

JARAYONLAR TADQIQOTI

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA
MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

M. TO'XTASINOV

JARAYONLAR TADQIQOTI

*Tatbiqiy matematika va informatika hamda informatika
va axborot texnologiyalari yo'nalishlari
talabalari uchun darslik*

«Barkamol Fayz media» nashriyoti
Toshkent – 2017

UDK 004.4(075.8)

BBK 22.18ya73

T 98

Mas'ul muharrir

Sh.Q. Formanov — *fizika-matematika fanlari doktori, akademik*

Taqrizchilar

I. I. Isroilov — *fizika-matematika fanlari nomzodi, professor;*

M.Sh. Mamatov — *fizika-matematika fanlari doktori, professor*

To'xtasinov Mo'minjon

T 98 Jarayonlar tadqiqoti [Matn]: darslik/O'zR Oliy va o'rta-maxsus ta'lim vazirligi. — T. «Barkamol Fayz media» nashriyoti, 2017. — 572 b.

ISBN 978-9943-5085-5-2

Darslikda universitetlarning amaliy matematika va informatika yo'nalishi (5130200) talabalari uchun o'tiladigan o'yinlar nazariyasi va jarayonlar tadqiqoti kursining o'quv dasturidagi barcha mavzular batafsil bayon etilgan. Xususan, chiziqli dasturlash, dinamik dasturlash, ommaviy xizmat ko'rsatish, Markov o'yinlari va optimal boshqaruv nazariyalaridir. Nazariy bilimlarni mustahkamlash uchun sonli misol va masalalar yechib ko'rsatilgan hamda nazorat savollari, mustaqil ish uchun variantli misollar va masalalar berilgan.

UDK 004.4(075.8)

BBK 22.18ya73

© M. To'xtasinov, 2017

© «Barkamol Fayz media» MCHJ, 2017

ISBN 978-9943-5085-5-2 © Original maket. Cho'lpon nomidagi NMIU, 2017



KIRISH

Mamlakatimizda sog'lom va barkamol avlodni tarbiyalash, yoshlarning o'z ijodiy va intellektual salohiyatini oshirish, mamlakatimiz yoshlarini XXI asr talablariga to'liq javob beradigan har tomonlama rivojlangan shaxslar etib voyaga yetkazish uchun, zarur shart-sharoitlar va imkoniyatlar yaratilmoqda. "Kadrlar tayyorlash Milliy dasturi" va "Ta'lim to'g'risida" gi qonunda belgilangan keng ko'lamli aniq yo'naltirilgan chora-tadbirlarni amalga oshirish keng yo'lga qo'yilgan. Shuningdek, ta'lim hamda ishlab chiqarish muassasalari bilan o'zaro amaliy hamjihatlikni mustahkamlash, ularning yaqin samarali hamkorligini ta'minlash muhim vazifalardan hisoblanadi.

Respublika matematika fani qudratli intellektual salohiyatni yaratgan. U hayotimizning ko'pgina sohalarida amalda qo'llanilmoqda. Vatanimizning milliy davlatchiligi va iqtisodiy mustaqilligini mustahkamlash uchun asos bo'lib xizmat qilmoqda.

Tabiiy zaxiralar chegaralanganligi tufayli korxonalar hamda umuman davlat faoliyatining muvaffaqiyatlari hozir ko'p jihatdan fan-texnika taraqqiyoti yutuqlari, chuqur ilm talab qiladigan texnologiyalar qanchalik keng joriy etilganligi, kadrlarning kasb tayvorgarligi darajasi bilan belgilanadi.

Mamlakatni jadal rivojlantirish borasidagi dasturiy vazifalarni amalga oshirishda fanni va ilmiy infrastrukturani rivojlantirish g'oyat muhim ahamiyatga ega.

Dunyoda ro'y berayotgan ilmiy-texnikaviy rivojlanish boshqaruv sohalarida yangidan-yangi murakkab va ulkan tizimlarni vujudga keltirdi. Bular sirasiga: ishlab chiqarish korxonalari,

birlashmalar, tarmoqlar (sohalar), biror davlatning iqtisodiyoti hamda global tizimlar (makrotizimlar) kiradi. Jarayonlar tadqiqoti fani boshqaruv tizimlaridagi muammolarni yechishning kompleks ilmiy usullarini yaratish va tatbiq qilish bilan shug'ullanadi. U ilmiy yo'nalish sifatida XX asrning 40-yillaridan boshlab shakllana boshladi.

Keyinchalik, jarayonlar tadqiqotining tamoyillari va usullari moliyaviy-ishlab chiqarish sohalariga tegishli bo'lgan masalalarni yechishga ham tatbiq qilina boshlandi. Shu sababli jarayonlar tadqiqoti kursi bo'yicha yetuk xodimlarni tayyorlashga ehtiyoj tug'ildi.

