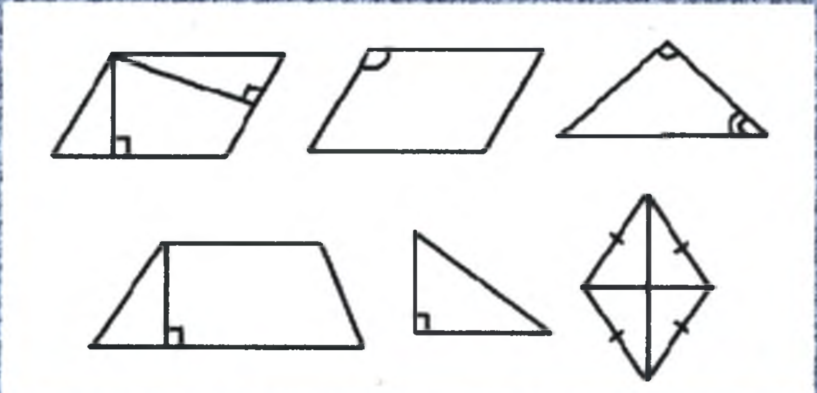
Д. ТУРДИБОЕВ, О. ГАИМНАЗАРОВ

ПЕДАГОГИК ТЕХНОЛОГИЯНИ ҚЎЛЛАБ ГЕОМЕТРИК ТЕОРЕМАЛАРНИ ИСБОТЛАШ МЕТОДИКАСИ



ТОШКЕНТ

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС, КАСБ-ҲУНАР ТАЪЛИМИНИ
РИВОЖЛАНТИРИШ МАРКАЗИ

Д. ТУРДИБОЕВ, О. ГАИМНАЗАРОВ

ПЕДАГОГИК ТЕХНОЛОГИЯНИ ҚЎЛЛАБ ГЕОМЕТРИК ТЕОРЕМАЛАРНИ ИСБОТЛАШ МЕТОДИКАСИ

ТОШКЕНТ – 2017

УЎК: 372.851.401 (072)
КБК 22.151.0
Т-88

Т-88 **Д.Х. Турдибоев, О.Г. Гаимназаров. Педагогик технологияни қўллаб геометрик теоремаларни исботлаш методикаси. – Т.: «Fan va texnologiya», 2017, 164 бет.**

ISBN 978–9943–11–542–2

Мазкур қўлланма амалдаги фан дастури асосида тайёрланган бўлиб, ўрта махсус, касб-ҳунар таълими ўқувчилари ва ўқитувчилари учун мўлжалланган.

Педагогика фанлари доктори **М. Тожиевнинг** умумий таҳрири остида

Масъул муҳаррир:
Г. Ғаймназаров – физика-математика фанлари номзоди, доцент

Тақризчилар:
Х. Наржигитов – физика математика фанлари номзоди, доцент;
М. Баракаев – педагогика фанлари номзоди, доцент;
А. Мавлянов – физика-математика фанлари номзоди, доцент.

Мазкур илмий ва ўқув-услубий қўлланма Олий ва ўрта махсус, касб-ҳунар таълимини ривожлантириш маркази илмий Кенгашининг 2017 йил 27 мартдаги 3/4-сонли қарорига асосан чоп этилди.

ISBN 978–9943–11–542–2

СЎЗ БОШИ

Республикамизда “Таълим тўғрисида”ги Қонун ва “Кадрлар тайёрлаш миллий дастурининг тўғрисида”ги Қонунлар асосида таълим тизимида туб ўзгаришлар юз берди. Жаҳон стандарти талабларига жавоб берадиган узлуксиз таълим тизими шаклланди ва ривожланган мамлакатлар сингари республикамизда ҳам таълим олишнинг янги шаклларини жорий этиш бўйича самарали ишлар олиб борилди. Соҳага оид қабул қилинган қатор давлат дастурларига биноан кўплаб таълим муассасалари янгидан қурилди, энг замонавий ўқув анжомлари билан таъминланди. Бу борадаги ишлар бугунги кунда янада жадал тус олмоқда. Дунё шиддат билан ривожланиб бораётган шу кунларда барча соҳалар каби таълим-тарбия жараёни ҳам янгича ёндашувни, инновацион технологияларни татбиғини тақозо этаяпти.

Айни пайтда, Ўзбекистон Республикаси Президентининг “Ўрта махсус, касб-ҳунар таълими муассасалари фаолиятини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида” ПҚ-2829-сон Қарорида таъкидланган, академик лицейларда таълим сифатини ошириш, таълим жараёнига илғор педагогик усуллар, ахборот-коммуникация технологиялари, электрон таълим ресурслари ва мультимедиа тақдимотларини кенг татбиқ этиш ва бунинг учун зарур шарт-шароитларни яратиш тўғрисидаги фикрлари академик лицейларда таълим сифати ва самарадорлигини тубдан яхшилашга қаратилганлигидан далолатдир.

Ушбу қўйилган вазифаларнинг ижросини таъминлаш, авваламбор таълим жараёнида назария билан амалиётнинг боғланиши, ўқув материалини ўқувчига қизиқарли бўлишига, яъни таълим мотивларига катта эътибор берилиши талаб қилинмоқда. Жумладан, геометрия фанини ўрганишда таълим мазмунини узвийлиги ва узлуксизлиги билан боғлиқ бўлган муаммолар ўз ечимини кутмоқда.

Геометрик материал ўқувчига қизиқарли ва тушунарли бўлиши, уни ўқитиш методикасига боғлиқлиги тажрибалардан кўриниб турибди. Маълумки, геометрия курсининг асосини теоремалар ташкил этади. Геометрик теоремаларни исботлашда ўқувчиларнинг ақлий ва мантиқий фаолияти етарли эмаслиги, яъни уларда исботлаш маданиятига эътибор камлиги ўтказилган педагогик тажрибаларимиз натижасида тасдиқланмоқда.

Геометрик материални ўрганишда, ўқувчиларнинг аксиоматик методнинг барча хусусиятларига қатъий амал қилиши шарт эмас. Чунки, ўқувчилар мулоҳаза қилиш, таҳлил қилиш ва исботлашни ўрганиши учун, аввало, уларда мантиқий фикрлаш малакасини ўстириш лозим бўлади.

Геометрия курсидаги ўқув материални қатъий дедуктив метод асосида ўргатишни жорий қилиш ўқувчининг ақлий зўриқишига олиб келади. Таълим мазмунида қатъийликка эришиш эса ягона мақсад бўлмасдан, балки таълимда дифференциал ва индивидуал ёндашувларга асосланиш, ўқувчиларнинг изчил ривожланишларига хизмат қилади.

Ўқув материалини баён қилишда қатъийлик ва мукаммаллик тушунчаларини бир-биридан фарқлаш лозим. Материални баён қилиш мукаммаллиги – унинг ташқи, расмий томони бўлса, қатъийлик, предметнинг аксиоматик тузилишига мос мазмун танланиши билан боғлиқ бўлган ички томонидир. Агар предметнинг аксиоматик тузилиши бўлмаса, уни бошқа бирорта ҳам юқори даражадаги мукаммаллик билан алмаштириб бўлмайди. Ўқувчининг ақлий ривожланишига мос, предметнинг қатъийлик даражаси танланади.

Геометрия курсини ўқитишдаги тажриба ва ўқув дарсликларининг янги авлодини яратиш борасида ўтказаётган тадқиқотларимиз қуйидаги вазифаларни амалга оширишга олиб келди:

– геометрия фанидан ўқув дарсликларининг янги авлодини яратишда ўтказилган таълим ислоҳотларини, унда яратилган дарслик ва қўлланмаларни таҳлил этиш;

– ривожланган мамлакатлар таълим тизимининг мазмуни, методи, шакли, воситаси ва жараёнларини ўрганиш. Уларнинг тажрибаларини таълимда қўллаш мақсадида тадқиқотлар ўтказиш;

– таълим тизимида геометрия фанидан ўқув дарсликларининг янги авлодини яратишда, таълим мазмунининг узлуксизлиги ва узвийлигини талаб даражасида таъминлашга оид муаммоларни ечиш;

– ўқитувчиларнинг методик малакаларини замон талаби даражасига етказиш мақсадида методик қўлланмалар тайёрлаш;

– ўқувчиларнинг билимларини, мустақил ишлаш ёрдамида, фан дастури талаблар даражасига етказишга йўналтирилган ўқув қўлланмалари тайёрлаш;

– таълимда замонавий педагогик технология ва унинг тамойилларига асосланган, ўқувчиларнинг ҳамкорликда таълим олишларига ундовчи ўқув дарсликларини яратиш.

Бундан ташқари геометрия дарсларида, айниқса, ўқувчиларнинг мантиқий тафаккурини ривожлантиришга восита бўладиган мантиқий характердаги исботлашга доир масалалар ечишга эътибор кам қаратилмоқда.

Шу нуқтаи назардан, геометрик материал ўқувчига қизиқарли бўлиши унинг ўқитиш методикасига боғлиқ. Шу боис ушбу қўлланмада геометрик материални ўқувчиларга замонавий педагогик ва ахборот коммуникация воситалари орқали етказиш, шу орқали академик лицейларда геометрия фанини ўқитиш методикасини такомиллаштириш масалаларига ҳам эътибор қаратилган.

Юқоридаги муаммо ва хулосалардан келиб чиққан ҳолда ушбу қўлланмада ўқувчиларни геометрия фани ва ундаги теоремаларни мантиқий исботлшага ўргатиш методикасини такомиллаштириш усуллари келтирилган.

Қўлланма уч бобдан иборат бўлиб, биринчи бобида геометрия фанини ўқитишда теоремаларни мантиқий исботлашга ўргатиш мазмуни ва моҳияти кенг ёритилган. Иккинчи бобида эса геометрик теоремаларни мантиқий исботлашга ўргатиш усуллари баён қилинган ҳамда учинчи бобда эса педагогик технология тамойиллари асосида геометрия дарс машғулотларини лойиҳалаб ўқитиш методикаси берилган.

Илмий ва ўқув-услубий қўлланма Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг «Вазирлик тизимида 2015–2017 йилларга мўлжалланган амалий тадқиқотлар дастурлари» доирасидаги «Олий таълим муассасаларидаги ўқув фанларининг модулли ўқитиш методикаси ва амалиёти («Математика ўқитиш методикаси» таълими йўналиши мисолида)» мавзусидаги амалий лойиҳада олинган натижалар асосида шакллантирилган.

