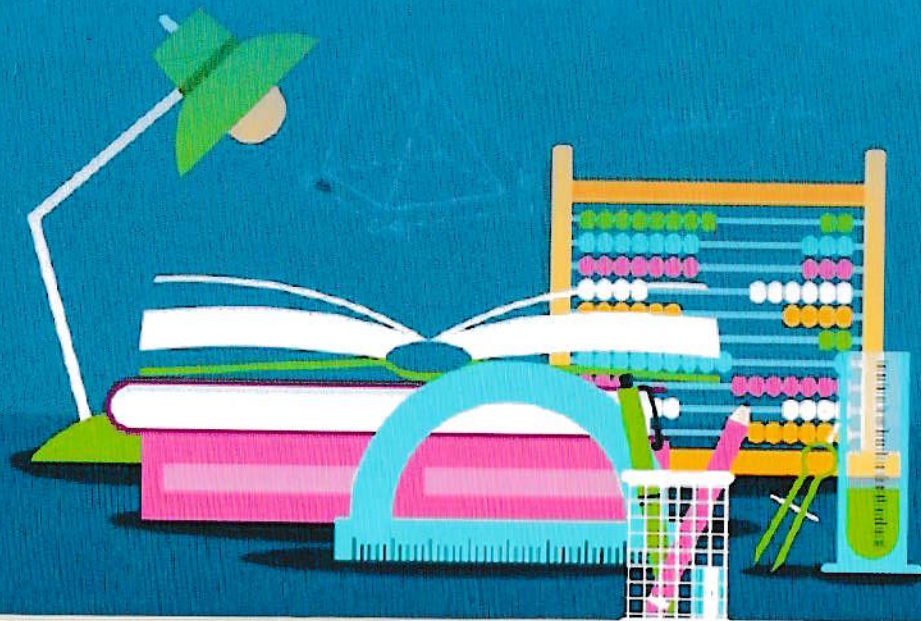


517.37  
A-99

F.S.Aktamov, E.M.Mahkamov,  
G.B.Qizmanova

# MATEMATIK ANALIZ



5.17.34  
A-99

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA'LIM, FAN VA  
INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI**

**CHIRCHIQ DAVLAT PEDAGOGIKA UNIVERSITETI**

**F.S.Aktamov, E.M.Mahkamov, G.B.Quzmanova**

**MATEMATIK ANALIZ**

**O'QUV QO'LLANMA  
I QISM**

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA'LIM,  
FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI  
CHIRCHIQ DAVLAT PEDAGOGIKA UNIVERSITETI  
**AXBOROT RESURS MARKAZI**

**Chirchiq-2023**  
**Yangi chirchiq prints**

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA'LIM,  
FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI  
CHIRCHIQ DAVLAT PEDAGOGIKA UNIVERSITETI  
**AXBOROT RESURS MARKAZI**  
**1-FILIALI**

-14/181/178-

him  
ikni  
kin  
arni  
im,  
g'ri  
  
ini  
liz  
va  
la.  
va  
gi  
  
le  
ih  
  
g  
  
r  
3  
a  
1  
1  
1

UO'K 378;51;004

KBK 22.1;32.97

A-99

**Aktamov F.S., Mahkamov E.M., Quzmanova G.B. / Matematik analiz /**  
O'quv qo'llanma –Chirchiq.: «Yangi chirchiq prints», 2023 y. 368 b.

Ushbu o'quv qo'llanma pedagogika oliy ta'lim muassasalarining matematika va informatika yo'nalishlari bakalavrlari uchun «Matematik analiz»fani dasturi asosida yozilgan bo'lib, to'plamlar haqida tushuncha, ketma-ketliklar, funksiya limiti, hosila va differensial, aniq va aniqmas integrallar, sonli hamda funksional qatorlarga oid materiallarni o'z ichiga oladi. Qo'llanmada zarur nazariy tushunchalar qisqachacha bayon etilgan va namunaviy misol va masalalar ishlab ko'rsatilgan. Har bir mavzu yuzasidan talabalar mustaqil ishlashi uchun topshiriqlar berilgan. Topshiriqlarni bajarish uchun kerakli ko'rsatmalar keltirilgan, ularning mohiyati misol va masalalar yechimlarida tushuntirilgan. Har bir mustaqil ish topshirig'iga oid misol va masala namuna sifatida yechib ko'rsatilgan.

