorizontali izi esa absissa o'qi bilan o'tkir burchak hosil qilsa, bu tekislik gorizontali proyeksiyalovchi tekislik deb nomlanadimi?

2. Agar ABC tekisligining gorizontali proyeksiyasi absissa o'qiga parallel bo'lsa, bu tekislik frontal tekislik hisoblanadimi?

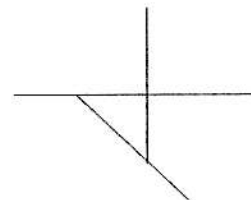
3. Agar ABC tekisligining profil proyeksiyasi W tekisligiga parallel bo'lsa, bu tekislik profil proyeksiyalovchi tekislik hisoblanadimi?

4. Agar frontal proyeksiyalovchi ABC tekisligining frontal proyeksiyasi absissa o'qiga parallel joylashgan bo'lsa, bu tekislik gorizontali tekislik hisoblanadimi?

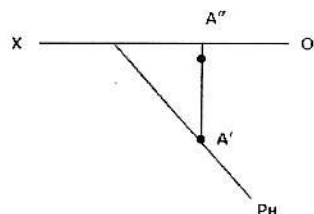
5. Quyidagi shaklda berilgan P tekisligining gorizontali izi OX o'qiga perpendikulyar holatda o'tadimi?



6. Quyidagi shaklda berilgan P tekisligining frontal izi OX o'qiga perpendikulyar holatda o'tadimi?



7. Quyidagi shaklda berilgan P tekisligining frontal izi OX o'qiga perpendikulyar holatda o'tadimi?



Qo'shimchalar qo'yiladigan testlar
(Quyidagi matnlardagi nuqtalarning o'rniga tegishli so'z yoki jumlani berilgan javob variantlari ichidan tanlab qo'yilsin)

1. ABC tekisligining haqiqiy kattaligini tekis - parallel harakatlantirish usuli yordamida aniqlashda, tekislikning.....yoki.....chiziqlaridan foydalaniladi.

- A. gorizont / eng katta og'ish
- B. frontal / profil proyeksiyalovchi
- C. gorizont / frontal
- D. gorizont / frontal proyeksiyalovchi

2. ABC yassi tekisligining haqiqiy kattaligini proyeksiya tekisliklariga parallel chiziq atrofida aylantirish yordamida aniqlashda, tekislikningyoki.....chiziqlaridan foydalaniladi.

- A. gorizont / eng katta og'ish
- B. frontal / frontal proyeksiyalovchi
- C. gorizont / profil proyeksiyalovchi
- D. gorizont / frontal

3. Agar AB kesmasi umumiy vaziyatdagi tekislikning frontal izida yotsa, uning gorizont proyeksiyasi..... joylashadi.

- A. Eng katta og'ish chizig'ida
- B. gorizont izida
- C. abssissa o'qida

D. koordinata o'qida

4. Agar gorizont proyeksiyalovchi ABC yassi tekisligi abssissa o'qiga parallel bo'lsa, uning profil proyeksiyasi.....ko'rinishida tasvirlanadi va.....ga parallel o'tadi.

- A. kesma / applikata o'qi
- B. kesma / ordinata o'qi
- C. kesma / W tekisligi
- D. kesma / H tekisligi

5. Agar frontal proyeksiyalovchi ABC yassi tekisligi abssissa o'qiga parallel bo'lsa, uning profil proyeksiyasi.....ko'rinishida tasvirlanadi va..... o'qiga parallel o'tadi.

- A. kesma / W tekisligi
- B. kesma / V tekisligi
- C. kesma / applikata o'qi
- D. kesma / ordinata o'qi

6. Agar gorizont proyeksiyalovchi ABC yassi tekisligi abssissa o'qiga parallel o'tsa, uning profil proyeksiyasi.....ko'rinishida tasvirlanadi vaga perpendikulyar holatda joylashadi.

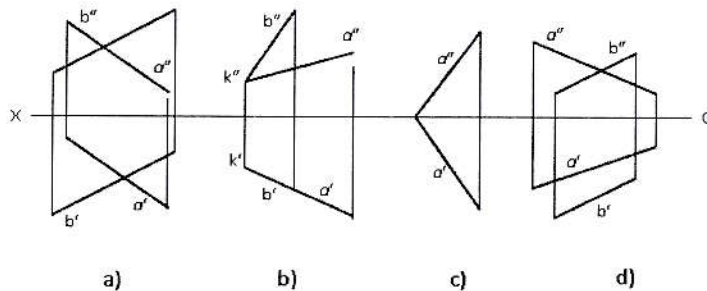
- A. kesma / W tekisligi
- B. kesma / V tekisligi
- C. kesma / ordinata o'qi
- D. kesma / applikata o'qi

Ajratib olishlikka oid testlar

(Savolga berilgan javoblardan birini tanlansin)

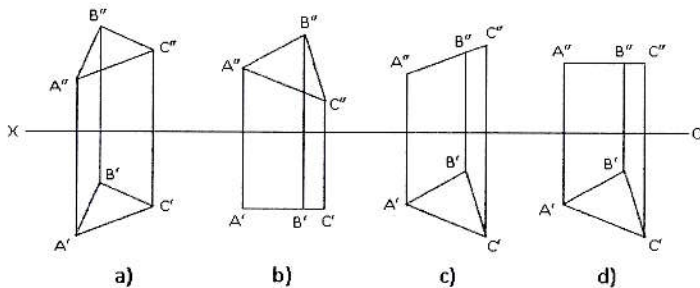
1. Quyidagi shakldagi qaysi chizmada xususiy holatdagi tekislik tasvirlangan?

- A. a - chizmada
- B. b - chizmada
- C. c - chizmada
- D. d - chizmada



2. Quyidagi shakldagi qaysi chizmalarda tekisliklar o'zlariining haqiqiy kattaligida tasvirlangan?

- A. a, b chizmalarda
- B. b, c chizmalarda
- C. a, d chizmalarda
- D. b, d chizmalarda



3. Bu turdagi tekislikning gorizontall izi bo'lmaydi, frontal izi esa abssissa o'qiga parallel holatda bo'ladi. Gap qaysi tekislik ustida bormoqda?

- A. W tekisligiga parallel tekislik
- B. V tekisligida yotuvchi tekislik
- C. Gorizontall tekislik
- D. Gorizontall proyeksiyalovchi tekislik

4. Bu turdagi tekislikning gorizontall izi bo'lmaydi, profil izi esa applikata o'qiga perpendikulyar holatda bo'ladi. Gap qaysi tekislik ustida bormoqda?

- A. Gorizontall tekislik

- B. V tekisligida yotuvchi tekislik
- C. W tekisligiga parallel tekislik
- D. Gorizontall proyeksiyalovchi tekislik

5. Bu turdagi tekislikning gorizontall izi bo'lmaydi, profil izi esa ordinata o'qiga parallel holatda bo'ladi. Gap qaysi tekislik ustida bormoqda?

- A. W tekisligiga perpendikulyar tekislik
- B. V tekisligida yotuvchi tekislik
- C. Gorizontall tekislik
- D. Gorizontall proyeksiyalovchi tekislik

6. Bu turdagi tekislikning gorizontall proyeksiyasi H tekisligiga perpendikulyar holatda bo'ladi, abssissa va ordinata o'qlari bilan o'tkir burchak hosil qiladi. Gap qaysi tekislik ustida bormoqda?

- A. W tekisligiga perpendikulyar tekislik
- B. V tekisligida yotuvchi tekislik
- C. Gorizontall tekislik
- D. Gorizontall proyeksiyalovchi tekislik

Nazorat savollari

1. Chizmada tekislik qanday beriladi?
2. Tekislikning izi nima?
3. Qanday tekislikka proyeksiyalovchi tekislik deyiladi?
4. Gorizontall va gorizontall proyeksiyalovchi hamda frontal va frontal proyeksiyalovchi tekisliklarning farqi nimada?
5. Qanday chiziqlar tekislikning bosh chiziqlari deyiladi?
6. Tekislikning eng katta og'ma chiziqlari yordamida qanday burchaklarni aniqlash mumkin?
7. Ikki tekislikning o'zaro kesishish chizig'ini yasashning umumiy algoritmi qanday?
8. To'g'ri chiziq bilan tekislikning kesishish nuqtasini yasashning umumiy algoritmi nimadan iborat?
9. Tekislikka parallel bo'lgan to'g'ri chiziq qanday ketma - ketlikda o'tkaziladi?
10. Tekis chizmada berilgan ikki tekislikning o'zaro

parallelligi qanday tekshiriladi?

11. Tekislikka perpendikulyar to'g'ri chiziqlarning proyeksiyalari qanday vaziyatda bo'ladi?

12. Qanday tekisliklar o'zaro perpendikulyar deyiladi?

13. To'g'ri chiziq bilan tekislik orasidagi burchak qanday tartibda aniqlanadi?

14. Ikki tekislik orasidagi burchak qanday tartibda aniqlanadi?

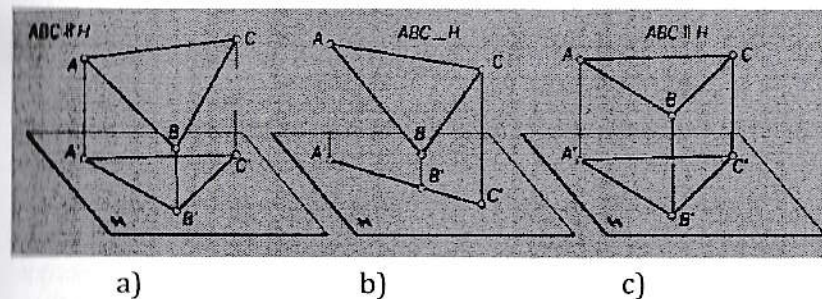
IV BOB. Ortogonal proyeksiyalarni qayta tuzish usullari

4.1-§. Umumiy ma'lumotlar

Geometrik shaklning berilgan ortogonal proyeksiyalari asosida yangi proyeksiyalarini yasash **ortogonal proyeksiyalarni qayta tuzish** deyiladi.

Geometrik shaklning proyeksiyalaridagi holatlari uning fazoda proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan joylashuviga bog'liq. Umumiy vaziyatdagi geometrik shakllarning proyeksiyalari proyeksiyalar tekisliklariga qisqarib proyeksiylanadi (4.1 a, b - shakllar).

Agar geometrik shaklning proyeksiyasi originaliga teng bo'lib proyeksiyalansa, bu shaklga oid metrik xarakteristikalarini, masalan, $\triangle ABC$ tomonlarining haqiqiy o'lchamlari, uchlaridagi burchaklarning qiymatlari va boshqa xarakteristikalarini aniqlash mumkin (4.1 c - shakl).



4.1 - shakl

Demak, shunday xulosaga kelish mumkinki, agar geometrik shakl proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan fazoda xususiy vaziyatda berilsa yoki umumiy vaziyatda berilgan geometrik shakl xususiy vaziyatga keltirilsa, bu bilan metrik va pozitsion masalalarni yechish mumkin bo'ladi. Shuning uchun ayrim hollarda umumiy vaziyatda berilgan geometrik shakllarning berilgan ikki proyeksiyasi asosida maqsadga muvofiq ravishda yangi xususiy vaziyatga keltirilgan proyeksiyalari tuziladi.

Umumiy vaziyatda berilgan geometrik shakllarni xususiy

vaziyatga keltirish quyidagi usullardan birida bajariladi.

1. Geometrik shaklning fazoviy vaziyati o'zgartirilmasdan proyeksiyalar tekisliklari tizimini unga nisbatan xususiy vaziyatga keltguncha yangi proyeksiyalar tekisliklari bilan almashtirishga **proyeksiyalar tekisliklarini almashtirish** usuli deyiladi.

2. Umumiy vaziyatda berilgan geometrik shaklni fazoda harakatlantirib, proyeksiyalar tekisligiga nisbatan xususiy vaziyatga keltirishga **tekis - parallel harakatlantirish** usuli deyiladi.

3. **Aylantirish usuli.** Bu usulda proyeksiyalar tekisliklari o'z holatlarini o'zgartirmaydi. Proyeksiyalanuvchi shakl ularga qulay holga keltguncha biror tanlangan o'q atrofida aylantiriladi.

Quyida bu usullarni alohida ko'rib chiqamiz.

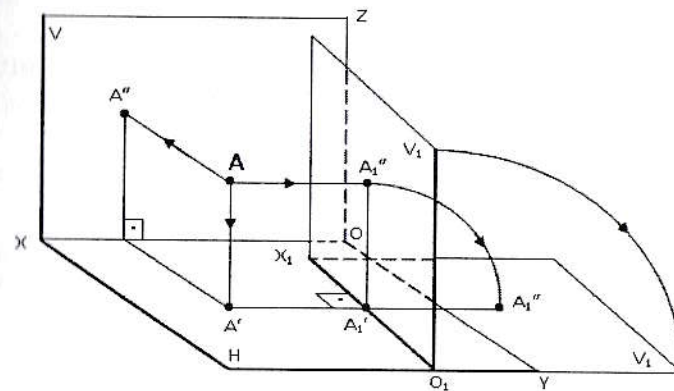
4.2-§. Proyeksiyalar tekisliklarini almashtirish usuli

Proyeksiyalar tekisliklarini almashtirish usulida berilgan geometrik shakllar qo'zg'almas holda bo'lib, unda faqat proyeksiyalar tekisliklarini yangilari bilan almashtiriladi.

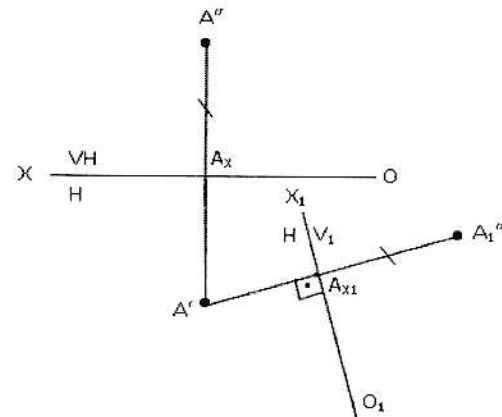
4.2 - shakldagi fazoviy modelda, A nuqtasining yangi - V_1 almashtiriladigan tekislikdagi A_1'' o'rnini aniqlash ko'rsatilgan.

Buning uchun yangi V_1 proyeksiyalar tekisligi H tekisligiga perpendikulyar holda olinadi, yangi O_1X_1 o'qiga A' nuqtasidan chiquvchi nur perpendikulyar olingan va A nuqtasining yangi - A_1'' nuqtasining proyeksiyasi topilgan. V_1 yangi proyeksiya tekisligi esa, O_1X_1 o'qi atrofida aylantirilib, H tekisligi bilan jipslashtirilgan.

4.3 - shakldagi epyurada esa, A nuqtasining yangi - A_1'' proyeksiyasini yasash ko'rsatilgan. Yangi proyeksiyalash sistemasi - H / V_1 tekisliklar tizimidagi O_1X_1 o'qiga H tekisligidagi A_1 nuqtasidan chiquvchi A_1A_{X1} nur perpendikulyar holda olingan. Yangi A_1'' nuqtaning o'rnini esa $A_XA'' = A_{X1}A_1''$ bo'yicha olingan.



4.2 - shakl



4.3 - shakl

4.2.1. Bitta proyeksiya tekisligini almashtirish

Masala

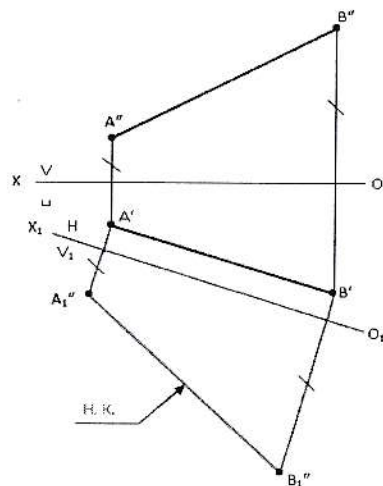
Umumiy vaziyatda berilgan AB ($A'B'$, $A''B''$) kesmasining haqiqiy uzunligi aniqlansin (4.4 - shakl).

Masalaning yechimi

Masalaning yechish kesmaning proyeksiyalaridan birini xususiy holatga - gorizontal yoki frontal kesma holatiga keltirishga asoslanadi.

Epyurada, AB kesmasining haqiqiy uzunligini aniqlashda, V tekisligini yangi V_1 tekisligi bilan almashtirilgan.

Yangi V_1 tekisligining H tekisligi bilan kesishgan chizig'i - O_1X_1 o'qi ixtiyoriy masofada H tekisligidagi $A'B'$ kesmasiga parallel ravishda o'tkaziladi. Yangi A_1'' va B_1'' nuqtalarning o'rni mos ravishda OX o'qidan V tekisligidagi A'' va B'' nuqtalargacha bo'lgan masofalardan olinadi va o'zaro tutashtirilib AB kesmaning haqiqiy uzunligi yasaladi. Demak, yechilgan masalada berilgan kesma gorizontol kesma holatiga keltirilgan.



4.4 - shakl

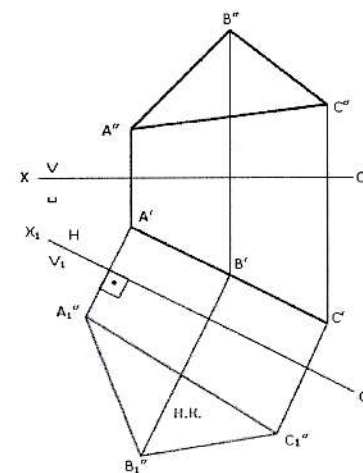
Masala

Proyeksiyalovchi vaziyatdagi ABC ($A'B'C'$, $A''B''C''$) uchburchakli tekislikning haqiqiy kattaligi aniqlansin (4.5 - shakl).

Masalaning yechimi

Buning uchun epyurada yangi H / V_1 tekisliklar tizimidagi O_1X_1 o'qi, H tekisligidagi tekislikning proyeksiyalovchi holatiga - $A'C'$ kesmasiga parallel holda o'tkaziladi, ya'ni $O_1X_1 \parallel A'C'$ bo'ladi. Yangi, H / V_1 tekisliklar tizimidagi A_1'' , B_1'' , C_1'' nuqtalar o'rni OX o'qidan V tekisligidagi A'' , B'' , C'' nuqtalarigacha bo'lgan masofalardan olinadi va O_1X_1 dan boshlab o'lchab qo'yiladi,

hamda o'zaro tutashtirilib $\Delta A_1''B_1''C_1''$ tekisligi hosil qilinadi. Shu tekislik berilgan tekislikning haqiqiy kattaligini ifodalaydi.



4.5 - shakl

Masala

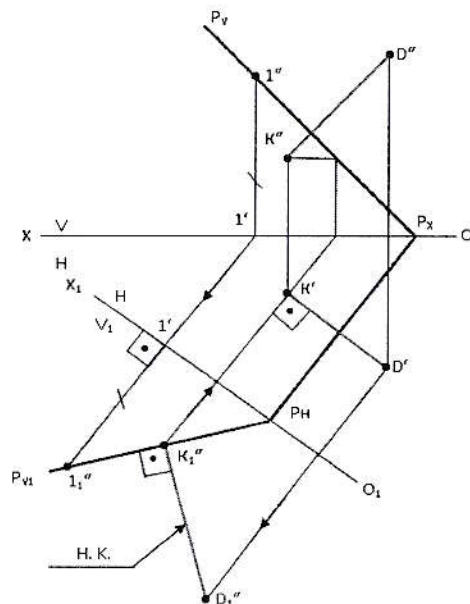
D (D' , D'') nuqtadan umumiy vaziyatda berilgan P (P_H , P_V) tekislikkacha masofaning haqiqiy uzunligi topilsin (4.6 - shakl).

Masalaning yechimi

Masalani yechish, nuqtadan to'g'ri chiziqa perpendikulyar o'tkazishga asoslanadi.

Epyurada, berilgan umumiy vaziyatdagi tekislik xususiy vaziyatga keltiriladi, buning uchun P_V izida ixtiyoriy $1''$ nuqtasi olinadi va u bo'yicha P_V izining yangi - P_{V1} holati aniqlanadi. Hosil bo'lgan yangi - P (P_H , P_{V1}) tekislik esa xususiy vaziyat ko'rinishini oladi va u gorizontol proyeksiyalovchi tekislik sifatida qabul qilinadi, bunda P_{V1} yangi tekislikning ishchi izi deb hisoblanadi. Yangi O_1X_1 absissa o'qi esa bog'lanish chiziqlariga perpendikulyar holda olinadi. D (D' , D'') nuqtasining yangi V_1 tekisligidagi D_1'' o'rni OX o'qidan D'' nuqtasigacha bo'lgan masofadan olinadi. D_1'' nuqtasidan P_{V1} tekisligiga o'tkazilgan perpendikulyarning uzunligi - $D_1''K_1''$ masofasi D (D' , D'') nuqtadan umumiy vaziyatda izlari bilan berilgan P (P_H , P_V)

tekislikkacha masofaning haqiqiy uzunligini ifodalaydi.



4.6-shakl.

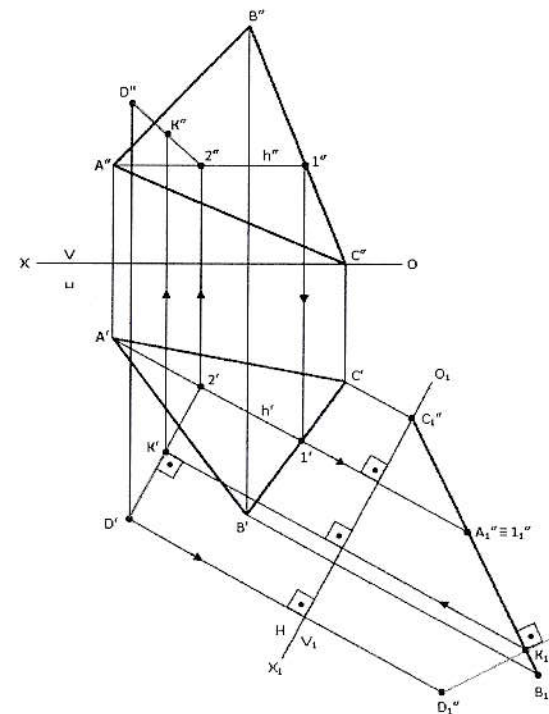
Masala

$D (D', D'')$ nuqtadan $ABC (A'B'C', A''B''C'')$ tekisligigacha masofaning haqiqiy uzunligi topilsin (4.7 - shakl).

Masalaning yechimi

Masalani yechish nuqtadan to'g'ri chiziqqa perpendikulyar tushirishga (asoslanadi) keltiriladi.

Berilgan $ABC (A'B'C', A''B''C'')$ tekisligi yangi H / V_1 tizimida tekislikka proyeksiyalovchi vaziyatga h' gorizontali orqali keltiriladi, ya'ni $B_1''A_1''C_1''$ ga keltiriladi, bunda tekislik kesma sifatida proyeksiyalanadi.



4.7 - shakl

Yangi A_1'', B_1'', C_1'' nuqtalarining o'rni OX o'qidan V tekisligidagi A'', B'', C'' nuqtalarigacha bo'lgan masofalardan olinadi.

D_1'' nuqtasining o'rni ham xuddi shu kabi aniqlanadi. H / V_1 tizimida D_1'' nuqtasidan $B_1''C_1''$ ga perpendikulyar tushirib, K_1'' nuqtasi topiladi. Hosil bo'lgan $D_1''K_1''$ kesmasi $D (D', D'')$ nuqtadan berilgan $\triangle ABC (\triangle A'B'C', \triangle A''B''C'')$ tekislikkacha masofaning haqiqiy uzunligini ifodalaydi.

Masala

$\triangle ABC$ va $\triangle DEK$ tekisliklarining o'zaro kesishuv chizig'ining proyeksiyalari yasalsin va ularning ko'rinishligi aniqlansin (4.8 - shakl).

Masalaning yechimi

Masalani yechish tekislik bilan to'g'ri chiziqning kesishish holatiga keltiriladi.

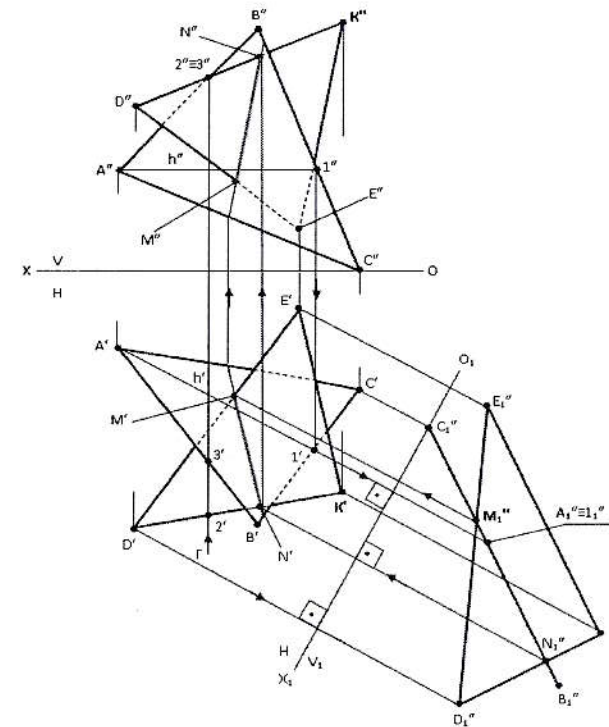
Epyurada yangi H / V_1 tekisliklar tizimida ΔABC ($\Delta A'B'C'$, $\Delta A''B''C''$) tekisligi o'zining H / V tizimidagi gorizontali - h (h' , h'') orqali xususiy holga - to'g'ri chiziqqa - $B_1''C_1''$ holatiga keltirilgan. ΔDEK ($\Delta D'E'K'$, $\Delta D''E''K''$) tekisligi esa yangi proyeksiya ko'rinishiga - $\Delta D_1''E_1''K_1''$ ga keltiriladi. Yangi N / V_1 tekisliklar tizimidagi barcha nuqtalarning o'rni OX o'qidan V tekisligidagi applikatorlari bo'yicha olinadi va O_1X_1 dan boshlab proyeksion bog'lanish chiziqlari vositasida belgilanadi va tutashtiriladi. Yangi H / V_1 tekisliklar tizimidagi aniqlangan kesishuv chizig'i - $M_1''N_1''$ ning H / V tizimidagi o'rni ham proyeksion bog'lanish chiziqlari vositasida aniqlanadi.

Tekisliklarning ko'rinishliklarini aniqlash uchun o'zaro konkurent (raqobatdosh) nuqtalardan foydalanamiz.

Misolsifatida AB ($A'B'$, $A''B''$) va DK ($D'K'$, $D''K''$) tomonlarining bir - biriga nisbatan joylashuvini 23 ($2'3'$; $2''3''$) raqobatdosh nuqtalar orqali aniqlangan. H tekisligidagi G ko'rsatkichi bo'yicha qaralganda, $D'K'$ dagi 2' nuqtasi kuzatuvchiga yaqin joylashgani uchun V tekisligidagi $D''K''$ tomon $A''B''$ ustidan o'tib, N'' nuqtasigacha ko'rinadi, so'ngra tekislikning ichidan o'tib, $B''C''$ tomongacha ko'rinmaydi, $B''C''$ tomondan K'' nuqtasigacha oraliqda esa ko'rinadi.

Xuddi shuningdek, tekisliklar bo'yicha o'zaro raqobatdosh nuqtalari tanlanib, ular bo'yicha qolgan ko'rinishliklarni aniqlash mumkin bo'ladi.

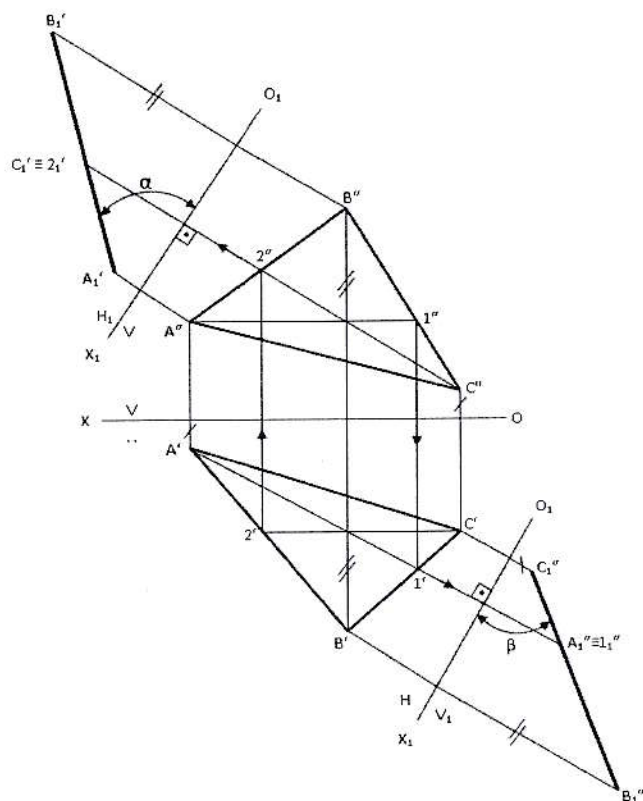
Quyidagi 4.9 - shaklda, umumiy vaziyatda berilgan ABC tekisligining H va V tekisliklariga nisbatan tashkil qilgan α° va β° burchaklarini topish masalasi ham bitta proyeksiya tekisligini almashtirish usuli bilan yechilgan.



4.8 - shakl

Buning uchun O_1X_1 yangi koordinata tizimida umumiy vaziyatda berilgan ABC tekisligi H va V tekisliklariga nisbatan proyeksiyalovchi vaziyatga keltirilgan. Bunday vaziyatlarda ABC tekisligi to'g'ri chiziq kesmasi kabi proyeksiyalanadi va uning yangi O_1X_1 koordinata tizimi bilan tashkil qilgan α° va β° burchaklari izlangan burchaklar hisoblanadi.

O_1X_1 o'qi bunday hollarda umumiy vaziyatda berilgan ABC tekisligining gorizontali yoki frontaliga perpendikulyar holatda olinadi.



4.9 - shakl

Ba'zi murakkab masalalarni yechishda proyeksiya tekisliklarini ikki va undan ortiq marta almashtirishga to'g'ri keladi, bunda berilgan H va V proyeksiyalar tekisliklarini yangi V_1 va H_1 proyeksiyalar tekisliklariga navbatma - navbat almashtiriladi.

4.2.2. Ikkita proyeksiya tekisligini almashtirish

Ba'zi murakkab masalalarni yechishda proeksiya tekisliklarini 2 va undan ortiq marta almashtirishga to'g'ri keladi, bunda berilgan H va V proyeksiyalar tekisliklarini yangi proyeksiyalar tekisliklariga navbatma - navbat almashtiriladi.

Masala

Umumiy vaziyatda berilgan $\triangle ABC$ tekisligining haqiqiy kattaligi aniqlansin (4.10 - shakl).

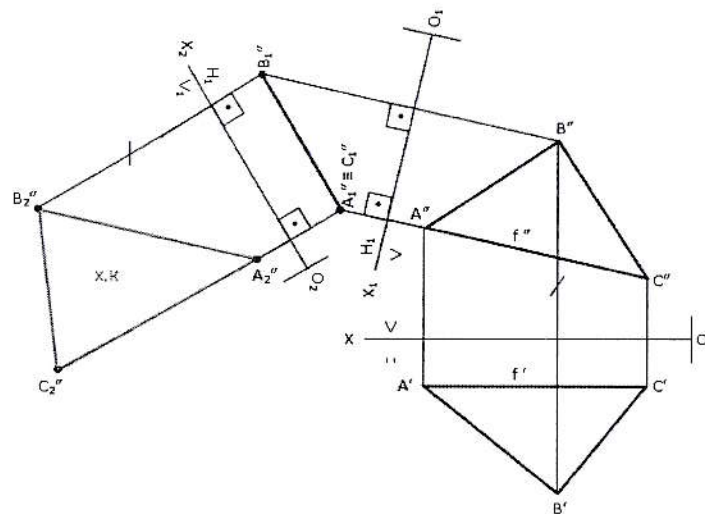
Masalaning yechimi

Masalani yechish berilgan tekislikni yangi H_1 yoki V_1 tekisligiga parallel vaziyatga keltirishga asoslanadi.