Мазкур қўлланмани яратилишида қимматли маслаҳатларини аямаган фалсафа фанлари доктори, профессор Б.Зиёмуҳамедов, физика-математика фанлари номзоди, доцент А.Мавлянов, педагогика фанлари номзоди, доцентлар Х.Наржигитов ва М.Баракаев, шунингдек, қўлланмани шакллантиришда ёрдам берган Олий ва ўрта махсус, касб-ҳунар таълимини ривожлантириш маркази бўлим бошлиғи Б.Тошпўлатов, катта илмий ходим-изланувчи А.Хуррамов, Ў.Душабоевларга муаллифлар ўз миннатдорчилигини изҳор этади.

Илмий ва ўқув-услубий қўлланма ҳақидаги фикр-мулоҳазаларингизни **dilshod.turdiboev.@mail.ru** электрон почтага юборишингизни сўраб қоламиз.

Муаллифлар

I БОБ. ГЕОМЕТРИК ТЕОРЕМАЛАРНИ МАНТИҚИЙ ИСБОТЛАШГА ЎРГАТИШНИНГ МАЗМУН ВА МОҲИЯТИ

1.1. Ўқувчиларни геометрик теоремаларни исботлашга ўргатишнинг мазмуни

Дедуктив асосда қуриладиган ягона фан – геометрия курсидаги теоремаларни мантиқий исботлашга ўргатишнинг мазмун ва моҳиятини академик лицейлар мисолида кўриб ўтамиз. Бу муаммо ҳал этилишининг муҳимлиги қуйидагилардан келиб чиқади:

а) ўқувчиларнинг геометрия фани бўйича билимларини ўрганиш улар қониқарли эмаслигини, айниқса, ўқувчиларнинг исботлаш малакалари қониқарли эмаслигини кўрсатди.

б) геометриянинг дедуктив тузилишидан кўзланган мақсад ўқувчиларни мантиқий фикрлашга ўргатишдан иборат бўлиб, ҳозирги вақтдаги ўқитиш жараёнида бунга эришиб бўлмаяпти;

в) ўқувчиларга математиканинг мантиқий тузилишга асосланадиган ва бизнинг атрофимиздаги жараёнларни фақат тавсиф этиб қолмасдан, балки уларни прогноз (истиқболини) қилишга имкон берадиган математик тадкиқотларнинг ажойиб ва жозибали кучини ўқувчилар кўз ўнгида намоён этиш зарур. Бу мантиқий мулоҳазалар системаси академик лицейда асосан геометрияда мужассамлашган.

г) геометриядан паст ўзлаштириш геометрия дидактикаси ва методикаси асосларини такомиллаштириш ҳамда уни ўқитувчи ва ўқувчининг эхтиёжларига яқинлаштиришни талаб этади[36].

Геометрия дарсларида ақлий фаолиятнинг кучайиши ўқувчиларнинг ўрганилаётган материалга қизиқишларини сўндирмаслик, бутун дарс давомида фаол бўлишлари, уларнинг янги материални қабул қилишга тайёргарликлари устида ўйлашга мажбур этади. Шу муносабат билан ўқитувчилар доимо ўқитишнинг янги услубларини ва ўқувчиларнинг тафаккурларини фаоллаштирадиган, билим олишга интилишда ёрдам берадиган методик йўлларни излашлари муҳимдир.

Ана шу қийинчиликлар бартараф этилгандагина геометрияда исботлашни ўргатиш иши муваффақиятли бўлиши мумкин.

Теорема сўзи юнонча сўз бўлиб, унинг луғавий маъноси "қараб чиқаман" ёки «ўйлаб кўраман» демакдир, шунинг учун ҳам мактаб геометрия курсида теоремага қуйидагича таъриф берилган:

Таъриф."Исботлашни талаб қиладиган математик ҳукм теорема дейилади".

Бирор геометрик фигуранинг хоссаси ҳақидаги тасдиқнинг тўғрилиги англатувчи мулоҳаза **исбот** деб аталади. Исботланмайдиган хоссаларни аксиома деб юритамиз. Теоремаларни исботлашда энг содда фигураларнинг хоссаларидан, яъни аксиомалардан, шунингдек, аввал исботланган хоссалардан, теоремалардан фойдаланишга рухсат этилади. Фигураларнинг бошқа бирор хоссасидан ҳатто, улар очиқ-ойдин кўриниб тургандек бўлса ҳам фойдаланишга рухсат этилмайди. Теоремаларни исботлашда чизмалардан фойдаланиш мумкин, бу ҳолда чизмалар сўзлар билан ифодаланган фикрларни геометрия тилида изоҳлайди деб тушунамиз.

Теоремаларнинг ифодаси одатда икки қисмдан иборат бўлади. Уларнинг бирида нималар берилганлиги ҳақида гапирилади. Бу қисм теореманинг шарти деб юритилади. Иккинчи қисмида нимани исботлаш кераклиги ҳақида сўз боради. Бу қисм теореманинг хулосаси дейилади. Геометрик теоремаларни исботлашда аксиомалар ва хоссалар билан бир қаторда таърифлардан ҳам фойдаланилади. Бирор тушунчага таъриф бериш унинг нима эканлигини тушуниш демакдир.

Мактаб геометрия курсида теоремаларнинг қуйидаги турлари мавжуд бўлиб, булар академик лицейлардаги геометрия курсида ҳам мавжуддир:

1. Тўғри теорема.
2. Тескари теорема.
3. Тўғри теоремага қарама-қарши теорема.
4. Тескари теоремага қарама-қарши теорема.

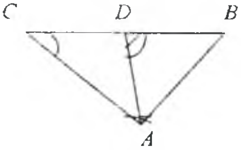
Тўғри ва унга нисбатан тескари бўлган теорема тушунчаларини ўқувчилар онгида шакллантиришни геометрия курсининг биринчи дарсларидан бошлаб амалга ошириш керак. Масалан, қуйидаги иккита тушунчани олиб қарайлик.

1. Бу фигура параллелограммдир
2. Бу фигура тўртбурчакдир.

Берилган бу иккала натижа ўзаро боғлиқдир. Бошқача қилиб айтганда, биринчисининг ҳақиқатлигидан иккинчининг ҳақиқатлиги келиб чиқади, аммо иккинчисининг мавжудлигидан биринчисининг ҳақиқатлиги ҳар доим ҳам келиб чиқавермайди.

Энди тўғри ва тескари теоремаларнинг берилиши ҳамда уларни исботлаш услубиятини кўриб чиқайлик.

1. **Тўғри теорема:** "Агар учбурчакнинг бирор томони катта бўлса, у ҳолда ана шу катта томон қаршисида катта бурчак ётади".



1.1-чизма.

Берилган: ΔABC, $BC > AB$.

Исбот қилиш керак: $\angle A > \angle C$.

Исботи. ABC учбурчакнинг BC томонида BD=AB шартни қаноатлантирувчи D нуқтани A нуқта билан бирлаштирамиз (1.1-чизма), натижада ABD тенг ёнли учбурчак ҳосил бўлади. ABD учбурчак тенг ёнли бўлгани учун $\angle BAD=\angle BDA$. BDA бурчак ADC бурчакнинг ташқи бурчаги бўлгани учун $\angle BAD=\angle C+\angle DAC$ бўлади, бундан $\angle BAD>\angle C$ экани келиб чиқади. Бу ердаги BAD бурчак A бурчакнинг бир қисми холос. Шунинг учун $\angle A>\angle C$.

Тескари теорема: *"Агар учбурчакнинг бирор бурчаги катта бўлса, у ҳолда ана шу катта бурчак қаршисида катта томон ётади".*

Берилган: ΔABC, $\angle A > \angle C$.

Исбот қилиш керак: $BC > AB$.

Исботи. 1) ABC учбурчакнинг AB томони ҳеч қачон BC томонидан катта бўла олмайди, чунки тўғри теоремада биз катта томон қаршисида катта бурчак ётади, деб исбот қилдик, акс ҳолда $\angle C>\angle A$ лиги келиб чиқади, бу эса теорема шартига зиддир.

2) AB томон BC томонга тенг ҳам бўла олмайди, чунки $\angle ABC$ тенг ёнли эмас, агар тенг ёнли бўлганда эди $\angle C>\angle A$ тенглик ўринли бўлиб, бу ҳам теорема шартига зид бўлар эди.

3) Агар AB томон BC томондан катта бўлмаса ёки унга тенг бўлмаса, у ҳолда $BC > AB$ лиги келиб чиқади.

Геометрияда дастлаб унинг **асосий хоссалари ва аксиомалари** кўрсатилади, сўнгра бу аксиомаларга асосланиб, геометрик фигураларнинг бошқа хоссалари тушунтирилади ёки исботланади. Бу усул ўқувчиларни таълим талабларига мос ўқиш ва уларни психологик тайёрлашга йўналтирилади. Ўқувчилар, махсус танланган машқларни бажариш орқали ҳамда аксиомаларга асосланиб, геометрик фигураларнинг хоссаларини мантиқий мулоҳазалар билан исботлаш мумкин, деган фикрни англаб оладилар.

Педагогик тажрибаларимиздан, геометрик теоремани исботлашда ўқувчиларнинг фаолияти етарли эмаслиги, яъни уларда исботлаш маданиятига эътибор камлиги тасдиқланмоқда. Исботлашда зарур асосларнинг кўрсатилишига қарамасдан, қатъийликка интилиш, исботларни барча тафсилотлари билан баён этишга интилиш бор. Бу эса мулоҳазаларни такрорлашга олиб келади. Бошкача қилиб айтганда, исботлашда унинг расмий томонига кўпроқ эътибор берилиб, исботлаш мазмуни эса иккинчи даражали ишга айланмоқда.

Теоремаларни исботлашда, унинг мазмунига кўпроқ эътибор бериш мақсадга мувофиқ. Чунки формал тўлалик, таълимда геометрик асосларнинг қатъий дедуктивлигига ўлчов бўлолмайди.

Таълим мазмунини баён қилишнинг қатъий даражадаги ўлчови, ечимларнинг тўлалиги эмас, балки аввал қабул қилинган аксиомалар системасига нисбатан мувофиқлигидир, яъни мантиқий мувофиқлигидир. Ўқувчи эътиборини, исботлашнинг мазмуни ва унинг тузилишига каратишга имкон яратиш мақсадга мувофик бўлади.