**Taqrizchilar:**

**A.J. Seytov** t.f.d.(DSc),Chirchiq davlat pedagogika universiteti  
“Algebra va matematik analiz” kafedra dotsenti.

**J.K. Adashev** f-m.f.d.(DSc), V.I.Romonovskiyy nomidagi matematika  
instituti katta ilmiy xodimi.

O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligining 2023 yil 29 sentyabrdagi 438-sonli qaroriga asosan o'quv qo'llanma sifatida nashr qilishga tavsiya etilgan.

ISBN 978-9910-9950-1-9

© Aktamov F.S. va b., 2023

©«Yangi chirchiq prints», 2023

**SO'Z BOSHI**

Matematik analiz fanini o'qitishda mutaxassislar oldida turgan muhim muammolardan biri ma'lumotni taqdim yetishning darajasini tanlash, uzviylikni ta'minlash asosida talabalarning bilim ko'nikmalarida paydo bo'lishi mumkin bo'lgan bo'shliqni to'ldirish, mavzularni o'qitishdagi takomillashgan uslublarni ishlab chiqish, talabalarning mantiqiy tafakkurini rivojlantirish va zarur bilim, ko'nikmalarini hamda amaliy ko'nikmalarini shakllantirish o'rtasida to'g'ri muvozanatni o'rnatishga alohida e'tibor qaratishdan iboratdir.

Bugungi kunda oliy ta'lim muassasalari talabalarini matematik analiz fanini o'zlashtirishlari uchun bir qator innovatsion metodlar yaratish, matematik analiz fanini o'qitishda samaraga erishish usullari ishlab chiqish, fanning bo'limlari va mavzularini o'qitish metodlari ustida bir nechtalab ishlar amalga oshirilmoqda. Ushbu o'quv qo'llanma pedagogika oliy ta'lim muassasalari matematika va informatika yo'nalishlari talabalarini uchun mo'ljallangan bo'lib, quyidagi vazifalarning hal qilishga qaratilgan:

Bulardan tashqari ushbu o'quv qo'llanma o'quv dasturining kredik moodle dasturidagi asosiy vazifalardan, talabalarning mustaqil ta'limini tashkillashtirish vazifalari asosida shakllantirilgan.

Ushbu o'quv qo'llanma Davlat ta'lim standartlariga mos keladi va fanning o'quv dasturlariga to'la javob beradigan tarzda bayon qilingan.

Qo'llanmaning har bir bo'limi zarur nazariy tushunchalar, ta'riflar, teoremlar va formulalar bilan boshlangan, ularning mohiyati misol va masalalarning yechimlarida tushuntirilgan, shu bo'limga oid amaliy mashg'ulot darslarida va mustaqil uy ishlarida bajarishga mo'ljallangan ko'p sondagi mustahkamlash uchun mashqlar berilgan. Har bir bo'limning oxirida talabalarning mustaqil ishlari uchun topshiriqlar variantlari keltirilgan. Qo'llanmani yozishda pedagogika oliy o'quv yurtlarining bakalavrlari uchun matematik analiz fanining amaldagi dasturida tavsiya qilingan adabiyotlardan hamda o'zbek tilida chop etilgan zamonaviy darslik va o'quv qo'llanmalardan keng foydalanilgan.

Mualliflar o'quv qo'llanmani takomillashtirishda (yaxshilashda) bergan foydali maslahatlari uchun mas'ul muharrir va taqrizchilarga, hamda matnni tahrir qilgani uchun F.U. Jo'rayevga o'z minnatdorchiликlarini bildiradilar.

O'quv qo'llanmani tayyorlashda xato va kamchiliklar bo'lishi mumkin. Xato va kamchiliklar haqidagi fikrlaringizni [feruzaktamov28@gmail.com](mailto:feruzaktamov28@gmail.com) elektron manziliga jo'natishlaringizni so'raymiz. Qo'llanma haqida bildirilgan fikr va mulohazalar mamnuniyat bilan qabul qilinadi.