Bu masalada berilgan $\triangle ABC$ ($\triangle A'B'C'$, $\triangle A''B''C''$) tekisligi yangi V_1 tekisligiga parallel vaziyatga keltirilgan.

Buning uchun epyurda berilgan $\triangle ABC$ ($\triangle A'B'C'$, $\triangle A''B''C''$) tekislikning frontali - f'' ning funksiyasini bajaruvchi tomon - $A''B''$ ni yangi O_1X_1 o'qiga perpendikulyar vaziyatda o'tkazamiz va V tekisligidagi $\triangle A''B''C''$ ning yangi - H_1 tekisligidagi proyeksiyasini proyeksiyalovchi holatga - to'g'ri chiziq kesmasi holatiga, ya'ni ($A_1'' \equiv S_1''$) B_1'' ga keltiramiz. A_1'' , C_1'' , B_1'' nuqtalarining yangi H_1 tekisligidagi o'rni H tekisligidagi A' , B' , C' nuqtalarning OX o'qigacha bo'lgan masofadan olinadi va O_1X_1 o'qidan boshlab o'lchab qo'yiladi. Bu yerda A_1'' , C_1'' nuqtalari raqobatdosh nuqtalar sifatida tasvirlanadi, ya'ni $A_1'' \equiv C_1''$.

Yangi O_2X_2 o'qini ($A_1'' \equiv C_1''$) B_1'' kesmaga parallel holatda o'tkazamiz va yangi V_1 tekisligida kesma holatidagi $\triangle (A_1'' \equiv C_1'')$ B_1'' tekisligining yangi $\triangle A_2''B_2''C_2''$ proyeksiyasini hosil qilamiz. A_2'' , B_2'' , C_2'' nuqtalarining yangi V_1 proyeksiya tekisligidagi o'rni V tekisligidagi A'' , B'' , C'' nuqtalarning O_1X_1 o'qigacha bo'lgan masofadan olinadi va O_2X_2 o'qidan boshlab proyeksion bog'lovchi chiziqlar bo'yicha o'lchab qo'yiladi. Hosil bo'lgan $\triangle A_2''B_2''C_2''$ tekisligi berilgan $\triangle ABC$ ($\triangle A'B'C'$, $\triangle A''B''C''$) tekisligining haqiqiy kattaligini ifodalaydi.



4.10 - shakl

Masala

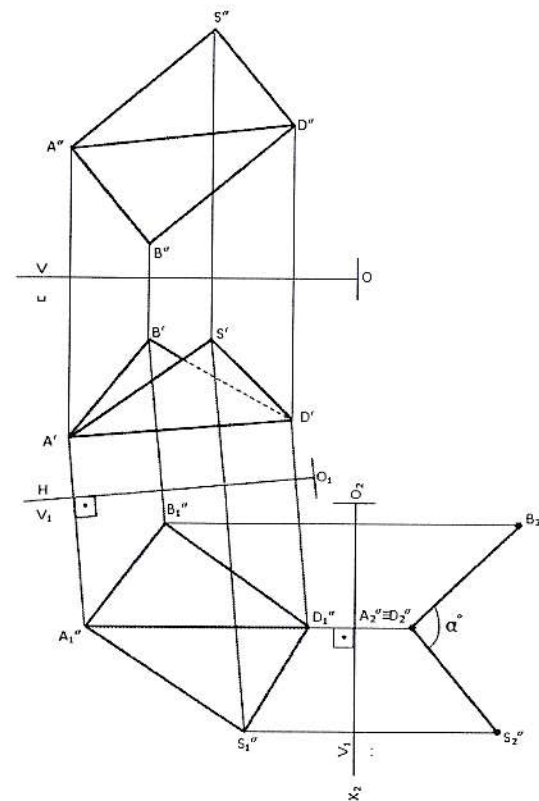
AD tomoni umumiy bo'lgan, $\triangle ABD$ va $\triangle ASD$ tekisliklari orasidagi ikki yoqli burchakning haqiqiy kattaligi aniqlansin (4.11-shakl).

Masalaning yechimi

Masalaning yechimi kesishuvchi ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchakni aniqlashga keltiriladi.

Buning uchun epyurda yangi tekisliklar sistemasini navbatma - navbat 2 marta almashtiriladi va natijada AD ($A'D'$, $A''D''$) umumiy tomoni proyeksiyalovchi vaziyatga - konkurent nuqtalar $A_2'' \equiv D_2''$ holatiga keltiriladi, $\triangle ABD$ ($\triangle A'B'D'$, $\triangle A''B''D''$) va $\triangle ASD$ ($\triangle A'S'D'$, $\triangle A''S''D''$) tekisliklari esa, $A_2'' \equiv D_2''$ - konkurent nuqtalarida kesishuvchi to'g'ri chiziq holatlariga keltiriladi.

Gorizontaal proyeksiyalar tekisligi - H tekisligida yangi O_1X_1 o'qi $A'D'$ tomondan ixtiyoriy masofada va unga parallel vaziyatda olinadi ($O_1X_1 \parallel A'D'$). Yangi V_1 tekisligidagi A_1'' , B_1'' , D_1'' , S_1'' nuqtalarining o'rni esa V tekisligidagi A'' , B'' , D'' , S'' nuqtalarining OX o'qqacha bo'lgan masofalardan olinadi va O_1X_1 o'qidan boshlab o'lchab qo'yiladi.



4.11-shakl

Yangi O_2X_2 o'qi esa $A_1''D_1''$ tomonga perpendikulyar vaziyatda olinadi. Yangi H_1 dagi A_2'' , B_2'' , D_2'' , S_2'' nuqtalarining o'rni esa H tekisligidagi A' , B' , D' , S' nuqtalarining O_1X_1 o'qqacha bo'lgan masofalardan olinadi va O_2X_2 o'qidan boshlab o'lchab qo'yiladi.

Barcha proyeksiyalardagi proyeksion bog'lanish chiziqlari abssissa o'qlari - OX , O_1X_1 , O_2X_2 larga perpendikulyar vaziyatda o'tkaziladi.

H_1 tekisligidagi yasalgan $\angle B_2''(A_2'' \equiv D_2'')S_2'' = \alpha^\circ$ burchagi ikki yoqli burchakning haqiqiy kattaligini ifodalaydi.

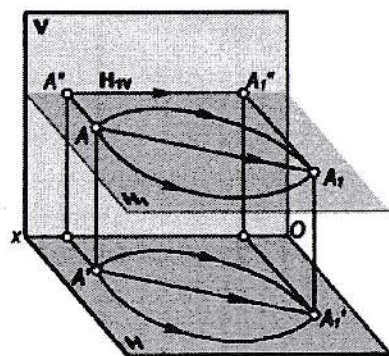
Yuqoridagi masalani V frontal proyeksiyalar tekisligidan boshlab ham yechish mumkin.

4.3-§. Tekis - parallel harakatlantirish usuli

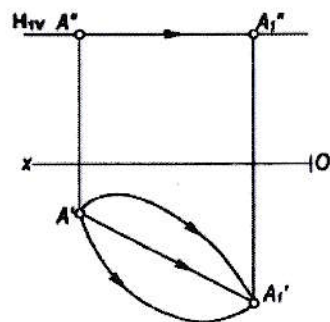
Bu usulda geometrik obyektlarning haqiqiy kattaligini aniqlashda, ular tekis - parallel harakatlantirish usuli orqali proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan xususiy vaziyatga (parallel yoki perpendikulyar vaziyatga) keltiriladi. Buning uchun ularning maxsus chiziqlaridan (gorizontali, frontali, profilidan) foydalaniladi.

4.12 a, b - shakllarda A nuqta H_1 gorizontal tekislikda harakatlantirilib A_1 vaziyatga keltirilgan. Bunda A nuqta A_1 vaziyatga qanday trayektoriya (to'g'ri yoki egri chiziqlar) bo'ylab harakatlantirilishidan qat'iy nazar, uning A'' frontal proyeksiyasi (A_1'' vaziyatga) tekislikning H_{1V} izi bo'yicha harakatlanadi.

Shuningdek 4.13 - a va b shakllaridagi B nuqta V_1 frontal tekislikda B_1 vaziyatga har qanday trayektoriya bo'yicha harakatlantirilmasin, uning B' proyeksiyasi V_{1H} izi bo'yicha harakatlanib, B_1' vaziyatni egallaydi.

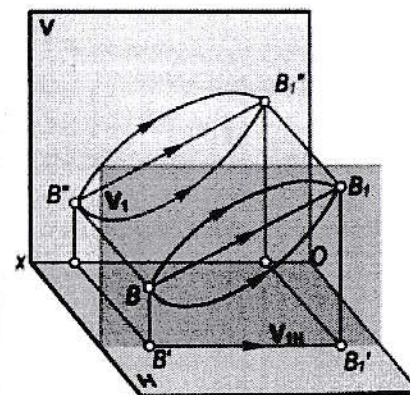


a)

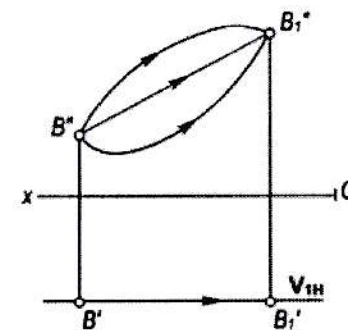


b)

4.12 - shakl



a)



b)

4.13 - shakl

Masala

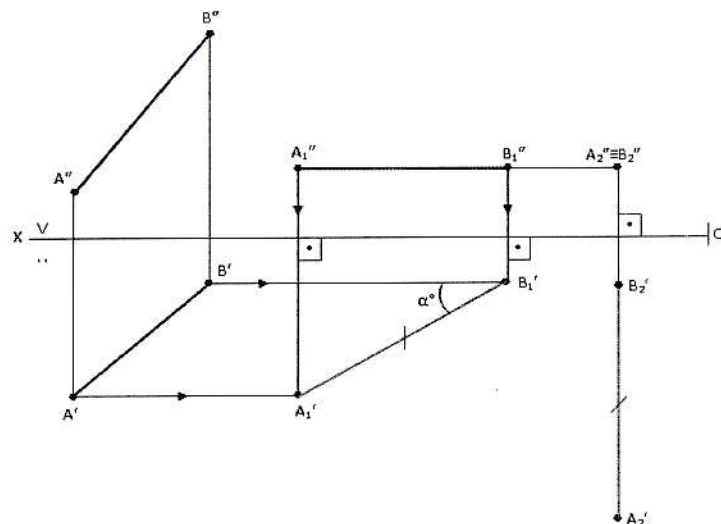
Umumiy vaziyatda berilgan AB ($A'B'$, $A''B''$) to'g'ri chiziq kesmasi frontal proyeksiyalovchi vaziyatga keltirilsin (4.14 - shakl).

Masalaning yechimi

Masalani quyidagi tartibda yechamiz:

1. V tekisligida $A_1''B_1'' \parallel OX$ deb olamiz va uning H tekisligidagi $A_1'B_1'$ proyeksiyasini yasaymiz, bu kesma berilgan AB ($A'B'$, $A''B''$) to'g'ri chiziq kesmasining haqiqiy uzunligini ifodalaydi.

2. H tekisligida $A_2'B_2' \perp OX$ deb olamiz, V tekisligida esa $A_1''B_1''$ to'g'ri chiziq kesmasi frontal proyeksiyalovchi vaziyatida - konkurent nuqta ($A_2'' \equiv B_2''$) sifatida tasvirlanadi, α° burchagi esa berilgan tekislikning V tekisligi bilan tashkil qilgan burchagidir.



4.14 - shakl

Masala

Umumiy vaziyatda berilgan $\triangle ABC$ ($\triangle A'B'C'$, $\triangle A''B''C''$) tekisligining haqiqiy kattaligi aniqlansin (4.15 - shakl).

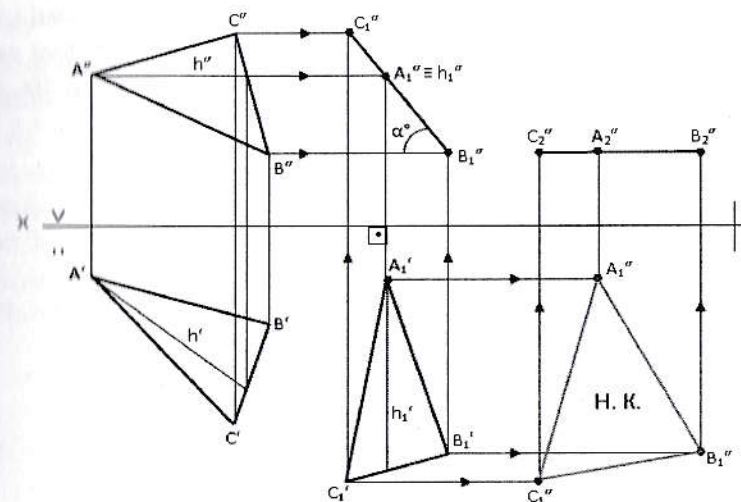
Masalaning yechimi

Masala quyidagi tartibda yechiladi:

1. Berilgan tekislikning $h(h', h'')$ gorizontali proyeksiyalarini o'tkazamiz.

2. H tekisligida $h'' \perp OX$ ni o'tkazamiz va $\triangle A''B''C''$ ni V tekisligiga proyeksiyalovchi vaziyatga keltiramiz, ya'ni $\triangle A''B''C'' \perp V$ bo'ladi, bunda $\triangle A''B''C''$ tekisligi $B_2''C_2''$ kesma holatiga keladi.

3. V tekisligida yangi $C_2''A_2''B_2''$ ni OX o'qiga parallel vaziyatda olamiz va H tekisligida berilgan tekislikning haqiqiy kattaligi proyeksiyasini - $\triangle C_1''A_1''B_1''$ ni yasaymiz, α° burchagi esa, berilgan tekislikning H tekislik bilan tashkil qilgan burchagidir.



4.15 - shakl

4.4-§. Aylantirish usuli

Aylantirish usulida proyeksiya tekisliklari o'zgarmas holatda bo'ladi, berilgan geometrik obyektlar esa H , V , W tekisliklariga xususiy vaziyatga (parallel yoki perpendikulyar vaziyatga) kelguncha tanlangan o'q atrofida aylantiriladi.

Aylantirish usulini shartli ravishda 3ta qismga bo'lish mumkin:

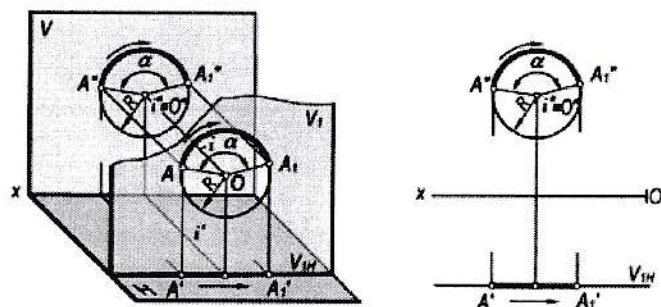
1. Proyeksiya tekisliklariga perpendikulyar o'q atrofida aylantirish.
2. Proyeksiya tekisliklariga parallel o'q atrofida aylantirish (tekislikning gorizontali yoki frontali atrofida aylantirish).
3. Tekislikning tanlangan izi atrofida aylantirish (jipslashtirish usuli).

4.4.1. H va V proyeksiya tekisliklariga nisbatan perpendikulyar

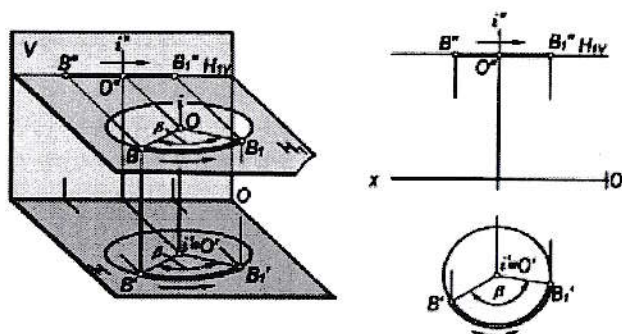
holatdagi o'q atrofida aylantirish

Proyeksiya tekisliklariga perpendikulyar o'q atrofida aylantirishning fazoviy modeli va MONJ chizmasi quyidagi

4.16 va 4.17 - shakllarda ko'rsatilgan. Ularda mos ravishda, A nuqtasi V tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida, B nuqtasi esa H tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylantirilgan va A_1 hamda B_1 holatlarga keltirilgan.



4.16- shakl



4.17 - shakl

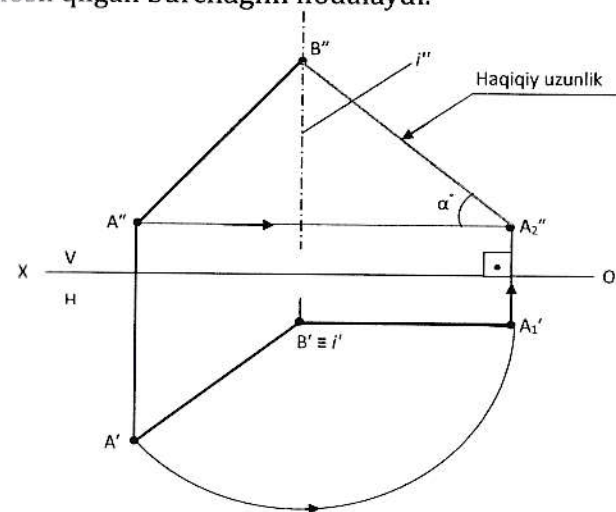
Masala

Umumiy vaziyatda berilgan AB ($A'B'$, $A''B''$) to'g'ri chiziq kesmasini V tekisligiga parallel holatga keltirilsin (4.18 - shakl).

Masalaning yechimi

Masalani yechish uchun i' aylanish o'qini B' nuqtadan H tekisligiga perpendikulyar vaziyatda olamiz, ya'ni bu aylanish o'qi ham nuqta ko'rinishida tasvirlanadi ($B' \equiv i'$), $A'B'$ kesmasini i' o'qi atrofida OX o'qiga parallel holatga kelguncha aylantiramiz. V tekisligida esa, aylanish o'qining i'' proyeksiyasi, B'' nuqtadan

o'tuvchi chiziq sifatida tasvirlanadi. A'' nuqtadan OX o'qiga parallel vaziyatda nur o'tkazib, uni H tekisligidagi A_1' nuqtasidan chiquvchi proyeksiyon bog'lanish chizig'i bilan kesishtirib, yangi A_2'' nuqtasini hosil qilamiz va bu nuqtani B'' nuqtasi bilan tutashtirib, berilgan AB ($A'B'$, $A''B''$) to'g'ri chiziq kesmasining haqiqiy uzunligi yasaymiz ($A_2''B''$ - haqiqiy uzunlik), shu yangi kesmaning o'zi V tekisligiga parallel vaziyatda joylashgan deb qabul qilinadi, α° burchagi esa berilgan kesmaning H tekisligi bilan hosil qilgan burchagini ifodalaydi.

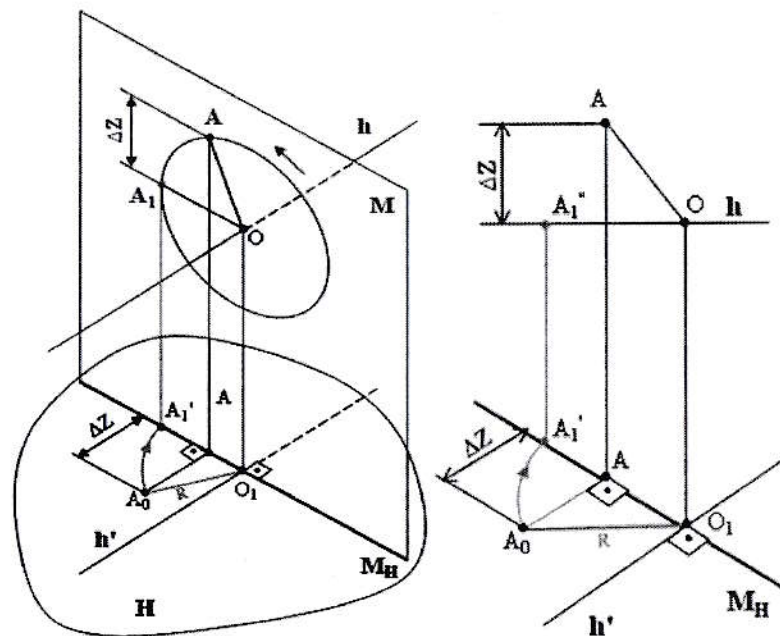


4.18 - shakl

4.4.2. Proyeksiya tekisliklariga parallel o'q atrofida aylantirish

(tekislikning gorizontali yoki frontali atrofida aylantirish)

Quyidagi 4.19 - shaklda, A nuqtasining yangi A_1 holatini h gorizantal chiziq atrofida aylantirib topishning fazoviy modeldagi va MONJ chizmasidagi tasvirlari keltirilgan.



4.19 - shakl

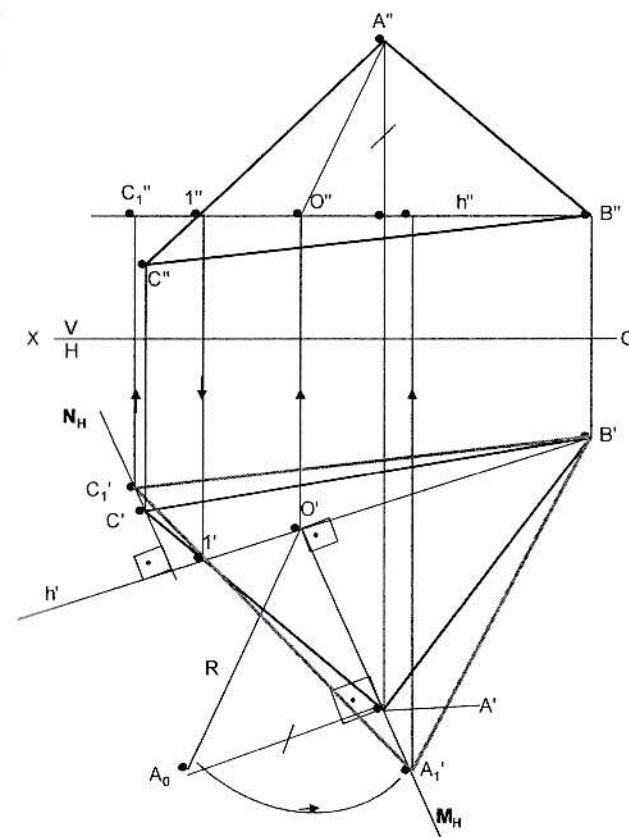
Masala

Umumiy vaziyatda berilgan $\triangle ABC$ ($\triangle A'B'C'$, $\triangle A''B''C''$) tekisligini H tekisligiga parallel holatga keltirilsin (4.20 - shakl).

Masalaning yechimi

Masalani epyurda quyidagi tartibda yechish mumkin (barcha asosiy geometrik yasashlar H tekisligida bajariladi):

1. Berilgan tekislikning gorizontali - h (h' , h'') ni o'tkazamiz (berilgan tekislik shu gorizantal atrofida aylantiriladi), h' aylanish o'qi hisoblanadi,
2. A' nuqtadan M_H aylanish tekisligini h' ga perpendikulyar vaziyatda o'tkazamiz,
3. M_H ning h' bilan kesishuv nuqtasi - O (O' , O'') ning proyeksiyalarini o'tkazamiz, O' nuqtasi aylanish radiusining markazi hisoblanadi.



4.20 - shakl

OA' ning haqiqiy uzunligi - OA_0 ni to'g'ri burchakli uchburchak usuli - $\triangle OA'A_0$ bilan aniqlaymiz va OA_0 ni aylanish R radiusi sifatida qabul qilamiz, O' nuqtasi esa aylanish radiusining markazi hisoblanadi, $OA_0 = R$ ni O' markazi atrofida M_H aylanish tekisligi bilan kesishguncha aylantiramiz va kesishish nuqtasini - A_1' ni topamiz, A_1' nuqtasidan nur chiqarib $1'$ nuqtasi orqali o'tkazamiz va shu nurni N_H aylanish tekisligi bilan kesishtirib, C' nuqtasining yangi C_1' nuqtasini hosil qilamiz, bu yerda N_H tekisligi C' nuqtasining aylanish tekisligi

hisoblanadi. Yangi topilgan C'_1 va A'_1 nuqtalarni B' qo'zg'almas nuqta bilan tutashtirib, yangi $\Delta A'_1 C'_1 B'$ tekislikni - H tekisligiga parallel tekislikni yasaymiz. Bu yangi tekislikning V tekisligidagi proyeksiyasi h'' gorizontali bo'ladi.

Masala

Umumiy vaziyatda berilgan ABC ($A'B'C'$; $A''B''C''$) burchagining haqiqiy kattaligi aniqlansin (4.21 - shakl).

Masalaning yechimi

Masalani quyidagi tartibda yechiladi:

1. Berilgan burchak orqali uning f (f' ; f'') frontalini o'tkazamiz;

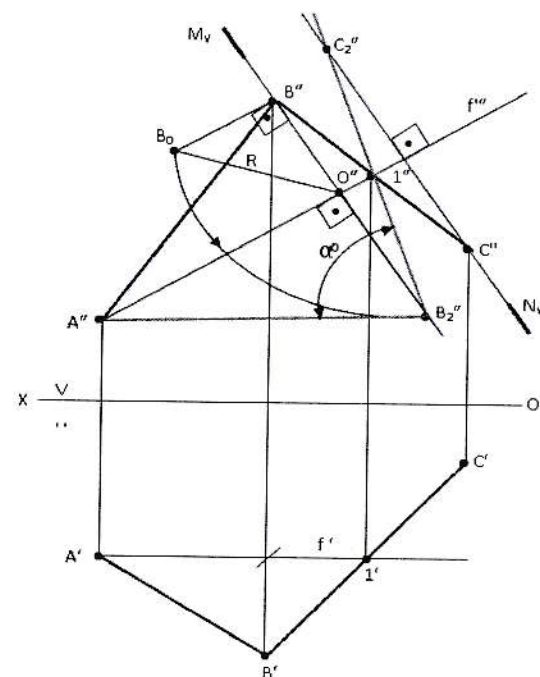
2. B'' nuqtasining aylanish O'' markazini topamiz, buning uchun B'' nuqtasidan f'' frontaliga perpendikulyar M_V tekislikni, ya'ni B'' nuqtasining aylanish tekisligini o'tkazamiz, demak $M_V \perp f''$ bo'ladi;

3. B'' nuqtasining R aylanish radiusini to'g'ri burchakli uchburchak - $\Delta O''B''B_0$ ni yasash usuli orqali aniqlaymiz;

4. R aylanish radiusini O'' aylanish markazi atrofida aylantirib, B'' nuqtasining M_V aylanish tekisligi bilan kesishtirib, B'' nuqtasining yangi B_2'' nuqtasini hosil qilamiz;

5. B_2'' nuqtasini $1''$ nuqtasi bilan tutashtiramiz va chiziqni davom ettiramiz, hamda C'' nuqtasining aylanish tekisligi hisoblangan N_V tekisligi bilan kesishtiramiz, C_2'' kesishish nuqtasi C'' nuqtasining yangi o'rni bo'ladi.

Natijada hosil bo'lgan yangi α° burchagi yoki $A \gg B_2 \gg C_2$ burchagi, berilgan ABC ($A'B'C'$; $A \gg B \gg C$) burchagining haqiqiy kattaligini ifodalaydi.



4.21 - shakl

4.4.3. Tekislikning izi atrofida aylantirish

Bu usulda, geometrik obyekt (nuqta, kesma, tekislik) berilgan P (P_H , P_V) tekisligining tanlangan P_H yoki P_V izining atrofida aylantiriladi.

Agar epyurda, geometrik obyekt tekislikning P_H gorizantal izi atrofida aylantirilsa, P_V izdagi joylashgan geometrik obyektning haqiqiy miqdori H gorizantal proyeksiyalar tekisligida tasvirlanadi, ya'ni H tekisligiga jipslashtiriladi.

Agar epyurda, geometrik obyekt tekislikning P_V frontal izi atrofida aylantirilsa, P_H izdagi joylashgan geometrik obyektning haqiqiy miqdori V frontal tekisligida tasvirlanadi, ya'ni V tekisligiga jipslashtiriladi.

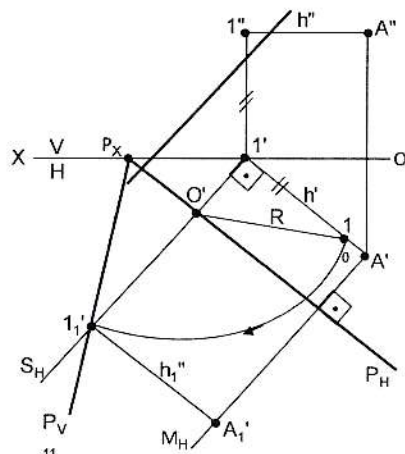
Misol sifatida A (A' , A'') nuqtasini P_H izi atrofida aylantirib,

yangi A_1' nuqtasining yasallishini ko'rib chiqamiz. Buni ikki usulda amalga oshirish mumkin.

1 - usul

Bu usulga asosan, epyurda $A (A', A'')$ nuqtasi orqali tekislikning $h (h', h'')$ gorizontali o'tkazamiz va uning P_V bilan uchrashuv nuqtasini - $1 (1', 1'')$ nuqtasini belgilaymiz (4.22 - shakl).

Demak, yangi A_1' nuqtasining izlanayotgan proyeksiyasi $1 (1', 1'')$ ning yangi $1_1'$ nuqtasidan o'tuvchi yangi gorizontali h_1' da yotadi, n_1' ning o'rni esa to'g'ri burchakli uchburchak usuli bilan aniqlanadi. S_H aylantirish tekisligi $1'$ nuqtasi uchun M_H aylantirish tekisligi A' nuqtasi uchun harakatlanish tekisliklari hisoblanadi. Bu tekisliklar P_H izga perpendikulyar holda o'tadi. Yangi $1_1'$ nuqtasidan tekislikning yangi P_{V1} izi o'tadi.