Теоремаларни исботлашда чизмалардан фойдаланишнинг аҳамияти жуда муҳим саналади. Ўқувчилар исботлашда мулоҳаза ва хулосалардан хатоларини ўзлари ёки ўқитувчилар ёрдамида топиб, уни тўғрилаш ҳамда исботлашга алоқаси бўлмаган мулоҳазаларни (ҳатто тўғри мулоҳазалар айтилган бўлса ҳам) исботдан чиқариб ташлашга одатланишлари лозим. Бу эса исботлашда аниқлик ва мукаммалликни таъминлайди. Исботлашда чизманинг роли шундаки, у ўқувчига ечилаётган масаланинг мазмунини ҳар доим эслатиб туради ва ўқувчини иккинчи даражали мулоҳазаларга берилмасликка ёрдам беради. Шу сабабли геометрик масаланинг шартини ёзишда ёзувлар ихчам ва маъноли бўлишига эришиш мақсадга мувофиқ бўлади.

Теоремаларни исботлашнинг асосий вазифаси ўқувчиларни мантиқий мулоҳаза қилиш, ўз фикрини асослаш ҳамда исботлашга ўргатишдан иборат. Ўқув предметидаги материални қатъий дедуктив методда ўргатишни жорий қилиш ўқувчининг зўриқишига олиб келади. Таълим мазмунидаги қатъийликка эришиш эса ягона мақсад бўлмасдан, балки таълимда дифференциал ва индивидуал ёндашувларга асосланиш, ўқувчиларнинг изчил ривожланишларига хизмат қилади. Юқорида айтиб ўтганимиздек, геометриядан ўқув материалини баён қилишда қатъийлик ва мукаммаллик тушунчаларини бир-биридан фарқлаш лозим. Ўқувчининг ақлий ривожланишига мос, предметнинг қатъийлик даражаси танланади. Қатъийлик даражаси қуйидаги кўрсаткичларга асосланади:

1) ҳар бир теореманинг исботини барча тафсилотлари билан баён қилиш даражаси. Бунда исботлашлар яхши ёки ёмон ўзлаштирувчи ўқувчиларнинг кобилиятига мос бўлиши талаб қилинмайди. Агар исботлашда ўрганилган материалга тўла таянилса ёки аввал ўрганилган материалга қисман асосланиш талаб қилинса, ўрганилаётган материалнинг баён қилиниш даражаси, яъни исботлаш даражасининг қатъийлиги юқори бўлади. Агар ўрганилаётган материал аввал ўрганилган материалга таяниши, эсга олиш ёки хотирага тиклаш даражасида бўлиш талаб қилинса, исботлашдаги босқичлар қисқа бўлади. Бу ҳолда яхши ўзлаштирувчи ўқувчиларнинг ақлий ривожланишларини ўстириш мақсадида, ўрганилаётган материалнинг мазмунини идрок қилиш ёки ундаги исботларда етишмаган асосларни топиш ва уни расмий тўлдириш вазифалари берилади;

2) кўргазмалиликдан фойдаланишни идрок қилиш даражаси. Бу ҳолда ўқув предметининг қатъийлик даражаси ўқув материалининг дедуктив тузилиши ва натижасининг амалий аҳамиятини аниқлаш билан боғлиқ. Ўқув материалининг амалий аҳамияти, унинг кўргазмали тасвирланишини тушуниш билан боғлиқ. Масалан, учбурчакларнинг тенглиги, тўғри чизиқларнинг параллеллиги, учбурчак ички бурчаклар йиғиндиси, параллелограммнинг хоссалари, Фалес ва Пифагор теоремалари, учбурчакларнинг ўхшашлиги, фазода тўғри чизиқ ва текисликларнинг параллеллиги, перпендикулярлиги каби тушунчалар фаннинг дедуктив тузилишида асосий роль ўйнагани туфайли, уларни юқори даражада исботлаш таъминланади. Шу билан бирга фақат амалий аҳамиятга эга бўлган дедукциянинг хулосавий натижасини кўрсатувчи фактлари (айлана узунлиги, фигураларнинг юзи, жисмларнинг ҳажми ва сирт юзаси кабилар), кўргазмалиликка асосланиб баён қилиниши етарлидир.

1.2. Ўқувчиларни геометрик теоремаларни мантиқий исботлашга тайёрлаш

Геометрияда ҳар бир мантиқий исбот бир ёки бир неча хулосалар йиғиндисидан иборат бўлади. Геометрияда хулоса чиқариш шундай бир мантиқий амалдирки, бу амал ёрдамида икки ёки ундан кўп ҳукмлар келтириб чиқарилади. Шундай хулоса чиқаришнинг турларидан бири “Силогизм” деб юритилади. Силогизм шундай дидуктив хулоса чиқаришки, бунда икки ҳукмдан учинчи ҳукм чиқарилади ва бу ҳукмлардан бири албатта умумий бўлади. Бирор нарса, ҳодисаларни тасдиқлаб ёки инкор қилиб айтилган фикр ҳукм, дейилади. Масалан: Параллел тўғри чизиқлар кесишмайди, перпендикуляр тўғри чизиқлар тўғри бурчак остида кесишади, 36 сони жуфт, шу сабабли у иккига бўлинади, қўшни бурчаклар йиғиндиси ёйиқ бурчакка тенг ва ҳоказо. Геометрияда ҳукмга мисол қилиб, теоремалар, таърифлар, хоссалар, аксиомалар, леммалар, натижалар ва аломатларни келтиришимиз мумкин.

Ўқувчиларга мантиқий ҳукм тузишни ўргатишда турмуш ҳаётдан мисоллар келтириш мумкин. Масалан: Бугунги дарс қизиқарли бўлиб ўтди, ҳаво булут бўлганлиги учун осмонда қуёш кўринмади ва ҳоказо. Геометрия фанини ўқитишда ўқувчиларни ҳукм тузишга ўргатиш керак, чунки геометрик теоремалар исботи бевосита ҳукм чиқариш билан боғлиқ. Айниқса, геометрия курсини ўрганишни эндигина бошлаган ўқувчиларга бу жуда муҳим саналади. Ушбу параграфда биз ўқувчиларни геометрик теоремаларни исботлашга ўргатишда геометрик ҳукм ва хулосаларни тузишни келтириб, ўтамиз.

Қуйида биз баъзи теоремаларни исботида мавжуд ҳукм ва хулосаларни тузилишини кўриб чиқамиз:

Теорема. Вертикал бурчаклар тенг.

Исботи. $\angle AOB = \angle\ COD$ вертикал бурчаклар бўлсин. Уларнинг ҳар бири $\angle AOD$ га қўшни бурчаклар ҳақидаги теоремага кўра,

$$\angle AOC+\angle COD=180^0, \qquad \angle AOB+\angle DOB=180^0.$$

Бу тенгликларнинг чап томонидаги иккинчи қўшилувчилар бир хил бўлганлигидан, биринчи қўшилувчилар ҳам тенг бўлиши шарт, яъни

$$\angle AOB=\angle COD.$$

Теорема исботлаш учун ҳукмлар тузиб чиқамиз:

1. Бурчакнинг томонларини чексиз давом эттириш мумкин.

2.Чизиклар кесишиши натижасида қўшни бурчаклар ҳосил бўлади.

3. Бурчаклар йиғиндиси ўрин аламаштириш хоссасига эга.

4. Қўшни бурчаклар йиғиндиси хоссасига эга.

5. Бурчаклар катталиги унинг томонлари узинлигига боғлик эмас.

6. Тўғри чизиқлар кесишса вертикал бурчаклар ҳосил бўлади.

7. $\angle AOB = \angle$ COD вертикал бурчаклар бўлсин.

Бу ҳукмлардан кейин ушбу назарий материаллар асосида хулоса чиқарамиз:

1. Қўшни бурчаклар йиғиндиси 180^0 га тенг.

2. Ёйиқ бурчак 180^0га тенг.

3. $\angle AOC+\angle COD$ йиғиндиси ёйиқ бурчакни ҳосил қилади;

4. $\angle AOB+\angle DOB$ йиғиндиси ёйиқ бурчакни ҳосил қилади;

5. Демак, $\angle AOB = \angle$ COD эканлигидан, $\angle AOB=\angle COD$ келиб чиқади.

Ҳар бир теореманинг исботи бир неча хулосаларнинг йиғиндисидан иборатдирки, бу хулосалар бир-бирлари билан изчил боғланган бўлади.

Фикримизнинг далили сифатида қуйидаги теоремани исботини кўрайлик:

Теорема. Учбурчакнинг ташқи бурчаги ўзига қўшни бўлмаган ички бурчакларнинг ҳар биридан катта.

Хулосалар тузамиз:

Биринчи хулоса:

а) медиана учбурчакнинг қарама-қарши томонини тенг иккига бўлади;

б) АО кесма ABC учбурчакнинг медианаси;

демак, ВО кесма ОС кесмага тенг.

Иккинчи хулоса:

а) Вертикал бурчаклар ўзаро тенг;

б) АОВ ва СОЕ бурчаклар вертикал;

демак, АОВ бурчакСОЕ бурчака тенг.

Учинчи хулоса:

а) Агар бир учбурчакнинг икки томони ва улар орасидаги бурчаги иккинчи учбурчакнинг икки томони ва улар орасидаги бурчагига мос равишда тенг бўлса, у ҳолда бундай учбурчалар тенг бўлади.

б) АОВ ва СОЕ учбурчакларда: АО=ОЕ, ВО=ОС ва АОВ бурчак СОЕ бурчакка тенг;

демак, АОВ ва СОЕ учбурчаклар бир-бирига тенг.

Тўртинчи хулоса:

а) Тенг учбурчакларда мос бурчаклар тенг;

б) ОСЕ ва АВС бурчаклар мос бурчаклар;

демак, ОСЕ ва АВС бурчаклар бир-бирига тенг.

Бешинчи хулоса:

а) Бутун бурчак ўзининг бўлагидан катта;

б) ВСЕ бурчак BCD бурчакнинг бўлагидир;

демак, BCD бурчак ВСЕ бурчакдан катта.

