

**G'.X.DJUMABAYEV  
M.M.SAYDAMATOV  
A.R.KUTLIMUROTOV  
I.Q.XAYDAROV**

# **MATEMATIK ANALIZ I**

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI  
OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI**

**G'.X.DJUMABAYEV  
M.M.SAYDAMATOV  
A.R.KUTLIMUROTOV  
I.Q.XAYDAROV**

# **MATEMATIK ANALIZ I**

O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligi  
tomonidan o'quv qo'llanma sifatida chop etishga ruxsat berildi  
(2023-yil 17-iyuldagi 314-sonli qarori)

**CHIRCHIQ – 2023**

UO'K 517  
KBK 22.1  
D-13

G'.X.Djumabayev, M.M.Saydamatov, A.R.Kutlimurotov,  
I.Q.Xaydarov, / Matematik analiz I / O'quv-qo'llanma - Chirchiq:  
«Yangi chirchiq prints», 2023. – 160 bet.

Ushbu o'quv qo'llanma oliy ta'lim muassasalarining talabalariga  
"Matematik analiz" fanini o'zlashtirishlariga yordam berish  
maqsadida tayyorlandi.

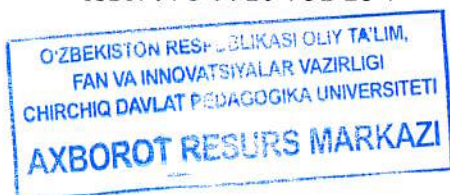
O'quv qo'llanmada bakalavriyat talabalari uchun  
rejalashtirilgan o'quv soatiga mos mavzular kiritilgan. O'quv  
qo'llanmaning har bir mavzusi zamonaviy xorijiy adabiyotlar va  
o'qitish texnologiyalari tahlili asosida yozilgan bo'lib, har bir mavzu  
bo'yicha nazariy tushunchalar bayon etilib, namunaviy misol va  
masalalar yechib ko'rsatilgan hamda dars jarayonida, mustaqil  
ishlash uchun misol masalalar keltirilgan.

O'quv qo'llanma oliy ta'lim muassasalarining talabalarini uchun  
mo'ljallangan.

**Taqrizchilar:** 1. E.M. Maxkamov-Chirchiq davlat pedagogika  
universiteti Algebra va matematik analiz kafedrasini  
dotsenti, f-m.f.f.d.  
2. J.K.Adashev-O'zFA V.I.Romanovskiy nomidagi  
Matematika instituti yetakchi ilmiy xodimi, f-m.f.d.

Mazkur o'quv qo'llanma O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim  
fan va innovatsiyalar vazirligining 2023 yil 17-iyuldagi 314-sonli  
buyrug'iga asosan nashr etilgan

ISBN 978-9910-751-25-7



© G'.X.Djumabayev, va b., 2023  
© «Yangi chirchiq prints», 2023

## SO'Z BOSHI

Oliy ta'lim muassasalarida Matematik analiz fani turli hajmda  
tayyorlanadigan mutaxassislikka qarab, ma'lum dastur asosida  
o'qitiladi.

Matematik analizni o'qitishdan ko'zlangan maqsad  
quyidagilardan iboratdir: talabalarni mantiqiy fikrlashga, matematik  
usullarni amaliy masalalarni yechishga qo'llashga jumladan,  
matematik, informatik, fizik, texnik, iqtisodiy va mexanik  
masalalarning matematik modellarini qurishga o'rgatishdan iborat,  
talabalarni matematik ma'lumotlar majmuasi bilan tanishtirish,  
uning turli uslublarini o'rganish, ular orasidagi bog'lanishlarni  
bildirish.

Ravshanki, o'quv jarayonida darsliklar, o'quv qo'llanmalarining  
ahamiyati katta. Matematik analiz turli hajmda, matematika,  
matematika va informatika sohalariga mo'ljallab yozilgan kitoblar  
bor. Ayni paytda, jamiyatda barcha sohalarining shiddat bilan  
rivojlanayotganligi ularga mos keladigan kitoblarning yozilishini  
taqozo etmoqda. Shuni e'tiborga olib, mualliflar matematik analizdan  
bilimlariga, shuningdek oliy ta'lim muassasalarida "Matematik  
analiz" dan o'tkazilgan darslardan hosil bo'lgan tajribaga tayangan  
holda ushbu "Matematik analiz I" nomli o'quv qo'llanmani yozdilar.

Mazkur "Matematik analiz I" nomli o'quv qo'llanma  
"Matematika va informatika" ta'lim yo'nalishida tahsil olayotgan  
talabalar uchun mo'ljallangan.

O'quv qo'llanmada mavzularning muayyan ketma-ketlikda va  
o'zaro uzviy bog'lanishda bo'lishiga, ma'lumotlarni qisqa va ravon  
bayon etilishiga, amaliy masalalarni yechishda matematik usullardan  
umumli foydalanishga alohida e'tibor qaratilgan.