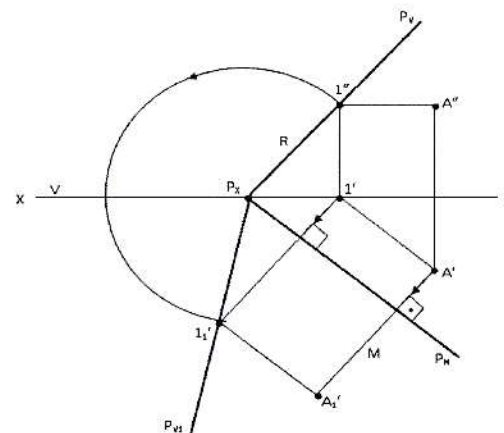
4.22 - shakl

2 - usul

Bu usulda, epyurda yangi $1_1'$ nuqtasi va yangi P_{V1} izining proyeksiyasini quyidagicha aniqlanadi (4.23 - shakl):

A_1' gorizontalinining frontal izidan - $1''$ nuqtadan P_X nuqttagacha masofani R aylantir radiusi deb qabul qilamiz va P_X

nuqtasini aylanish markazi sifatida olib, shakldagi ko'rsatgich bo'ylab n'' nuqtasi aylantiriladi, hamda H tekisligidagi $1'$ nuqtasidan P_H izga perpendikulyar holda o'tkazilgan chiziq bilan kesishtiriladi. Kesishish nuqtasi $1''$ nuqtasining P tekisligiga jipslashgan yangi - $1_1'$ nuqtasi bo'ladi. P_X bilan yangi - $1_1'$ nuqtasini tutashtirib, P_V izning P tekisligiga jipslashgan yangi - P_{V1} izining yo'nalishini hosil qilamiz. $A (A', A'')$ nuqtasining H tekisligiga jipslashgan yangi - A_1' nuqtasini esa H tekisligidagi A' nuqtasidan P_H izga perpendikulyar chiqarilgan M nuri bilan yangi - $1_1'$ nuqtasidan P_H izga parallel o'tkazilgan nurning kesishish nuqtasi deb qabul qilinadi.



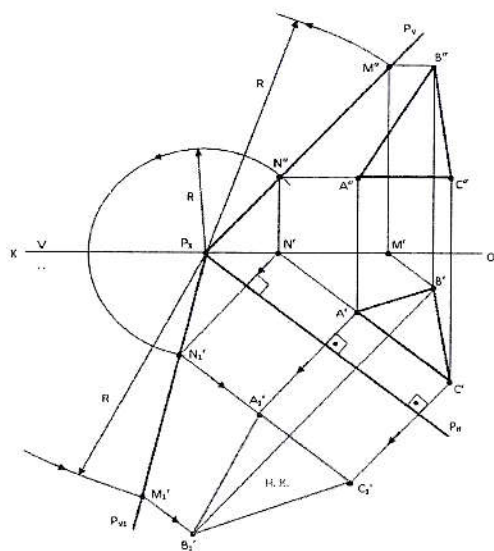
4.23 - shakl

Masala

P tekisligida yotuvchi ABC tekisligining haqiqiy kattaligi aniqlansin (4.24 - shakl).

Masalaning yechimi

Masala 2 - usul bilan yechilgan, ya'ni berilgan P tekisligining P_V izidagi gorizontallarining frontal izlaridan - N'' , M'' nuqtalardan foydalanib yechilgan.

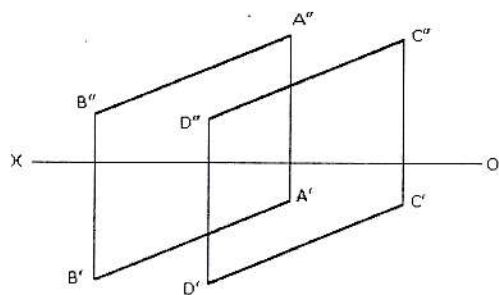


4.24 - shakl

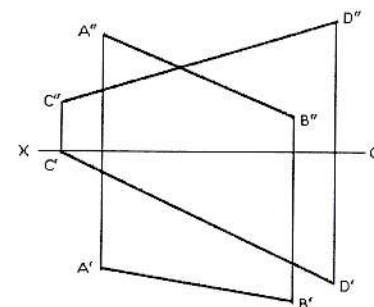
Raylanish radiusi sifatida esa aylanish markazi hisoblangan P_x nuqtasidan boshlab $P_x N''$ va $P_x M''$ bo'lgan masofalar olinadi. A', B', C' nuqtalarining H tekisligiga jipslashgan yangi - A_1', B_1', C_1' nuqtalarini o'zaro tutashtirib, $\Delta A_1' B_1' C_1'$ tekisligini hosil qilamiz. Mana shu tekislik berilgan ΔABC tekisligining haqiqiy kattaligini ifodalaydi.

Mustaqil yechish uchun masalalar

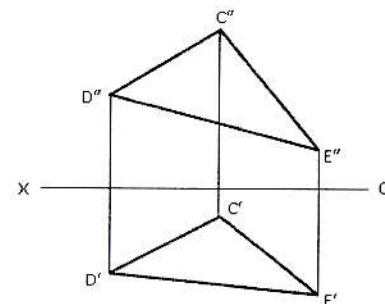
1. Quyida berilgan parallel to'g'ri chiziqlar orasidagi masofa proyeksiya tekisliklarini almashtirish usuli yordamida aniqlansin.



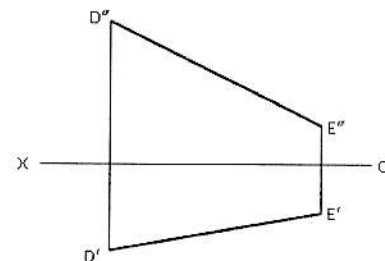
2. Quyidagi o'zaro ayqash bo'lgan AB va CD to'g'ri chiziqlar orasidagi masofa tekis - parallel ko'chirish usuli orqali aniqlansin.



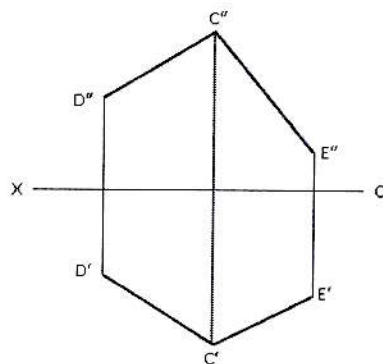
3. Quyida berilgan DCE uchburchakning haqiqiy kattaligini proyeksiya tekisliklarini almashtirish usuli yordamida aniqlansin.



4. Quyida berilgan DE kesmaning haqiqiy uzunligini aylantirish va tekis parallel harakatlantirish usullari yordamida aniqlansin.



5. Quyida berilgan DCE burchakning haqiqiy kattaligi tekis - parallel harakatlantirish usuli yordamida aniqlansin.



4.5-§. Ortogonal proyeksiyalarni qayta qurish usullariga oid testlar

Tanib olishlikka oid testlar

Quyidagi savollarga "ha" yoki "yo'q" deb javob bering

1. Almashtirish usulida geometrik obrazlar qo'zg'almas bo'ladi deb hisoblanadimi?
2. Almashtirish usulida geometrik obrazlar qo'zg'aluvchan bo'ladi deb hisoblanadimi?
3. O'zaro ayqash chiziqlarning orasidagi haqiqiy masofani almashtirish usulida aniqlashda, masalaning yechimini nuqta va chiziq orasidagi masofani aniqlashga keltirilishi mumkinmi?
4. Gorizont kesmaning haqiqiy uzunligi uning frontal proyeksiyasidan iborat bo'lishi mumkinmi?
5. Frontal kesmaning haqiqiy uzunligi uning gorizont proyeksiyasidan iborat bo'lishi mumkinmi?
6. Profil proyeksiyalovchi kesmaning gorizont va frontal proyeksiyalari o'zaro teng bo'ladimi?

Qo'shimchalar qo'yiladigan testlar

Quyidagi matnlardagi nuqtalarning o'rniga tegishli so'z yoki jumlani berilgan javob variantlari ichidan tanlab qo'yilsin.

1. Tekis - parallel harakatlantirish usulini qo'llab, V / H tizimida, umumiy vaziyatdagi BC kesmasini proyeksiyalovchi holatga keltirish uchun birinchi navbatda uning gorizont yoki frontal proyeksiyasini.....o'qiga nisbatan.....holga keltiriladi.

- A. abssissa / perpendikulyar
- B. ordinata / parallel
- C. applikata / perpendikulyar
- D. abssissa / parallel

2. Agar umumiy vaziyatdagi ABC yassi tekisligining ixtiyoriy bir tomoni gorizont yoki frontal kesmani ifodalasa, bu tekislikni proyeksiyalovchi holatga keltirish uchun proyeksiya tekisligini.....almashtirish yetarlidir.

- A. uch marta
- B. ikki marta
- C. bir marta
- D. to'rt marta

3. Umumiy holatdagi CD kesmasini proeksiylovchi holatga keltirish uchun proyeksiya tekisligini.....almashtiriladi.

- A. uch marta
- B. ikki marta
- C. bir marta
- D. to'rt marta

4.usulda geometrik obrazlarning proyeksiyalari V tekisligiga parallel o'q - chiziq atrofida aylantiriladi.

- A. Tekislikning fontali atrofida aylantirish
- B. Proyeksiya tekisliklariga parallel o'q atrofida aylantirish
- C. Proyeksiya tekisliklarini almashtirish
- D. Aylantirish

5. Agar umumiy vaziyatdagi ABC tekisligining

ixtiyoriy bir tomonikesmani ifodalasa, bu tekislikni proyeksiyalovchi holatga keltirish uchun proyeksiya tekisligini.....almashtirish yetarlidir.

- A. gorizontal proeksiylovchi / to'rt marta
- B. frontal proeksiylovchi / uch marta
- C. gorizontal / bir marta
- D. profil / ikki marta

Ajratib olishlikka oid testlar

Savolga berilgan javoblardan biri tanlansin.

1. Almashtirish usuli qo'llanganda, ayqash chiziqlar orasidagi haqiqiy masofani aniqlash nimaga keltiriladi?

- A. Ikki parallel chiziq orasidagi masofani aniqlashga keltiriladi
- B. Ikki perpendikulyar chiziqqa keltiriladi
- C. Ikki kesishuvchi chiziqqa keltiriladi
- D. Nuqtadan chiziqqa perpendikulyar tushirishga keltiriladi

2. Almashtirish usulida, A nuqta va umumiy vaziyatdagi BCD yassi tekisligi orasidagi masofaning haqiqiy kattaligini aniqlash nimaga keltiriladi?

- A. Ikki kesmaning orasidagi masofani o'lchashga keltiriladi
- B. Ikki perpendikulyar kesmaning orasidagi masofani o'lchashga keltiriladi
- C. Nuqtadan kesmaga perpendikulyar to'shurishga keltiriladi
- D. A va B javoblari

3. Almashtirish usulida, umumiy vaziyatdagi ABC va DEK yassi tekisliklarining o'zaro kesishish chizig'ini aniqlash nimaga asoslanadi?

- A. To'g'ri chiziqning yassi tekislik bilan kesishishiga
- B. Ikki kesmaning kesishishiga
- C. Ikki yassi tekisliklarning kesishishiga
- D. Ikki izi bilan berilgan tekisliklarning kesishishiga

4. Quyidagi javoblardan umumiy vaziyatdagi ABC yassi tekisligining haqiqiy kattaligini qayta qurish usullari

orqali aniqlashning eng maqbul tartibini toping.

A. Avval almashtirish usuli orqali tekislik xususiy holatga keltiriladi, so'ngra aylantirish usuli qo'llanib, uning haqiqiy kattaligi aniqlanadi

B. Avval aylantirish usuli orqali tekislik xususiy holatga keltiriladi, so'ngra almashtirish usuli qo'llanib, uning haqiqiy kattaligi aniqlanadi

C. Avval almashtirish usuli orqali tekislik xususiy holatga keltiriladi, so'ngra jipslashtirish usuli qo'llanib, uning haqiqiy kattaligi aniqlanadi

D. Avval almashtirish usuli orqali tekislik xususiy holatga keltiriladi, so'ngra tekis-parallel harakatlantirish orqali, uning haqiqiy kattaligi aniqlanadi.

V BOB. Geometrik jismlarning ortogonal proyeksiyalari

5.1-§. Ko'pyoqliklar

5.1.1. Prizmaning ortogonal proyeksiyalari

Hamma tomonidan tekis ko'pburchaklar bilan chegaralangan geometrik jismga **ko'pyoqlik sirt** yoki **ko'pyoqlik** deyiladi.

Prizma ko'pyoqli geometrik jismlar qatoriga kiradi. Uning xususiy holiga parallelepiped va kub misol bo'ladi.

Prizma deb, asosi ko'pburchakdan iborat, yon yoqlari to'rtburchaklardan iborat geometrik jismga aytiladi.

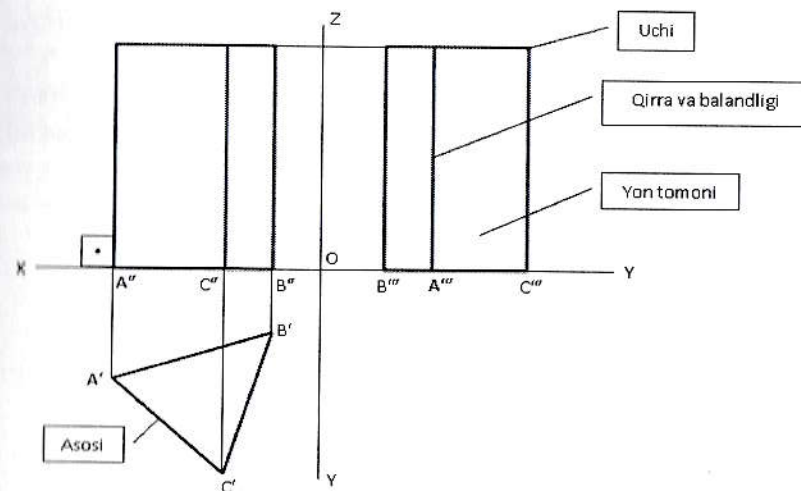
Prizmani tashkil etuvchi asosiy elementlari quyidagicha nomlanadi (5.1 -shakl):

1. Asosi - ko'pburchakdan iborat.
2. Yon yoqlari (tomonlari) - to'rtburchaklardan iborat.
3. Qirralari - yon yoqlarining o'zaro kesishuvidan hosil bo'lgan chiziqlardan iborat.
4. Uchlari - qirralari o'zaro uchrashadigan nuqtalardan iborat.

5.1 - shaklda, to'g'ri prizmaning ortogonal proyeksiyalari (Monj chizmasi) va prizmani tashkil etuvchi elementlarining nomlari bilan birga tasvirlangan.

Agar prizmaning qirralari uning asosiga perpendikulyar holatda joylashsa, bu prizma **to'g'ri prizma** deyiladi. To'g'ri prizmaning qirralari uning balandligi ham hisoblanadi.

Agar prizmaning qirralari uning asosiga nisbatan og'ma holatda joylashsa, bu prizma **og'ma prizma** deyiladi. Og'ma prizmaning balandligi uning uchidan asosiga tushirilgan perpendikulyar bilan o'lchanadi.



5.1 - shakl

5.1.2. Piramidaning ortogonal proyeksiyalari

Piramida ham prizma kabi ko'pyoqlik geometrik jismlar qatoriga kiradi.

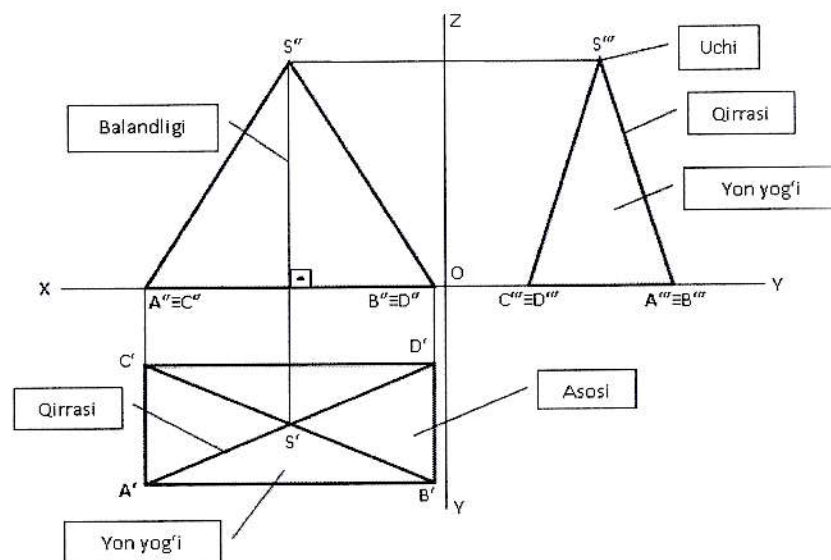
Piramida deb, asosi ko'pburchakdan iborat, yon tomonlari umumiy uchga tutashgan uchburchaklardan iborat geometrik jismga aytiladi.

Quyidagi 5.2 - shaklda, piramidaning ortogonal proyeksiyalari (Monj chizmasi) va piramidani tashkil etuvchi elementlarining nomlari bilan birga tasvirlangan.

Piramidani tashkil etuvchi asosiy elementlari quyidagicha nomlanadi:

1. asosi - ko'pburchakdan iborat;
2. yon tomonlari - uchburchaklardan iborat;
3. qirralari - yon tomonlarining o'zaro kesishuvidan hosil bo'lgan chiziqlardan iborat;
4. uchi - qirralari o'zaro tutashadigan nuqtadan iborat.

Piramidaning balandligi uning uchidan asosiga tushirilgan perpendikulyar bilan o'lchanadi. Piramidaning xususiy holiga tetraedr misol bo'la oladi.



5.2 - shakl

5.2-§. Ko'pyoqlikning to'g'ri chiziq bilan kesishishi Masala

Piramida sirti bilan umumiy vaziyatda berilgan ED kesmasining kesishish (kirish va chiqish) nuqtalari aniqlansin (5.3 - shakl).

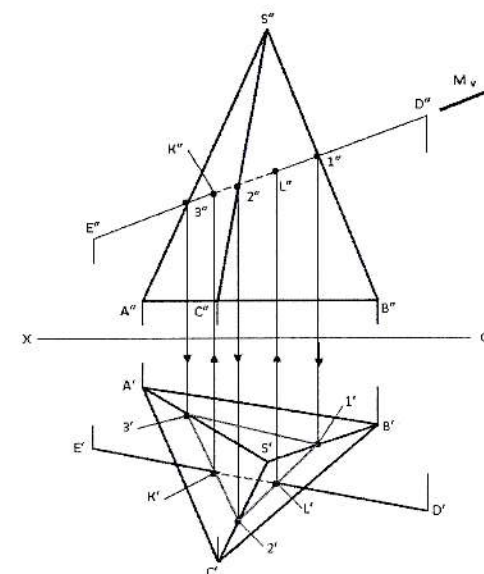
Masalaning yechimi

Masalani yechishning umumiy algoritmi quyidgicha bo'ladi:

- berilgan to'g'ri chiziq orqali yordamchi kesuvchi tekislik o'tkaziladi;
- kesim yuzasining chegarasi aniqlanadi;
- berilgan to'g'ri chiziq kesmasi shu kesimning yuzasi bilan kesishtiriladi;
- kesishish nuqtalari (kirish va chiqish nuqtalari) aniqlanadi;
- bog'lanish chiziqlari orqali kesishish nuqtalarining ikkinchi proyeksiyasi yasaladi.

5.3 - shaklda, V tekisligidagi $E''D''$ kesma orqali yordamchi

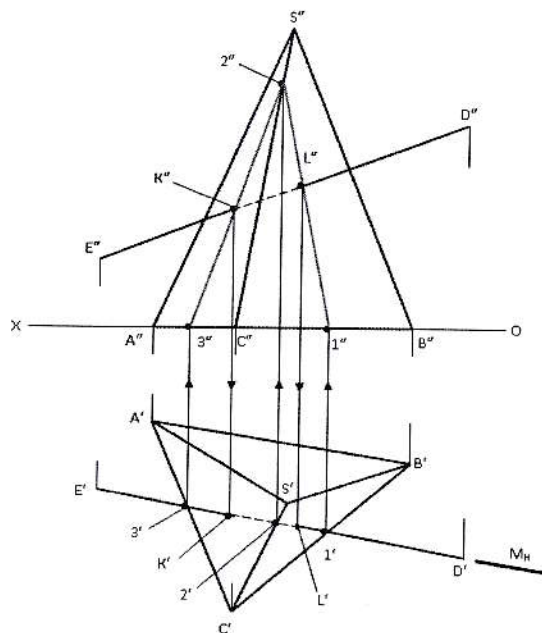
kesuvchi M_V tekislik o'tkazilgan. Bu tekislik piramidani $S''A''$, $S''B''$, $S''C''$ qirralari orqali, $3''$, $1''$, $2''$ nuqtalarda kesib o'tadi. Proyeksion bog'lanish chiziqlari vositasida, H tekisligida bu nuqtalarning o'rni topilib, tutashtirilsa, $1'$, $2'$, $3'$ nuqtalari bilan chegaralangan uchburchakli kesim yuzasi hosil bo'ladi.



5.3 - shakl

Shu kesim yuzasi $E'D'$ kesmasi bilan kesishtirilib, kesishish nuqtalari - K' va L' nuqtalari topiladi. Proyeksion bog'lanish chiziqlari vositasida, bu nuqtalarning V tekisligidagi proyeksiyalari - K'' va L'' nuqtalari topiladi. Ikkala proyeksiyada ham ED ($E'D'$, $E''D''$) kesmasining KL ($K'L'$, $K''L''$) qismi ko'rinmaydi (piramida ichidan o'tganligi uchun).

5.4 - shaklda, H tekisligidagi proyeksiyada, berilgan $E'D'$ kesma orqali yordamchi kesuvchi - M_H tekislik o'tkazilgan. Bu tekislik piramidani uning $A'B'C'$ asosi orqali $1'$ va $3'$ nuqtalarda va $S'C'$ qirralari orqali esa $2'$ nuqtasida kesib o'tadi. Proyeksion bog'lanish chiziqlari vositasida, V tekisligida bu nuqtalarning o'rni topilib, tutashtirilsa, $1'$, $2'$, $3'$ nuqtalardan iborat uchburchakli kesim yuzasi hosil bo'ladi.

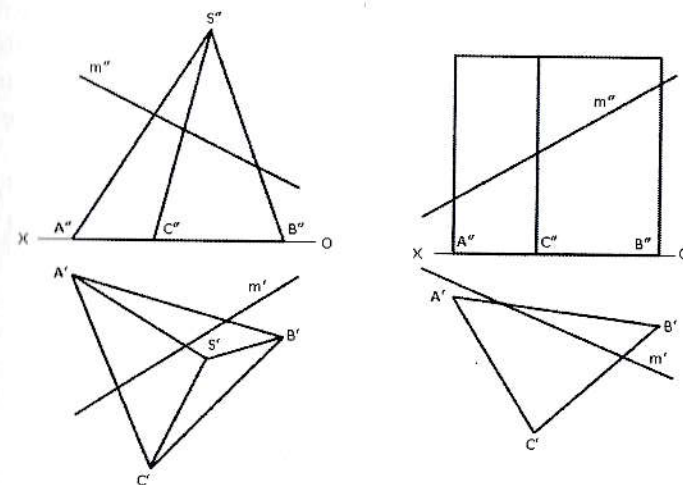


5.4 - shakl

Shu kesim yuzasi $E''D''$ kesmasi bilan kesishtirilib, kesishish nuqtalari - K'' va L'' nuqtalari topiladi. Proyeksion bog'lanish chiziqlari vositasida, bu nuqtalarning V tekisligidagi proyeksiyalari - K' va L' nuqtalari topiladi. Ikkala proyeksiyada ham ED ($E'D'$, $E''D''$) kesmasining KL ($K'L'$, $K''L''$) qismi ko'rinmaydi (piramida ichidan o'tganligi uchun).

Mustaqil yechish uchun masalalar

Quyida berilgan ko'pyoqlik sirtlar bilan m to'g'ri chiziqning uchrashuv nuqtalari yasalsin va proyeksiyalardagi ko'rinishliklar aniqlansin.



5.3-§. Ko'pyoqliklarning tekislik bilan kesishishi

Ko'pyoqliklarni tekislik bilan kesilganda kesimda ko'pburchak hosil bo'ladi. Hosil bo'lgan ko'pburchakning uchlari, ko'pyoqlik qirralarining kesuvchi tekislik bilan kesishgan nuqtalari bo'ladi.

Kesimning tomonlari esa ko'pyoqlik yoqlarining kesuvchi tekislik bilan kesishish chiziqlari bo'ladi. Ko'pyoqlikning tekislik bilan kesilgan qismini quyidagi uch usul bilan yasash mumkin:

- kesim tomonlarini, ya'ni ko'pyoqlik yoqlarining kesuvchi tekislik bilan kesishish chizig'ini yasash usuli;
- kesim uchlari, ya'ni ko'pyoqlik qirralarining kesuvchi tekislik bilan kesishgan nuqtasini yasash usuli;
- aralash usul, bunda yuqoridagi ikkala usuldan foydalaniladi.

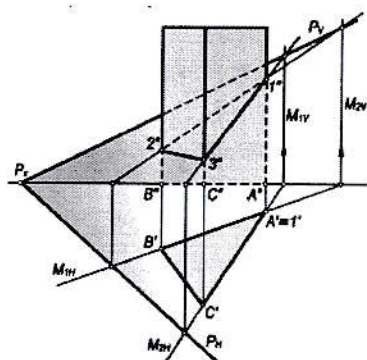
Bu usullardan qaysi birini qo'llash ko'pyoqlik va tekislikni tekis chizmada berilishiga qarab tanlanadi.

5.3.1. Kesim tomonlarini yasash usuli.

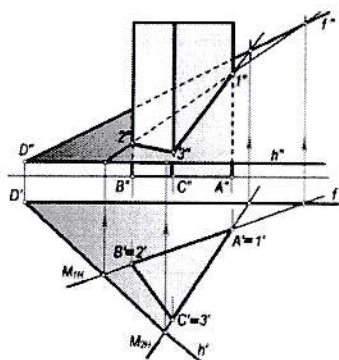
Bu usul ikki tekislikning kesishish chizig'ini yasash algoritmini bir necha marta takrorlash asosida bajariladi. Bu usuldan proyeksiyalovchi vaziyatdagi prizmaning tekislik bilan

kesishish chizig'ini yasashda foydalanish qulay hisoblanadi. 5.5 - shaklda uch yoqlik to'g'ri prizmaning umumiy vaziyatdagi $P (P_H, P_V)$ tekislik bilan kesishuvidan hosil bo'lgan kesimining proyeksiyalari yasalgan. Bunda prizmaning yon yoqlari orqali $M_1 (M_{1H}, M_{1V})$ va $M_2 (M_{2H}, M_{2V})$ gorizontaal proyeksiyalovchi tekisliklar o'tkazilgan. Bu tekisliklarni berilgan P tekislik bilan kesishgan chiziqlari yordamida kesim yuzasining 12 ($1'2', 1''2''$) va 13 ($1'3', 1''3''$) tomonlari aniqlangan.

Aynan shu prizmaning o'zaro kesishuvchi $h (h', h'')$ va $f (f', f'')$ to'g'ri chiziqlar orqali berilgan $P (P', P'')$ tekislik bilan kesishuv chizig'ini yasash 5.6 - shaklda ko'rsatilgan. Bunda kesishish chiziqlari prizma yoqlari orqali o'tkazilgan $M_1 (M_{1H})$ va $M_2 (M_{2H})$ gorizontaal proyeksiyalovchi tekisliklar vositasida kesim yuzasining $\Delta 123 (1'2'3', 1''2''3'')$ proyeksiyalari yasalgan.



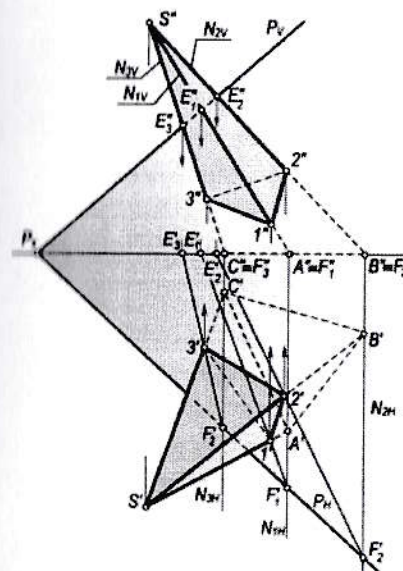
5.5 - shakl



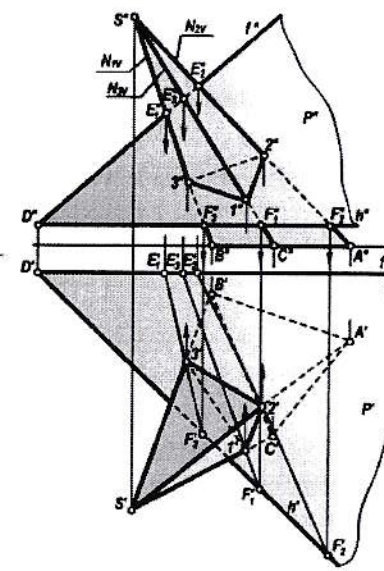
5.6 - shakl

5.3.2. Kesim uchlarini yasash usuli

Bu usul 1 - usulga nisbatan umumiyroq hisoblanib, to'g'ri chiziq bilan tekislikning kesishish nuqtasini yasash algoritmi asosida bajariladi. 5.7, 5.8 - shakllarda asosi H proyeksiyalar tekisligida bo'lgan $SABC (S'A'B'C', S''A''B''C'')$ piramidani, izlari orqali berilgan $P (P_V, P_H)$ tekislik va kesishuvchi chiziqlar (h va f) proyeksiyalari orqali berilgan umumiy vaziyatdagi $P (P', P'')$ tekislik bilan kesishishdan hosil bo'lgan kesimini yasash ko'rsatilgan.



5.7-shakl



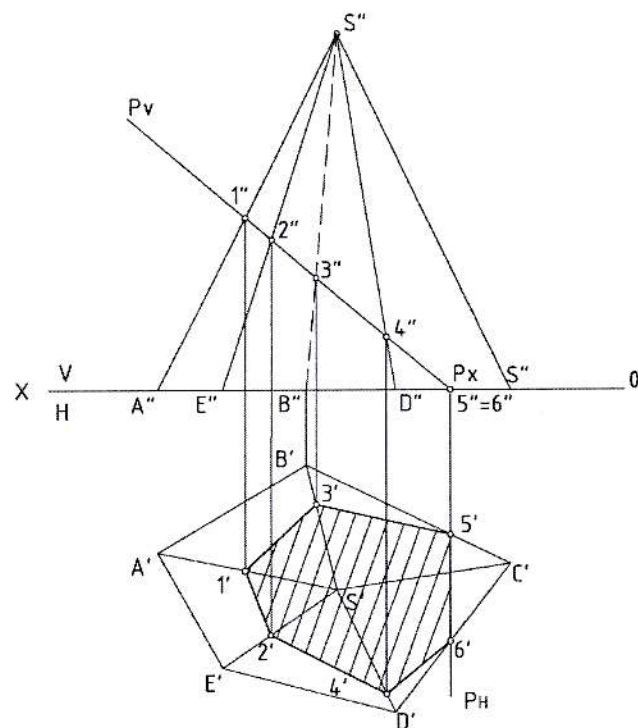
5.8-shakl

5.4-§. Ko'pyoqliklarning xususiy tekislik bilan kesishishi

Quyidagi 5.9 - shaklda, piramidaning P frontal proyeksiyalovchi tekisligi bilan kesishishi natijasida hosil bo'lgan kesim yuzasi ko'rsatilgan.

P tekisligi piramidani V tekisligida uning SA, SE, SB, SD qirralari orqali mos ravishda 1, 2, 3, 4 nuqtalarda va $ABCDE$ asosini 5 va 6 nuqtalarda kesib o'tgan.