Шуни алоҳида таъкидлаш керакки, теоремаларни исботлашни бундай усулда ўргатиш вақтни тежашга имконият бермайди. Лекин теоремаларни исботлашнинг бу усулининг афзалликлари қуйидагилардан иборат:

1.Ўқувчиларда мантиқий мулоҳаза юритиш малакалари шаклланади.

2.Теоремани асл моҳиятини тушунади.

3.Ўқувчиларнинг нутқи ривожланади.

4.Теоремани амалий масалалар ечишда осонлик билан қўллай олади.

Маълумки, ўқувчилар геометрик теоремаларни исботлашнинг моҳиятини ўзлаштиришда жуда ҳам қийналадилар, яъни аксарият ўқувчилар теоремаларни ёдлаб оладилар, мантикий исботлашни англай олмайдилар. Геометрия фани тасодифий теорема ва аксиомалар мажмуасидан иборат бўлмасдан, балки қатъий конун-қоидалар асосида тузилган теорема, таъриф ва аксиомалар тизимидан иборатдир. Бу тизимда ҳар бир теорема тўғрилигини исботлаш учун ундан олдин ўрганилган таянч тушунча, теорема, аксиома, хулоса ва натижалар билан органик ҳолда боғлиқ.

Қуйидаги теоремани исботлашга ўргатишда биз методик тизимни босқичларга ажратамиз.

***Теорема.* Қўшни бурчаклар йиғиндиси 180^0га тенг.**

Бу теоремани исботлашни ўрганиш тизими қуйидаги тўрт босқич асосида амалага оширилади:

1.Теорема ва унинг исботида мавжуд таянч тушунчаларни ўрганиш.

2.Теорема ва унинг исботида таянч бўладиган теорема, аксиома ва хоссаларни ўрганиш.

3.Теоремни исботлаш тизмини ўрганиш.

4.Теореманинг моҳияти ва мазмунини ўрганиш, билим, кўникма ва малака ҳосил қилиш.

1-босқич. Бу теоремани ўрганиш учун қуйидаги таянч тушунчаларни ўрганиш шарт бўлади: Бурчак, битта тўғри чизиқда ётибди, тенг бурчак, ёйиқ бурчак, қўшни бурчак, тўғри бурчак, перпендикуляр, нур, ўткир бурчак, ўтмас бурчак.

1.2.1-чизма.

1.2.2-чизма.

1.2.3-чизма.

1.2.4-чизма.

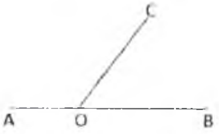
Келтирилган таянч тушунчаларни ўрганиш учун назарий материаллар берилади: Битта нуқтадан чиқувчи иккита нур билан чегараланган қисмига **бурчак** дейилади. Тўғри чизиқнинг бир томондан чегараланган қисми нур деб аталади. А бурчакнинг учи, АВ ва АС нурлар, бурчакнинг томонлари дейилади. А нуқтадан чиқувчи АВ ва АС нурларни қўшганда бутун текисликни берадиган иккита бурчак хосил қилади. Шу сабабли улардан бири А учидаги **ички,** иккинчиси **ташқи бурчак** деб аталади.

Агар бурчакнинг томонлари тўғри чизиқ ҳосил қилса, бу бурчак **ёйиқ бурчак** дейилади. 90^0 дан катта бурчак **ўткир бурчак,** 90^0 дан катта бурчак **ўтмас бурчак** деб аталади. Иккита бурчаклар бир-бирига жойлаштирилганда ўзаро устма-уст тушса, бу бурчаклар **тенг бурчаклар** дейилади. Агар иккита бурчакнинг томонларидан биттаси умумий бўлиб, колган иккита томонлардан бири иккинчисининг давомидан иборат бўлса. улар **қўшни бурчак** дейилади (1.2.1-чизма). Ўзига қўшни бурчакка тенг бўлган бурчак **тўғри бурчак** дейилади (1.2.2-чизма). Агар ∠AOC=∠COB бўлса ∠AOC=∠COB=90^0 бу ҳолда OC тўғри чизиқлар **перпендикуляр** дейилади (1.2.2-чизма). Шундан сўнг ўқувчи теорема ва унинг исботида мавжуд таянч тушунчаларни ўзлаштириши шарт. Бунинг учун қуйидаги таянч тушунчаларга асосланган назорат саволларини тўлиқ ўзлаштириш керак:

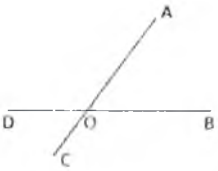
1. Бурчак деб нимага айтилади?
2. Битта тўғри чизиқда ётибди деганда нимани тушунасиз?
3. Қандай бурчаклар тенг бурчаклар ҳисобланади?
4. Ёйиқ бурчак деб нимага айтилади?
5. Тўғри бурчак деб нимага айтилади?
6. Перпендикуляр деганда нмани тушунасиз?
7. Нур деб нимага айтилади?
8. Ташқи бурчак деб нимага айтилади?
9. Қўшни бурчак деб нимага айтилади?
11. Ўткир бурчак деб нимага айтилади?
12. Ўтмас бурчак деб нимага айтилади?
13. Перпендикуляр тўғри чизиқлар деганда нимани тушунасиз?
14. Ёйиқ бурчак катталиги неча градусга тенг ?
15. Тўғри бурчак катталиги неча градусга тенг?

2-босқич. Теоремани исботида ҳеч қандай теорема ва аксиомадан фойдаланилмаганлиги сабабли бу босқични ўзлаштиришга ҳожат йўқ.

3-босқич. Теореманинг исботни ўрганиш: Ҳақиқатан, OA ва OB нурлар бир тўғри чизиқда ётиб, 180^0 га тенг ёйиқ бурчак ҳосил қилади.



1.2.5-чизма.



1.2.6-чизма.

Ўзига қўшни бурчакка тенг бурчак тўғри бурчак деб аталади. Шундай қилиб, агар ∠AOC = ∠COB бўлса, ∠AOC = ∠COB=90^0. Бу ҳолда OC тўғри чизиқ AB тўғри чизиққа перпендикуляр дейилади ва OC ⊥ AB каби белгиланади.

4-босқич. Бу босқичда теоремадан фойдаланиб ечиладиган геометрик масалалар асосида тузилган, продуктив, репродуктив ва ижодий тест ёки назорат саволларини ўзлаштириши керак:

Таянч тушунчалар асосида тузилган тест саволлари:

1. Битта нуқтадан чиқувчи иккита нур билан чегараланган қисмига ……… дейилади.

А) тўғри чизиқ
В) бурчак
С) кесма
D) айлана

2. А нуқтадан чиқувчи АВ ва АС нурларни қўшганда бутун текисликни берадиган иккита бурчак ҳосил қилади. Шу сабабли улардан бири А учидаги ………, иккинчиси …… деб аталади.

А) ёйик бурчак
В) тўғри бурчак
С) ички ва ташқи бурчак
D) қўшни бурчак

3. Агар бурчакнинг томонлари тўғри чизиқ хосил қилса, бу бурчак ……… дейилади.

А) ёйик бурчак
В) тўғри бурчак
С) ички ва ташқи бурчак
D) қўшни бурчак

4. Ёйиқ бурчак неча градусга тенг ?

А) 90^0 В) 160^0 С) 180^0 D)360^0

5. Иккита бир-бирига жойлаштирилганда ўзаро устма-уст тушса, бу бурчаклар ……… дейилади.

А) ёйиқ бурчак
В) тенг бурчак
С) ички ва ташқи бурчак
D) қўшни бурчак

6. Агар иккита бурчакнинг томонларидан биттаси умумий бўлиб қолган иккита томонлардан бири иккинчисининг давомидан иборат бўлса, улар ……….. дейилади.

А) ёйиқ бурчак
В) тенг бурчак
С) ички ва ташқи бурчак
D) қўшни бурчак

7.Ўзига қўшни бурчакка тенг бурчак ……… дейилади.

A) ёйиқ бурчак

B) тўғри бурчак

C) ички ва ташқи бурчак

D) қўшни бурчак

8.Тўғри бурчак катталиги неча градусга тенг?

A) 90^0 B) 160^0 C) 180^0 D)360^0

9. Тўғри бурчак остида кесишувчи тўғри чизиқлар ……. дейилади.

A) параллел

B) перпендикуляр

C) вертикал

D) айқаш

10. Иккита тўғри чизиқнинг кесишишидан ҳосил бўлган қўшни бурчаклар 5:7 нисбатда бўлса, шу бурчакларни топинг.

A) $36^0;144^0$

B) $75^0;105^0$

C) $42^0;138^0$

D) $38^0;142^0$

Шунда қилиб, ҳар бир теоремани исботлашни ўрганиш теоремада акс этган таянч тушунча, теорема, аксиома, таъриф ва хоссаларни ўрганиш билан органик равишда боғлиқ.

Геометрик теоремаларни исботлашга ўргатишнинг ушбу методик тизим асосида олиб бориш, замонавий ахборот технология воситасини қўллаш имкониятини беради. Кейинги параграфларда теоремаларини исботлашни ўргатишда замонавий ахборот технология воситаси ёрдамида олиб бориш ва унда шу лойиҳа асосида электрон ўргатувчи дастур тайёрлаш назариясини эътиборингизга ҳавола қиламиз.

II БОБ. ГЕОМЕТРИК ТЕОРЕМАЛАРНИ МАНТИҚИЙ ИСБОТЛАШГА ЎРГАТИШ УСУЛЛАРИ

2.1. Геометрик теоремаларни исботлашнинг аналитик усули

Геометрияда теоремалар асосан мантиқий исботлаш орқали амалга оширилади. Маникий исботлашнинг бевосита ва билвосита исботлаш усуллари мавжуд. Теореманинг ҳақиқатлиги тўғридан-тўғри асоснинг ҳақиқатлигидан келиб чиқса, бундай исбот бевосита исботлаш, теореманинг ҳақиқатлиги унга зид бўлган хулосанинг хатолиги ёрдамида келтириб чиқарилса, билвосита исботлаш усули деб айтилади. Бевосита ва билвосита исботлашнинг бир неча усуллари мавжуд шундай усуллардан бири теоремани исботлашнинг ***аналитик*** усулидир.

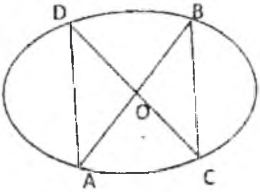
Теоремаларни исботлашнинг ***аналитик*** усулида исботланаётган теоремадан бошлаб узлуксиз мулоҳазалар юритилиб, уни исботлашга таянч (асос) бўладиган теорема, аксиома, таъриф, хосса, натижа ва ҳоказоларга асосланилади.