Mualliflar

## MUNDARIJA

1. So'z boshi.....	3
--------------------	---

### I BOB

#### TO'PLAMLAR. TO'PLAMLAR USTIDA AMALLAR

1.1. To'plamlar.....	7
1.2. Haqiqiy sonlar.....	10
1.3. Haqiqiy sonlar to'plamining chegaralari.....	16
1.4. Haqiqiy sonlar ustida amallar.....	22

### II BOB

#### SONLAR KETMA-KETLIGI

2.1. Sonlar ketma-ketligi va uning limiti.....	30
2.2. Yaqinlashuvchi ketma-ketliklarning xossalari.....	36
2.3. Monoton ketma-ketliklar va uning limiti.....	42
2.4. Fundamental ketma-ketliklar. Koshi teoremasi.....	47

### III BOB

#### FUNKSIYA VA UNING LIMITI

3.1. Funksiya tushunchasi.....	54
3.2. Elementar funksiyalar.....	61
3.3. Funksiya limiti.....	69
3.4. Limitga ega bo'lgan funksiyalarning xossalari. Limitning mavjudligi.....	80
3.5. Funksiyalarni taqqoslash.....	88

### IV BOB

#### FUNKSIYANING UZLUKSIZLIGI VA TEKIS UZLUKSIZLIGI

4.1. Funksiyaning uzluksizligi tushunchasi.....	93
4.2. Uzluksiz funksiyalarning xossalari.....	98
4.3. Funksiyaning tekis uzluksizligi. Kantor teoremasi.....	104

### V BOB

#### FUNKSIYANING HOSILA VA DIFFERENSIALLARI

5.1. Funksiyaning hosilasi.....	110
5.2. Hosilani hisoblash qoidalari.....	116
5.3. Asosiy teoremlar.....	123
5.4. Funksiyaning differensial.....	131
5.5. Funksiyaning yuqori tartibli hosila va differensiallari.....	137
5.6. Teylor formulasi.....	145

### VI BOB

#### FUNKSIYA HOSILASINING BA'ZI BIR TATBIQLARI

6.1. Funksiya monotonligi. Funksiyaning ekstremumlari.....	152
6.2. Funksiyaning qavariqligi, egilish nuqtalari va asimtotalari.....	158
6.3. Lopital qoidalari.....	164

### VII BOB

#### ANIQMAS INTEGRAL

7.1. Boshlang'ich funksiya va aniqmas integral tushunchasi.....	171
7.2. Integrlash usullari.....	177
7.3. Ratsional funksiyalarni integrallash.....	179
7.4. Ba'zi irratsional funksiyalarni integrallash.....	183
7.5. Tarkibida trigonometrik funksiyalar qatnashgan ifodalarni integrallash.....	193

### VIII BOB

#### ANIQ INTEGRAL

8.1. Aniq integralning ta'rifi.....	197
8.2. Aniq integral yordamida limitni hisoblash.....	200
8.3. Aniq integralning mavjudligi.....	201
8.4. Integrlanuvchi funksiyalar sinfi.....	202
8.5. Aniq integralning xossalari.....	206
8.6. Aniq integralni hisoblash usullari.....	215
8.7. Aniq integralning tadbirlari. Aniq integral yordamida tekis shakl yuzini hisoblash.....	222
8.8. Aniq integral yordamida yoy uzunligini hisoblash.....	232
8.9. Aniq integral yordamida aylanma jism hajmini hisoblash.....	246
8.10. Aniq integral yordamida aylanma jismining sirt yuzini hisoblash.....	251
8.11. Aniq integralning mexanik va fizik masalalarga tadbirlari.....	256

### IX BOB

#### SONLI QATORLAR

9.1. Yaqinlashuvchi qatorlar va ularning yig'indisi.....	263
9.2. Yaqinlashuvchi qatorlarning xossalari.....	266
9.3. Musbat hadli qatorlarning yaqinlashuvchi bo'lish sharti.....	269
9.4. Musbat hadli qatorlarning taqqoslash haqidagi teoremlar.....	271
9.5. Musbat hadli qatorlar uchun yaqinlashuvchilik alohati.....	276
9.6. Ixtiyoriy ishorali qatorlar va ularning yaqinlashuvchanligi, qatorning absolyut va shartli yaqinlashishi.....	285
9.7. Ishorasi almashinuvchi qatorlar.....	297