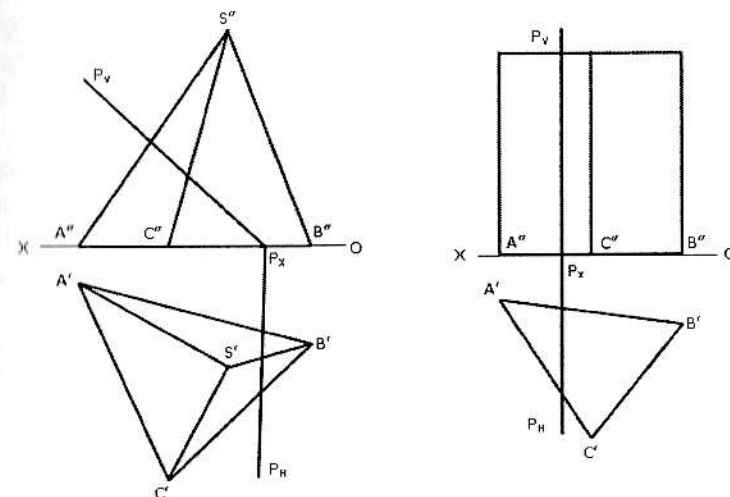
Shu nuqtalar orqali proyeksion bog'lanish chiziqlarini o'tkazib, ularning H tekisligidagi joylarini aniqlangan va ular o'zaro tutashtirilib, kesim yuzasi hosil qilingan va shtrixlangan.



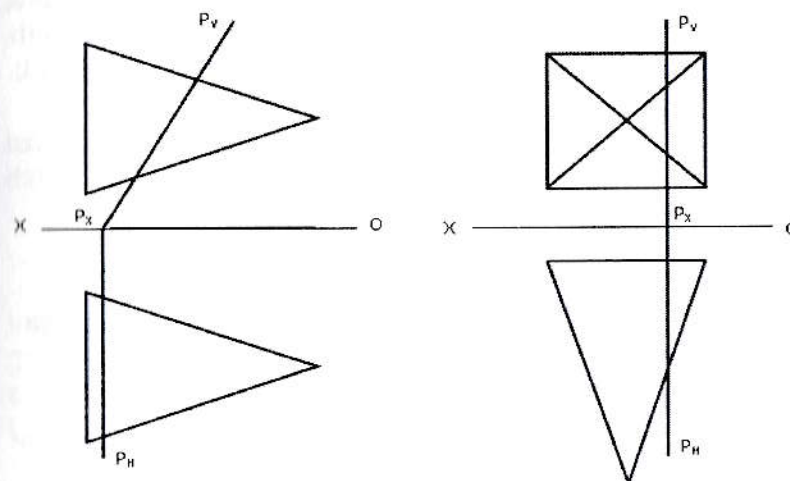
5.9 - shakl

Mustaqil yechish uchun masalalar

1. Quyida berilgan ko'pyoqliklarning xususiy tekislik bilan kesishishidan hosil bo'lgan kesim yuzasi va uning haqiqiy kattaligi aniqlansin.



2. Quyida berilgan, asosi kvadratdan iborat bo'lgan piramida sirti bilan R xususiy tekisligining kesishish chizig'i yasalsin va ko'rinishliklari aniqlansin.



5.5-§. Ko'pyoqliklarning o'zaro kesishuvi

Ko'pyoqliklar fazoda bir - biriga nisbatan joylashuviga qarab, to'la, qisman kesishgan yoki butunlay kesishmagan holatlarda uchraydilar. Ko'pyoqliklar o'zaro kesishganda bir yoki bir necha yopiq fazoviy yoki tekis siniq chiziqlar hosil bo'ladi. Bu siniq chiziq uchlarini, ko'pyoqlikning to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalarini yasash usuli yordamida aniqlanadi. Agar kesishuvchi ko'pyoqliklardan birini T va ikkinchisini Q deb belgilasak, ularning kesishgan chizig'ini yasash quyidagi algoritm bilan bajariladi:

- T ko'pyoqlik qirralarining Q ko'pyoqlik sirti yoqlari bilan kesishish nuqtalari yoki Q ko'pyoqlik qirralarining T ko'pyoqlik yoqlari bilan kesishish nuqtalari aniqlanadi;

- T va Q ko'pyoqliklarning yon yoq tekisliklarining o'zaro kesishish chiziqlari yasaladi.

Hosil bo'lgan kesishish nuqtalarini yoki chiziqlarni tegishli tartibda birlashtirilsa, berilgan ko'pyoqliklarning kesishish chizig'i hosil bo'ladi. Ko'pyoqliklarning o'zaro kesishish chiziqlarini yasashda, avval ularning kesishishida qatnashmaydigan qirralari aniqlanadi. So'ngra, ko'pyoqliklarning ko'rinar - ko'rinmas qirralarini aniqlanib, ularning ko'rinar qismlarini asosiy tutash chiziqlarda chiziladi.

Masala

Asosi uchburchakdan iborat Φ to'g'ri prizma va asosi uchburchakdan iborat Ω piramida sirtlarining o'zaro kesishish chizig'ining proyeksiyalari yasalsin (5.10 - shakl).

Masalaning yechimi

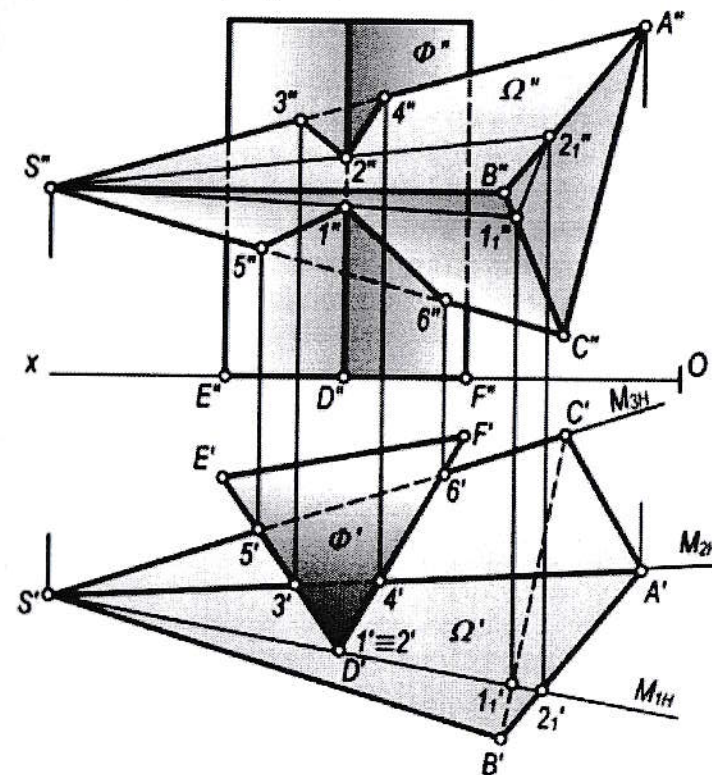
Masala quyidagicha yechilgan:

- prizma qirralarining piramida sirti bilan kesishgan nuqtalari yasalgan. Shakldan ko'rinib turibdiki, prizmaning faqat oldingi D qirrasigina piramida sirtini 1 va 2 nuqtalarda kesib o'tgan. Bu nuqtalar D nuqta orqali o'tgan M_1 (M_{1H}) gorizontal proyeksiyalovchi tekislik yordamida yasalgan;

- piramida qirralarining prizma sirti bilan kesishgan 3, 4, 5, 6 nuqtalari yasalgan. Piramidaning faqat SA va SC qirralari prizma bilan kesishadi. SA va SC qirralarining prizma bilan

kesishgan 3 ($3', 3''$), 4 ($4', 4''$), 5 ($5', 5''$), 6 ($6', 6''$) nuqtalari 5.10 - shaklda ko'rsatilganidek, M_{2H} va M_{3H} gorizontal proyeksiyalovchi tekisliklar yordamida topilgan;

- aniqlangan $1'', 2'', 3'', 4'', 5'', 6''$ nuqtalarni shaklda ko'rsatilganidek, ko'rinar - ko'rinmas qismlarini e'tiborga olib, tartib bilan birlashtirilsa, ikki sirtning o'zaro kesishish siniq chizig'ining frontal proyeksiyasi hosil bo'ladi.



5.10 - shakl

Masala

To'rt tomonli prizma va to'rt tomonli piramidaning kesishish chizig'ini yasash (5.11 - shakl).

Masalaning yechimi

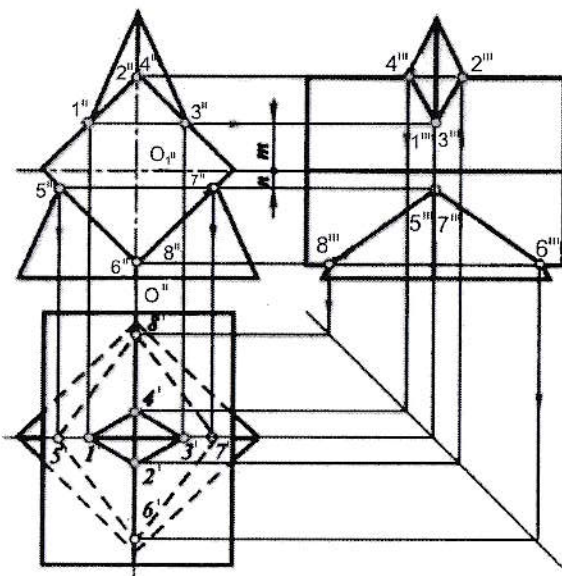
Bu ko'pyoqliklarning kesishish chizig'ini yasash, birinchi

ko'pyoqlining qirralari bilan ikkinchi ko'pyoqlining tomonlari va ikkinchi ko'pyoqlining qirralari bilan birinchi ko'pyoqlining tomonlarining kesishish nuqtalarini topishga asoslangan.

Izlanayotgan kesishish chizig'ining 1 va 3 nuqtalari proyeksiyalari quyidagicha topiladi.

Nuqtalarning frontal proyeksiyalari bevosita V tekisligida joylashgan bo'lib, ya'ni ma'lum bo'lib, ularning W tekisligidagi - profil proyeksiyalari, gorizontaal proeksion bog'lanish chiziqlari vositasida topiladi. Bu ikkala (V va W) proyeksiyalar tekisliklaridagi nuqtalarning proyeksiyalaridan foydalanib, proyeksion bog'lanish chiziqlarini o'tkazish bilan ularning H tekisligidagi proyeksiyalari aniqlanadi.

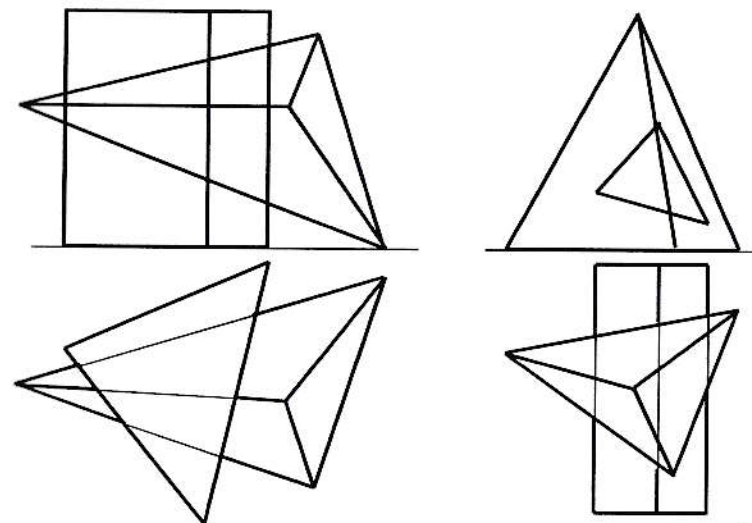
2 va 4 nuqtalarning proyeksiyalari ham xuddi shunday yo'sinda topiladi.



5.11- shakl

Mustaqil yechish uchun masalalar

Quyida berilgan ko'pyoqliklarning o'zaro kesishuv chizig'i yasalsin va proyeksiyalardagi ko'rinishliklari aniqlansin.



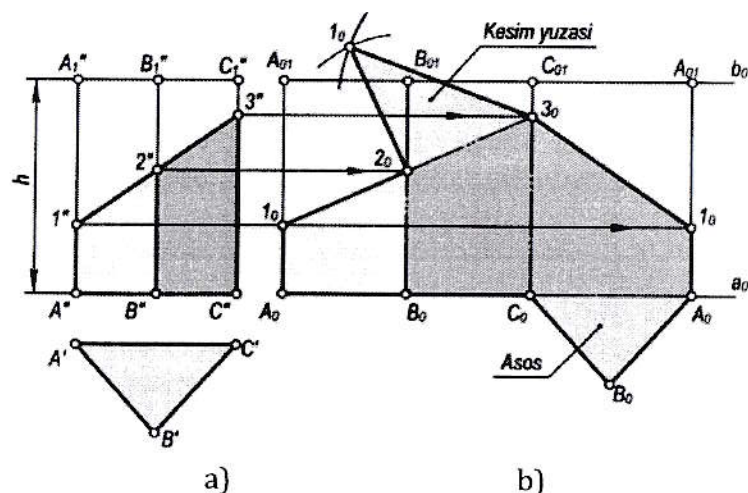
5.6-§. Ko'pyoqliklarning yoyilmalari

Ko'pyoqlikning to'la yoyilmasini yasash uchun uning yon yoqlari va asoslarining yoyilmalari yasaladi. Bunday yoqlarni (uchburchak yoki ko'pburchak) yoyilmada yasash ularga teng bo'lgan yoqlarni yasash demakdir. Bunday yoqlarni yoyilmada yasash uchun tomonlari ya'ni qirralarining haqiqiy uzunliklari bo'lishi kerak. Agar ularning haqiqiy uzunliklari chizmada bo'lmasa, ularni turli usullar orqali yasash mumkin.

Asosi H tekislikda yotgan uchburchakli to'g'ri prizmaning yoyilmasining yasalanishini ko'rib chiqamiz. (5.12 a, b - shakllar).

Prizmaning yon qirralari frontal proyeksiyada, asosidagi qirralari esa gorizontaal proyeksiyada haqiqiy uzunlikda tasvirlangan.

Prizmaning yoyilmasini yasash uchun dastlab uning biror, masalan, AA_1 qirradi bo'ylab xayolan kesish kerak. So'ngra uchta to'g'ri to'rtburchaklar (yon yoqlar) yonma - yon qo'yib yasaladi.

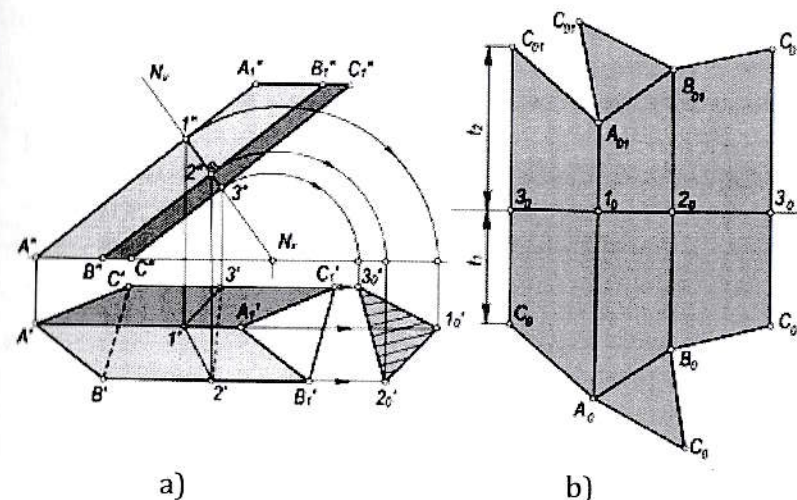


5.12 - shakl

Bu to'rtburchaklarning balandligi prizmaning balandligi h ga, asoslari esa mos ravishda $A'B'$, $B'A'$ va $C'A'$ kesmalarga teng bo'ladi.

Hosil bo'lgan yon sirtning yoyilmasiga asoslari qo'shiladi va prizmaning to'la yoyilmasi hosil bo'ladi.

Quyidagi 5.13 a, b - shakllarda berilgan uch yoqli og'ma prizmaning yon qirralari frontal vaziyatda bo'lgani uchun ularning haqiqiy uzunliklari $A''A_1''$, $B''B_1''$ va $C''C_1''$ kesmalarga teng bo'ladi. Asoslari gorizontal vaziyatda bo'lganligi uchun asos qirralarining haqiqiy qiymati $A'B'$, $B'A'$ va $C'A'$ kesmalarga teng bo'ladi. Bunday og'ma prizmaning yoyilmasini normal kesim usulida yasash qulay hisoblanadi. Buning uchun og'ma prizmaning yon qirralariga perpendikulyar qilib ixtiyoriy N (N_v) tekislik o'tkaziladi. Normal kesim 123 uchburchakning proyeksiyalari ($1'2'3'$, $1''2''3''$) hosil qilinadi. So'ngra normal kesimning haqiqiy kattaligi $\Delta 1_0 2_0 3_0$ aylantirish usulida yasaladi.

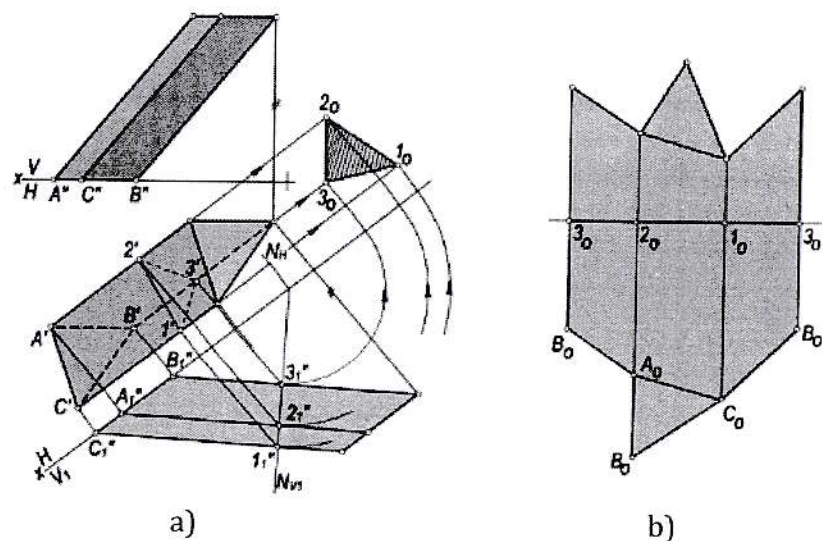


5.13 - shakl

Yoyilmani yasash uchun ixtiyoriy (bo'sh) joyda a_0 - yordamchi chiziqni ingichka qilib o'tkaziladi. Bu chiziqqa normal kesim tomonlarning haqiqiy uzunliklari biror nuqtadan (masalan, 3_0 nuqtasidan) boshlab o'lchab qo'yiladi (5.13 b - shakl). Hosil bo'lgan 3_0 , 1_0 , 2_0 va 3_0 nuqtalardan a_0 chiziqqa perpendikulyar vaziyatda chiziq o'tkaziladi. Bu chiziqlarga qirralarning haqiqiy uzunliklari o'lchab qo'yiladi. Yoyilmada $C''3'' = C_0 3_0$ va $3''C'' = 3_0 C_0$ qirraning o'lchab qo'yilishi ko'rsatilgan. Hosil bo'lgan qirralarning uchlari o'zaro tutashtiriladi. Prizma yon sirti va asosining haqiqiy kattaligi yoyilmasi qo'shilib to'la yoyilma hosil bo'ladi.

Quyidagi 5.14 a - shaklda berilgan yon qirralari umumiy vaziyatda bo'lgan uch yoqli prizmaning yoyilmasini yasash keltirilgan.

Mazkur masala yuqorida keltirilgan masala asosida yechiladi. Dastlab prizma qirralari va normal kesimining haqiqiy uzunliklarni yasash kerak bo'ladi. Buni esa proyeksiyalar tekisliklarini (prizma qirralariga parallel vaziyatda) almashtirish bilan amalga oshirish maqsadga muvofiqdir. Chizmadagi qolgan yasashlar va yoyilmaning hosil qilinishi ortiqcha tushuntirishlarni talab qilmaydi (5.14 b - shakl).

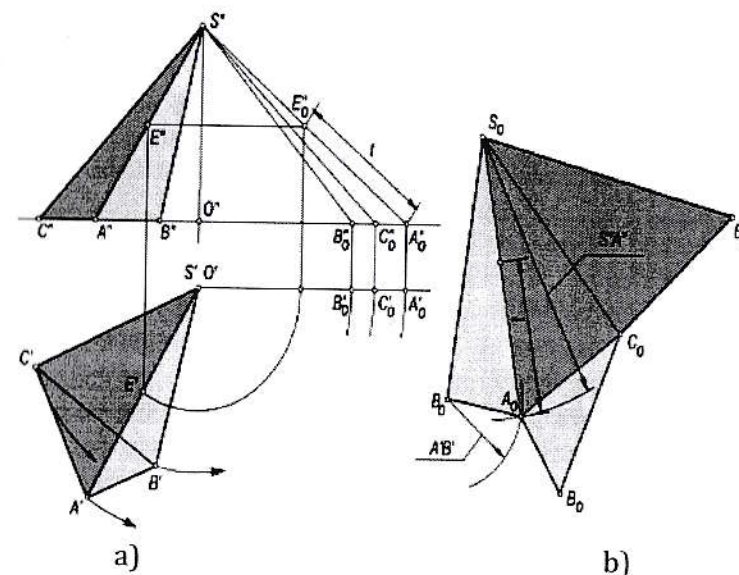


5.14 - shakl

Quyidagi 5.15 a - shaklda asosi H tekislikka tegishli bo'lgan uch yoqli og'ma piramidaning to'la yoyilmasini yasash keltirilgan.

Piramida kabi sirtlarning yoyilmalarini yasashda uchburchak usulidan foydalaniladi. Buning uchun dastlab piramida yon qirralarining haqiqiy uzunliklari yasaladi. Chizmada ular aylantirish usuli yordamida topilgan. Asos qirralarining haqiqiy uzunliklari $A'B'$, $B'C'$ va $C'A'$ kesmalarga teng bo'ladi. Piramida yon sirtining yoyilmasini yasash uchun chizmaning ixtiyoriy (bo'sh) joyida S_0 nuqta belgilab olinadi (5.15 b - shakl). Bu nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqqa $S_0B_0 = S''B''$ kesma o'lchab qo'yiladi. Chunki piramida SB qirradi bo'yicha kesilgan deb faraz qilinadi. So'ngra markazi B_0 nuqtada, radiusi $B_0A_0 = B'A'$ bo'lgan va markazi S_0 nuqtada, radiusi $S_0A_0 = S''A''$ bo'lgan ikkita yoy chiziladi. Bu yoylarning kesishuvidan A_0 nuqta hosil bo'ladi. $S_0B_0A_0$ nuqtalar o'zaro tutashtirilib $\triangle ABC$ ning yoyilmadagi o'rni hosil qilinadi. Qolgan yon yoqlarning yoyilmalari ham shu tarzda yasaladi. Hosil bo'lgan yon sirtning yoyilmasiga piramida asosining yoyilmadagi o'rni qo'shilsa,

piramida to'la sirtining yoyilmasi hosil bo'ladi.



5.15 - shakl

Nazorat savollari

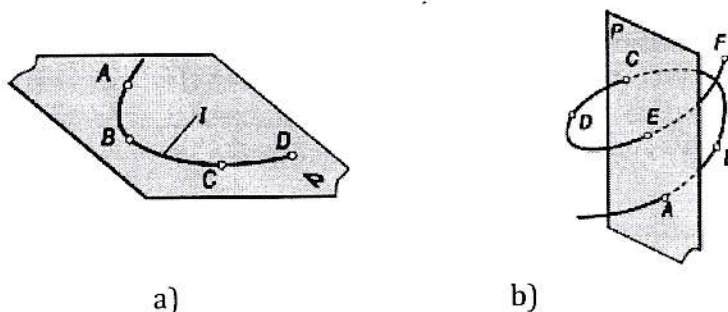
1. Ko'pyoqlik deb nimaga aytiladi?
2. Qanday ko'pyoqlikni piramida deb ataladi?
3. Qanday ko'pyoqlikni prizma deb ataladi?
4. Qanday ko'pyoqlikni to'g'ri ko'pyoqlik deb ataladi?
5. Qanday ko'pyoqlikni muntazam ko'pyoqlik deb yuritiladi?
6. Tekislik bilan ko'pyoqlikning kesishishidagi kesim yuzani yasashda qanday usullardan foydalaniladi?
7. To'g'ri chiziq bilan ko'pyoqlikning kesishish nuqtalarini yasashda qanday usullardan foydalaniladi?
8. Ikki ko'pyoqlikning o'zaro kesishish chizig'ini yasashda qanday usullardan foydalaniladi?

VI BOB. Egri chiziqlar va aylanish jismlari

6.1-§. Umumiy tushunchalar

Chizma geometriyada egri chiziqlarning geometrik va mexanik xususiyatlaridan grafik ravishda amaliy foydalanish e'tiborga olinib, ularga oddiy kinematik ta'rif beriladi. Shuning uchun egri chiziqni fazoda yoki tekislikda ma'lum yo'nalishda uzluksiz harakatlanuvchi biror nuqtaning izi sifatida qabul qilinadi.

Egri chiziqlar tekis (6.1 a - shakl) va fazoviy (6.1 b - shakl) egri chiziqlarga bo'linadi.



6.1 - shakl

Egri chiziqlar **qonuniy** va **qonunsiz** egri chiziqlarga bo'linadi.

Egri chiziqni tashkil qiluvchi nuqtalar to'plami ma'lum biror qonunga buysinsa u qonuniy, aksincha, nuqtalar to'plami hech qanday qonunga asoslanmagan bunday egri chiziq qonunsiz egri chiziq deyiladi.

Qonuniy egri chiziqlarning dekart koordinatalar sistemasidagi tenglamalariga qarab **algebraik** va **transsendent** egri chiziqlarga bo'linadilar.

Tenglamasi algebraik funksiya orqali ifodalangan egri chiziq algebraik, transsendent funksiya bilan ifodalangan egri chiziq esa transsendent egri chiziq deyiladi.

Algebrik egri chiziqlar **tartib** va **klass** tushunchalari bilan tavsiflanadi. Egri chiziqlarning tartibi uni ifodalovchi

tenglamaning darajasiga teng bo'ladi.

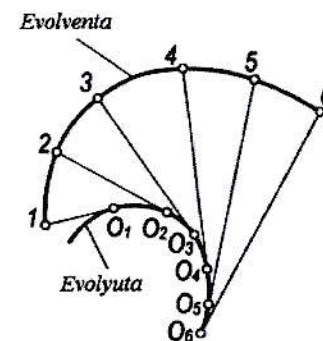
Grafik jihatdan tekis egri chiziqlarning tartibi uning to'g'ri chiziq bilan fazoviy egri chiziqning tartibi esa uning biror tekislik bilan maksimum kesishish nuqtalar soni orqali aniqlanadi.

Tekis egri chiziqning klassi unga shu tekislikning ixtiyoriy nuqtasidan o'tkazilgan urinmalar soni bilan fazoviy egri chiziqning klassi unga biror to'g'ri chiziq orqali o'tkazilgan urinma tekisliklar soni bilan aniqlanadi.

Egri chiziqning tartibi va klassi har xil bo'ladi. Faqat ikkinchi tartibli egriliklarning tartibi va klassi bir xil bo'lib, u 2 ga teng bo'ladi.

6.2-§. Evolyuta va evolventa

Biror ℓ egri chiziqning hamma nuqtalari uchun egrilik markazlari yasalsa, ularning to'plami ℓ_1 egri chiziqni hosil qiladi. Bu ℓ_1 egri chiziq berilgan ℓ egri chiziqning **evolyutasi** deb ataladi (6.2 - shakl). ℓ egri chiziq ℓ_1 evolyutaga nisbatan **evolventa** deyiladi).



6.2 - shakl

Evolyutaning urinmalari ℓ evolventaning normallaridir. Evolyuta urinmalarida cheksiz ko'p evolventalar joylashgan bo'lishi mumkin. Shuning uchun egri chiziqning evolyutasi o'z evolventasini aniqlay olmaydi, lekin uning evolventasi o'z evolyutasini aniqlay oladi.

6.3-§. Tekis egri chiziqli nuqtalarining klassifikatsiyasi

Tekis egri chiziqlar **monoton** va ulama chiziqlarga bo'linadi. Monoton egri chiziqning qator nuqtalarida egrilik radiusi uzluksiz o'sib yoki kamayib boradi. Monoton egri chiziq yo'ylaridan tashkil topgan chiziq **ulama chiziq** deyiladi. Bu yo'ylarning ulanish nuqtalari ulama chiziqning uchlari, ulanuvchi yo'ylarning o'zi esa ulama chiziqning tomonlari deb ataladi.

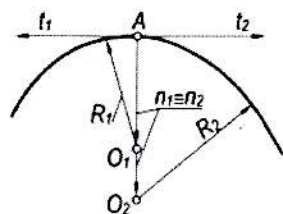
Yo'ylarning ulanish xarakteriga qarab, ulama chiziqning uchlari **oddiy** va **maxsus** nuqtalar bo'lishi mumkin. Egri chiziqning oddiy nuqtasida yarim urinmalar qarama - qarshi yo'nalishda bo'lib, bitta to'g'ri chiziq ustida yotadi va egrilik markazlari ustma - ust tushadi.

Egri chiziqlarning maxsus nuqtalari quyidagilardan iborat.

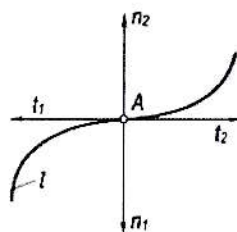
Qo'sh nuqta. Yarim urinmalar qarama - qarshi yo'nalishga ega, normallar ustma - ust tushadi, egrilik markazlari esa har xil joylashadi (6.3 - shakl).

Egilib o'tish nuqtasi. Yarim urinmalar ham, normallar ham qarama-qarshi yo'nalishda bo'ladi (6.4 - shakl).

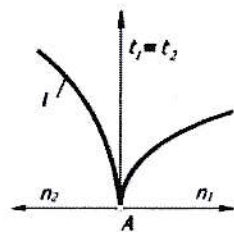
Birinchi turdagi qaytish nuqtasi. Yarim urinmalar ustma - ust tushadi va bir xil yo'nalishda bo'ladi, normallar qarama - qarshi yo'nalishda bo'lib, bir chiziq ustida yotadi (6.5 - shakl).



6.3 - shakl



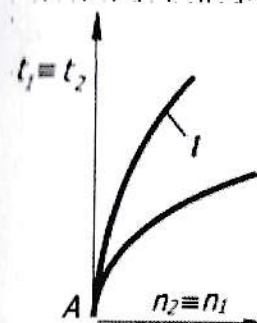
6.4 - shakl



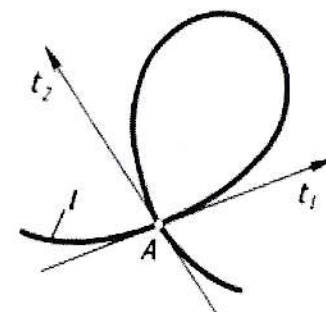
6.5 - shakl

Ikkinchi turdagi qaytish nuqtasi. Yarim urinmalar va normallar juft - juft bo'lib bir xil yo'nalishga ega bo'ladi (6.6 - shakl);

Sinish nuqtasi. Yarim urinmalar va normallar har xil



6.6 - shakl



6.7 - shakl

6.4-§. Ikkinchi tartibli egri chiziqlar

Ikkinchi darajali tenglamalar bilan ifodalanuvchi egri chiziqlar ikkinchi tartibli egri chiziqlar deyiladi.