Яъни аналитик усулда “номаълумдан маълумга” қараб мулоҳаза юритилади. Буюк олим Евклиднинг фикрича, теоремани аналитик метод билан исботлаш учун исботланаётган (номаълум) теоремани исботланган (маълум) деб қараб, шу асосида исботланган (маълум) теоремага олиб келинади деб ҳисоблайди. Яъни исботланган теоремани (маълум) A, исботланаётган теоремани (номаълум) X деб белгиласак, $X \to Y \to Z .... \to B \to A$ бўлади.

Евклиднинг фикрича, аналитик методда A нинг тўғрилигидан X келиб чиқади. Лекин бу фикр унчалик ҳам тўғри эмас. Масалан: $+b=-b$ ифода берилган бўлсин деб ўйлайлик, бу тенгликнинг иккала томонини квадратга кўтарсак $b^2=b^2$ тенглик ҳосил бўлади, бу тўғри тенглик. Бу эса Евклиднинг фикрини тўғри фикр деб бўлмайди. Евклиднинг анализидаги бу камчиликларни грек математиги Папп тузатишга ҳаракат қилган. Паппнинг фикрича, теоремани исботлашнинг аналитик усулида изланаётган X ни маълум деб қараб, унинг келиб чиққанлиги ўрганилади ва ишонч ҳосил қилинади ҳамда яна кейингисига ишонч ҳосил қилинади ва ҳоказо. шу занжир узлуксиз давом эттирилиб, A нинг тўғрилиги исботланилади.

Теоремаларни исботлашни аналитик усулининг асоси шундан иборатки, унда биринчи ёрдамчи ҳукм шундай тузилсинки, ундан теореманинг хулосаси мантиқий асосда келиб чиқсин, иккинчи ёрдамчи ҳукм шундай тузилсинки, ундан биринчи ёрдамчи ҳукм мантиқий равишда келиб чиқсин ва ҳоказо. Ёрдамчи ҳукмлар шундай кетма-кет равишда тузиб бориш натижасида охирги ҳукмдан теореманинг исботи келиб чиқсин. Фикрларимизнинг далили сифатида қуйидаги теоремани аналитик усулда исбот қиламиз.

Теорема. Айлананинг икки ватари кесишиб ҳар бири тенг иккига бўлинса, у ҳолда бу нуқта айлананинг маркази бўлади.



2.1.1-чизма.

Кўриниб трибдики, теореманинг шарти билан хулосаси орасидаги боғланишда эквивалентлик кўринмайди. Шунинг учун шундай ёрдамчи ҳукмни тузишга ҳаракат қиламизки, ундан бевосита теореманинг исботи келиб чиқсин. Бу ҳукм қуйидагича бўлиши мумкин: $OA = OB = OD = OC$.

Ҳақиқатан ҳам, агар $OA = OB = OD = OC$ тенглик бажарилса, О нуқта айлананинг маркази бўлади, шу билан бирга масаланинг шартига кўра $OA = OB$ ва $CO = OD$ эканлигини ҳам инобатга оламиз.

Кетма-кет ёрдамчи ҳукмлар тузиб, агар $OA = OB = OD = OC$ тенглик бажарилса, О нуқта айлананинг маркази бўлади деган хулосага келамиз. Ҳақиқатан ҳам масаланинг шартига кўра: $OA = OB$ ва $CO = OD$. Бундан $OA = OC$ бўлса у ҳолда $OA = OB = OD = OC$ бўлади. Мақсадга эришиш учун А ва С нуқталарни тўғри чизиқ кесмаси билан бирлаштириб, АОС учбурчакни ҳосил қиламиз (2.1.1-чизма). Бу учбурчакда $\angle BAC = \angle DCA$ бўлса, у ҳолда $OA = OC$ бўлади. Агар ВС ва AD ёйлар тенг бўлса, у ҳолда $\angle BAC = \angle DCA$ бўлади. Шунинг учун В нуқта билан С нуқтани, шунингдек А нуқта билан D нуқтани тўғри чизиқлар билан туташтирамиз, $BC = AD$ бўлса, BC ва AD ёйлар тенг бўлади.

Агар $\angle AOD = \angle BOC$ бўлса, у ҳолда $BC = AD$ бўлади. Чизмадан кўриниб турибдики, учбурчаклар тенглигининг биринчи аломатига кўра: $-\Delta AOD = \Delta BOC$. Бундан кейинги мулоҳазалар қуйидагича: $\Delta AOD = \Delta BOC$ бўлгани учун $BC = AD$ бўлади;

$BC = AD$ бўлгани учун BC ва AD ёйлар тенг бўлади;

BC ва AD ёйлар тенг бўлгани учун $\angle BAC = \angle DCA$ бўлади;

$\angle BAC = \angle DCA$ бўлгани учун $OA = OC$ бўлади;

$OA = OC$ бўлиши ва теорема шартига кўра $OA = OB = OD = OC$ бўлгани учун OA, OB, OD, OC кесмалар битта айлананинг радиуслари бўлади;

OA, OB, OD, OC кесмалар битта айлананинг радиуслари бўлгани учун O нуқта айлананинг маркази бўлади.

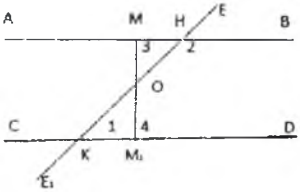
Теоремаларни исботлашнинг аналитик усулида масаланинг шарти ундан кейин келувчи жумла учун асос бўла олади. Бу асос эса ўз навбатида ўзидан кейин келувчи жумла учун етарли асос бўлади ва ҳоказо. Узлуксиз мулоҳазалар юритиш билан теореманинг исботига келамиз.

Теоремаларни исботлашнинг аналитик усулида ўқувчиларнинг геометрик теоремаларни мустақил ҳолда исботлай олиш ва ўз фикрларини етарли равишда асослаб беришларида ижобий натижа беради. Исботлашнинг аналитик усулида ўқувчилар ҳосил қилинаётган хар бир янги жумланинг қаердан келиб чиққанлигини онгли равишда тушуниб етадилар. Демак, геометрия фанини шундай ўқитиб борилиши натижасида унинг амалий моҳиятига тушуниб етадилар.

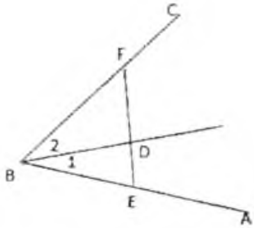
Юқоридаги фикрларни инобатга олиб шундай фикрни айтамизки, мураккаброқ теоремаларни исботлашда аналитик усулидан фойдаланиш педагогик жиҳатдан яхши натижа беради.

Аналитик усулни моҳиятини янада яхшироқ тушуниш учун қуйидаги теоремаларни исботлшни кўриб чиқайлик.

Теорема. Агар иккита тўғри чизиқни учинчи тўғри чизиқ билан кесиб ўтганда ички алмашинувчи бурчаклар тенг бўлса, у ҳолда бу иккита тўғри чизиқ параллелдир.



2.1.2-чизма.



2.1.3-чизма.

Берилган: $\angle 1 = \angle 2$

Исбот қилиш керак: AB ва CD параллел эканлигини.

Теореманинг шартига ва хулосасидан ёрдамчи $\Delta MOH = \Delta KOM_1$ ҳукм (2.1.2-чизма) деб шу ҳукм теорема исботи учун асос вазифасини бажаради.

Исбот. AB ва CD тўғри чизиқлар билан кесишувчи бирорта HK кесмани O нуқта орқали тенг иккига бўламиз. O нуқтадан AB тўғри чизиққа OM перпендикуляр туширамиз ва уни CD тўғри чизиқ билан M_1 нуқтада кесишгунча давом эттирамиз. Ясашга биноан AB ва MM_1 перпендикуляр ёки $\angle 3 = 90^0$, $\angle 4 = 90^0$ бўлганлигидан, $\angle 4 = \angle 3$ бўлади. $\angle 4 = \angle 3$ бўлгани ва O нуқта HK кесманинг ўртасидан $\Delta MOH = \Delta KOM_1$ ёрдамчи ҳукмни исботлаш мумкин. $\Delta MOH = \Delta KOM_1$ ёрдамчи ҳукмдан AB ва CD параллел эканлигини кўриш мумкин.

Теорема. Бурчак биссектрисасига перпендикуляр бўлган тўғри чизиқ шу бурчакнинг томонларидан тенг кесмалар ажратади.

Берилган: $\angle ABC$ да BD –биссектриса, EF ва BD лар перпендикуляр (2.1.3-чизма).

Исбот қилиш керак: BE=BF.

Ушбу теорема шарти ва хулосаси орасида боғланиши ҳамда аниқлилик кўринмайди. Шунинг учун шундай ёрдамчи ҳукм тузишга ҳаракат қилайликки, бу ҳукмдан теореманинг хулосаси келиб чиқсин. Бу ҳукмни ΔEBF тенг ёнли учбурчак бўлиши мумкин (2.1.3-чизма).

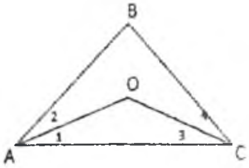
Исбот. Бурчак биссектрисасининг хоссасига кўра ΔEBF да $\angle 1 = \angle 2$.

$\angle 1 = \angle 2$ дан теореманинг ёрдамчи ҳукми ΔEBF нинг тенг ёнли эканлигидан хулоса келиб чиқади. Бу ҳукмдан эса теореманинг хулосаси BE=BF эканлиги келиб чиқади.

Теорема. Тенг ёнли учбурчак асосидаги бурчаклар биссектрисаларининг кесишиш нуқтаси учбурчак асосининг учларидан тенг узоқликда ётади.

Берилган: ΔABC да AB=BC; AO,OC – биссектрисалар

Исбот қилиш керак: AO=OC.



2.1.4-чизма.

Бу теореманинг хулосасини исботлаш учун ёрдамчи ҳукмни $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4$ бўлиши мумкин деб тузиб оламиз.