Jarayonlar tadqiqoti fanining rivojlanishiga matematik olimlardan X. Taxa, R. Bellman, R. Cherkmen, R. Dansig, G. Ouen, T. Saati, G. Vagner (AQSH), A. Kofman (Fransiya), L. V. Kantorovich, B. V. Gnedenko, N. P. Buslenko, L. S. Pontryagin (Rossiya), S. H. Sirojiddinov, N. Yu. Satimov, T. A. Azlarov (O'zbekiston)lar ulkan hissa qo'shganlar.

Jarayonlar tadqiqoti fani boshqaruv tashkiliy tizimlarining yanada samarali faoliyat ko'rsatishi uchun, usullar yaratish va ularni tatbiq qilish bilan shug'ullanadi. Bu fanning predmeti *bir-biri bilan bog'liq bo'lgan bir nechta bo'linmalarni (ularning maqsadlari qarama-qarshi bo'lishi ham mumkin) boshqarish tizimidir.*

Jamiyat taraqqiyotining barcha bosqichlarida xo'jalik yuritishni mukammal tuzilgan reja asosida olib borishga harakat qilinadi. Bu, ayniqsa, bozor munosabatlari tiklanayotgan hozirgi sharoitda muhim ahamiyat kasb etadi. Samarali iqtisodiy rivojlanish yo'nalishini aniqlash uchun, jarayonlarning miqdoriy modellash-tirish usullarini o'zlashtirish zarur. Bu narsa, milliy iqtisodiyot doirasida yaqin kelajak hamda strategik rejalarni ishlab chiqishda, yirik va uzoq muddatli tadbirlarni hisobga olishda, iqtisodiy rivojlanishning turli variantlarini aniqlashda zarur bo'ladi.

Shuningdek, hududiy rivojlanishning dasturini yaratish, ishlanmalar va tadqiqotlarni muvofiqlashtirilgan rejalar bilan ta'minlash, maqsadli dasturiy rejalashtirishda ayrim kompleks ishlarni bajarish uchun, imkoniyatlarni taqsimlash, tashqi bozor muhiti sharoitida korxonaning oqilona faoliyat ko'rsatishini amalga oshirish. Ko'p hollarda, tashkiliy masalalarni tadqiq etish uchun, oxirgi paytda tez sur'atlarda samarali rivojlanib borayotgan tabiiy matematikaning yo'nalishi hisoblangan jarayonlar tadqiqoti fani xizmat qilishi mumkin.

Ushbu darslik, jarayonlar tadqiqoti fanining vositalari yordamida iqtisodiyot, jamiyat, fan-texnika, tabiat keltirib chiqarayotgan muammolarning matematik modellarini tuzish va ular yordamida mukammal yechimni aniqlab berishning nazariy va amaliy bilimlarini berishga bag'ishlangan. Bunga, birinchi navbatda matematik dasturlash, tarmoq nazariyasi, zaxirani boshqarish masalasi, o'yinlar, ommaviy xizmat ko'rsatish, optimal boshqaruv nazariyalari va boshqa fanlar yutuqlaridan foydalanish orqali erishiladi.

Jarayonlar tadqiqoti talabalarga, bu fanning matematik ko'rsatkichlari haqida to'la tasavvur berishi hamda aniq misollar orqali jarayonlar tadqiqotining usullari qo'llaniladigan sohalarni ko'rsatib bergan bo'lishi kerak. Agar talaba o'z faoliyatini yechim qabul qilish sohasiga qaratgan bo'lsa, bu ma'lumotlarni o'zlashtirish talabada, odatda, yetishmagan ishonchni hosil qiladi. Talaba jarayonlar tadqiqoti fanining matematik asosi bilimini chuqur egallagandan so'ng, bu sohada erishilgan yutuqlarni o'zlashtirish va haqiqiy muammolarni amaliy tadqiq etish bilan, bu sohada o'zining tayyorgarlik darajasini oshirishi mumkin.

I BOB

CHIZIQLI VA BUTUN SONLI DASTURLASH

Chiziqli dasturlashning masalasi o'zgaruvchilari chiziqli tengsizliklarni qanoatlantiruvchi chiziqli funksiyaning minimumini (yoki maksimumini) topish, ya'ni:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (0.1)$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n_1 \leq n \quad (0.2)$$

shartlar o'rinli bo'lganda

$$z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (0.3)$$

funksiyaning ekstremumini topishdan iborat, bu yerda x_j — o'zgaruvchilar, a_{ij} , b_i , c_j — berilgan o'zgarmas sonlar. Bunda (0.3) — maqsad funksiya, (0.1) va (0.2) lar *chegaralar* deb ataladi. (0.1) va (0.2) chegaralar chiziqli bo'lganligi sababli, ular orqali aniqlangan soha R^n da qavariq ko'p yoqlidan iborat bo'ladi. Ma'lumki, agar soha chegaralangan bo'lsa (0.3)-chiziqli funksiya ekstremumga ushbu ko'p yoqlining chetlarida (uchlarida) erishadi. Funksiya ekstremumini aniqlashning asosiy usuli hisoblangan differensial hisobni bu yerda qo'llab bo'lmaydi. Shu sababli

chiziqli dasturlash masalalarini yechish uchun, boshqa usullar yaratishga ehtiyoj tug'ilgan. Bunday usullar bilan quyida tani-shamiz.