Bunday chiziqlar to'g'ri chiziq bilan eng ko'pi ikki nuqtada kesishadi. Ikkinchi tartibli egri chiziqlar va ularning xususiyatlaridan mashinasozlikda, binokorlikda, umuman muhandislik amaliyotining barcha tarmoqlarida keng foydalaniladi. Shu boisdan ham ikkinchi tartibli egri chiziqlar mukammal o'rganilgan. Ularga aylana, ellips, parabola, giperbola va ularning xususiy hollari kiradi. Bu egri chiziqlarning tenglamalari va ularning shakllarini aniqlovchi parametrlari **analitik geometriyada** to'liq o'rganiladi. Chizmachilikda va chizma geometriyada esa ularni yasash va hosil qilish usullari o'rganiladi.

Ikkinchi tartibli egri chiziqlarning nomi, ta'rifi, tenglamasi va ularning shakllari quyidagi 6.1 - jadvalda keltirilgan.

Aylana Berilgan nuqtadan teng masofalarda joylashgan nuqtalarning to'plami aylana deyiladi. Kanonik tenglamasi $x^2 + y^2 = R^2$ Parametrik tenglamasi $x = R \cdot \cos t$ $y = R \cdot \sin t$	
Ellips Berilgan ikki F_1 va F_2 nuqtadan uzoqliklarining yig'indisi o'zgarmas miqdor bo'lgan nuqtalarning to'plami ellips deyiladi. $F_1N + F_2N = AB = \text{const}$ Kanonik tenglamasi $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ Parametrik tenglamasi $x = a \cos t$ $y = b \sin t$	
Giperbola Berilgan F_1 va F_2 ikki nuqtadan uzoqliklarining ayirmasi o'zgarmas miqdor bo'lgan nuqtalarning to'plami giperbola deyiladi. $F_1N - F_2N = A_1A_2 = \text{const}$ Kanonik tenglamasi $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ Parametrik tenglamasi $x = a \sec t$ $y = b \tg t$	
Parabola Berilgan nuqtadan va d to'g'ri chiziqdan teng masofalarda joylashgan nuqtalarning to'plami parabola deyiladi. $FN = AN$ Kanonik tenglamasi $y^2 = 2px$ Parametrik tenglamasi $x = t^2, y = \sqrt{2p}t$ yoki $y = t, x = t^2/2p$	

6.5-§. Vint chiziqlari

6.5.1. Silindrik vint chiziqlari

Nuqtaning silindrik sirt bo'ylab aylanma va ilgariylanma harakati natijasida hosil bo'lgan traektoriyasi silindrik vint chizig'i deyiladi.

6.8 a - shaklda A_0C_0 yasovchining bir necha holatlari $A_1C_1, A_2C_2, A_3C_3, \dots$ tasvirlangan. Bunda yo'ylar $A_0B_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = \dots$ o'zaro teng bo'lib, ularning har biri $\pi d/n$ ga teng bo'ladi. Bunda d - silindr diametri, n - silindr asosi bo'laklarining soni.

Agar A_0 nuqtaning holatlari $A_1, A_2, A_3, \dots$ deb belgilansa, uning har bir ko'tarilishi $A_2B_2 = 2 \cdot A_1B_1, A_3B_3 = 3 \cdot A_1B_1$ va hokazo bo'lib, A_0A_{12} yasovchi bir marta aylanma harakat qilganda $A_{12}B_{12} = 12 \cdot A_1B_1$ bo'ladi. A_0A_{12} masofa vint chizig'ining qadami, i - vint chizig'ining o'qi, A nuqtadan i o'qqacha bo'lgan masofa vint chizig'ining radiusi deyiladi.

Vint chizig'i chizilgan silindrning diametri va vint chizig'ining qadami uning parametrlari deyiladi. A nuqta yana bir marta aylanma harakatidan vint chizig'ining ikkinchi o'rami hosil bo'ladi.

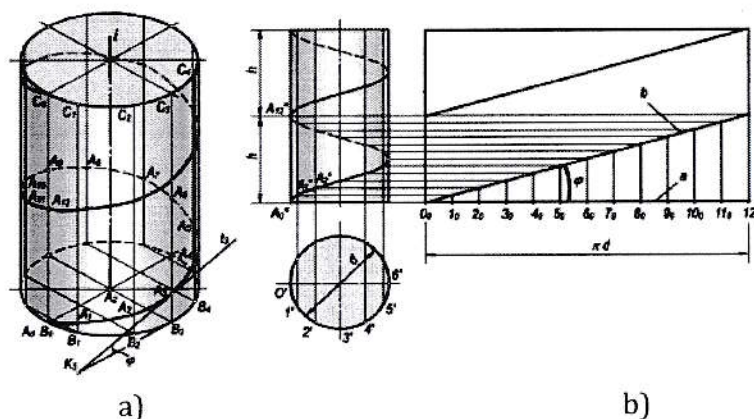
6.8 b - shaklda silindrik vint chizig'ining yasalishi ko'rsatilgan. Buning uchun o'qi N ga perpendikulyar, asos diametri d ga va balandligi $2h$ ga teng bo'lgan silindrning gorizont va frontal proyeksiyalari yasoladi. Silindr asosi bo'lgan aylanani teng 12 bo'lakka bo'linadi.

Xuddi shuningdek, vint chizig'ining qadami h ga teng bo'lgan A_0A_{12} kesmasi ham 12 bo'lakka bo'linadi. Vint chizig'ini hosil bo'lish jarayoniga asosan, ya'ni A nuqtani silindr yasovchisi bo'yicha harakati va bu yasovchini o'q atrofida aylanma harakatiga asosan aylananing har bir bo'lagidan yasovchilar va 1 - 12 kesmaning har bir bo'lagidan o'qqa perpendikulyar kesmalar (nuqtaning aylanma harakatining frontal proyeksiyasi) chiqarilsa, ℓ vint chizig'ining frontal proyeksiyasi hosil bo'ladi. Uning gorizont proyeksiyasi aylana bilan ustma - ust tushadi. Vint chizig'ining frontal proyeksiyasi

sinusoidagi o'xshash chiziq bo'ladi.

Silindrik vint chizig'ining yoyilmasi 6.8 b - shaklda keltirilgan. Buning uchun biror a to'g'ri chiziqqa silindr asosi aylanasi yoy uzunligi πd qo'yiladi va u 12 ta teng bo'lakka bo'linadi. Hosil bo'lgan $0_0, 1_0, 2_0, \dots, 12_0$ nuqtalardan a chiziqqa perpendikulyar chiziqlar chiqariladi. Bu perpendikulyarga vint chizig'i nuqtalarining applikatorlari mos ravishda o'lchab qo'yiladi. Hosil bo'lgan nuqtalar to'plami b to'g'ri chiziqni hosil qiladi. Bu to'g'ri chiziqning a chiziq bilan tashkil qilgan φ burchagi og'ish burchagi bo'ladi. Vint chizig'ining A_1 nuqtasidan boshlab hosil bo'lgan ikkinchi bo'lagining aylanmasi ham b_1 to'g'ri chiziq shaklida ko'rsatilgan.

Vint chizig'ining ko'tarilish burchagi $\tan \varphi = h/\pi d$ formula bilan va uning bir o'ramining uzunligi $l = \sqrt{h^2 + (\pi d)^2}$ formula bilan aniqlanadi.



6.8 - shakl

Silindrning vint chizig'i uning **geodezik chizig'i** deyiladi. Geodezik chiziqlar yordamida sirtidagi ixtiyoriy ikki nuqta orasidagi eng qisqa masofada o'lchanadi.

Silindrik vint chiziqlar o'ng va chap yo'nalishda bo'ladi. Nuqtaning ko'tarilishida harakat chapdan o'ng tomonga bo'lsa, yoki tushishida o'ngdan chapga bo'lsa, hosil bo'lgan chiziq **o'ng yo'nalishli vint chiziq** deyiladi.

Nuqtaning ko'tarilishida harakat o'ngdan chap tomonga

bo'lsa, yoki tushishida chapdan o'ngga bo'lsa, hosil bo'lgan chiziq **chap yo'nalishli vint chiziq** deyiladi.

Silindrik vint chiziqlar mashinasozlikda va qurilishda keng qo'llaniladi.

Vint chizig'iga o'tkazilgan urinmalarning barchasi uning o'qiga perpendikulyar bo'lgan tekislik bilan bir xil φ burchakni hosil qiladi (6.8 a - shakl). Shuning uchun silindrik vint chiziqni **bir xil qiylalidagi chiziq** deyiladi. Silindrik vint chizig'iga o'tkazilgan urinmalarning N tekislikdagi izlarining geometrik o'rni silindrik sirt asosining **evolventasi** bo'ladi. Asos aylanasi esa **evolyuta** hisoblanadi.

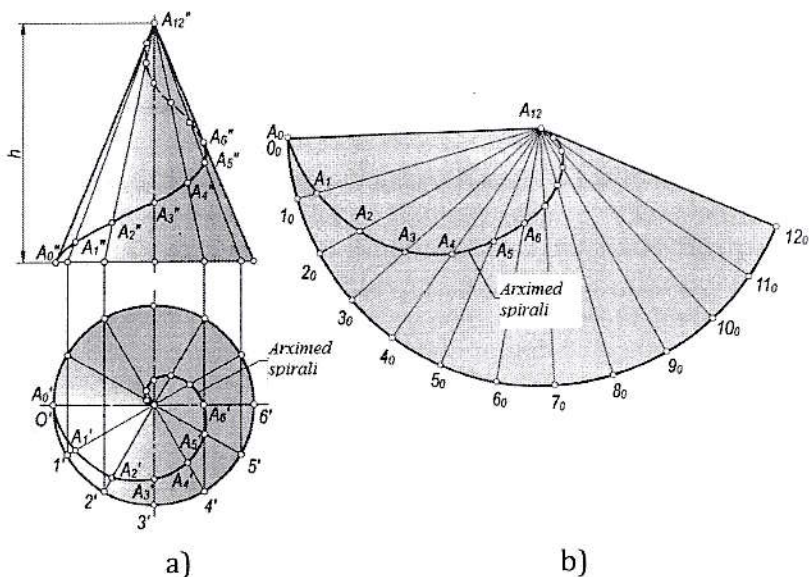
Agar silindr sirtidagi boshlang'ich A_0 nuqtaning ilgariylanma va aylanma harakati o'zaro proporsional bo'lmasa, o'zgaruvchi qadamli vint chiziq hosil bo'ladi.

6.5.2. Konus vint chizig'i

To'g'ri doiraviy konus sirtidagi A nuqta ilgariylanma va aylanma harakat qilsa, unda A nuqta konus sirtiga fazoviy vint chiziq chizadi. Bu chiziq konus vint chizig'i deb yuritiladi.

Nuqtaning konus yasovchisi bo'ylab harakati shu yasovchining aylanish burchagiga proporsionaldir. 6.9 a - shaklda konusning 12 ta yasovchilarining holatlari chizilgan va ularda nuqtalarning holatlari mos ravishda belgilangan nuqtaning konus sirti bo'ylab bir marta aylanishidan hosil bo'lgan h masofa konus vint chizig'ining **qadami** deb yuritiladi.

Konus vint chizig'ining konus o'qiga parallel tekislikdagi frontal proyeksiyasi to'lqin balandligi kamayuvchi sinusoidaga o'xshash egri chiziq bo'ladi. Uning konus o'qiga perpendikulyar tekislikdagi proyeksiyasi Arximed spirali bo'ladi. 6.9 b - shaklda aylanma konus yoyilmasi va unda konus vint chizig'ining yoyilmadagi holati yasalgan. Bu chiziq yoyilmada Arximed spirali ko'rinishida bo'ladi.



6.9 - shakl

6.6-§. Aylanish jismlarining ortogonal proyeksiyalari

6.6.1. Silindrning ortogonal proyeksiyalari

Biror tekis yoki fazoviy chiziqning qo'zg'almas to'g'ri chiziq atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt **aylanish sirti** deb ataladi.

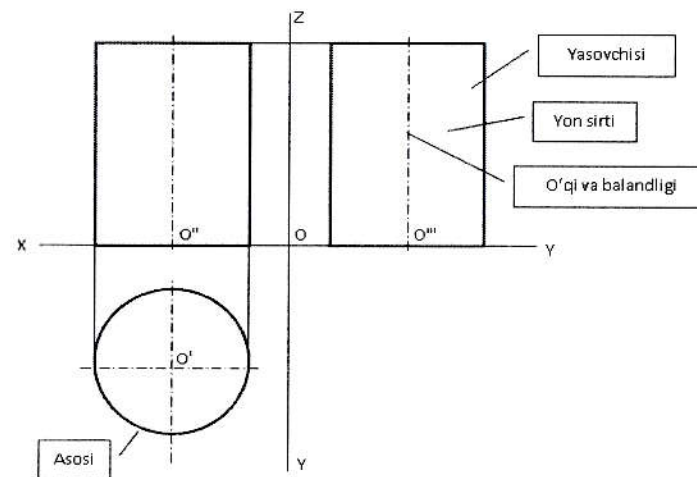
Silindr aylanish geometrik jismlari qatoriga kiradi, uni quyidagicha ta'riflash mumkin: **silindr o'qi** deb qabul qilingan chiziqning atrofida, **silindr yasovchisi** deb qabul qilingan chiziqning shu o'q chizig'iga parallel holda aylanishidan hosil bo'lgan sirtga **silindrik sirt** yoki **silindr** deyiladi.

Silindrning asosiy elementlariga uning **asosi**, **balandligi**, **o'q chizig'i**, **yasovchisi** kiradi. Agar silindrning o'q chizig'i uning asosi bilan o'tkir burchak hosil qilsa, **og'ma silindr** hosil bo'ladi.

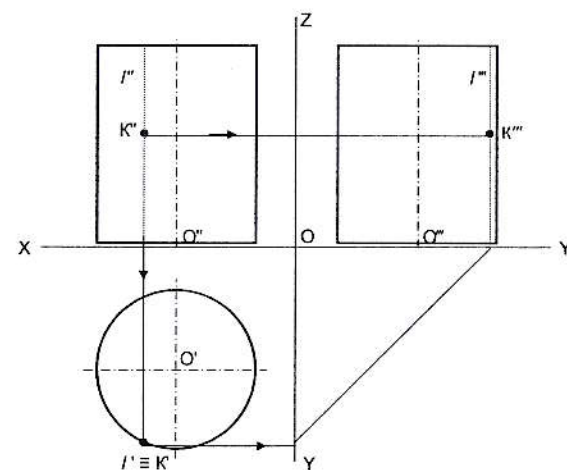
To'g'ri doiraviy silindrning yasovchisi uning balandligi ham hisoblanadi. Silindrning ortogonal proyeksiyalari 6.10 -

shaklda berilgan.

Silindrning yon sirtida joylashgan K nuqtaning proyeksiyalarini aniqlash, 6.11 - shaklda ko'rsatilgan.



6.10 - shakl



6.11 - shakl

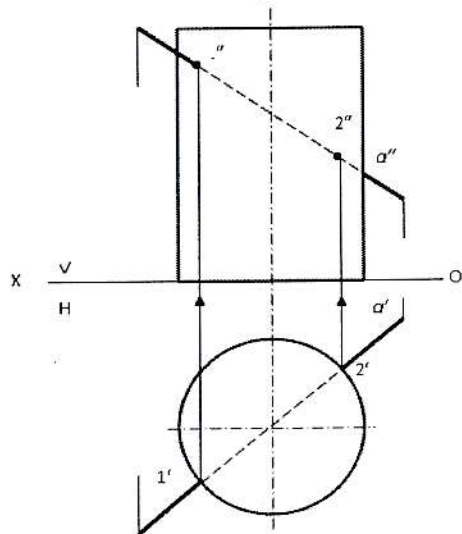
Ma'lumki, K nuqtasi silindr yon sirtining l yasovchisida joylashgan. Masalani hal qilish uchun ana shu yasovchining proyeksiyalari aniqlanadi va K nuqtasining boshqa proyeksiyalari topiladi.

6.7-§. Silindr bilan to'g'ri chiziq va tekisligining kesishishi Masala

To'g'ri doiraviy silindr bilan umumiy vaziyatda berilgan a to'g'ri chiziqlarning kesishish (to'g'ri chiziqlarning kirish va chiqish nuqtalari) nuqtalarining proyeksiyalari aniqlansin (6.12 - shakl).

Masalaning yechimi

Kirish va chiqish nuqtalarining proyeksiyalarini yasash, H tekisligidagi ko'rsatkichlar (strelkalar) yo'nalishi orqali boshlanadi. 1 ($1'$, $1''$) nuqtasi kuzatuvchiga ko'rinadi, 2 ($2'$, $2''$) nuqtasining $2''$ frontal proyeksiyasi esa silindrning kuzatuvchiga ko'rinmas qismida joylashgan. a chizig'ining bir qismi silindr ichida bo'lgani sababli u ko'rinmaydi va shtrix chiziqda chiziladi.



6.12 - shakl

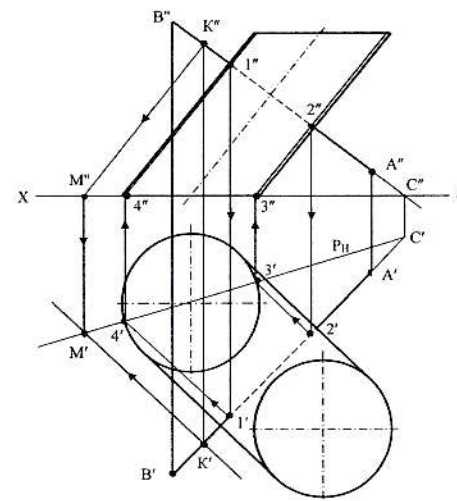
Masala

Asoslari H tekisligida yotuvchi og'ma silindrning AB to'g'ri chiziq kesmasi bilan kesishish nuqtalarini aniqlansin (6.13 - shakl).

Masalaning yechimi

Buning uchun AB to'g'ri chiziq kesmasi orqali silindrning yasovchisiga parallel ravishda **yordamchi kesuvchi tekislik** o'tkazamiz, ya'ni, masalan, K'' nuqtadan silindr yasovchisiga parallel to'g'ri chiziq o'tkaziladi.

$K''M''$ va $A''B''$ o'zaro kesishuvchi chiziqlar R **yordamchi kesuvchi tekislikni** ifodalaydi va uning H tekisligidagi P_H proyeksiyasi yasaladi.



6.13 - shakl

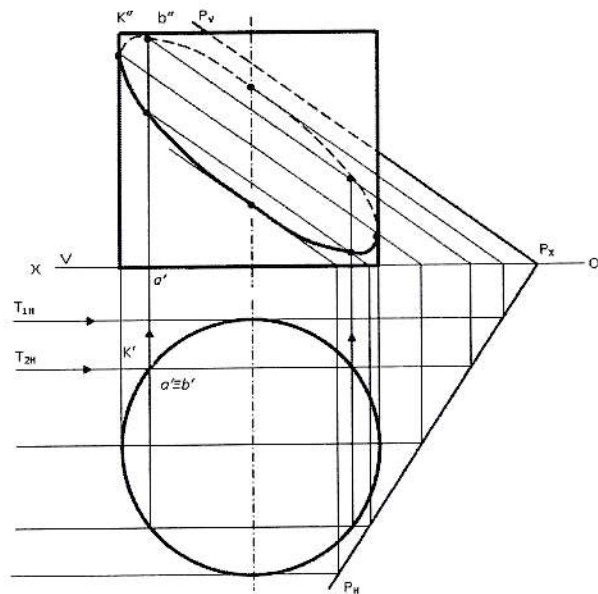
Masala

H tekisligida joylashgan to'g'ri doiraviy silindrning umumiy vaziyatdagi P tekislik bilan kesishish chizig'i aniqlansin (6.14 - shakl).

Masalaning yechimi

Epyuradagi holatga ko'ra, P tekislik silindrni to'liq kesib o'tadi. Kesishish chizig'iga oid nuqtalar silindrning yasovchilariga tegishlidir. Shuning uchun silindr sirtida bir necha

yasovchilarni belgilaymiz va ular orqali R tekisligining maxsus chiziqlari (gorizontal yoki frontal) vositasida **yordamchi kesuvchi frontal tekisliklari** o'tkaziladi. Kesishish chizig'iga oid nuqtalarning o'rinlarini aniqlab, ularni ravon tutashtirsak, kesishish chizig'i hosil bo'ladi.



6.14 - shakl

Masalan, H tekisligida T_{2H} yordamchi kesuvchi frontal tekisligi ab yasovchisi bilan K nuqtada kesishadi, uning frontal proyeksiyasi esa, tekislikning maxsus chizig'ini (frontalini) o'tkazish usuli orqali aniqlangan. Kesishish chizig'iga oid boshqa nuqtalar ham xuddi shu tartibda topiladi.

6.8-§. Konusning ortogonal proyeksiyalari

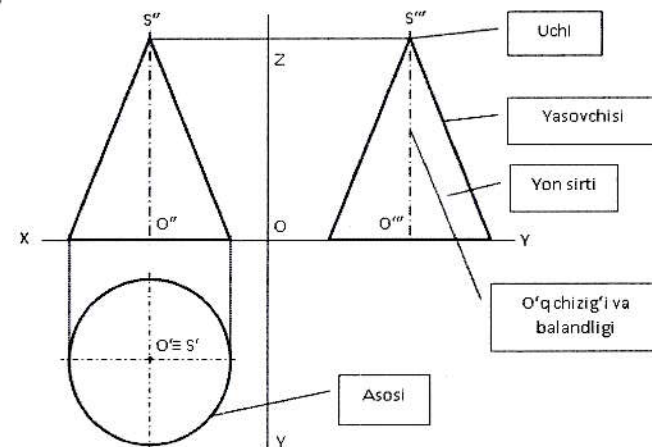
Konus ham aylanish geometrik jismlari qatoriga kiradi. Uni quyidagicha ta'riflash mumkin:

1. Konus o'qi deb qabul qilingan chiziqning atrofida, konus yasovchisi deb qabul qilingan chiziqning shu o'q chizig'i bilan o'tkir burchak hosil qilib aylanishidan tashkil topgan sirtga,

konus sirti yoki **konus** deb ataladi.

2. To'g'ri burchakli uchburchak gipotenuzasining ixtiyoriy katet atrofida aylanishidan tashkil topgan sirtga **konus** deb ataladi.

Bunday vaziyatda katet konus o'qi vazifasini bajarsa, gipotenuza esa konus yasovchisi vazifasini bajaradi. To'g'ri doiraviy konusda uning o'q chizig'i balandlik vazifasini ham bajaradi.

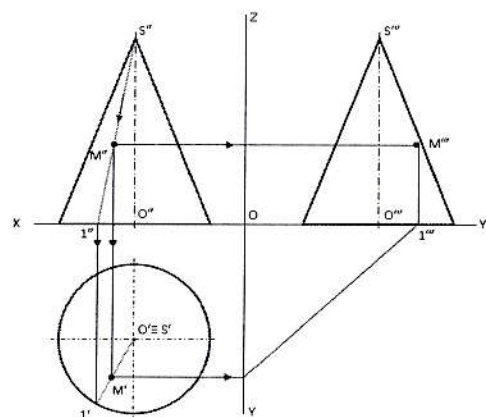


6.15 - shakl

Konusning asosiy elementlariga uning *o'q chizig'i*, *yasovchisi*, *asosi*, va *yon sirti* kiradi. Uning ortogonal proyeksiyalari 6.15 - shaklda berilgan.

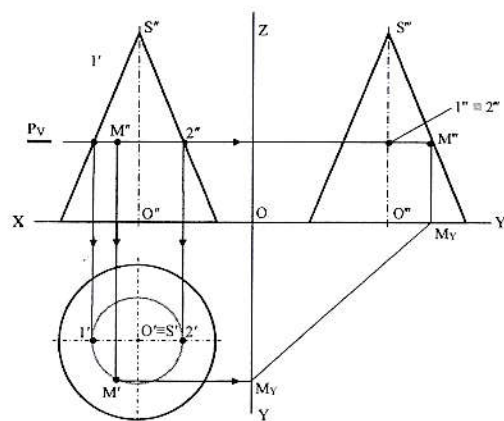
6.16 va 6.17 - shakllarda, konus sirtidagi M nuqtaning proyeksiyalarini aniqlash 2 ta usulda keltirilgan.

6.16 - shaklda, berilgan M'' nuqtaning boshqa proyeksiyalarini aniqlashda, shu nuqta orqali o'tgan $S''1''$ yasovchining proyeksiyalaridan foydalanilgan. Ko'rsatkichlarning yo'nalishi orqali, nuqtaning proyeksiyalarini yasash ko'rsatilgan.



6.16 - shakl

6.17 - shaklda esa, berilgan M'' nuqtaning boshqa proyeksiyalarini aniqlashda, shu nuqta orqali konus asosiga parallel holatda (konus o'qiga perpendikulyar holatda) o'tgan P_V yordamchi kesuvchi tekislikning konus sirti bilan hosil qilgan kesim yuzasidan (aylanadan) foydalanilgan. Bu shaklda ham, xuddi yuqoridagidek, ko'rsatkichlarning yo'nalishi orqali, nuqtaning proyeksiyalari yasalanishini aniqlash mumkin bo'ladi.



6.17 - shakl

6.8.1. Konus bilan to'g'ri chiziq va tekislikning kesishishi Masala

Konus sirti bilan umumiy vaziyatda berilgan AB to'g'ri chiziq kesmasining kesishish nuqtalarini aniqlansin (6.18 - shakl).

Masalaning yechimi

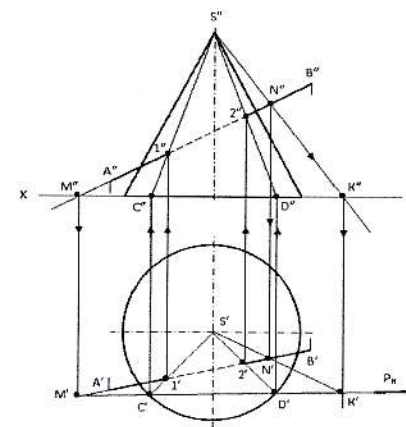
Kesishuv (kirish va chiqish) nuqtalari quyidagi tartibda aniqlanadi.

1. AB to'g'ri chiziq bilan konusning S uchini (nuqtani) **yordamchi kesuvchi** P tekislik deb qabul qilinadi (boshqacha aytganda, yordamchi kesuvchi P tekisligi konusning S uchidan va berilgan AB to'g'ri chizig'i orqali o'tkaziladi) va uning P_H gorizontali izi aniqlanadi (yasaladi).

2. Konusning asosi P_H tekisligi bilan C va D nuqtalarda kesishadi. Bu nuqtalarni konusning S uchi bilan tutashtirib, konus sirtining P_H yordamchi tekislik

bilan kesilishidan hosil bo'lgan SC va SD yasovchilarning proyeksiyalari topiladi.

3. Konusning yasalgan shu SC va SD yasovchilarining berilgan AB chiziq bilan kesishuv nuqtalari - 1 va 2 nuqtalari izlangan kirish va chiqish nuqtalari hisoblanadi. Ko'rsatkichlarning yo'nalishi masalaning yechimini tushunishga yordam beradi.



6.18 - shakl

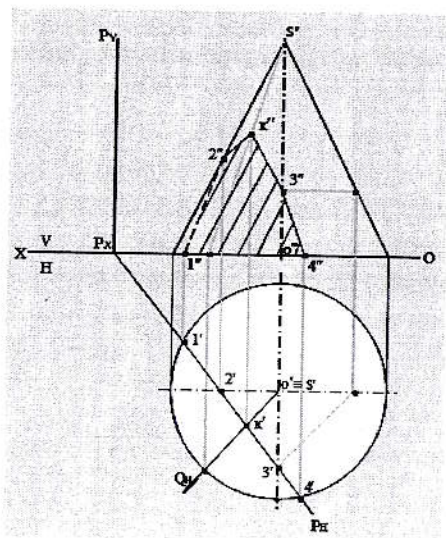
Quyidagi 6.19 - shaklda, to'g'ri doiraviy konusning izlari bilan berilgan $P (P_H, P_V)$ gorizontali proyeksiyalovchi tekisligi bilan kesishishidan hosil bo'lgan kesim yuzasining shaklini yasash keltirilgan.

Bu kesim yuzasining konturi quyidagicha aniqlangan:

P tekisligining H tekisligidagi P_H gorizontali izi konusning asosini 1 va 4 nuqtalarida, yasovchilarini esa 2 va 3 nuqtalarida kesib o'tadi.

Demak, kesim yuzasining H tekisligidagi proyeksiyasi 1 va 4 nuqtalar oralig'idagi chiziqdan tashkil topadi.

Bir vaqtning o'zida bu nuqtalar kesishish chizig'iga oid ma'lum nuqtalar hisoblanadi. Bu yerdagi $K (K', K'')$ nuqtalar topilishi kerak bo'lgan oraliq nuqtalar hisoblanadi. Bu nuqtalar H tekisligida Q_H yordamchi kesuvchi tekisligini o'tkazish orqali aniqlanadi. Nuqtalarning V tekisligidagi proyeksiyalarini - $1'', 2'', 3'', 4'', K''$ larini proyeksion bog'lanish chiziqlarini o'tkazish orqali topish mumkin bo'ladi. Aniqlangan nuqtalarni o'zaro tartib bilan tutashtirib, kesim yuzasining konturini hosil qilamiz va bu yuzani ingichka tutash chiziq yordamida shtrixlab qo'yamiz.



6.19-shakl

6.9-§. Sferaning proyeksiyalari

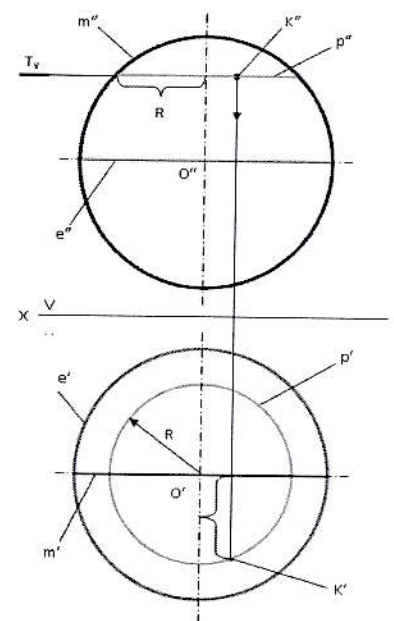
Sfera ikkinchi tartibli aylanish sirtlari turkumiga kiradi.

Sfera (shar) deb, aylananing o'z diametri atrofida aylanishidan hosil bo'lgan geometrik jismga aytiladi.

Shuningdek, fazoda markaz deb qabul qilingan nuqtadan baravar uzoqlikda joylashgan nuqtalarning geometrik o'rniga ham **sfera** deb ataladi.

Markazi koordinatalar boshida bo'lgan sferaning kanonik tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$x^2 + u^2 + z^2 = R^2, R \neq 0$$



6.20 - shakl

Sfera shunday yagona geometrik sirtki, u H , V va W tekisliklariga bir xil ko'rinish va kattaliklardagi aylanalar sifatida proyeksiyalanadi.

Sferani tashkil etuvchi elementlari quyidagilardir (6.20 - shakl):

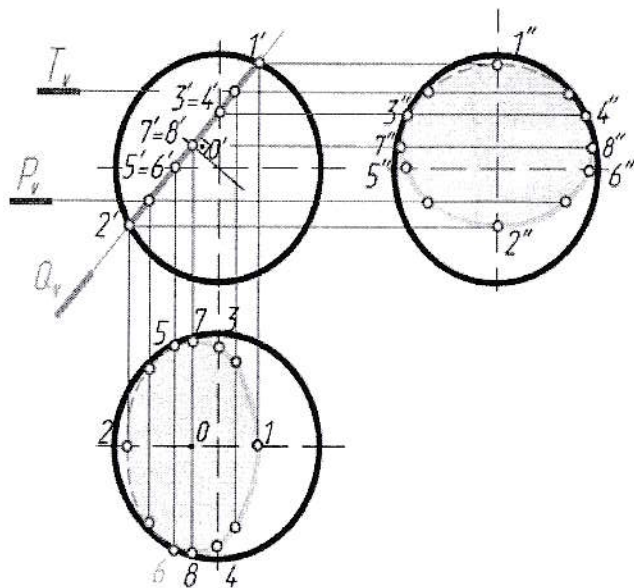
- $e (e', e'')$ - ekvator;
- $m (m', m'')$ - bosh meridian;

- $p(p', p'')$ – parallel (ekvatorga parallel bo'lgan chiziq).