Исбот. Теорема шартига биноан $\angle 1, \angle 2$, $\angle 3, \angle 4$ лар тенг ёнли ΔABC учбурчакнинг биссектрисалари ва ён томонлари орасидаги бурчаклар эканлигидан $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$ бўлади. Бундан $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4$ деган эканлигини биламиз. Бу $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4$ дан эса AO=OC деган теорема хулосасини ҳосил қиламиз.

Теоремаларни аналитик исботлашнинг камчилиги шундан иборатки, исботлаш жараёнида узоқ фикр юритилади, яъни исботлаш жараёнини ёзма равишда ифодалаш мураккаб ва вақтни тежаш имконияти йўқ.

2.2. Геометрик теоремаларни исботлашнинг синтетик усули

Теоремани мантиқий исботлашнинг яна бир усули ***синтетик*** усулдир. Исботлашнинг бу усулида илгари исботланган теоремадан бошлаб узлуксиз мулоҳаза юритилади ва теорема исботланади. Демак, синтетик усулда аналитик усулнинг акси “маълумдан номаълумга” томон исботланади. Яъни

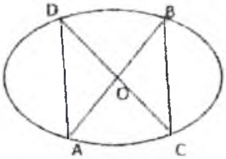
$X \leftarrow Y \leftarrow Z .... \leftarrow B \leftarrow A$ ифода орқали амалга оширилади.

Теоремани исботлашнинг синтетик усулининг моҳияти шундан иборатки, бунда биринчи ёрдамчи ҳукм теореманинг шартидан келиб чиқадиган мантиқий хулосадан иборат. Иккинчи ёрдамчи ҳукм эса биринчи ёрдамчи ҳукмдан келиб чиқадиган мантиқий хулосадан иборат ва ҳоказо. Ёрдамчи ҳукмларни шундай кетма-кетлик билан тузиб бориб, якунида шундай ҳукмга эга бўламизки, бундан келтирилган теореманинг исботи мантиқий равишда келиб чиқади.

Агар масаланинг шартидан битта эмас, бирданига бир нечта муайян хулосалар чиқариш мумкин бўлса, у ҳолда масаланинг шартидан келиб чиқадиган ҳамма хулосалардан шундай биттасини танлаб олиш керакки, у бошқаларига нисбатан аниқроқ теореманинг хулосасига олиб келишдаги исботлаш жараёнига яқинроқ бўлсин.

Фикрларимизни қуйидаги теоремани синтетик усул билан исботлаш мисолида кўрайлик:

Теорема. Айлананинг ички ватари кесишиб ҳар бири тенг иккига бўлинса, у ҳолда бу нуқта айлананинг маркази бўлади.



2.2.1-чизма.

Берилган: AB, CD –ватарлар O нуқтада кесишади ва AO=OB ,CO=OD (2.2.1-чизма).

Исбот қилиш керак: O нуқта айлананинг маркази.

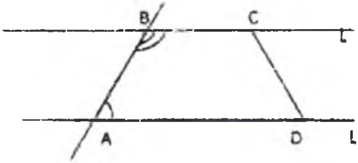
Исбот. Бунда теореманинг хулосаси бевосита унинг шартидан келиб чиқмайди. Шунинг учун шундай бир ёрдамчи ҳукм тузамизки, бу ҳукм теореманинг шартидан келиб чиқадиган хулоса бўлсин. Агар теореманинг шартига кўра AB ва CD ватарлар O нуқтада ўзаро тенг иккига бўлинишини ҳисобга олиб, A ва D ҳамда B ва C нуқталарни тўғри чизиқ кесмаси орқали бирлаштирсак (2.2.1-чизма), у ҳолда ΔAOD ва ΔBOC учбурчакларга эга бўламиз. Бу учбурчакларни кўздан кечириб, улар учбурчаклар тенглигининг биринчи аломатига кўра тенглигига ишонч ҳосил қиламиз. Шундай қилиб, биринчи ёрдамчи ҳукмга кўра, қуйидаги $\Delta AOD = \Delta BOC$ 1-хулосага келамиз. Иккинчи ёрдамчи ҳукм шу учбурчакларнинг тенглигидан келиб чиқади, яъни тенг учбурчакларнинг тенг томонлари қаршисида тенг бурчаклар ётгани учун $\Delta AOD = \Delta BOC$ 1-хулосага кўра $\angle ADC = \angle BCD$ деган ёрдамчи 2-хулосага эга бўламиз. $\angle ADC$ ва $\angle BCD$ лар AC ёйга тиралган ички чизилган бурчаклар бўлгани учун $\angle ABC = \angle ADC$ деган 3-хулосага эга бўламиз. 2-3-хулосаларга кўра тўртинчи ёрдамчи ҳукмни тузиб, қуйидаги $\angle ABC = \angle BCD$ 4-хулосани ҳосил қиламиз. 4-хулосага кўра OBC учбурчак тенг ёнли деган бешинчи ёрдамчи ҳукмдан қуйидаги $OB = OC$ деган 5-хулосага келамиз. Теореманинг шартига кўра 5-хулосадан $AO = OB$, $CO = OD$ эканлигини инобатга олиб, $AO = OB = CO = OD$ деган 6-хулосага келамиз. 6-хулосадан, A, B, C, D нуқталар O нуқтадан баравар узоқликда ётади, яъни O нуқта айлананинг маркази, деган хулосага келамиз.

Исботлашга доир унча мураккаб бўлмаган теоремаларни исботлаш жараёнида мулоҳаза юритишнинг синтетик усули қўл келади.

Теоремани исботлашнинг синтетик усулининг асосий камчилиги теоремани исботлашга тузилган ёрдамчи ҳукмнинг ҳақиқатан тўғри ёки нотўғрилигини аниқлаш анча қийин кечади, баъзида ўша ҳукмнинг ўзини исботлашга тўғри келади. Шунинг учун ёрдамчи ҳукмларнинг ҳеч бўлмаганда биттаси хато тузилган бўлса, теоремани исботлаш қийин кечади.

Агар геометрик теоремани синтетик усул ёрдамида исботлаш мураккаб бўлса, унда уни аналитик усул билан исботлашга киришилади. Геометрик теоремаларни исботлаш жараёнида (айниқса, мураккаб теоремаларда) исботлашнинг аналитик ва синтетик усуллари бир-биридан ажратилган ҳолда қаралмайди. Чунки анализ билан синтез бир-бири билан доим боғлиқдир. Теоремаларни исботлашнинг синтетик усулидан фойдаланишни янада чуқурроқ тушуниш учун қуйидаги теоремани ҳам шу усулда исботлашни кўриб ўтамиз.

Теорема. Агар тўртбурчакнинг бирор қўшни икки бурчагининг йиғиндиси 180^0 га тенг бўлса, бундай тўртбурчак трапециядир.



2.2.2-чизма.

Берилган: ABCD тўртбурчак, $\angle A + \angle B = 180^0$. (2.2.2-чизма).

Исбот қилиш керак: ABCD тўртбурчак трапеция эканлигини.

Исбот. Бу теореманинг исботи бевосита теореманинг шартидан келиб чиқмайди. Шунинг учун ёрдамчи ҳукмлар тузишга ҳаракат қиламиз. Бунинг учун AB, BC ва AD ёрдамчи чизиқлар ўтказамиз (2.2.2-чизма). Агар масаланинг шартига кўра $\angle A + \angle B = 180^0$ эканлигини ҳисобга олсак, параллеликнинг биринчи аломатига кўра BC ва AD параллел эканлиги ҳақидаги биринчи ҳукмга эга бўламиз.

Энди A ва D (ёки B ва C) бурчакларнинг йиғиндиси 180^0га тенг эмаслигига ишонч ҳосил қилишимиз керак. Бу ҳолда AB ва CD кесмалар параллел бўлмайди, акс ҳолда AB ва CD кесмалар параллел бўлади (Евклиднинг параллел тўғри чизиқлар тўғрисидаги акисомага кўра) иккинчи ёрдамчи ҳукм эга бўламиз. Трапециянинг таърифига кўра иккита томони параллел, қолган икки томонни параллел бўлмаган тўртбурчак трапеция эканлигини эсга оламиз. У ҳолда биринчи ва иккинчи ёрдамчи ҳукмлардан ABCD тўртбурчак трапеция эканлиги хулосасига эга бўламиз.

Теоремаларни исботлашнинг синтетик усулининг камчилиги, тузилган ёрдамчи ҳукм ҳақиқатан ҳам берилган теоремани исботлаш учун ёрдам берадими йўқми, эканлигини аниқлаш мураккаблигидадир. Шу сабабли геометрик теоремаларни синтетик усул билан исботлашда ёрдамчи ҳукмларни анча ўйлаб, ҳеч бўлмаганда, мақсадга яқинроқ келишини ҳисобга олган ҳолда тузиш аҳамиятга моликдир.

Баъзи ҳолларда геометрик теоремаларни исботлаш жараёнида исботлашнинг синтетик ва аналитик усулларидан ҳам фойдаланиш мумкин. Яъни исботлашнинг бир қисмида аналитик яна бир қисмида синтетик усулларидан фойдаланилади.

Геометрик теоремаларни исботлашнинг аналитик ва синтетик усулларининг моҳиятини қуйидаги теоремани исботлаш орқали тушунтирайлик:

Теорема. Агар учбурчакнинг учта томони иккинчи учбурчакнинг учта томонига мос равишда тенг бўлса, бундай учбурчаклар тенг бўлади. (Учбурчаклар тенглигининг учинчи аломати).

Ўқитувчи видеопроектор ёрдамида теоремани ва чизмаларни ўқувчиларга кўрсатади. Бу теоремани ўқувчилар дафтарларига кўчириб оладилар.

Исботлаш жараёни қуйидагича амалга оширилади:

Ўқитувчи. Теореманинг шарти ва хулосасини алгебраик ифода ёрдамида ёзади.

Ўқитувчи видеопроектор ёрдамида, ўқувчиларга қуйидагиларни кўрсатади.

Берилган: Иккита ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$ – учбурчаклар, $|AB| = |A_1B_1|, |BC| = |B_1C_1|, |AC| = |A_1C_1|$

Исбот қилиш керак: $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

Теоремани исботлаш жараёни қуйидаги савол жавоб асосида амалга оширилади.

Ўқитувчи. Биз теорема шартига кўра чизмадаги ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$ - учбурчаклар тенг эканлигини исботлашимиз керак. Савол, айтингларчи қандай учбурчаклар ўзаро тенг учбурчаклар?