O'quv qo'llanma haqidagi tanqidiy fikr va mulohazalarini  
bildirgan barcha kitobxonlarga mualliflar oldindan o'z  
tashakkurlarini bildiradi.

## 1-BOB. FUNKSIYA

Funksiya matematikaning muhim, ayni paytda asosiy tushunchalaridan hisoblanadi. U o'zgaruvchi miqdorlar orasidagi bog'lanishni ifodalovchi vosita sifatida tushuniladi. Funksiya yordamida ko'pincha hodisa va jarayonlar ifodalanib o'rganiladi.

### 1-§. Funksiya tushunchasi

#### 1<sup>o</sup>. Funksiyaning ta'rifi

Biz tabiatni kuzatish va o'rganish jarayonida, shuningdek fan va texnikaning turli sohalarida turli (har xil) miqdorlarga (masalan, uzunlik, vaqt, harorat, massa, uchburchaklarning perimetrlari, uchburchak burchaklari va h.k.) duch kelamiz. Bunda ayrim miqdor (vaziyatga qarab) turli sonlar qiymatlarini qabul qilsa, ayrimlari esa faqat bitta son qiymatga teng bo'ladi.

Masalan, uchburchaklarning perimetrlari turli son qiymatlarga teng bo'lib, perimetr turli miqdorlarni qabul qilaoladigan miqdor, uchburchak ichki burchaklar yig'indisini ifodalovchi miqdor esa faqat bitta o'zgarmas songa (u  $180^\circ$ ) teng bo'ladi. Birinchi holda, yani uchburchak perimetri o'zgaruvchi miqdor ikkinchi holda, ya'ni uchburchak ichki burchaklar yig'indisini ifodalovchi miqdor esa o'zgarmas miqdor bo'ladi.

Odatda, o'zgaruvchi miqdorlar harflar bilan belgilanadi. Masalan,  $x, y, z$ . Bu o'zgaruvchilarning qabul qiladigan qiymatlari haqiqiy sonlar bo'ladi.

Agar o'zgaruvchining qabul qila oladigan qiymatlari to'plami ma'lum bo'lsa, o'zgaruvchi berilgan hisoblanadi.

Aytaylik,  $x$  va  $y$  o'zgaruvchilar bo'lib, ularning o'zgarish sohalari (to'plamlari) mos ravishta  $X$  va  $Y$  bo'lsin:  $x \in X, y \in Y$ .

**Ta'rif.** Agar  $X$  to'plamdan olingan har bir  $x$  songa ( $x \in X$ ) biror  $f$  qoidaga ko'ra  $Y$  to'plamdan olingan bitta  $y$  son ( $y \in Y$ ) mos qo'yilgan bo'lsa,  $X$  to'plamda funksiya aniqlangan (berilgan) deyiladi.

Bunda:  $X$  to'plam funksiyaning aniqlanish (berilish) sohasi,  $x$  —erкли o'zgaruvchi funksiya argumenti,  $y$  —erksiz o'zgaruvchi,  $x$  ning funksiyasi,  $f$  —har bir  $x$  ga bitta  $y$  ni mos qo'yuvchi qoida deyiladi.

Ta'rifdagi  $x, y$  va  $f$  larni birlashtirib,  $y$  o'zgaruvchi  $x$  ning funksiyasi deyilishini

$$y = f(x)$$

kabi yoziladi va "igrik teng ef iks" deb o'qiladi.

Odatda

$$y = f(x)$$

funksiyaning aniqlanish sohasi  $D(f)$  kabi, har bir  $x \in D(f)$  ga mos qo'yilgan  $y$  ning qiymatlaridan iborat to'plam  $E(f)$  kabi belgilanib,  $y$  funksiya qiymatlari to'plami (sohasi) deyiladi.

Yuqorida keltirilgan ta'rifda  $x$  o'zgaruvchining har bir qiymatiga  $y$  o'zgaruvchining bitta qiymatini mos qo'yadigan muayyan qoida berilishi muhim. Ko'pincha, amaliyotda funksiyaning aniqlanish sohasi  $D(f)$  ham shu qoidaga ko'ra, ya'ni funksional bog'lanishning xarakteriga ko'ra topiladi.

Ushbu munosabatlar

$$y = 3x + 6, \quad y = \sqrt{x-2}, \quad y = \frac{x^2 + 1}{x-3}$$

funksiyalarga misollar bo'ladi.

Misol. Ushbu

$$y = \sqrt{4-x^2}$$

funksiyaning aniqlash sohasi topilsin.

⇐ Ravshanki, berilgan ifoda ( tenglik) ma'noga ega bo'lishi uchun

$$4 - x^2 \geq 0$$

bo'lishi kerak. Keyingi tengsizlikni yechib topamiz:

$$x^2 - 4 \leq 0,$$

$$(x-2)(x+2) \leq 0$$

$$-2 \leq x \leq 2.$$

Demak, berilgan funksiyaning aniqlanish sohasi  $D(f) = [-2, 2]$  bo'ladi. ⇐

Misol. Ushbu

$$y = f(x) = \frac{x}{1+x^2}$$

funksiyaning aniqlash va o'zgarish sohaslarini toping.