6.9.1. Sferaning tekislik bilan kesishishi

Umuman olganda, sferani tekislik bilan kesilganda, kesimda **aylana** shakli hosil bo'ladi. Proyeksiyalarda esa kesuvchi tekislikning vaziyatiga qarab, kesim yuzasi **ellips** ko'rinishida ham bo'lishi mumkin.

Agar T_v tekislik bilan sferani uning ekvatoriga parallel holda kesilsa, kesimda aylana shakli hosil bo'ladi (6.21 - shakldagi R radiusli aylana). T_v tekislik sfera sirtidagi K'' nuqtasi orqali o'tkazilgan. Bu nuqtaning gorizontaal proyeksiyasi R radiusli aylananing konturida bo'ladi.



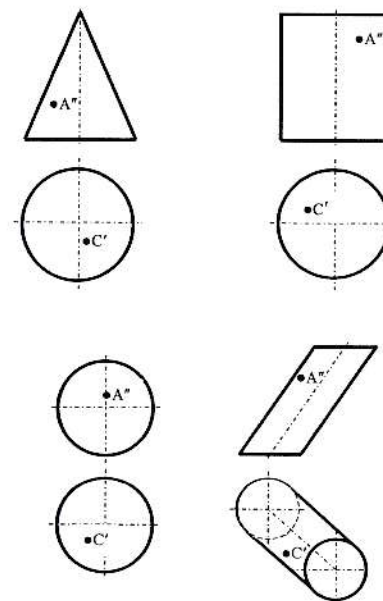
6.21 - shakl

Agar sferani Q_v tekisligi uning ekvatoriga nisbatan o'tkir burchak ostidagi yo'nalishda kesib o'tsa, kesimda ellips shakli hosil bo'ladi (6.21 - shakl). Ellipsning gorizontaal proyeksiyasini yasash uchun Q_v tekislikni ekvatorga parallel bo'lgan bir necha

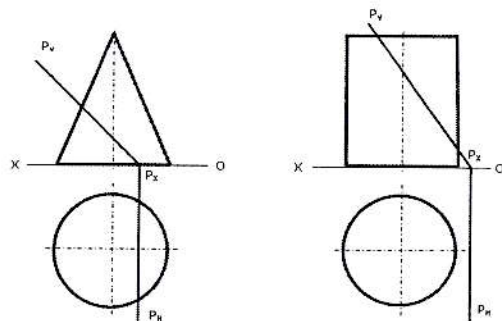
tekisliklar bilan kesiladi va ularning kesishuv nuqtalari ($3'$, $4'$, $5'$, $6'$, $7'$) belgilanadi. $1'$ va $2'$ nuqtalari bosh meridianda yotgani uchun ularning boshqa proyeksiyalari qo'shimcha yasashlarsiz, bog'lanish chiziqlari orqali topiladi. Barcha nuqtalarning gorizontaal va profil proyeksiyalari aniqlangach, ularni ketma-ketlikda o'zaro tutashtirilib kesim yuzasi shakli – ellips hosil qilinadi (6.21 - shakl).

Mustaqil yechish uchun masalalar

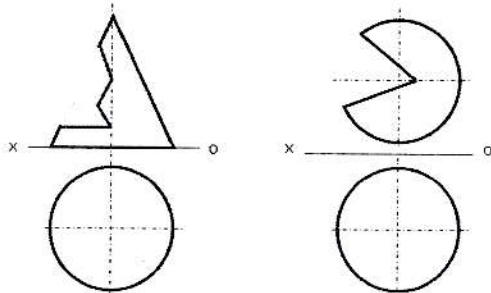
1. Quyida berilgan sirtlarga tegishli nuqtalarning yetishmagan proyeksiyalari yasalsin.



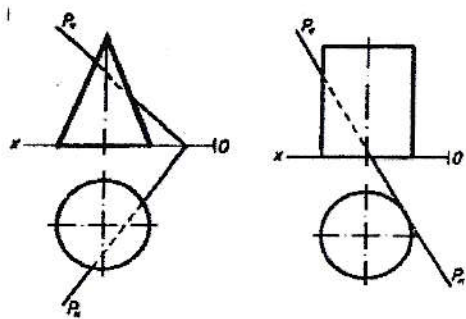
2. Quyida berilgan sirtlarning xususiy holatdagi tekislik bilan hosil qilgan kesim yuzasining proyeksiyalari va ularning haqiqiy kattaligi yasalsin.



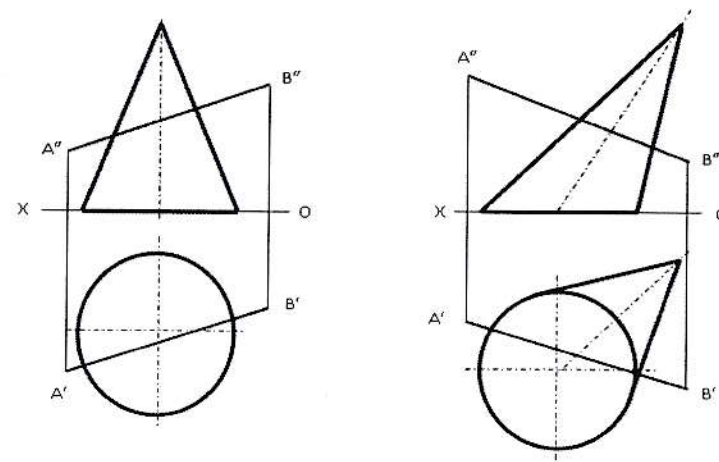
3. Quyida berilgan tekisliklar bilan kesilgan sirtning gorizontal va profil proyeksiyalari yasalsin.



4. Quyida berilgan sirlarning umumiy vaziyatdagi tekislik bilan kesishuvidan hosil bo'lgan kesim yuzasining proyeksiyalari va uning haqiqiy kattaligi aniqlansin. Sirlarning yoyilmalari va yoyilmadagi kesim chizig'i yasalsin.



5. Quyida berilgan sirlarning to'g'ri chiziq bilan uchrashuv nuqtalari va proeksiyalardagi ko'rinishliklari aniqlansin.



6.10-§. Sirlarning o'zaro kesishish chizig'ini yasashdagi umumiy qoidalar

Bu qoidalar, yordamchi kesuvchi tekisliklar o'tkazish va kesishish chizig'ini tashkil etuvchi alohida nuqtalarning o'rinlarini aniqlash hamda ularni tegishli tartibda tutashtirib, kesishish chizig'ini yasashga asoslangan.

Bu alohida nuqtalar o'ziga xos ikki guruhga bo'linadi:

- oldindan ma'lum nuqtalar;
- aniqlanishi kerak bo'lgan oraliq nuqtalar.

Oldindan ma'lum nuqtalarning joylashgan o'rinlari barcha proyeksiyalarda oldindan ma'lum bo'lib, ularni hech qanday qo'shimcha yasashlarsiz, faqat proyeksion bog'lanish chiziqlari orqali belgilash mumkin.

Agar kesishuvchi sirtlar **aylanish sirtlaridan** iborat bo'lsa, uning oldindan ma'lum nuqtalari ocherk hosil qiluvchisida, o'qida, asosida, markazida, uchida joylashishlari mumkin.

Agar kesishuvchi sirtlar **ko'pyoqlik sirtlardan** iborat bo'lsa, u holda uning oldindan ma'lum nuqtalari qirrasida, asosida, simmetriya o'qida, uchida joylashishlari mumkin.

Topilishi (aniqlanishi) kerak bo'lgan oraliq nuqtalarning o'rinlari esa yordamchi kesuvchi tekisliklarni o'tkazish yo'llari (usullari) bilan aniqlanadi.

Shuni alohida ta'kidlash lozimki, kesishish chizig'iga oid nuqtalarning bunday tartibda farqlanishi, kesishuvchi sirtlarning proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan **xususiy vaziyatda** joylashganliklari bilan izohlanadi.

Shuningdek, agar ikkala kesishuvchi sirt ko'pyoqlik sirtlaridan iborat bo'lsa va ular proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan xususiy vaziyatda joylashsa, u holda ularning kesishish chizig'ini yasash, birinchi ko'pyoqlikning qirralari bilan ikkinchi ko'pyoqlikning tomonlari va ikkinchi ko'pyoqlikning qirralari bilan birinchi ko'pyoqlikning tomonlarining kesishish nuqtalarini topishga asoslanadi.

Ikki sirtning kesishish chizig'ini kesuvchi tekisliklar yordamida aniqlash uchun, ikkala sirtning ham oddiy chiziqlar, aylana yoki to'g'ri chiziq bo'ylab kesadigan proyeksiyalovchi tekisliklar bilan kesiladi. Bunda hosil bo'lgan chiziqlarning bir tekislikda o'zaro kesishib, ikki sirtning kesishish chizig'ining nuqtalarini hosil qilinadi.

6.11-§. O'qlari umumiy nuqtaga ega bo'lgan aylanish sirtlarining o'zaro

kesishuvi. Yordamchi sferalar usuli

Ma'lumki, markazi biror aylanish sirtining o'qida bo'lgan sfera bu sirtning chekli sonidagi aylanalar bo'yicha kesadi. Bu aylanalar proyeksiyalar tekisliklarining biriga to'g'ri chiziq kesmasi shaklida, ikkinchisiga aylana yoki ellips ko'rinishida proyeksiyalanadi. Aylanish sirtlari bilan sferaning o'zaro kesishish chizig'i haqidagi bu muhim xulosa ikkita aylanish sirtining o'zaro kesishish chiziqlarini yasashga imkon beradi.

Yordamchi kesuvchi sferalar to'plami konsentrik yoki eksentrik ko'rinishlarda bo'ladi. Kesishuvchi sirtlarning xarakteriga qarab, yordamchi kesuvchi sferalarning biror usuli ishlatiladi.

6.11.1. Konsentrik sferalar usuli

Ikki aylanish sirtining o'qlari umumiy nuqtaga ega bo'lsa, bu o'qlar bitta tekislikni tashkil qiladi. Bu tekislik har ikkala sirt uchun simmetriya tekisligi bo'ladi.

Yordamchi kesuvchi konsentrik sferalar usulini quyidagi shartlar qanoatlantirgan hollardagina qo'llash mumkin:

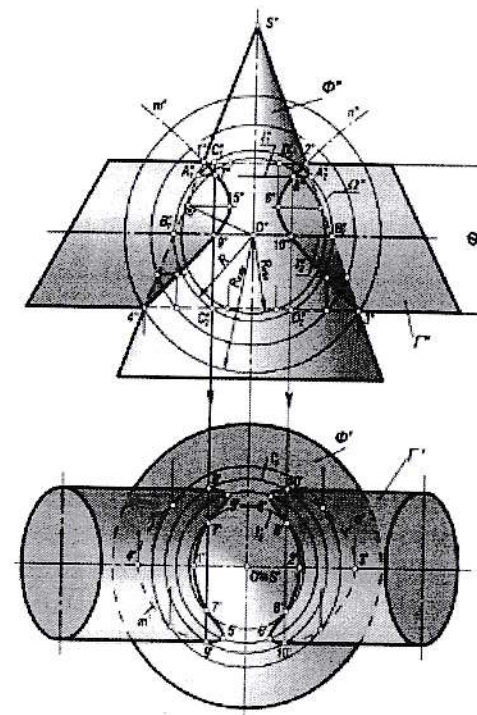
- o'zaro kesishuvchi sirtlar aylanish sirtlari bo'lishi shart;
- aylanish sirtlarining o'qlari o'zaro kesishgan bo'lishi kerak;

- aylanish sirtlarining o'qlari (yoki simmetriya tekisligi) proyeksiyalar tekisliklarining biriga parallel bo'lishi yoki sirt o'qlarining biri proyeksiyalar tekisliklarining biriga parallel, ikkinchi o'q esa ikkinchi proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lishi kerak.

Yordamchi kesuvchi konsentrik sferalarning markazi sirtlarning o'qlari kesishgan nuqtasida bo'ladi. 6.22 - shaklda o'qlari umumiy O (O' , O'') nuqtada kesishuvchi va simmetriya tekisligi V tekisligiga parallel bo'lgan Φ (Φ' , Φ'') aylanma konus va Γ (Γ' , Γ'') silindr sirtlari berilgan. Bu sirtlarning kesishish chizig'ini yasash uchun O'' nuqtani markaz qilib, R radiusli Ω (Ω'') sfera chiziladi. Ω sfera Φ sirti bilan umumiy o'qqa ega bo'lgani uchun ular l_1 (l_1' , l_1'') va l_2 (l_2' , l_2'') aylanalar bo'yicha kesishadi. Shaklda bu aylanalar V tekislikdagi proyeksiyalari $A1''A2''$ va $B1''B2''$ kesmalar tarzida tasvirlangan. Shuningdek, bu sfera Φ sirt bilan umumiy o'qqa ega bo'lgani uchun $C1''C2''$ va $D1''D2''$ kesmalar ko'rinishidagi aylanalar bo'yicha kesishadi. Bu aylanalar O'' o'zaro kesishish $7''$, $8''$, $9''$ va $10''$ nuqtalari har ikkala Φ va Γ sirtlar uchun umumiy bo'lgan nuqtalarning frontal proyeksiyalari bo'ladi. Xuddi shuningdek, O'' nuqtani markaz qilib, konsentrik sferalar chiziladi, ular yordamida Φ va Γ sirtlar uchun umumiy bo'lgan nuqtalarini yasash mumkin. Bu nuqtalarning geometrik o'rni bo'lgan m'' va n'' egri chiziqlar Φ va Γ sirtlarning kesishish chiziq bo'ladi. Φ va Γ sirtlarning frontal ocherklarining $1''$, $2''$, $3''$, $4''$ kesishish nuqtalari bu sirtlar kesishish chizig'ining xarakterli nuqtalaridan hisoblanadi. O'' nuqtadan eng uzoqda joylashgan $4''$ xarakterli nuqtadan o'tuvchi

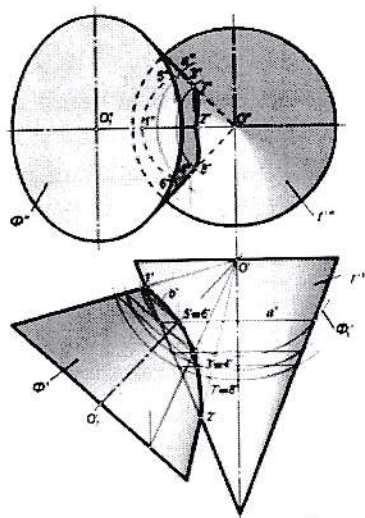
sferaning radiusi R_{max} bo'ladi. Kesishish chizig'ining xarakterli nuqtalaridan yana bir juftini Φ va Γ sirtlarining birortasiga R_{min} radiusli urinma sferani o'tkazish bilan aniqlanadi. Eng kichik sferaning R_{min} radiusi quyidagicha aniqlanadi (6.22 - shakl): O'' nuqtadan berilgan sirtlarning birini chekka yasovchisiga $O''E''$ va $O''F''$ perpendikulyarlar o'tkaziladi. Bunda $O''E'' > O''F''$ bo'lsa, $R_{min} = O''E''$ bo'ladi. Agar $O''E'' < O''F''$ bo'lsa, $R_{min} = O''F''$ bo'ladi, $O''E'' = O''F'' = R_{min}$ bo'lgan holda eng kichik sfera ikkala sirtga urinib, kesishish chizig'i ikkita tekis egri chiziqqa ajraladi. Shunday qilib, urinma sferani shunday o'tkazish kerakki, u sirtlarning biriga urinsin va ikkinchisini kesib o'tsin. 6.22 - shaklda Γ sirtga urinma bo'lgan R_{min} radiusli sfera o'tkazish bilan yasalgan egri chiziqning 5, 6 xarakterli nuqtalari aniqlangan. Bu nuqtalarda egrilik buriladi yoki yo'nalishini o'zgartiradi. Kesishish chizig'ining boshqa nuqtalari R_{max} va R_{min} radiusli sferalar orasida ixtiyoriy sferalar o'tkazish bilan aniqlanadi. Konus va silindrlarning o'zaro kesishish chizig'i $m (m', m'')$ va $n (n', n'')$ larga tegishli nuqtalarning gorizontallari proyeksiyalari konus o'qiga perpendikulyar bo'lgan parallel kesuvchi gorizontall tekisliklar orqali aniqlanadi. Shunday qilib, konsentrik sferalar usuli bilan ikki aylanish sirtining kesishish chiziqlarini yasash quyidagi sxema bo'yicha bajariladi:

- ikki aylanish sirti o'qlarining kesishish nuqtasi konsentrik sferalar markazi sifatida qabul qilinadi;
- sirtlarning frontal (yoki gorizontall) ocherklarining kesishish nuqtalari xarakterli nuqtalar sifatida belgilanadi va R_{max} radiusli sfera aniqlanadi;
- eng kichik R_{min} radiusli sferani chiziladi. Natijada yana bir juft xarakterli nuqtalar aniqlanadi;
- R_{max} va R_{min} radiuslar orasida sferalar o'tkazilib, oraliq nuqtalar topiladi.



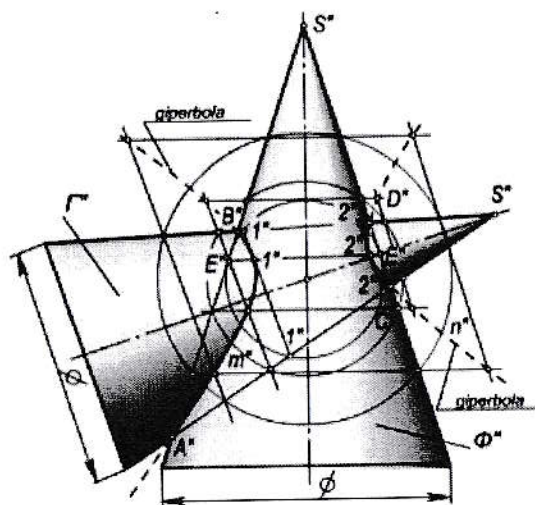
6.22 - shakl

6.23 - shaklda o'qlari $O (O', O'')$ nuqtada kesishuvchi va simmetriya tekisligi H proyeksiyalari tekisligiga parallel bo'lgan ikki doiraviy konusning kesishish chizig'i konsentrik sferalar usuli bilan yasalgan. Bunda avvalo kesishish chizig'ining xarakterli 1 ($1', 1''$) va 2 ($2', 2''$) nuqtalari aniqlanadi. So'ngra O' nuqtani markaz qilib olib, ikkala konusni kesadigan qilib $\Phi 1'$ sfera o'tkaziladi. $\Phi 1'$ sfera Γ' konus bilan a' aylana bo'yicha, Φ' konus bilan b' aylana bo'yicha kesishadi. Bu aylanalarning kesishish nuqtalari $5' = 6'$ ikki konusning kesishish chizig'iga tegishli bo'ladi. a aylananing a'' proyeksiyasi yasaliib, uning ustida $5''$ va $6''$ nuqtalar yasaladi. Kesishish chizig'ining qolgan nuqtalari ham yuqoridagidek yasaladi va ular o'zaro tutashtiriladi.



6.23 - shakl

6.24 - shaklda simmetriya tekisligi proyeksiyalar tekisligi V tekisligiga parallel bo'lgan ikki aylanma konusning kesishish chizig'i konsentrik sferalar usuli bilan frontal proyeksiyalar tekisligida tasvirlangan.



6.24 - shakl

6.11.2. Ekssentrik sferalar usuli

Markazlari biror aylanma sirt o'qining turli nuqtalarida joylashgan sferalar eksentrik sferalar deb yuritiladi. 6.25 - shaklda konus o'qi va sfera markazi O (O' , O'') bitta frontal simmetriya tekisligida joylashgan.

Bu ikki sirtning kesishish chizig'ini yasash uchun avvalo ularning frontal ocherklarning kesishishdagi xarakterli nuqtalari $1''$ va $2''$ belgilanadi. Ma'lumki, har qanday ikki sfera aylana bo'yicha kesishadi. Markazi konus o'qida bo'lgan sfera ham konus bilan aylana bo'yicha kesishadi.

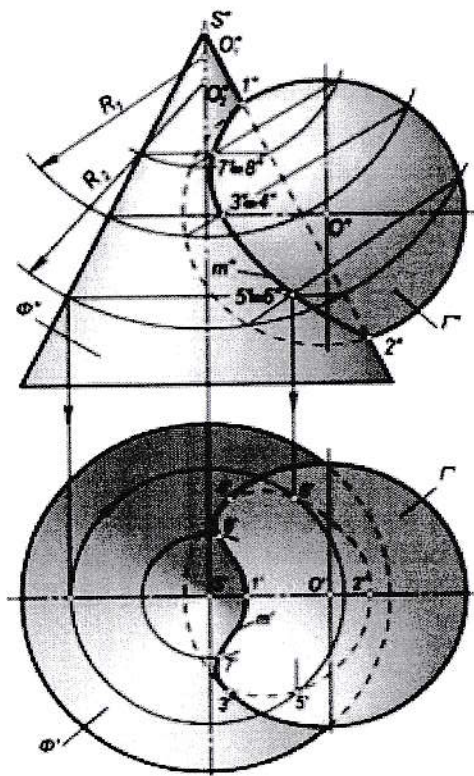
Shuning uchun konus o'qining biror nuqtasini markaz qilib olib, ixtiyoriy radius bilan yordamchi sferalar yasash yo'li bilan bu ikki sirtning kesishish chizig'i yasaladi. Konus o'qidagi O_1'' nuqtani markaz qilib olib, R_1 radiusli sfera yordamida kesishish chizig'ining 3 ($3'$, $3''$) $\equiv$ 4 ($4'$, $4''$) nuqtalari yasalgan. Shuningdek, konus o'qidagi O_2'' nuqtani markaz qilib olib, R_2 radiusli sfera yordamida 5 ($5'$, $5''$) $\equiv$ 6 ($6'$, $6''$) nuqtalarning vaziyati aniqlangan. Xuddi shu tarzda konus o'qidagi ixtiyoriy nuqtalarni markaz qilib olib, ixtiyoriy radiuslar bilan sferalar chizish yordamida ikkala sirtning kesishish chizig'i m (m' , m'') yasalgan. m ning gorizonttal m' proyeksiyasi konus o'qiga perpendikulyar bo'lgan parallel kesuvchi gorizonttal tekisliklar orqali aniqlanadi.

Aylanma kesik konus va tor sirtlarning kesishish chizig'ini yasash frontal proyeksiya tekisligida ko'rsatilgan (6.26 - shakl). Konusning o'qi i'' va tor yasovchilarining markazlari yotuvchi n'' chiziq bitta frontal tekislikda joylashgan. Bu sirtlarning kesishish chizig'ini yasash uchun torning frontal proyeksiya tekisligidagi l_1'' o'qi orqali N_{IV} frontal proyeksiyalovchi tekislikning izi o'tkaziladi. Bu tekislik torni n'' markazlar chizig'ini ixtiyoriy A_1'' nuqtada kesadi. Bunda N_{IV} tekislik torni l_1'' aylana bo'yicha kesadi. l_1'' aylananing markazi A_1'' nuqtadan aylana tekisligiga perpendikulyar chiqariladi. Uning aylanma konus o'qi i'' bilan kesishish nuqtasi O_1'' belgilanadi.

O_1'' nuqtani markaz qilib olib, torning l_1'' aylanasi bilan o'tuvchi R_1 radiusli sfera chiziladi. Bu yordamchi sfera konus

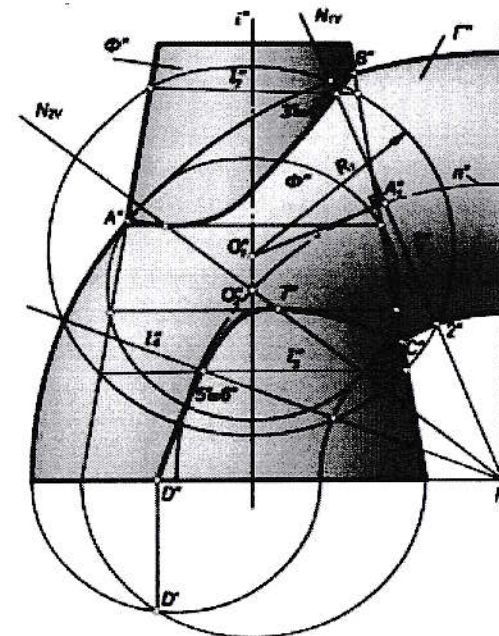
bilan l_2'' va l_3'' aylanalar bo'yicha va tor sirti bilan l_1'' va l_4'' aylanalar bo'yicha kesishadi. l_1'' va l_2'' aylanalarining kesishish nuqtalari $3'' \equiv 4''$ hamda l_3'' va l_4'' aylanalarining kesishish nuqtalari $5'' \equiv 6''$ izlanayotgan egri chiziqlarning nuqtalari bo'ladi. Chunki $3'' \equiv 4''$ va $5'' \equiv 6''$ nuqtalar konus va tor sirtlari uchun umumiy nuqtalardir.

Aylanma konus va tor sirtlar kesishish chizig'ining xarakterli A'' , B'' va C'' nuqtalari bu sirtlarni frontal ocherklarining kesishish nuqtalari yordamida aniqlangan. Sirtlar o'qlarining kesishish nuqtasi O_2'' orqali tor sirtga urinma qilib o'tkazilgan Φ'' sfera sirti orqali A'' va $7''$ xarakterli nuqtalar aniqlangan. Bu nuqtalar egrilikning burilish nuqtalari bo'ladi.



6.25 - shakl

Torning i_1'' aylanish o'qi orqali bir necha frontal proyeksiyalovchi tekisliklar izlarini o'tkazib va bu tekisliklarda hosil bo'lgan aylanalar orqali markazi konus o'qida turlicha joylashgan yordamchi sferalar o'tkazib, egri chiziqlarning qolgan oraliq nuqtalari aniqlanadi.



6.26 - shakl

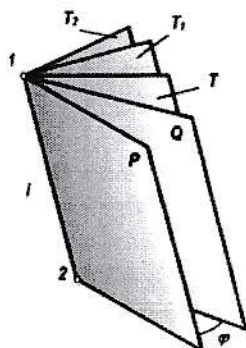
6.12-§. Sirtlarning o'zaro kesishish chizig'ini yasash. Kesuvchi tekisliklar dastasi usuli

6.12.1. Tekisliklar dastasi

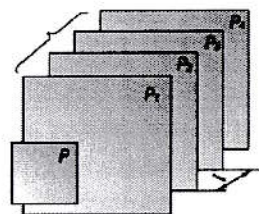
Bitta to'g'ri chiziqdan o'tuvchi tekisliklarni tekisliklar dastasi deyiladi. To'g'ri chiziq tekisliklar dastasining o'qi deb yuritiladi. Tekisliklar dastasi xos (6.27 - shakl) yoki xosmas o'qqa (6.28 - shakl) ega bo'ladi.

Xos o'qli tekisliklar dastasining chizmadagi bir ismli izlari bir nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqlar dastasini tashkil qiladi

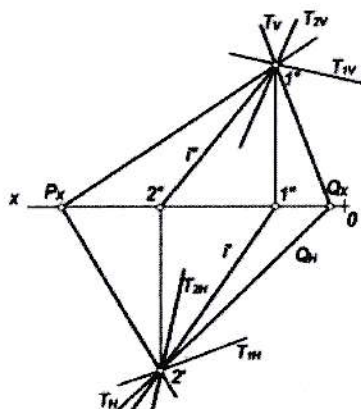
(6.29 - shakl). Shu izlar dastasining 1" va 2" nuqtalari tekisliklar dastasi i o'qining izlaridan iborat bo'ladi. Dasta tekisliklarining vaziyati esa, bitta parametr, ya'ni aylanish burchagi φ ning kattaligi orqali aniqlanadi.



6.27 - shakl

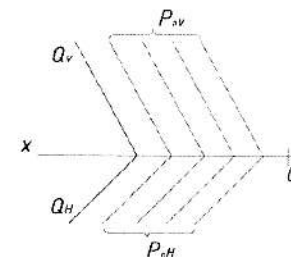


6.28 - shakl



6.29 - shakl

Xosmas o'qqa ega bo'lgan tekisliklar dastasining chizmadagi bir ismli izlari o'zaro parallel to'g'ri chiziqlar dastasidan iborat bo'ladi (6.30 - shakl). Bu dasta tekisliklarning vaziyati bitta parametr, ya'ni tekisliklar orasidagi l masofa bilan aniqlanadi.



6.30 - shakl

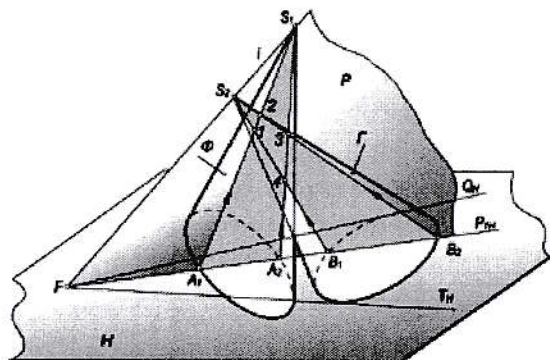
Xosmas o'qqa ega bo'lgan tekisliklar dastasining yo'nalishi esa biror Q yo'naltiruvchi tekislik orqali beriladi. Bu tekislik parallelizm tekisligi deb ham yuritiladi. Tekisliklar dastasi, asosan, tekislik bilan sirtning, sirt bilan sirtning va sirt bilan ko'pyoqlik sirtining o'zaro kesishish chiziqlarini yasashda yordamchi kesuvchi tekisliklar dastasi usuli nomi bilan ishlatiladi.

6.12.2. Sirtlarning kesishish chiziqlarini yordamchi kesuvchi tekisliklar dastasi usuli bilan yasashning umumiy algoritmi

1. Ikki sirtning proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan vaziyatiga qarab kesuvchi tekisliklar dastasining vaziyati tanlanadi. Bunda kesuvchi sirtlarning hosil bo'lish qonuniyatlariga asosan ular berilgan sirtlar bilan kesishganda kesimda to'g'ri chiziqlar yoki aylanalar to'plami hosil bo'ladigan qilib tanlanadi.
2. Sirtlarning asoslari yotgan tekislikda kesuvchi tekisliklar izlarining dastasi yasaladi.
3. Kesishuvchi sirtlar asoslarining o'zaro vaziyati va kesuvchi tekisliklar izi dastasining vaziyati 6.1 - jadvalga asosan aniqlanadi.
4. Kesishuvchi sirtlar kesishish chizig'ining xarakterli nuqtalari belgilanadi.
5. Kesishish chizig'ining oraliq nuqtalari yasaladi.
6. Hosil bo'lgan nuqtalar ketma - ket ravon tutashtiriladi.