Жавоб. Ўзаро тенг учбурчакларнинг барча мос элементлари бир-бирига тенг бўлади, яъни $|AB| = |A_1B_1|, |BC| = |B_1C_1|, |AC| = |A_1C_1|$, $\angle A = \angle A_1, \angle B = \angle B_1, \angle C = \angle C_1$.

Ўқитувчи. Чизмада берилган учбурчакларнинг мос томонлари ва бурчаклари қайсилар?

Жавоб.

AB томон A_1B_1 , BC томон B_1C_1 AC томон A_1C_1 томонларга,

$\angle A$ бурчак $\angle A_1, \angle B$ бурчак $\angle B_1, \angle C$ барчак $\angle C_1$ лар мос.

Ўқитувчи. Чизмада учбурчаклар қандай тасвирланган эътибор қилингчи?

Жавоб. AB томон A_1B_1 томонлар устма-уст қўйилган.

Ўқитувчи. Тенг ёнли учбурчак таърифини айтинг.

Жавоб. Агар учбурчакнинг иккита ён томонлари тенг бўлса, бу учбурчаклар тенг ёнли учбурчакдир.

Ўқитувчи. Тенг ёнли учбурчак ҳақидаги теорема ва хоссаларни эсга олинг.

Жавоб:

1-теорема. Тенг ёнли учбурчакнинг асосига туширилган баландлик медиана ҳам биссектрисадир.

2-теорема. Тенг ёнли учбурчакнинг асосидаги бурчаклари тенгдир.

Ўқитувчи. Чизмада тенг ёнли учбурчаклар борми? Бор бўлса айтинг.

Жавоб. Чизмада A_1CC_1 ва CB_1C_1 учбурчаклар тенг ёнли учбурчаклардир.

Ўқитувчи. A_1CC_1 ва CB_1C_1 учбурчаклар учун тенг ёнли учбурчак учун келтирган 2-теорема асосида хулоса қилингларчи.

Жавоб. Тенг ёнли учбурчак учун 2-теоремага кўра $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4_1$, хулоса қилиш мумкин.

Ўқитувчи. Бу хулосадан $\angle A_1CB_1 = A_1C_1B_1$ деган хулосага келамиз.

Ўқитувчи. Бу хулосадан эса, $|AB| = |A_1B_1|, |BC| = |B_1C_1|, |AC| = |A_1C_1|$ ва бу иккала хулосадан $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ деган исботга келамиз.

Ўқитувчи. Биз ҳақиқатан ҳам, тажрибамизга таяниб, юқоридаги хулосаларни умумлаштириб келтирилган теорема тўғри эканлигини исботладик.

2.3. Геометрик теоремаларни исботлашни тўлиқ математик индукция усули

Геометрик теоремаларни исботлашда аналитик ва синтетик усуллари билан биргаликда яна бир усул исботлашнинг ***индукция*** усули ҳам муҳим ўрин тутади. Геометрик теоремаларни хусусий хулосаларга асосланиб умумий хулоса чиқариш усули ***индукция*** дейилади. Барча аниқ фанларнинг бирортасини индукциясиз тасаввур қилиб бўлмайди. Тўлиқ математик индукция усули теоремаларни исботлашнинг шундай алоҳида усули бўлиб, бунда хусусий хулосалардан, маълум математик қонун қоидаларга асосланиб, умумий хулосалар чикарилади. А.Н.Колмогоровнинг сўзи билан таъкидлаганда, математик индукцияни тўғри қўллаш маниткий билимнинг критерийсидир.

Геометрияда теоремаларни бу усул ёрдамида исботлаш қуйидаги босқичлардан иборат:

1. Фикрни натурал сонлар тўпламини ўз ичига олган n нинг дастлабки қийматлари учун текширилади;

2. Фикрни n=k бўлганда тўғри деб фараз қилинади;

3. Қилинган фараз асосида фикрнинг n=k+1 ҳол учун ҳам тўғри эканлиги исботланади.

Бу усул ёрдамида исботланадиган теоремани келтириб ўтамиз:

Теорема. Қаварик кўпбурчакнинг ички бурчаклари йиғиндиси 180^0(n-2) га тенг.

Исбот. Теореманинг шартига кўра $n \geq 3$ бўлиши керак.

1) n=3 бўлса, $180^0*(3-2)=180^0$ га тенг, n=4 бўлганда айтилган фикр тўғри, чунки қаварик тўртбурчак ички бурчакларининг йиғиндиси 360^0 га тенг.

2) n=k бўлган ҳолатда айтилган фикр тўғри, яъни қаварик k бурчак ички бурчакларининг йиғиндиси 180^0(k-2) га тенг бўлсин деб фараз қилайлик.

3) Энди қаварик (k+1) бурчак ички бурчакларининг йиғиндиси $180^0(k+1-2)=180^0(k-1)$ га тенг эканлигини кўриб турибмиз.

Бунинг учун $A_1A_2A_3......A_kA_{k+1}$ ихтиёрий қаварик (k+1) бурчакни олиб, унинг A_1 ва A_k учларини тўғри чизиқ билан бирлаштириб, $A_1A_2A_3......A_k$ қаварик k бурчакни ҳосил киламиз. Бунда (k+1) бурчак ички бурчакларининг йиғиндиси қаварик k бурчак ва $A_1A_kA_{k+1}$ учбурчак ички бурчакларининг йиғиндисига тенг бўлади. 2-фаразимизга кўра қаварик k бурчак ички бурчакларининг йиғиндиси 180^0 (k-2) га тенг. Шу сабабли қаварик (k+1) бурчак ички бурчакларининг йиғиндиси $180^0(k-2)+180^0=180^0(k-1)$. Шундай қилиб, $n \geq 3$ бўлганда теорема ўринли экан.

Теорема. Текисликда ҳеч қайси учтаси бир тўғри чизикда ётмайдиган n та нукта орқали $\frac{n(n-1)}{2}$ та тўғри чизик ўтказиш мумкин.

Исбот. Теореманинг шартига кўра $n \geq 2$ бўлиши керак.

n=2 бўлса, айтилган фикр ўринли бўлади, чунки текисликда ётган иккита нуқта орқали битта тўғри чизиқ ўтказиш мумкин. Агар n=3 бўлса, айтилган фикр ўринли бўлади, чунки текисликдаги бир тўғри чизиқда ётмаган учта нуқтани жуфт-жуфти билан бирлаштириб, учта тўғри чизиқ хосил қилиш мумкин.

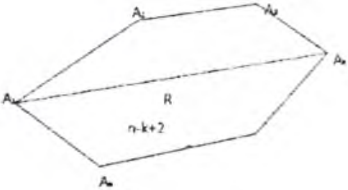
n=k (k<n) бўлганда, $\frac{k(k-1)}{2}$ та тўғри чизиқ ўтказиш мумкин бўлсин.

Фикрни n=k+1 учун исбот қиламиз. Ҳақиқатан ҳам, текисликдаги (k+1)-нуқтани k та нуқталарнинг ҳар бири билан бирлаштирилса тўғри чизиқлар сони k тага ортади, яъни:

$$\frac{k(k-1)}{2}+k=\frac{k(k-1)+2k}{2}=\frac{k^2+2k-k}{2}=\frac{k^2+k}{2}=\frac{k(k+1)}{2}$$

Шу билан масаланинг хулосаси тўғри эканлигини исботладик, яъни текисликда ҳеч қайси учтаси бир тўғри чизикда ётмайдиган n та нуқтани жуфт-жуфти билан бирлаштирилса, $\frac{n(n-1)}{2}$ та тўғри чизиқ ҳосил бўлар экан.

Теорема. Қаварик n бурчакнинг ихтиёрий учидан чиқувчи (ўзаро кесишмайдиган) диагоналлари уни n-2 та учбурчакка ажратади.



2.3.1-чизма.

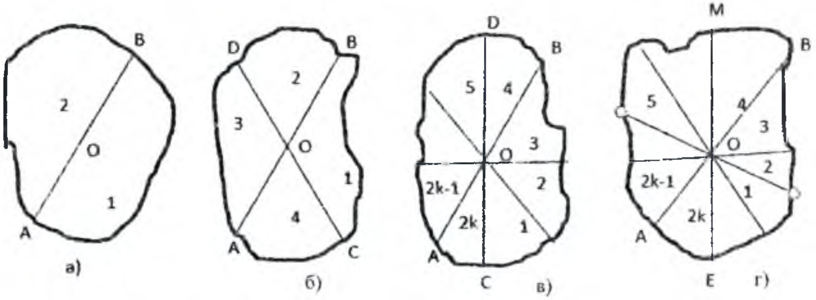
Исбот. Теореманинг шартига кўра $n \geq 3$ бўлиши керак.

1. n=3 бўлса, айтилган фикр тўғри, чунки учбурчакда диагонал мавжуд эмас. Агар n=4 бўлганда айтилган фикр тўғри, чунки қаварик тўртбурчакнинг бир учидан чиқувчи диагонали уни иккита учбурчакка ажратади.

Фараз қилайлик, қаварик k бурчакнинг бир учидан чиқувчи (ўзаро кесишмайдиган) диагоналлари уни (k-2) та учбурчакка ажратсин, бунда k<n (2.3.1-чизма).

Энди қаварик n бурчакнинг бир учидан чиқувчи (ўзаро кесишмайдиган) диагоналлари уни (n-2) та учбурчакка ажратишини кўрсатамиз. Бунинг учун $A_1A_2A_3......A_n$ кўпбурчакнинг A_1A_k диагоналини ўтказамиз. У ҳолда $A_1A_2A_3......A_k$ ва $A_1A_k......A_n$ кўпбурчаклар ҳосил бўлади, яъни k бурчак ва (n-k+2) бурчак ҳосил бўлади. Энди юқоридаги фаразимизга кўра қуйидагиларни ёзамиз: (k-2)+(n-k+2)-2=n-2. Шундай қилиб, теореманинг хулосаси $n \ge 3$ бўлганда ўринли эканлигини исботладик.

Теорема. Текисликдаги ихтиёрий O нуқтадан ўтувчи n та тўғри чизиқ уни 2n та қисмга ажратади.



2.3.2-чизма.