⇐ Ravshanki, bu funksiyaning aniqlanish sohasi

$$D(f) = (-\infty, +\infty) = R$$

bo'ladi, chunki ixtiyoriy  $x \in (-\infty, +\infty)$  da  $y = f(x) = \frac{x}{1+x^2}$  ifoda ma'noga ega.

Ravshanki,  $y = 0$  da  $x = 0$  bo'ladi.

Endi  $y \neq 0$  deb  $y = f(x) = \frac{x}{1+x^2}$  tenglikni quyidagicha yozib olimiz:

$$y \cdot (1 + x^2) = x \text{ yoki } yx^2 - x + y = 0$$

keyingi tenglama  $x$  ga nisbatan kvadrat tenglama bo'lib, uning yechimlari

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4y^2}}{2y}$$

bo'ladi. Berilgan funksiyaning o'zgarish sohasi ushbu

$$1 - 4y^2 \geq 0$$

tengsizlikni yechish bilan topiladi:

$$(2y + 1)(2y - 1) \leq 0, \\ 4\left(y + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(y - \frac{1}{2}\right) \leq 0, \quad \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right].$$

Demak, funksiyaning o'zgarish sohasi  $E(f) = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$  bo'ladi.  $\triangleright$

## 2°. Funksiyaning berilish usullari

Funksiya ta'rifidagi mos qo'yuvchi qoida turlicha bo'lishi mumkin.

a) Analitik usul. Bu usulda  $x$  o'zgaruvchining har bir qiymatiga mos keladigan  $y$  ning qiymati muayyan formulalar, tenglamalar yordamida topiladi. Masalan,

$$y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}, \quad y = \sqrt{x^2 + x - 2}$$

Funksiyaning analitik usulda berilishida funksiya bir necha formulalar yordamida ham aniqlanishi mumkin. Masalan,

$$y = \begin{cases} x^2, & \text{agar } x \geq 0, \\ -x^2, & \text{agar } x < 0. \end{cases}$$

b) Jadval usuli. Bu usulda  $x$  va  $y$  o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanish jadval ko'rinishida bo'ladi. Bu holda funksiya argumenti  $x$  ning bir necha tayin

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

qiymatlariga mos keladigan  $y$  ning qiymatlari

$$y_1, y_2, \dots, y_n$$

jadval shaklida ifodalanadi.

v) Grafik usul. Bu usulda bog'lanish egri chiziq (grafik) yordamida bo'ladi. Funksiyaning grafik usulidan ko'pincha tajriba

bilan bog'liq ishlarda, ayniqsa o'zi yozar apparatlardan foydalanishda qo'llaniladi.

Aytaylik,

$$y = f(x)$$

funksiya  $X \subset R$  to'plamda aniqlangan bo'lsin. Bu to'plamdan biror  $x_0$  sonni (elementni) olamiz:  $x_0 \in X$ . Modomiki  $y = f(x)$  funksiya  $X$  to'plamda aniqlangan ekan, unda  $x_0$  ga  $f$  qoida bo'yicha bitta  $y_0$  son mos qo'yiladi.

$$f: x_0 \rightarrow y_0.$$

Bu  $y_0$  son  $y = f(x)$  funksiyaning  $x = x_0$  nuqtadagi xususiy qiymati deyiladi va

$$f(x_0) = y_0$$

kabi yoziladi.

Masalan,

$$y = f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1}$$

funksiyaning  $x_0 = 1$  nuqtadagi xususiy qiymati

$$f(x_0) = f(1) = \frac{1^2 + 1}{1^4 + 1} = 1$$

bo'ladi.

## 3°. Funksiyaning grafigi

Aytaylik,  $y = f(x)$  funksiya  $X$  to'plamda ( $X \subset R$ ) aniqlangan bo'lib, argument  $x$  ning  $X$  to'plamdan olingan har bir qiymatiga mos keladigan funksiya qiymati  $y$  ( $f(x) = y$ ) bo'lsin. Bu  $x$  va  $y$  lar ( $x, y$ ) juftlikni tashkil etadi. Ma'lumki, ( $x, y$ ) juftlik tekislikda nuqtani tasvirlaydi.

Tekislikning bunday nuqtalari to'plami

$$\Gamma = \{(x, y): x \in X, y = f(x)\}$$

(nuqtalarning geometrik o'rni)  $y = f(x)$  funksiyaning grafigi deyiladi.

Masalan,

$$y = \sqrt{1 - x^2}$$

funksiyaning grafigi, markazi  $(0, 0)$  nuqtada, radiusi  $R = 1$  bo'lgan yuqori yarim aylana bo'ladi. (1-chizma).