

Ўзбекистон Республикаси Олий ва
ўрта махсус таълим вазирлиги

Ш.А. АЮПОВ, М.А. БЕРДИҚУЛОВ,
Р.М. ТУРҒУНБОЕВ

ФУНКЦИЯЛАР НАЗАРИЯСИ

*(Функциялар назарияси ва функционал анализ
курсига кириш)*

Педагогика олий ўқув юртларининг математика,
математика-информатика йўналишидаги бакалавр
талабалари учун дарслик

Тошкент — 2004

Аюнов Ш.А., Бердикулов М.А., Турғунбоев Р.М. Функциялар назарияси (функциялар назарияси ва функционал анализ курсига кириш). Педагогика олий ўқув юртларининг математика, математика-информатика йўналишидаги бакалавр талабалари учун дарслик. Т., “ЎАЖБНТ” Маркази, 2004, 148 б.

Теория функций (введение в теорию функций и функционального анализа). Учебник для студентов бакалавров математического, математико-информатического направления педагогических высших учебных заведений. Т., “ЦПИУЛ”, 2004, 148 с.

Тақризчилар: **Р.Н.Ганихўжаев** — физика-математика
фанлари доктори, профессор
М.М.Мадиримов — физика-математика
фанлари номзоди, доцент

М У Н Д А Р И Ж А

| | |
|---|-----------|
| К И Р И Ш..... | 5 |
| I БОБ. Тўпламнинг қуввати..... | 8 |
| 1-§. Тўпламнинг қуввати тушунчаси..... | 8 |
| 2-§. Тўпламлар қувватини солиштириш..... | 13 |
| 3-§. Саноқли тўпламлар ва уларнинг хоссалари..... | 16 |
| 4-§. Рационал ва алгебраик сонлар тўпламларининг саноқ- лиги..... | 18 |
| 5-§. Саноқсиз тўпламлар | 20 |
| 6-§. Тўпламлар ҳалқаси. Тўпламлар алгебраси..... | 23 |
| II БОБ. Метрик фазолар..... | 27 |
| 1-§. Метрик фазо таърифи ва мисоллар..... | 27 |
| 2-§. Метрик фазода яқинлашиш тушунчаси..... | 31 |
| 3-§. Метрик фазодаги баъзи топологик тушунчалар..... | 35 |
| 4-§. Метрик фазодаги очиқ ва ёпиқ тўпламлар..... | 39 |
| 5-§. Сонлар ўқидаги очиқ ва ёпиқ тўпламлар ва уларнинг тузи- лиши..... | 42 |
| 6-§. Мукамал тўпламлар. Канторнинг мукамал тўплами..... | 44 |
| 7-§. Метрик фазода компакт тўпламлар | 48 |
| 8-§. Метрик фазоларда узлуксиз акслантиришлар..... | 51 |
| 9-§. Компакт тўпламлар ва узлуксиз акслантиришлар | 54 |
| 10-§. Тўла метрик фазолар. Тўлдирувчи фазо ҳақидаги теорема..... | 57 |
| 11-§. Қисқартириб акслантириш принципи..... | 63 |
| 12-§. Қисқартириб акслантириш принципининг таъбиқлари..... | 66 |
| III БОБ. Ўлчов ва ўлчовли тўпламлар..... | 70 |
| 1-§. Ўлчаш тушунчаси..... | 70 |
| 2-§. Тўплам функцияси..... | 73 |
| 3-§. Ўлчовнинг таърифи ва хоссалари | 79 |
| 4-§. Тўғри чизиқдаги ўлчов ҳақида..... | 81 |
| IV БОБ. Ўлчов тушунчасини умумлаштириш..... | 88 |
| 1-§. Текисликдаги Лебег ўлчови | 88 |
| 2-§. Ўлчовнинг умумий таърифи. Давом эттириш масаласи..... | 99 |
| 3-§. Ўлчовни Лебег маъносида давом эттириш..... | 105 |

| | |
|--|------------|
| V БОБ. Ўлчовли функциялар..... | 107 |
| 1-§. Ўлчовли функциялар..... | 107 |
| 2-§. Ўлчовли функциялар устида амаллар..... | 110 |
| 3-§. Ўлчовли функциялар кетма-кетлиги..... | 114 |
| 4-§. Деярли яқинлашиш..... | 116 |
| 5-§. Ўлчов бўйича яқинлашиш..... | 120 |
| VI БОБ. Лебег интегралли..... | 123 |
| 1-§. Интеграл тушунчаси ва уни қуришнинг биринчи усули.. | 123 |
| 2-§. Лебег интегралнинг хоссалари..... | 128 |
| 3-§. Риман ва Лебег интегралларини солиштириш..... | 131 |
| 4-§. Содда функциялар учун Лебег интегралли..... | 132 |
| 5-§. Умумий ҳол учун Лебег интегралнинг таърифи (2-усул)..... | 135 |
| VII БОБ. Интегралланувчи функциялар синфи..... | 138 |
| 1-§. Интеграл белгиси остида лимитга ўтиш..... | 138 |
| 2-§. Интегралланувчи функциялар метрик фазоси (L_1 фазо).. | 140 |
| 3-§. Квадрати билан интегралланувчи функциялар метрик фазоси (L_2 фазо)..... | 142 |
| Фойдаланилган адабиётлар..... | 146 |

К И Р И Ш

Ушбу дарслик педагогика университетлари учун қабул қилинган ва Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги томонидан тасдиқланган дастур асосида ёзилди.

Дарсликда ҳақиқий функциялар назариясининг ўлчовларга доир қисми ҳамда функционал анализнинг метрик фазолар бўлими иложи борича содда тилда баён қилинди. Асосий эътибор талаба(бакалавр)ларнинг берилаётган янги тушунчалар маъносини яхшироқ тушунишларига қаратилди. Айрим хосса ва тасдиқ, теоремаларнинг мураккаб исботи келтирилмади. Ўйлаймизки, қизиқувчан талаба, керак бўлганда ўзи учун зарур бўлган, ушбу китобда берилмай қолган маълумотларни топади ва билимини ошириб боради. Дарслик охирида бу соҳага доир барча муҳим китоблар рўйхати келтирилган.

Ўлчов тушунчаси тўплам функцияси ҳақида маълумот бериш билан бошланади ва тўғри чизиқдаги ўлчов, текисликдаги ўлчов қандай берилиши кераклиги тушунтирилиб, сўнгра умумий ҳолдаги — абстракт ўлчов тушунчаси берилади.

Бизнинг бундай йўл тутишимиздан мақсад умумий қонуниятни тўғри илғаб олишга ёрдам бериш холос. Масалан, кесманинг ўлчови сифатида унинг узунлигини олиш шарт эмас. Кесмага қандайдир усулда, бирор қоида билан мусбат сон мос қўювчи муносабат, функция берилса бўлди, фақат бу муносабатга кўра, умумий нуқтаси бўлмаган икки кесмага мос сон ҳар бир кесмага мос сонлар йиғиндисига тенг бўлишини талаб қилиш етарли.

Бу хосса нафақат кесмалар, балки ихтиёрий табиатли тўпламлар учун ўлчов тушунчасини умумлаштиришга хизмат қилади.

Узлуксиз функциялар учун ёки узилиш нуқталари «жуда кўп» бўлмаган функциялар учун Риман интегралини ҳисоблаш математик анализ курсидан маълум. Кейинчалик Риман интегрални баъзи бир функциялар синфи учун мавжуд