Quyidagi ta'kidlarni keltirib o'tamiz.

1. Funksiyaning minimumini topish masalasi, uning teskari ishorasi bilan maksimumini topish masalasiga ekvivalent va ak-sincha.

2. (0.1)-ko'rinishdagi tengsizliklarni *kuchsiz o'zgaruvchilar* deb ataluvchi $x_{n+i} \geq 0$ lar yordamida tenglik holatga keltirish mum-kin:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - x_{n+i} = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

xuddi shunga o'xshash

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

ko'rinishdagi tengsizliklarni ham *kuchsiz* $x_{n+i} \geq 0$ o'zgaruvchilar yordamida tenglik holatga keltirish mumkin:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + x_{n+i} = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

3. Agar x_j o'zgaruvchiga manfiymaslik sharti berilmagan bo'lsa, uni ikkita manfiymas $x'_j, x''_j \geq 0$ o'zgaruvchilarning ayrimasi: $x_j = x'_j - x''_j$ bilan almashtirish mumkin.

Chiziqli dasturlashga keltirish mumkin bo'lgan quyidagi ma-salalarni ko'rib chiqamiz.

1-masala. Parhez taom haqidagi masala. Tarkibida ma'lum miqdorda (masalan, n ta) to'yimli masalliqalar (vitaminlar, oqsil, kraxmal va boshqalar) belgilangan miqdordan kam bo'lmagan parhez taom tayyorlash lozim bo'lsin. Masalliqalar xarid qilinishi

kerak bo'lgan ma'lum sonda (masalan, m ta) xomashyolar tarkibida turli nisbatda uchraydi. Xomashyolardan qanday hajmda xarid qilish kerakki, natijada so'ralgan taom tayyorlansin va uning tannarxi eng arzon qiymatda bo'lsin.

Bu masalaning matematik modelini tuzish uchun, quyidagi belgilashlarni kiritamiz: x_j — xarid qilinishi lozim bo'lgan j — xomashyoning miqdori, b_i — taom tayyorlashda talab etilayotgan i — masalliqning quyi miqdori, a_{ij} — i — xomashyoning birlik hajmida j — to'yimli moddaning miqdori, c_j — j — xomashyoning birlik hajmi narxi.

Masalaning shartiga ko'ra,

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (0.4)$$

tengsizliklar o'rinli bo'lishi kerak. Mahsulot faqat xarid qilinadi. shu sababli

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (0.5)$$

shartlar o'rinli bo'lganda, umumiy xarajatni ifodalovchi:

$$z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (0.6)$$

funksiyaning minimal qiymatini aniqlash kerak bo'ladi.

Shunday qilib, quyidagi chiziqli dasturlash masalasiga kelamiz: (0.4) va (0.5) tengsizliklarni qanoatlantiruvchi va (0.6)-chiziqli funksiyaga minimal qiymat beruvchi $x_1, x_2, \dots, x_n$ o'zgaruvchilarning qiymatlari topilsin.

2-masala. Yarim fabrikat mahsulotlarini ishlab chiqaruvchi firmadan 1-mahsulotdan b_1 birlik, 2-mahsulotdan b_2 birlik va hokazo m -mahsulotdan b_m birlik hajmda ishlab chiqarish talab etiladi. Ushbu mahsulotlar n ta turli xomashyolarni qayta ishlash orqali hosil qilinadi. Bunda j — xomashyoning birlik miq-

doridan a_{ij} qismi i – yarim fabrikat mahsulot ishlab chiqarishga sarflanadi. j – xomashyoning birlik miqdori narxi c_j soʻmdan iborat boʻlsin. Xomashyolardan qanday hajmda sotib olinganda umumiy ketgan xarajat eng kam boʻlib, mahsulotlar hajmiga boʻlgan talab toʻla taʼminlanadi?

Ushbu masalaning matematik modelini tuzish uchun, quyidagi belgilashni kiritamiz: x_j – sotib olinishi rejalashtirilgan j – xomashyoning hajmini bildirsin. U holda umumiy xarajat:

$$z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (0.7)$$

funksiya orqali ifodalanadi. Masala shartiga asosan

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (0.8)$$

tengliklar oʻrinli boʻlishi lozim, shu bilan birga

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (0.9)$$

tengsizliklar bajarilishi kerak.

Shunday qilib chiziqli dasturlash masalasiga kelimiz. Yaʼni, (0.8) va (0.9) shartlar ostida (0.7) – z funksiyaning minimumini toping.

1–3 tasdiqlardan foydalanib, (0.1)–(0.3)-masalani quyidagi koʻrinishga keltirish mumkin:

$$\sum_{j=1}^{n_1} a_{ij} x_j + \sum_{j=n_1+1}^n a_{ij} (x'_j - x''_j) - x_{n+i} = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (0.10)$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n_1, \quad x'_k \geq 0, \quad x''_k \geq 0, \quad (0.11)$$

$$k = n_1 + 1, n_1 + 2, \dots, n, \quad x_{n+i} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

shartlar oʻrinli boʻlganda