## X BOB

### FUNKSIONAL KETMA-KETLIK VA QATORLAR

10.1. Funksional ketma-ketlik va ularning yaqinlashuvchanligi.....	300
10.2. Funksional ketma-ketlikning tekis yaqinlashuvchanligi.....	301
10.3. Funksional ketma-ketlik limit funksiyasi uzluksizligi.....	310
10.4. Funksional ketma-ketlikni hadma-had limitga o'tish. Funksional ketma-ketlikni hadma-had integrallash. Funksional ketma-ketlikni hadma-had differensiallash.....	313
10.5. Funksional qatorlar va ularning yaqinlashuvchanligi.....	315
10.6. Funksional qatorlarni tekis yaqinlashuvchanligi.....	320
10.7. Funksional qator yig'indisining uzluksizligi.....	327
10.8. Funksional qatorlarni hadma-had limitga o'tish.....	329
10.9. Funksional qatorlarni hadma-had integrallash.....	332
10.10. Funksional qatorlarni hadma-had differensiallash.....	334
10.11. Darajali qator, uning yaqinlashish radiusi va yaqinlashish intervali.....	338
10.12. Darajali qatorlarning xossalari.....	345
10.13. Teylor qatori. Elementar funksiyalarni Teylor qatoriga yoyish.....	348
10.14. Fure qatori.....	356
FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI.....	364

## I BOB

### TO'PLAMLAR. TO'PLAMLAR USTIDA AMALLAR.

#### 1.1. To'plamlar

**1<sup>o</sup>. To'plam tushunchasi.** To'plam matematikaning boshlang'ich, ayni paytda muhim tushunchalaridan biri. Uni ixtiyoriy tabiatli narsalarning (predmetlarni) ma'lum belgilar bo'yicha birlashmasi (maimuasi) sifatida tushuniladi. Masala, javondagi kitoblar to'plami, bir nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqlar to'plami,  $x^2 - 5x + 6 = 0$  tenglamaning ildizlari to'plami deyilishi mumkin.

To'plamni tashkil etgan narsalar uning elementlari deyiladi. Matematikada to'plamlar bosh xarflar bilan, ularning elementlari esa kichik xarflar bilan belgilanadi. Masalan,  $A, B, C$  - to'plamlar,  $a, b, c$  - to'plamning elementlari. Ba'zan to'plamlar ularning elementlarini ko'rsatish bilan yoziladi:

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\},$$

$$N = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$$

$$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}.$$

Agar  $a$  biror  $A$  to'plamning elementi bo'lsa,  $a \in A$  kabi yoziladi va « $a$  element  $A$  to'plamga tegishli» deb o'qiladi. Agar  $a$  shu to'plamga tegishli bo'lmasa,  $a \notin A$  kabi yoziladi va « $a$  element  $A$  to'plamga tegishli emas» deb o'qiladi. Masalan, yuqoridagi to'plamda  $10 \in A, 15 \notin A$ .

Agar  $A$  chekli sondagi elementlardan tashkil topgan bo'lsa, u chekli to'plam, aks holda cheksiz to'plam deyiladi. Masalan,  $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$  chekli to'plambir nuqtadan o'tuvchi barcha to'g'ri chiziqlar to'plami esa cheksiz to'plam bo'ladi.

**1-ta'rif.**  $A$  va  $B$  to'plamlari berilgan bo'lib,  $A$  to'plamning barcha elementlari  $B$  to'plamga tegishli bo'lsa,  $A$  to'plam  $B$  ning qismi (qismaniy to'plam) deyiladi va

$$A \subset B \text{ (yoki } B \supset A)$$

kabi yoziladi.

$A$  to'plamning elementlari orasida biror xususiyatga (bu xususiyatni  $P$  bilan belgilaymiz) ega bo'ladiganlari bo'lishi mumkin. Bunday xususiyatli elementlardan tuzilgan to'plam quyidagicha

$$\{x \in A \mid P\}$$

belgilanadi. Ravshanki,

$$\{x \in A \mid P\} \subset A$$

bo'ladi.

Agar  $A$  to'plam elementlari orasida  $P$  xususiyatli elementlar bo'lmasa, u holda

$$\{x \in A \mid P\}$$

bitta ham elementga ega bo'lmagan to'plam bo'lib, uni **bo'sh to'plam** deyiladi.