6.12.3 Konus bilan konusning o'zaro kesishish chizig'ini yasash

Konus uchidan o'tgan har qanday tekislik konusni yasovchilari bo'yicha kesadi. Berilgan Φ va Γ konuslarni kesib o'tuvchi tekisliklar dastasining i o'qi kesishuvchi konuslarning S_1 va S_2 uchlaridan o'tuvchi S_1S_2 to'g'ri chiziq bo'ladi (6.31 - shakl). i o'qi orqali o'tkazilgan P tekislik yordamida ikki sirtga umumiy bo'lgan 1, 2, 3 va 4 nuqtalarni yasash ko'rsatilgan. Bu konuslarning asosi va xos o'qli yordamchi kesuvchi tekisliklar dastasining izlari 6.1- jadvalning 1 - punktidadigidek bo'ladi. Shuning uchun berilgan Φ va Γ sirtlar qisman kesishib, ikkita fazoviy egri chiziq hosil qilishini oldindan jadval yordamida aniqlab olamiz.



6.31 - shakl

6.32 - shaklda asoslari H tekislikda yotgan ikki konusning kesishish chizig'ini yasash tekis chizmada ko'rsatilgan. Bunda avvalo kesishish $A (A', A'')$,

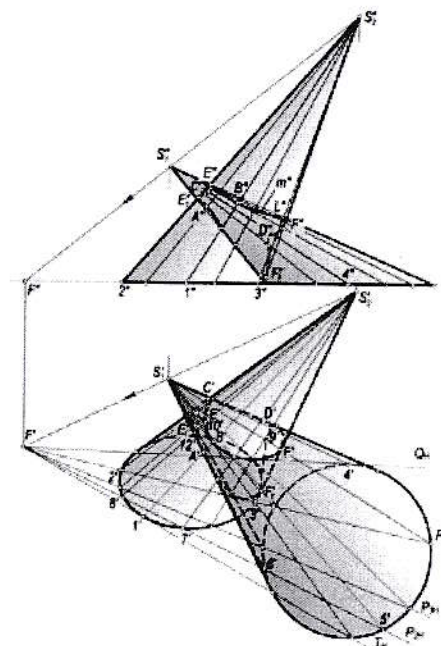
$B (B', B'')$, $C (C', C'')$, $D (D', D'')$ nuqtalari yasaladi.

Kesishish chizig'ining A va B , C va D nuqtalari T_H va Q_H urinma tekisliklar yordamida aniqlab, ular $S_2'1'$ va $S_1'4'$ yasovchilarning nuqtalaridir $E', E1'$ va $F', F1'$ nuqtalar kesishuvchi konus sirtlarning gorizontaal proyeksiyasidagi ixtiyoriy yasovchilar ustidagi nuqtalardir. Bu nuqtalar esa kesuvchi tekisliklar dastasining P_{1H} P_{2H} P_{3H} ... kabi izlari yordamida hosil qilingan.

Konus sirtlarning joylashishi 6.2 - jadvalning 2 - punktiga to'g'ri kelgani uchun ularning kesishish chizig'i bitta fazoviy egri chiziq bo'ladi.

Kesishish chizig'ining oraliq nuqtalarini yasash uchun yordamchi kesuvchi tekisliklarning istalgan birini, masalan, P_{2H} tekislik har ikkala konuslarda $S_1'5'6'$ va $S_1'7'8'$ uchburchaklar hosil qiladi. Bu uchburchaklar o'zaro kesishib $9', 10', 11'$ va $12'$ kesishish nuqtalarini hosil qiladi. Bu nuqtalarning frontal proyeksiyalari mos yasovchilarning frontal proyeksiyalari ustida topiladi.

Xuddi shu yasash tartibini boshqa kesuvchi tekisliklar uchun yetarli marta takrorlansa, ikki konus sirtning o'zaro kesishish chizig'ining qolgan nuqtalari ham hosil bo'ladi. Hosil bo'lgan barcha kesishish nuqtalari yasovchilarning ko'rinishligi qoidasiga amal qilgan holda ketma - ket ravon tutashtiriladi.



6.32 - shakl

6.2 - jadval

№	Kesishuvchi sirtlar asoslarining o'zaro vaziyati va kesuvchi tekisliklar dastasining izlari		Kesishish chizig'ining sxematik ko'rinishi	Kesishuvchi sirtlarning o'zaro vaziyati
	Xos o'qli	Xosmas o'qli		
1.				Φ va Γ sirtlar o'zaro to'liq kesishib, ikkita fazoviy egri chiziq hosil qiladi.
2.				Φ va Γ sirtlar o'zaro qisman kesishib, bitta fazoviy egri chiziq hosil qiladi.
3.				Φ va Γ sirtlar o'zaro qisman kesishib, bitta kesishish nuqtasiga ega bo'lgan bitta yopiq egri chiziq hosil qiladi. A nuqta sirtlarning urinish nuqtasi bo'ladi.
4.				Φ va Γ sirtlar o'zaro to'liq kesishib, ikkita tekis egri chiziq hosil qiladi. Kesishish chizig'lar A_1 va A_2 nuqtalarda bir-biri bilan kesishadi. A_1 va A_2 nuqtalar Φ va Γ sirtlarning urinish nuqtalari bo'ladi.
5.				Φ va Γ sirtlar o'zaro kesishmaydi.
6.				Φ sirt bilan Γ ko'pyoqlik sirti o'zaro to'liq kesishib, ikkita fazoviy chiziq sinig' egri chiziq hosil qiladi.
7.				Φ sirt bilan Γ ko'pyoqlik sirti qisman kesishib, bitta fazoviy sinig' egri chiziq hosil qiladi.
8.				Φ sirt bilan Γ ko'pyoqlik sirti qisman kesishib, urinish nuqtasiga ega bo'lgan bitta fazoviy sinig' egri chiziq hosil qiladi. A nuqta Φ va Γ sirtlarning o'zaro urinish nuqtasi bo'ladi.

9.				Φ sirt bilan Γ ko'pyoqlik sirti o'zaro to'liq kesishib, A_1 va A_2 urinish nuqtalariga ega bo'lgan ikkita fazoviy sinig' chiziq hosil qiladi. A_1 va A_2 nuqtalar Φ va Γ sirtlarning o'zaro urinish nuqtalari bo'ladi.
10.				Φ sirt bilan Γ ko'pyoqlik sirti o'zaro kesishmaydi.

6.13-§. O'qlari bir tekislikda yotmaydigan aylanish sirtlarining o'zaro kesishishi. Parallel kesuvchi tekisliklar usuli

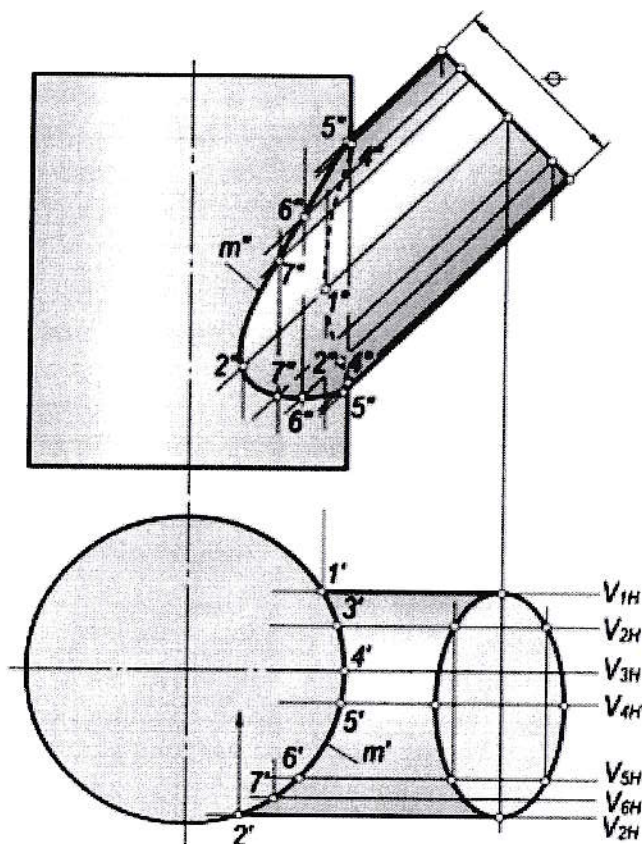
Agar ikki kesishuvchi sirtlarning o'qlari o'zaro kesishmasdan, ulardan biri biror proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lib, ikkinchi sirtning o'qi ikkinchi proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar yoki parallel bo'lsa, u holda bu sirtlarning kesishish chizig'ini yasashda parallel kesuvchi tekisliklar usulidan foydalaniladi. Parallel kesuvchi tekisliklarni proyeksiyalar tekisliklaridan birortasiga parallel qilib olinadi.

Parallel kesuvchi tekisliklar usulining qulayligi shundaki, bunda yordamchi kesuvchi tekisliklar kesishuvchi sirtlarni aylanalar va to'g'ri chiziqlar bo'yicha kesadi. Parallel kesuvchi tekisliklar usulida tekisliklar dastasining o'qi xosmas bo'ladi. Parallel kesuvchi tekisliklar usuli bilan yechiladigan bir necha sirtlarning o'zaro kesishuvini ko'rib chiqamiz.

6.13.1. Ikki silindrning o'zaro kesishishi

6.33 - shaklda kesishuvchi silindrlarning biri gorizontal proyeksiyalovchi, ikkinchisining o'qi frontal proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lgan holda silindrlar tasvirlangan.

Bu sirtlarning kesishish chizig'ini yasashda yordamchi kesuvchi tekisliklar V tekislikka parallel bo'ladi. Ularning o'zaro vaziyati chizmaning gorizontal proyeksiyasidan ko'rinib turibdi. Kesishish chizig'ining xarakterli 1 ($1', 1''$), 2 ($2', 2''$), 4 ($4', 4''$), 5 ($5', 5''$) nuqtalari yordamchi kesuvchi frontal $V_{1H'}$



6.33 - shakl

V_{2H} , V_{3H} ... tekisliklar yordamida hosil qilingan. Bunda yordamchi parallel tekisliklar har ikkala silindrga mansub bo'yicha kesadi. Bir tekislikda yotuvchi ikki silindrga mansub bo'lgan yasovchilarning kesishish nuqtalari ikkala sirt uchun umumiy bo'lib, yasaladigan m (m' , m'') egri chiziqlarning nuqtalari bo'ladi. m egri chiziqlarning qolgan nuqtalari V_{1H} va V_{2H} tekisliklar orasida yordamchi kesuvchi tekisliklar o'tkazish yo'li bilan yasalgan. Kesishish chizig'ining frontal silindrning V_5 simmetriya tekisligidan kuzatuvchi tomondagi nuqtalari ko'rinadi, uning orqasidagi nuqtalari esa ko'rinmaydi.

6.13.2. O'qlari uchrashmas va H yoki V tekisligiga perpendikulyar bo'lgan aylanish sirtlarining o'zaro kesishish chizig'ini yasash

Kesishuvchi sirtlardan doiraviy silindr o'qi V tekislikka va doiraviy konus o'qi H tekislikka perpendikulyar bo'lganda (6.34 - shakl) yordamchi parallel kesuvchi tekisliklar gorizontall tekisliklar bo'ladi. Bu tekisliklar konusni aylanalar va silindrni yasovchilari bo'yicha kesadi. Hosil bo'lgan aylana va yasovchilar o'zaro kesishib, kesishish chizig'ining nuqtalarini hosil qiladi.

Kesishish chizig'ining A (A' , A''), B (B' , B''), C (C' , C''), nuqtalari xarakterli nuqtalardir. Ular bevosita sirtlar frontal ocherklarining kesishish nuqtalarida belgilanadi. Qolgan nuqtalar kesuvchi tekisliklar yordamida yasaladi. Masalan, 1, 2, 3, 4, 5 nuqtalar $H_1 \parallel H$, va $H_5 \parallel H$ tekisliklar o'tkazib, gorizontall proyeksiyadagi q' va q_1' aylanalarining va a' , b' , c' va d' to'g'ri chiziqlar bilan chegaralangan to'rtburchak kesimlarining kesishuvidan hosil qilingan. Qolgan nuqtalar ham shu tartibda hosil qilinadi.

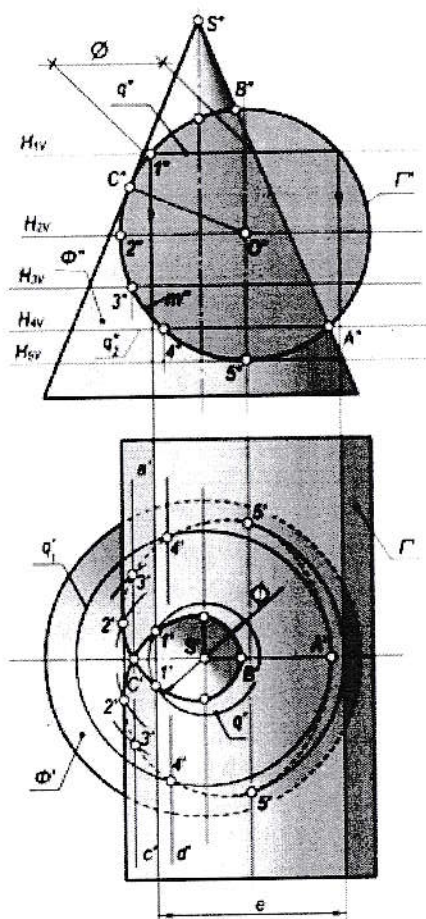
2 ($2'$, $2''$) xarakterli nuqta Γ silindrning H_2 (H_{2V}) simmetriya tekisligini o'tkazish yo'li bilan topiladi. Kesishish chizig'ining ko'rinadigan va ko'rinmaydigan nuqtalari ham H_2 simmetriya tekisligi yordamida aniqlanadi.

6.13.3. Yarim sfera bilan uchburchakli to'g'ri prizmaning o'zaro kesishishi

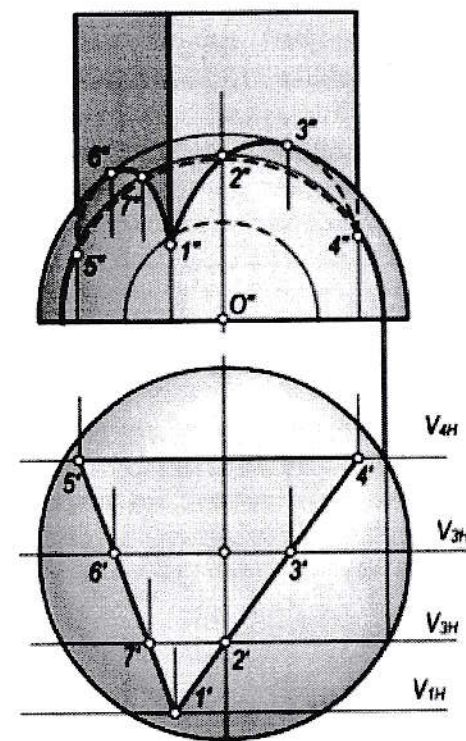
Sfera bilan prizma sirti fazoda siniq egri chiziq bo'yicha kesishadi. 6.35 - shaklda yarim sfera va qirralari H tekislikka perpendikulyar bo'lgan uchburchakli prizma tasvirlangan. Yordamchi kesuvchi tekisliklar frontal tekisliklardan iborat bo'ladi. Bu tekisliklar sferani parallellari bo'yicha, prizmani esa yon qirralariga parallel to'g'ri chiziqlar bo'yicha kesadi.

Shaklda ko'rinib turibdiki, prizma sirti sharni to'la kesadi va uchta aylanalar hosil bo'ladi. Ularning V tekisligidagi proyeksiyalari ellipslar va aylana bo'lib proyeksiyalanadi. Shar va prizma sirti o'zaro kesishish chizig'ining xarakterli 1, 4, 5, 6 va 3 nuqtalari frontal V_1 (V_{1H}), V_4 (V_{4H}) va V_3 (V_{3H}) tekisliklar

yordamida yasaladi. 1, 4, 5 nuqtalar kesishish chizig'ining sinish nuqtalari bo'lib, prizma qirrasining sfera bilan kesishgan nuqtalaridir. V_3 tekislik sharning simmetriya tekisligidir, undagi 3 va 6 nuqtalar frontal proyeksiyada kesishish chizig'ining ko'rinadigan qismini ajratib turuvchi nuqtalardir. Qolgan yasashlar shaklda ko'rinib turibdi. Bu misolda yordamchi parallel kesuvchi tekisliklarni gorizontall tekislik qilib olsa ham bo'ladi.



6.34 – shakl



6.35 - shakl

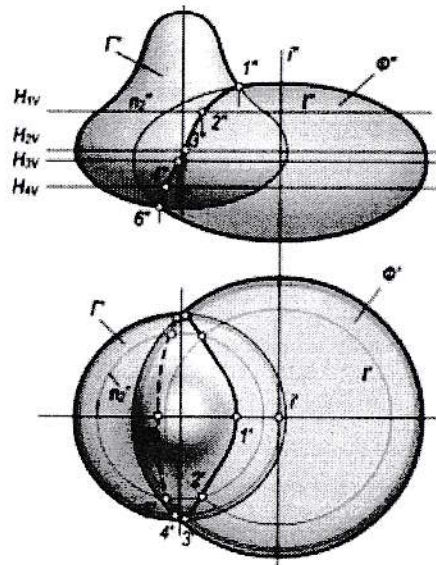
6.13.4. O'qlari o'zaro parallel bo'lgan aylanish sirtlarining o'zaro kesishishi

O'qlari parallel bo'lgan Φ siqiq aylanma ellipsoid bilan Γ aylanish sirti 6.36 - shaklda tasvirlangan. Bu sirtlarning o'qlari H tekisligiga perpendikulyar joylashgan. Sirtlarning fazoda bunday berilishida yordamchi kesuvchi tekisliklarni berilgan sirtlarning o'qlariga perpendikulyar qilib o'tkaziladi.

Dastlab kesishuv chizig'ining 1 (1',1'') va 6 (6',6'') xarakterli nuqtalari belgilanadi. Qolgan nuqtalar H_2 (H_{2V}), H_3 (H_{3V}),..... kesuvchi tekisliklar yordamida yasaladi. Kesuvchi gorizontall yordamchi tekisliklar berilgan ikkala aylanish sirtini aylanalar bo'yicha kesadi. Kesimlarda hosil bo'lgan bu aylanalar

o'zaro kesishib, ikkala sirlarga oid bo'lgan kesishish chizig'ining nuqtalarini beradi.

Masalan, 6.36 - shaklda 2 ($2', 2''$), 21 ($21', 21''$) nuqtalarni hosil qilishda H_{2V} tekisligi o'tkazilgan. Bu tekislik sirtlarning birini 1 ($1', 1''$) ikkinchisini n (n', n'') aylanalar bo'yicha kesgan. Hosil bo'lgan 1 va n aylanalar o'zaro kesishib, 2 ($2', 2''$) va 2_1 ($2_1', 2_1''$) nuqtani hosil qiladi, ya'ni gorizontalar proyeksiyalari tekisligidagi $1'$ va n' aylanalarining kesishidan $2'$ va $2_1'$ nuqtalar hosil bo'ladi, so'ngra ularning V tekisligidagi proyeksiyalari H_{2V} da yasaladi. Qolgan barcha nuqtalar shu usulda aniqlanadi.



6.36 - shakl

6.14-§. Tor sirti

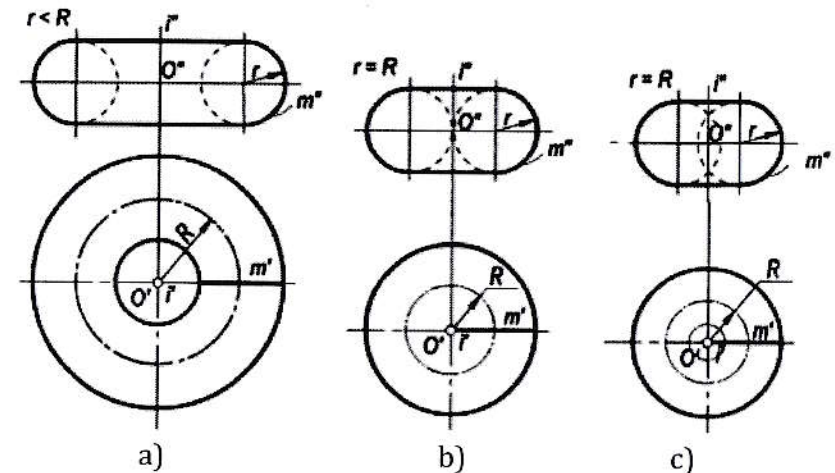
Biror aylananing shu aylana tekisligida yotuvchi, ammo aylana markazidan o'tmaydigan, ixtiyoriy i o'q atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt **tor sirti** deyiladi.

Yasovchi m aylana radiusi r va aylana markazidan i o'qqacha bo'lgan R masofalarning o'zaro nisbatiga ko'ra tor sirtlari turlicha bo'ladi.

$r < R$ bo'lganda, yasovchi m (m', m'') aylana aylanish o'qi i (i', i'') ni kesmaydi va bu holatda hosil bo'lgan tor **ochiq tor** yoki **halqa** deyiladi (6.37 a - shakl).

$r = R$ bo'lganda, yasovchi m (m', m'') aylana aylanish o'qi i (i', i'') ga urinadi. Bunday tor **yopiq tor** deb ataladi (6.37 b - shakl).

$r > R$ bo'lganda, yasovchi m (m', m'') aylana aylanish o'qi i (i', i'') ni kesadi. Bu holatda hosil bo'lgan tor ham yopiq tor deyiladi (6.37 c - shakl).



6.37- shakl

Tor sirtning aniqlovchilari i aylanish o'qi va m yasovchi aylana bo'ladi va $\Phi(i, a)$ tarzida yoziladi.

Ixtiyoriy tekislik torni 4-tartibli egri chiziq bo'yicha kesadi, shuning uchun tor 4 - tartibli sirt. Markazi koordinatalar boshida va $r = R$ bo'lgan tor sirtining tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$(z^2 + x^2 + y^2)^2 - 4R^2(x^2 + y^2) = 0.$$

6.14.1. Tor sirtining proyeksiyalovchi tekislik bilan kesishishi

Odatda, kesim chizig'i konturining proyeksiyalarini yasash uning tayanch nuqtalarini topishdan boshlanadi.

Agar sirtni kesuvchi tekislik proyeksiyalovchi tekislik bo'lsa, kesim chizig'ining proyeksiyalarini yasash soddalashadi, chunki bu holda kesishish chizig'ining proyeksiyalaridan biri to'g'ri chiziq kesmasidan iborat bo'ladi.

Quyida tor sirtining proyeksiyalovchi tekisliklar bilan kesishishini ko'rib chiqamiz.

Masala

Tor sirtining frontal proyeksiyalovchi $N(N_v)$ tekislik bilan kesishish chizig'i proyeksiyalari yasalsin (6.38 - shakl).

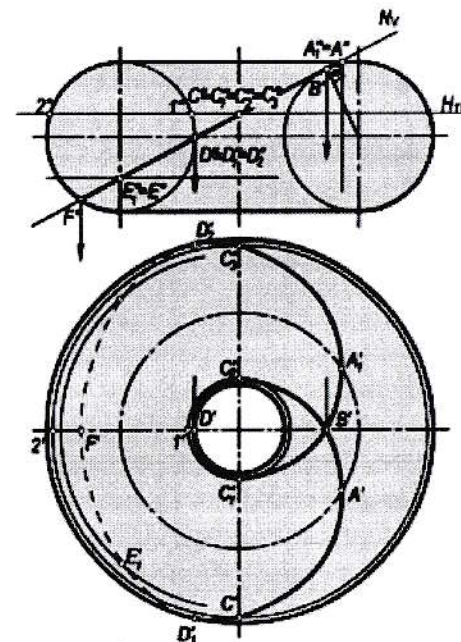
Masalaning yechimi

Kesishish chizig'ining frontal proyeksiyasi tekislikning frontal izi N_v bilan ustma - ust tushgan. Uning gorizontaal proyeksiyasini yasash uchun frontal proyeksiyada tayanch nuqtalarning

$A'' \equiv A_1'', B'', D'' \equiv D_1'' \equiv D_2''$ va F'' frontal proyeksiyalari belgilab olinadi. Bu nuqtalar torga tegishli bo'lganligi uchun ularning gorizontaal proyeksiyalarini yasash qiyin emas.

Oraliqdagi ixtiyoriy nuqtalarning proyeksiyalari esa quyidagicha yasaladi.

Kesimning frontal proyeksiyasida ixtiyoriy $C'' \equiv C_1'' \equiv C_2'' \equiv C_3''$ nuqtalar belgilanadi. Keyin ular orqali yordamchi gorizontaal H_1 tekislikning H_{1v} izi o'tkaziladi. Bu tekislik torni radiuslari $0''1''$ va $0''2''$ kesmalarga teng bo'lgan aylanalar (parallellar) bo'yicha kesadi. Bu aylanalarning gorizontaal proyeksiyalarini yasab, $C'' \equiv C_1'' \equiv C_2'' \equiv C_3''$ nuqtalardan tushirilgan proyeksion bog'lovchi chiziq bilan kesishish nuqtalari C', C_1', C_2' va C_3' belgilab olinadi. Xuddi shuningdek, boshqa oraliq nuqtalar ham yasaladi. Hosil bo'lgan nuqtalarning ko'rinishligini torning ekvatoriga nisbatan aniqlab, ularni tekis egri chiziq bilan tutashtirsak, bu holda **Paskal chig'anog'i** deb nomlangan egri chiziq hosil bo'ladi.



6.38 - shakl

Masala

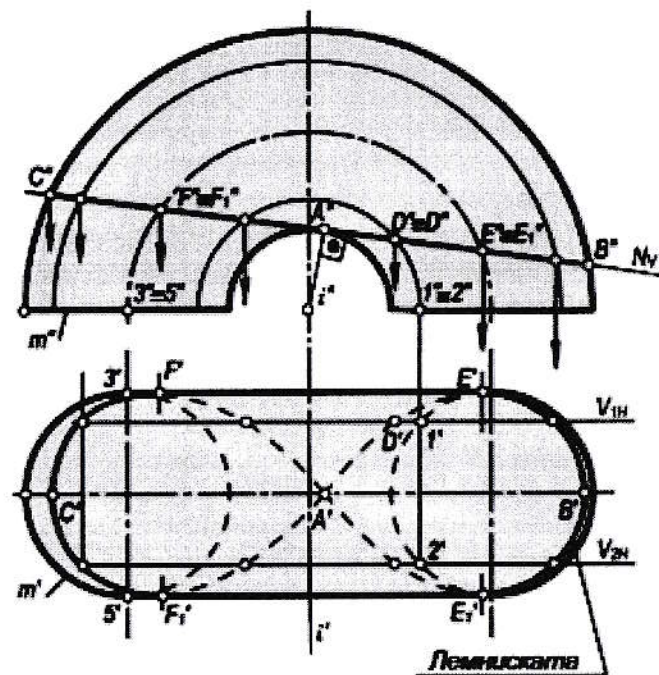
Berilgan tor sirtining $N(N_v)$ tekislik bilan kesishish chizig'i proyeksiyalari yasalsin (6.39 - shakl).

Masalaning yechimi

Chizmadan ko'rinib turibdiki, kesuvchi tekislik torning ichki konturiga urinma vaziyatda o'tkazilgan. Bu holda torning bunday kesimi **lemniskata** egri chizig'i deb yuritiladi.

Kesishish chizig'ining frontal proyeksiyasi kesuvchi tekislikning N_v frontal izi bilan ustma - ust tushadi. Uning gorizontaal proyeksiyasini yasash uchun torni V_1, V_2 yordamchi frontal tekisliklar bilan kesiladi. Hosil bo'lgan parallellarni $N(N_v)$ tekislik bilan kesishish nuqtalari - A'', B'', C'', D'', E'' va F'' nuqtalar belgilanadi. So'ngra bu nuqtalarning gorizontaal proyeksiyalari tegishli tekisliklar izlarida topiladi va o'zaro silliq chiziq bilan tutashtiriladi. Gorizontaal proyeksiyada

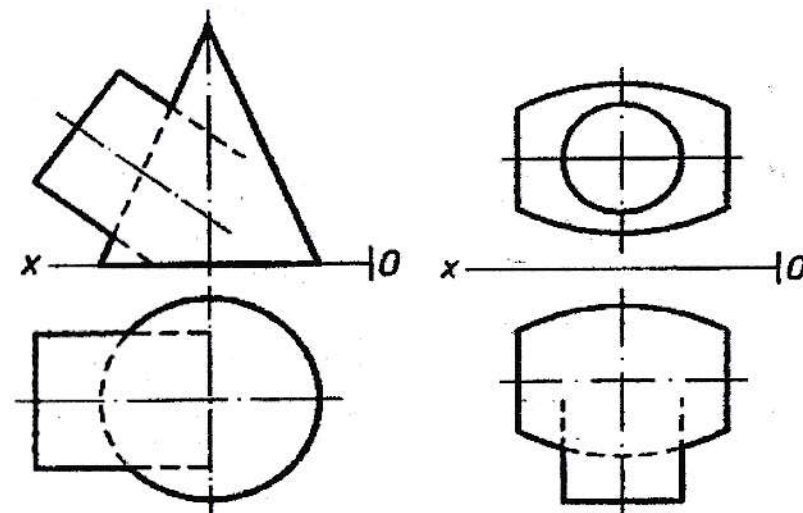
kesishuv chizig'ining ko'rinishligi aniqlanadi. Bu lemniskata deb nomlangan egri chiziqdır. Bunda tor yasovchisi m (m' , m'') ning m' gorizontali proyeksiyasiga tegishli $3', 4', 5' \dots$ nuqtalardan o'tgan parallellardagi $F1', C', F'$ va $E1', B', E'$ nuqtalar ko'rinadi. Qolgan nuqtalar esa ko'rinmaydi.



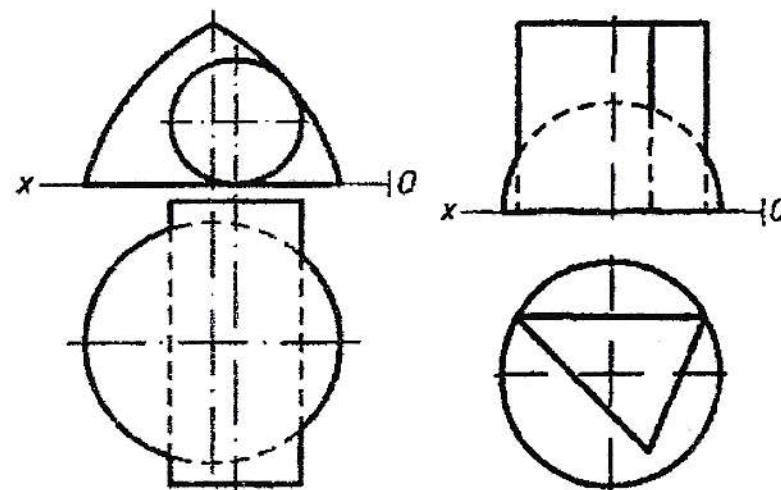
6.39 - shakl

Mustaqil yechish uchun masalalar

1. Quyida berilgan sirtlarning o'zaro kesishuv chizig'ining proyeksiyalari yordamchi kesuvchi sferalar usulida yasalsin.



2. Quyida berilgan sirtlarning o'zaro kesishuv chizig'ini yordamchi kesuvchi tekisliklar usuli bilan yasalsin.



6.15-§. Geometrik jismlarning proyeksiylariga oid testlar
Tanib olishlikka oid testlar

Quyidagi savollarga "ha" yoki "yo'q" deb javob berilsin.

1. Agar to'g'ri doiraviy konusni uning o'qi bo'ylab tekislik bilan kesilsa, kesimda teng yonli uchburchak shakli hosil bo'lishi mumkinmi?

2. Agar to'g'ri doiraviy konusning yasovchisi uzunligi uning asosi diametriga teng bo'lsa va bu konusni o'qi bo'ylab tekislik bilan kesilsa, kesimda to'g'ri burchakli uchburchak shakli hosil bo'ladimi?

3. Agar kubni uning ixtiyoriy qirrasiga parallel tekislik bilan kesilsa, kesimda to'g'ri to'rtburchak shakli hosil bo'ladimi?

4. Agar to'g'ri doiraviy konusning yasovchisi uzunligi uning asosi diametriga teng bo'lsa va bu konusni o'qi bo'ylab tekislik bilan kesilsa, kesimda teng tomonli uchburchak shakli hosil bo'ladimi?

5. Agar kubni uning ixtiyoriy qirrasiga parallel tekislik bilan kesilsa, kesimda kvadrat shakli hosil bo'ladimi?

6. Agar kubni uning ixtiyoriy uchidan baravar uzoqlikdagi uchta qirrasidan o'tuvchi tekislik bilan kesilsa, kesimda uchburchak shakli hosil bo'ladimi?

Qo'shimchalar qo'yiladigan testlar

(Quyidagi matnlardagi nuqtalarning o'rniga tegishli so'z yoki jumlani berilgan javob variantlari ichidan tanlab qo'yilsin).

1. Asosi teng tomonli uchburchakdan iborat to'g'ri prizmani uning qirrasiga perpendikulyar tekislik bilan kesilsa, kesimda.....shakli hosil bo'ladi.

- A. teng yonli uchburchak
- B. teng tomonli uchburchak
- C. ixtiyoriy uchburchak
- D. to'g'ri burchakli uchburchak

2. Asosi teng tomonli uchburchakdan iborat og'ma prizmani uning asosiga parallel tekislik bilan kesilsa, kesimda.....shakli hosil bo'ladi.

- A. teng yonli uchburchak
- B. ixtiyoriy uchburchak
- C. teng tomonli uchburchak
- D. to'g'ri burchakli uchburchak

3. Asosi teng yonli uchburchakdan iborat to'g'ri prizmani uning asosiga parallel tekislik bilan kesilsa, kesimda.....shakli hosil bo'ladi.

- A. teng yonli uchburchak
- B. ixtiyoriy uchburchak
- C. teng tomonli uchburchak
- D. to'g'ri burchakli uchburchak

4. Agar asosi kvadratdan iborat to'g'ri prizmaning balandligi uning asos tomonlaridan biriga teng bo'lsa, bu jismni.....deb atash mumkin bo'ladi.

- A. dodekaedr
- B. ikosaedr
- C. parallelepiped
- D. geksaedr

5. Agar tetraedrni uning asosiga parallel tekislik bilan kesilsa, kesimda.....shakli hosil bo'ladi.

- A. teng yonli uchburchak
- B. teng tomonli uchburchak
- C. ixtiyoriy uchburchak
- D. to'g'ri burchakli uchburchak

6. Agar kesuvchi tekislik tetraedrni uning ikki qirradi va asosi bo'yicha kesib o'tsa, kesimda.....shakli hosil bo'ladi.

- A. uchburchak
- B. trapetsiya
- C. to'rtburchak
- D. teng yonli trapetsiya

Ajratib olishlikka oid testlar

(Savolga berilgan javoblardan birini tanlansin).

1. Agar to'g'ri doiraviy konusning yasovchisi bo'ylab tekislikni urintirib o'tkazilsa, urinish elementi nimadan iborat bo'ladi?

- A. Egri chiziqdan
- B. Siniq chiziqdan
- C. Sinusoidadan
- D. To'g'ri chiziqdan

2. Agar asosi uchburchakdan iborat piramidani uning ikkita qirrasi va asosi bo'ylab tekislik bilan kesilsa, kesimda nima hosil bo'ladi?

- A. Uchburchak
- B. To'rtburchak
- C. Trapetsiya
- D. Parallelogramm

3. Agar to'g'ri parallelopipedni uning uchta qirrasi va asosi bo'yicha tekislik bilan kesilsa, kesimda nima hosil bo'ladi?

- A. Uchburchak
- B. To'rtburchak
- C. Beshburchak
- D. Oltiburchak

4. Agar to'g'ri parallelopipedni uning bitta qirrasi va asosi bo'yicha tekislik bilan kesilsa, kesimda nima hosil bo'ladi?

- A. Uchburchak
- B. To'rtburchak
- C. Beshburchak
- D. Oltiburchak

5. Agar tetraedrni ikkita qirrasi va asosining tomonlari bo'yicha tekislik bilan kesilsa, kesimda qanday shakl hosil bo'ladi?

- A. Kvadrat
- B. To'rtburchak
- C. Uchburchak

D. Beshburchak

Nazorat savollari va topshiriqlar

1. Tekislikning bosh chiziqlari nima?
2. Bissektor tekisliklari haqida nimalarni bilasiz ?
3. To'g'ri chiziq kesmasi tekislikni ifodalashi mumkinmi?
4. Ikki tekislikning o'zaro kesishishi chizig'ini aniqlash nimaga asoslanadi?
5. Qaysi tekisliklarning o'zaro kesishuvi gorizonta proyeksiyalovchi chiziqni hosil qiladi? Grafik misol keltiring.
6. Frontal proyeksiyalovchi chiziq qaysi tekisliklarning o'zaro kesishuvidan hosil bo'ladi? Grafik misol keltiring.
7. Qaysi tekisliklarning o'zaro kesishuvi profil proyeksiyalovchi chiziqni hosil qiladi? Grafik misol keltiring.
8. Izi bilan berilgan gorizonta tekislikni tasvirlang.
9. Izi bilan berilgan frontal tekislikni tasvirlang.
10. Izi bilan berilgan profil tekislikni tasvirlang.
11. Ikki sirtning o'zaro kesishish chizig'ini yasashning umumiy algoritmi nimadan iborat?
12. Konsentrik va eksentrik sferalardan qanday hollarda foydalaniladi?

GLOSSARIY

ABSSISSALAR (OX) o'qi - o'zaro perpendikulyar bo'lgan gorizont va frontal proyeksiyalar tekisliklarining kesishgan chizig'i.

AYLANTIRISH USULI - geometrik obrazlarning haqiqiy kattaliklarini (miqdorlarini) aniqlash maqsadida, ularni biron - bir tanlangan o'q atrofida aylantirish jarayoniga asoslangan usuldir.

AYQASH CHIZIQLAR - ular fazoda o'zaro parallel bo'lmagan va kesishmagan chiziqlar bo'lib, MONJ chizmasida ularning o'zaro kesishish nuqtasining proyeksiyalari bitta proyeksion bog'lanish chizig'ida yotmaydi.

ALMASHTIRISH USULI - geometrik obrazlarning haqiqiy kattaliklarini (miqdorlarini) aniqlash maqsadida, proyeksiyalar tekisliklarini ketma - ket almashtirish jarayoniga asoslangan usuldir.

ANANEV TO'RI - ko'pyoqliklarning o'zaro kesishish chizig'ini ko'rinar va ko'rinmas qismlarga ajratish imkonini beruvchi yordamchi usul.

APPLIKATALAR (OZ) o'qi - o'zaro perpendikulyar bo'lgan frontal va profil proyeksiyalar tekisliklari kesishgan chiziq.

BISSEKTOR TEKISLIGI - H va V proyeksiyalar tekisliklaridan barobar uzoqlikdagi nuqtalarning geometrik o'rni yoki H va V tekisliklar orasidagi bissektor tekislik.

BIRINCHI BISSEKTOR TEKISLIGI - I va III choraklarni teng ikkiga bo'luvchi tekislik.

GORIZONTAL KESMA - gorizontl proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lgan kesma. MONJ chizmasida uning frontal proyeksiyasi abssissalar o'qiga parallel ravishda o'tadi, uning uchlari applikatalari bir xil son qiymatiga ega bo'ladi.

GORIZONTAL PROYEKSIYALOVCHI KESMA - gorizontl proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lgan kesma bo'lib, MONJ chizmasida uning gorizontl proyeksiyasi ikki raqobatlashuvchi nuqta ko'rinishida bo'ladi, frontal proyeksiyasi esa abssissalar o'qiga perpendikulyar ravishda o'tadi, uning uchlari abssissalari va ordinatalari bir xil son qiymatiga ega bo'ladi.

GORIZONTAL PROYEKSIYALAR TEKISLIGI - shaklning gorizontl proyeksiyalari yotgan gorizontl tekislikdir, " H " harfi bilan belgilanadi.

GORIZONTAL TEKISLIK - gorizontl proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lgan tekislikdir. MONJ chizmasida uning frontal proyeksiyasi abssissalar o'qiga parallel ravishda joylashadi. Agar tekislik izi bilan berilsa, uning gorizontl izi bo'lmaydi, frontal izi esa abssissalar o'qiga parallel holatda joylashadi.

GORIZONTAL PROYEKSIYALOVCHI TEKISLIK - gorizontl proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lgan tekislikdir. Agar tekislik izi bilan berilsa, uning gorizontl izi abssissalar o'qi bilan o'tkir burchak tashkil etadi, frontal izi esa abssissalar o'qiga perpendikulyar holatda joylashadi.

GORIZONTAL TEKISLIKKA TEGISHLI KESMA - bu kesma H gorizontl proyeksiyalar tekisligida yotadi, uning boshqa proyeksiyalari esa abssissa va ordinatalar o'qlarida joylashadi.

DEKART KOORDINATALAR TIZIMI - to'g'ri burchakli koordinatalar tizimi.

JIPSLASHTIRISH USULI - aylantirish usulining xususiy holi bo'lib, bunda aylantirish o'qi sifatida tekislikning biror izi qabul qilinadi va uning atrofida aylantirib tekislik shu proyeksiyalar tekisligiga jipslashtiriladi.

IKKINCHI BISSEKTOR TEKISLIGI - II va IV choraklarni teng ikkiga bo'luvchi tekislik.

KESISHUVCHI KESMALAR - ular fazoda o'zaro kesishgan bo'lib, MONJ Chizmasida ularning kesishish nuqtasining proyeksiyalari bitta proyeksion bog'lanish chizig'ida yotadi.

KONKURENT NUQTALAR - bitta proyeksiyalovchi nurda yotgan nuqtalar.

KONSENTRIK SFERALAR USULI - aylanish sirtlarining o'zaro kesishuv chizig'ini yasashda qo'llaniladigan usul.

KOORDINATA - nuqtaning holatini belgilovchi son qiymatlar.

KOORDINATALAR BOSHI - abssissa, ordinata va applikata o'qlarining o'zaro kesishgan nuqtasi bo'lib, " O " harfi bilan belgilanadi (fransuzcha "origo" so'zidan olingan).

KOORDINATA TEKISLIKLARI - H , V , W proeksiyalar tekisliklarining umumlashgan holdagi nomlanishi.

KOORDINATA O'QLARI - OX , OY va OZ o'qlarining umumlashgan holdagi nomlanishi.

KO'PYOQLIK - tomonlari tekis uchburchak yoki ko'pburchaklar bilan chegaralangan qirrali sirt.

MARKAZIY PROYEKSIYALASH USULI - proyeksiyalovchi nurlari proyeksiyalash markazi deb qabul qilingan, bitta nuqtadan chiquvchi proyeksiyalash usulidir.

METRIK MASALA - haqiqiy kattaliklarni (uzunlik va burchaklarni) aniqlashga oid grafik masala.

MONJ GASPARD - buyuk fransuz olimi, muhandisi va jamoat arbobi, "Chizma geometriya" fanining asoschisi.

MONJ CHIZMASI (MONJ PROYEKSIYASI) - fazoda H gorizontal proyeksiyalar tekisligining absissalar o'qi (OX) atrofida 90° ga pastga, W profil proyeksiyalar tekisligining esa applikatalar o'qi (OZ) atrofida 90° ga o'ngga burilib, V frontal proyeksiyalar tekisligi bilan jipslashgan holatidagi tekis chizma. Uning epyura, kompleks chizma deb ataluvchi sinonimlari ham amal qiladi.

NORMAL - egri chiziqning biror nuqtasida unga o'tkazilgan urinmaga perpendikulyar to'g'ri chiziq. Sirtning normali uning biror nuqtasiga unga o'tkazilgan urinma tekislikka perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq.

NORMAL KESIM - biror sirtning uning o'qiga perpendikulyar tekislik bilan kesganda hosil bo'lgan kesim.

NORMAL TEKISLIK - fazoviy egri chiziqning biror nuqtasida unga o'tkazilgan urinmaga perpendikulyar bo'lgan normallar.

NUQTA - eng sodda geometrik obraz bo'lib, u shaklsiz, hajmsiz va o'lchamsiz deb qabul qilingan.

OKTANT - fazoning sakkizdan bir bo'lagi bo'lib, u fazoda o'zaro perpendikulyar holatda kesishgan gorizontal va frontal tekisliklarini profil tekisligi ularni perpendikulyar holatda kesib o'tishidan hosil bo'ladi.

ORDINATALAR (OY) o'qi - o'zaro perpendikulyar bo'lgan gorizontal va profil proyeksiyalar tekisliklari kesishgan chiziq.

PARALLEL PROYEKSIYALASH USULI - proyeksiyalovchi nurlari o'zaro parallel holatda bo'lgan va ular cheksizlikdan kelishiga asoslangan proyeksiyalash usulidir.

PARABOLIK KESIM - konusni bitta yasovchisiga parallel tekislik bilan kesilganidan hosil bo'lgan shakl.

PARAMETR - biror narsaning holati va shaklini aniqlashda qatnashadigan ko'rsatkichlar.

PARAMETRLASHTIRISH - narsalar to'plamining holati va shakliga oid parametrlarni aniqlashga bo'lgan jarayon.

PIRAMIDA - asosi ko'pburchakdan, yon yoqlari esa umumiy uchga tutashgan uchburchaklardan iborat bo'lgan qirrali sirt.

POZITSION MASALA - shakllarning o'zaro kesishishiga va ularning o'zaro tegishliliklariga oid umumiy elementlarini aniqlaydigan grafik masala.

PRIZMA - asoslari ko'pburchaklardan iborat va o'zaro parallel bo'lib, yon yoqlari esa to'rtburchaklardan iborat qirrali sirt.

PROYEKSIYA - narsani proyeksiyalovchi nurlarning proyeksiyalar tekisligi bilan kesishuvidan hosil bo'lgan tasvir. Proyeksiya so'zi fransuzchadan tarjima qilinganda, "oldinga tashlamoq", "tasvirini chizmoq" degan ma'noni anglatadi.

PROYEKSIYALASH - fazodagi obyektning biron tekislikdagi tasvirini hosil qilish jarayoni.

PROYEKSIYALAR TEKISLIGI - proyeksiyalar yotgan tekislik

PROYEKSIYALOVCHI NUR - proyeksiyalash markazi deb ataluvchi nuqtadan chiquvchi yoki cheksizlikdan kelib, proyeksiyalanuvchi obyektдан o'tib, proyeksiyalash tekisligida nihoyalanuvchi chiziq.

PROYEKSION BOG'LANISH CHIZIQLARI - bu chiziqlar H , V , W tekisliklaridagi nuqtalarni o'zaro bitta bog'lanishda tutib turuvchi va koordinata o'qlariga perpendikulyar holda o'tgan chiziqlar hisoblanadi.

PROYEKSIYALARNI QAYTA TUZISH - geometrik obrazlarning haqiqiy kattaliklarini (miqdorlarini) aniqlash uchun bajariladigan grafik yasashlar jarayoni.

PROFIL KESMA - profil proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lgan kesma. MONJ chizmasida uning gorizontal va frontal proyeksiyalari abssissalar o'qiga perpendikulyar ravishda o'tadi, uning uchlari abssissalari bir xil son qiymatiga ega bo'ladi.

PROFIL PROYEKSIYALOVCHI KESMA - profil proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lgan kesma, uning uchlari ordinatalari va applikatalari bir xil son qiymatga ega bo'ladi.

PROFIL TEKISLIK - profil proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lgan tekislik, MONJ chizmasida uning gorizontal va frontal proyeksiyalari abssissalar o'qiga perpendikulyar ravishda joylashadi. Agar tekislik izi bilan berilgan bo'lsa, uning profil izi bo'lmaydi, gorizontal va frontal izlari esa abssissalar o'qiga perpendikulyar holatda joylashadi.

PROFIL PROYEKSIYALOVCHI TEKISLIK - profil proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar holatda bo'lgan tekislik. Agar tekislik izi bilan berilsa, uning gorizontal va frontal izlari abssissalar o'qiga parallel holatda joylashadi.

PROFIL TEKISLIKKA TEGISHLI KESMA - bu kesma W tekisligida yotadi, uning boshqa proyeksiyalari esa applikata va ordinata o'qlarida joylashadi.

TEKISLIK - ixtiyoriy uzunlikdagi to'g'ri chiziq kesmasining o'ziga nisbatan tekis - parallel va uzluksiz harakatidan hosil bo'lgan geometrik obraz.

TEKISLIKNING IZLARI - fazoda biron - bir tekislikning H , V , W proyeksiyalar tekisliklari bilan kesishgan chiziqlaridir.

TEKISLIKNING GORIZONTALI - berilgan tekislikda yotib, H gorizontal proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lgan chiziq.

TEKISLIKNING FRONTALI - berilgan tekislikda yotib, V frontal proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lgan chiziq.

TEKISLIKNING PROFILI - berilgan tekislikda yotib, W profil proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lgan chiziq.

TEKISLIKNING ENG KATTA OG'ISH CHIZIG'I (EKOCH) - berilgan tekislikda yotuvchi va uning gorizontal, frontal, profil to'g'ri chizig'iga perpendikulyar holatda o'tgan to'g'ri chiziqdir. Bu foydalanib tekislikning H , V , W tekisliklari bilan hosil qilgan

burchaklari topiladi.

TETRAEDR - yoqlari to'rtta muntazam uchburchakdan iborat bo'lgan piramida.

TO'G'RI BURCHAKLI PROYEKSIYALASH (ORTOGONAL PROYEKSIYALASH) USULI - parallel proyeksiyalash usulining bir turi bo'lib, unda proyeksiyalovchi nurlar proyeksiyalash tekisligiga nisbatan perpendikulyar holatda yo'nalgan bo'ladi.

TO'G'RI CHIZIQ - ikki tomonga cheksiz davom etuvchi geometrik obraz bo'lib, u aniq bir qiymatdagi uzunlik o'lchamiga ega emas deb qabul qilingan, ya'ni cheksiz uzunlikdagi geometrik obrazdir.

TO'G'RI CHIZIQ KESMASI - to'g'ri chiziqning ixtiyoriy bir bo'lagi bo'lib, u ikki uchidan chegaralanadi va aniq bir qiymatdagi uzunlik o'lchamiga ega bo'ladi.

TO'G'RI CHIZIQNING IZI - to'g'ri chiziqning gorizontal, frontal, profil proyeksiyalar tekisliklari bilan kesishish nuqtalari.

UMUMIY VAZIYATDAGI TEKISLIK - gorizontal, frontal va profil proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan o'tkir burchak ostida (parallel yoki perpendikulyar bo'lmagan holatda) joylashgan tekislik.

UMUMIY VAZIYATDAGI TO'G'RI CHIZIQ - gorizontal, frontal va profil proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan o'tkir burchak ostida (parallel yoki perpendikulyar bo'lmagan holatda) joylashgan chiziq.

FRONTAL KESMA - frontal proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lgan kesmadir. MONJ Chizmasida uning gorizontal proyeksiyasi abssissalar o'qiga parallel ravishda o'tadi, uning uchlari ordinatalari bir xil son qiymatiga ega bo'ladi.

FRONTAL PROYEKSIYALOVCHI KESMA - frontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lgan kesmadir, uning uchlari abssissalari va applikatalari bir xil son qiymatiga ega bo'ladi.

FRONTAL PROYEKSIYALAR TEKISLIGI - shaklning frontal proyeksiyalari yotgan frontal tekislikdir, V harfi bilan belgilanadi.

FRONTAL TEKISLIK - frontal proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lgan tekislik. MONJ Chizmasida uning gorizontal

proyeksiyasi abssissalar o'qiga parallel ravishda joylashadi. Agar tekislik izi bilan berilsa, uning frontal izi bo'lmaydi, gorizontali izi abssissalar o'qiga parallel holatda joylashadi.

FRONTAL PROYEKSIYALOVCHI TEKISLIK - frontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar holatda bo'lgan tekislik.

FRONTAL TEKISLIKKA TEGISHLI KESMA - bu kesma V proyeksiyalar tekisligida yotadi, uning boshqa proyeksiyalari esa applikata va abssissalar o'qlarida joylashadi.

QIYSHIQ BURCHAKLI PROYEKSIYALASH USULI - parallel proyeksiyalash usulining bir turi bo'lib, unda proyeksiyalovchi nurlar proyeksiyalash tekisligiga nisbatan o'tkir burchak ostida yo'nalgan holatda bo'ladi.

XUSUSIY VAZIYATDAGI KESMA - bu kesma H , V , W proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan parallel yoki perpendikulyar holatda joylashgan kesmadir.

XUSUSIY VAZIYATDAGI TEKISLIK - bu tekislik H , V , W proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan parallel yoki perpendikulyar holatda joylashgan tekislikdir.

CHIZIQ - nuqtaning tekislik yoki fazodagi harakatlanishidan qoldirgan trayektoriyasi.

CHIZMA GEOMETRIYA fani - fazoviy obyektlarni tekislikka proyeksiyalash usullari haqidagi fandir.

CHORAK (KVADRANT) - fazoning to'rtidan bir bo'lagi bo'lib, u gorizontali va frontal tekisliklarning o'zaro perpendikulyar holda kesishishi natijasida hosil bo'ladi.

ELLIPS - ikkinchi tartibli yassi yopiq egri chiziq. Aylanma konus bilan uning uchidan va asosidan o'tmaydigan kesuvchi tekislik kesishishidan hosil bo'ladigan yassi shakl.

EPYURA - fransuzcha so'z bo'lib, chizma degan ma'noni anglatadi.

Adabiyotlar

1. Sh. Murodov va boshqalar. Chizma geometriya kursi, - T.: "O'qituvchi", 2006
2. R. Xorunov. Chizma geometriya kursi, - T.: "O'qituvchi", 1974.
3. С. А. Фролов. Начертательная геометрия, - М.: «Машиностроение», 1983.
4. R. Xorunov, A. Akbarov. Chizma geometriyadan masalalar va ularni yechish usullari. Oliy o'quv yurti talabalari uchun darslik. 2 - nashri. -T: O'qituvchi, 1995.
5. V. O. Gordon, V. A. Semensev - Ogievskiy. Kurs nachertatelnoy geometrii, - M.: "Nauka", 1973.
6. C. A. Davletov, T. Rixsiboyev. Chizma geometriya, - T.: TTYeSI nashriyoti, 1998.
7. Ш. К. Муродов, Н. Е. Ташимов. Ўзбекистонда чизма геометриянинг ривожланиш тарихидан, - Т.: Педагогика таълим, 2006

MUNDARIJA

Kirish.....	3
1-§. Fanning rivojlanish tarixidan ma'lumotlar	4
2-§. Chizma geometriyada ko'riladigan masalalar	9
3-§. Simvolik belgilar.....	12
I BOB. Proyeksiyalash usullari. Nuqta va to'g'ri chiziqlarning ortogonal proyeksiyalari.....	13
1.1-§. Markaziy va parallel proyeksiyalash usullari.....	13
1.2-§. Nuqtaning ortogonal proyeksiyalari	15
1.3-§. MONJ chizmasini hosil qilish.....	17
1.4-§. Oktantlardagi nuqtaning ortogonal proyeksiyalari.....	22
1.5-§. Koordinata tekisliklarida yotgan nuqtaning proyeksiyalari.....	24
1.6-§. Koordinata o'qlarida yotgan nuqtaning proyeksiyalari...	25
1.7-§. Bissektor tekisliklarda joylashgan nuqtalarning chizmalari.....	26
1.8-§. Nuqtaning proyeksiyalariga oid testlar	28
1.9-§. To'g'ri chiziqlarning ortogonal proyeksiyalari.....	32
1.10-§. Proyeksiya tekisligiga tegishli to'g'ri chiziq.....	36
1.11-§. Ikki to'g'ri chiziqlarning o'zaro holatlari.....	36
1.12-§. O'zaro kesishuvchi to'g'ri chiziqlar	39
1.13-§. Ayqash to'g'ri chiziqlar.....	40
1.14-§. To'g'ri burchakning proyeksiyalanish xususiyatlari.....	41
1.15-§. To'g'ri chiziqlarning o'zaro joylashuviga oid masala.....	42
1.16-§. To'g'ri chiziqlarning izi.....	46
1.17-§. Nuqtadan to'g'ri chiziqqa bo'lgan masofani aniqlash	47
1.18-§. To'g'ri chiziqlarning proyeksiyalariga oid testlar.....	49
II BOB. Tekislikning ortogonal proyeksiyalari.....	54
2.1-§. Tekislikning berilishi.....	54
2.1.1. Umumiy vaziyatdagi yassi tekislik.....	54
2.1.2. Xususiy vaziyatdagi yassi tekislik.....	55
2.2-§. Tekislikning izlari.....	59
2.2.1. Izlari bilan berilgan umumiy vaziyatdagi tekislik.....	59
2.2.2. Izlari bilan berilgan xususiy vaziyatdagi tekislik.....	60
2.3-§. Berilgan tekislikda yotgan to'g'ri chiziqlarning proyeksiyalarini yasash.....	62

2.4-§. Tekislikning maxsus chiziqlari.....	66
2.5-§. Umumiy vaziyatdagi tekislikning H va V proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan og'ish burchaklarini aniqlash.....	69
III BOB. To'g'ri chiziq bilan tekislikning va ikki tekislikning o'zaro holatlari	71
3.1-§. To'g'ri chiziq bilan tekislikning o'zaro holati.....	71
3.2-§. Ikki ita ixtiyoriy tekislikning o'zaro kesishishiga oid masalani yechishga ko'rsatmalar.....	75
3.3-§. Nuqtadan tekislikkacha bo'lgan masofani aniqlash.....	78
3.4-§. Tekislikning proyeksiyalariga oid testlar.....	81
IV BOB. Proyeksiyalarni qayta tuzish usullari.....	87
4.1-§. Umumiy ma'lumotlar.....	87
4.2-§. Proyeksiyalar tekisliklarini almashtirish usuli.....	88
4.2.1. Bitta proyeksiya tekisligini almashtirish.....	89
4.2.2. Ikki ita proyeksiya tekisligini almashtirish.....	96
4.3-§. Tekis - parallel harakatlantirish usuli.....	100
4.4-§. Aylantirish usuli.....	103
4.4.1. H va V proyeksiya tekisliklariga perpendikulyar holatdagi o'q atrofida aylantirish.....	103
4.4.2. Proyeksiya tekisliklariga parallel o'q atrofida aylantirish (tekislikning gorizontali yoki frontali atrofida aylantirish).....	105
4.4.3. Tekislikning izi atrofida aylantirish.....	109
4.5-§. Ortogonal proyeksiyalarni qayta qurish usullariga oid testlar.....	114
V BOB. Geometrik jismlarning ortogonal proyeksiyalari....	118
5.1-§. Ko'pyoqliklar.....	118
5.1.1. Prizmaning ortogonal proyeksiyalari.....	118
5.1.2. Piramidaning ortogonal proyeksiyalari.....	119
5.2-§. Ko'pyoqlikning to'g'ri chiziq bilan kesishishi.....	120
5.3-§. Ko'pyoqlikning tekislik bilan kesishishi.....	123
5.3.1. Kesim tomonlarini yasash usuli.....	123
5.3.2. Kesim uchlarini yasash usuli.....	124
5.4-§. Ko'pyoqliklarning xususiy tekislik bilan kesishishi.....	125
5.5-§. Ko'pyoqliklarning o'zaro kesishuvi.....	128
5.6-§. Ko'pyoqliklarning yoyilmalari.....	131

VI BOB. Egri chiziqlar va aylanish jismlari.....	136
6.1-§. Umumiy tushunchalar.....	136
6.2-§. Evolyuta va evolventa.....	137
6.3-§. Tekis egri chiziq nuqtalarining klassifikatsiyasi.....	138
6.4-§. Ikkinchi tartibli egri chiziqlar.....	139
6.5-§. Vint chiziqlari.....	141
6.5.1. Silindrik vint chiziqlar.....	141
6.5.2. Konus vint chizig'i.....	143
6.6-§. Aylanish jismlarining ortogonal proyeksiyalari.....	144
6.6.1. Silindrning ortogonal proyeksiyalari.....	144
6.7-§. Silindr bilan to'g'ri chiziq va tekislining kesishishi.....	146
6.8-§. Konusning ortogonal proyeksiyalari.....	148
6.8.1. Konus bilan to'g'ri chiziq va tekisligining kesishishi.....	151
6.9-§. Sferaning proyeksiyalari.....	153
6.9.1. Sferaning tekislik bilan kesishishi.....	154
6.10-§. Sirtlarning o'zaro kesishish chizig'ini yasashdagi umumiy qoidalar.....	157
6.11-§. O'qlari umumiy nuqtaga ega bo'lgan aylanish sirtlarining o'zaro kesishuvi. Yordamchi sferalar usuli.....	158
6.11.1. Konsentrik sferalar usuli.....	159
6.11.2. Ekssentrik sferalar usuli.....	163
6.12-§. Sirtlarning o'zaro kesishish chizig'ini yasash. Kesuvchi tekisliklar dastasi usuli.....	165
6.12.1. Tekisliklar dastasi.....	165
6.12.2. Sirtlarning kesishish chiziqlarini yordamchi kesuvchi tekisliklar dastasi usuli bilan yasashning umumiy algoritmi.....	167
6.12.3. Konus bilan konusning o'zaro kesishish chizig'ini yasash.....	168
6.13-§. O'qlari bir tekislikda yotmaydigan aylanish sirtlarining o'zaro kesishishi. Parallel kesuvchi tekisliklar usuli.....	171
6.13.1. Ikki silindrning o'zaro kesishishi.....	171
6.13.2. O'qlari uchrashmas va H yoki V tekisligiga perpendikulyar bo'lgan aylanish sirtlarining o'zaro kesishish chizig'ini yasash.....	173
6.13.3. Yarim sfera bilan uchburchakli to'g'ri prizmaning o'zaro kesishishi.....	173

6.13.4. O'qlari o'zaro parallel bo'lgan aylanish sirtlarining o'zaro kesishishi.....	175
6.14-§. Tor sirti.....	176
6.14.1. Tor sirtining proyeksiyalovchi tekislik bilan kesishishi.....	178
6.15-§. Geometrik jismlarning proyeksiylariga oid testlar.....	182
Glossariy.....	186
Adabiyotlar.....	193



S.O.ATAXANOVA

CHIZMA GEOMETRIYA

(O'quv qo'llanma)

Muharrir: X. Tahirov

Texnik muharrir: S. Meliquziyeva

Musahhih: M. Yunusova

Sahifalovchi: A. Isxoqov

Nashr. lits № 2244. 25.08.2020 y.

Bosishga ruxsat etildi 07.12.2023 y.

Bichimi 60x84 1/16. Ofset qog'ozi. "Cambria"
garnituras. Hisob-nashr tabog'i. 12.3.

Adadi 100 dona. Buyurtma № 1814182 .

«Yangi chirchiq prints» MCHJ bosmaxonasida chop etildi.

ISBN 978-9943-1927-0-6



9 789943 192706