Исбот. 1) n=1 бўлганда, фаразимиз тўғри бўлсин, чунки текисликда ётган O нуқтадан ўтувчи ҳар қандай тўғри чизиқ уни икки бўлакка ажратади (2.3.2а-чизма). n=2 бўлса, фикримиз тўғри, чунки текисликда ётган O нуқтадан ўтувчи AB ва CD тўғри чизиқлар ёрдамида текислик $2 \cdot n = 2 \cdot 2 = 4$ бўлакка ажралади (2.3.2б-чизма).

2) n=k та тўғри чизиқ текисликни $2 \cdot k$ та бўлакка ажратсин (2.3.2в-чизма).

3) Энди O нуқтадан ўтувчи (k+1) та тўғри чизиқни ясаймиз. Бу тўғри чизиқ EM бўлсин (2.3.2г-чизма). Бунда текислик $2 \cdot (k+1) = 2 \cdot k + 2$ бўлакка ажратишини исботлаймиз. Бунинг учун EM тўғри чизиқни AB ва CD тўғри чизиқларнинг орасидан ўтказамиз. У ҳолда AB ва CD тўғри чизиқлар орасидаги 2 та бурчак

4 тага ажралиб, қолганлари ўз холича қолади, яъни бурчаклар сони аввал $2 \cdot k$ та эди, энди 2 тага ортиб $2 \cdot (k+1) = 2 \cdot k + 2$ та бўлади. Демак, текисликда ётган О нуқтадан ўтувчи n та тўғри чизиқ уни $2 \cdot n$ та қисмга бўлар экан. Геометрик теоремаларни тўлиқ индукция усули теоремани исботлашда муҳим ўрин эгаллайди, лекин ҳақиқатни рўёбга чиқариш учун бу усул ҳамиша ҳам қўл келавермайди.

2.4. Геометрик теоремаларни билвосита исботлаш усули

Геометрик теоремаларни исботлаш усулларидан яна бири теоремани билвосита исботлашдир. Бу усулда исботланаётган теореманинг тўғрилиги аргументнинг тўғрилигидан эмас, балки тўғрилиги олдиндан маълум бўлган таянч теорема, хосса, аксиомалар ва жумлалар ёрдамида исботланади.

Билвосита исботлаш икки турга ***апагогик*** ва ***ажратиш*** усуллари.

Билвосита исботлашнинг апагогик усулида исботланаётган теореманинг тўғрилиги бевосита унга қарама-қарши бўлган хулосаларни инкор қилиш билан келиб чиқади. Бу усулнинг асосида математик мантиқнинг “учинчисини истисно қилиш” хоссаси ётади. Мантиқдан маълумки, агар бир хулосанинг тўғрилигини исботланса, у ҳолда унинг инкори бўлган иккинчи хулосанинг хатолиги ўз-ўзидан келиб чиқади ва аксинча хулосанинг нотўғрилигини исботланса, у ҳолда унинг инкори бўлган иккинчи хулосанинг тўғрилиги келиб чиқади.

Теоремаларни исботлашнинг ажратиш усулида бир нечта тескари фараз қилинган хулосалар биттаси тўғрилиги исботланади, қолгани инкор қилинади. Натижада охирги хулоса исботланаётган теореманинг исботи бўлиб чиқади. Масалан, тўғри тўртбурчакнинг диагоналлари ўзаро тенг бўлади. Теоремани тўғри эканлигини исботлашимиз учун қуйидаги хулосалардан бири ўринли эканлигини топишимиз зарур:

1. Тўғри тўртбурчакнинг диагоналлари ўзаро тенг эмас;
2. Тўғри тўртбурчакнинг диагоналлари ўзаро тенг;
3. Тўғри тўртбурчакнинг диагоналлари ўзаро кесишмайди.

Ажратиш усулида эса бу хулосаларнинг биттаси тўғрилиги қолган иккитаси нотўғри эканлигини кўрсатиш усули билан исботланади. Теоремани исботлашнинг ажратиш усули ёрдамида исботлашни қуйидаги теоремани исботи мисолида кўриб чиқамиз.

Теорема. Тўғри бурчакли учбурчакнинг тўғри бурчаги учидан унинг гипотенузасига туширилган медиана гипотенузанинг ярмига тенг.

Исбот. ABC учбурчакда $\angle A = 90^0$ ва AD-медиана бўлсин. D нуктани марказ деб караб BC диаметри айлана чизамиз. A нукта ҳакида қуйидаги уч хулосадан бирида тўғри фикр айтилган.

1. A нуқта айланадан ташқарида ётади.
2. A нуқта айлананинг ичида ётади.
3. A нуқта айланада ётади.

1-хулосани тўғри деб фараз қиламиз, у холда BA катетнинг айлана билан кесишган нуқтасини C нукта билан бирлаштириб, диаметрга тирлаган ички чизилган бурчакка эга бўламиз. Бу эса тўғри бурчаклардир. Лекин бу ABC учбурчакнинг ташқи бурчагидир. Бундан эса нотўғри хулоса, учбурчакнинг ташқи бурчаги ўзига қўшни бўлмаган ички бурчаклардан бирига тенглиги келиб чикади. Бундан 1-хулосамиз нотўғри эканлиги келиб чиқади.

Энди 2-хулосани тўғри деб фараз қилайлик, A нуқта айлананинг ичида ҳам ёта олмайди. Демак, 3-хулосамиз тўғри экан, яъни A нуқта айланада ётади ва $DC = DB = DA$, $DC = \frac{1}{2}BC$. Шу билан теорема исбот бўлди.

Теоремаларни исботлашнинг апагогик усули билан қуйидаги масалани исботлайлик.

Теорема. Турли томонли учбурчакни иккита ўзаро тенг учбурчакларга ажратиш мумкин эмас.

Исбот. Фараз қилайлик ABC учбурчакни ўзаро тенг ABD ва DBC учбурчакларга ажратиш мумкин бўлсин. У ҳолда ҳар икки учбурчак учун умумий бўлган BD томон каршисида тенг бурчаклар ётади, яъни $\angle A = \angle C$. Бундан ABC учбурчак тенг ёнли учбурчак, яъни $AB = BC$, бу эса масаланинг шартига зид. Чунки масаланинг шартида турли томонли учбурчак ҳакида гапирилган. Демак, турли томонли учбурчакни иккита ўзаро тенг учбурчакка ажратиш мумкин эмас.

Теремаларни исботлашнинг билвосита усули геометрия фанида кенг қўлланилади. Бу усул билан исбот қилинмоқчи бўлган жумлани нотўғри ва бу жумлага қарама-қарши бўлган жумлани тўғри, деб фараз қилиниши билан характерланади. Шу тартибда турли мулоҳазалар юритиш натижасида аввал ҳақиқатга зид бўлган натижага, сўнгра қилинган фаразнинг нотўғрилиги ва исбот қилинмоқчи бўлган жумланинг тўғри эканлиги ҳақидаги хулосага келинади.

Билвосита усули ёрдамида исботлаш қуйидаги уч босқичдан иборат бўлади:

1. Теореманинг шартига қарама-қарши бўлган жумлани тўғри, деб фараз қилинади.
2. Қилинган фараз бўйича мантиқий мулоҳазалар юритиб, ҳақиқатга зид бўлган хулосага келинади.
3. Қилинган фараз нотўғри ва теореманинг хулосаси тўғри, деган натижага келинади.

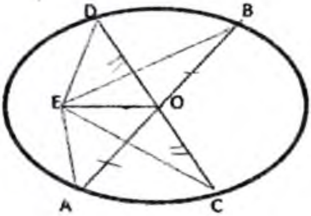
Тўғри қилинган фараз мантиқий мулоҳазалар юритиш натижасида, албатта, тўғри хулосага олиб келади, нотўғри қилинган фараз эса нотўгри хулосага олиб келиши мумкин.

Теоремани исботлаш жараёнида унинг шартига зид бўлган хулосага олиб келадиган теоремани исботлашни кўрайлик.

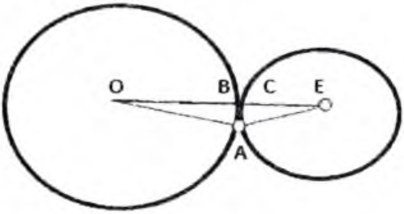
Теорема. Периметрлари тенг бўлган тўғри тўртбурчаклар ичида квадрат энг катта юзага эга.

Исбот. Периметрлари p бўлган квадрат ва тўғри тўртбурчак берилган бўлсин. Квадратнинг юзи S, тўғри тўртбурчакнинг юзи Q бўлсин. У ҳолда қуйидаги учта муносабатдан биттаси ўринли бўлади: Q>S, Q=S, Q<S. Q>S бўлсин, деб фараз қилайлик. Шундай квадрат ясаймизки, унинг юзи тўғри тўртбурчакнинг юзига тенг бўлсин. Демак, ясалган квадратнинг юзи берилган квадратининг юзидан катта бўлади. Лекин ясалган квадратнинг периметри p_1, $p_1=p$ бўлади. Демак, ясалган квадратнинг юзи берилган квадратининг юзидан катта, лекин янги квадратнинг периметри берилган квадрат периметридан кичик. Бу эса теорема шартига зид. Бундан кўриниб турибдики, Q>S фаразимиз нотўғри. Q=S нинг ҳам шунга ўхшаш теорема шартига зид эканлигини кўрамиз. Демак, периметрлари тенг бўлган тўғри тўртбурчак ва квадрат берилган бўлса, у ҳолда квадратнинг юзи тўғри тўртбурчакнинг юзидан катта бўлар экан.

Теорема. Айлананинг иккита ватари кесишса ва кесишиш нуқтасида тенг иккига бўлинса, у ҳолда уларнинг кесишган нуқтаси айлананинг марказидан ўтади.



2.4.1-чизма.



2.4.2-чизма.

Берилган: Айлананинг AB, CD ватарлари O нуқтада кесишади, AO=OB, CO=OD (2.4.1-чизма).

Исбот қилиш керак: O нуқта айлананинг марказидан ўтади.

Исбот. O нуқта айлананинг маркази эмас, деб фараз қилайлик. Айлана текислигидаги бирор E нуқта айлананинг маркази бўлсин. У ҳолда E нуқтани айлананинг AB ватар учлари билан туташтириб, асоси AB бўлган тенг ёнли EAB учбурчакка эга бўламиз. E нуқта AB ватарнинг ўртаси бўлган O нуқта билан туташтирсак, EO ва AB лар перпендикуляр бўлади. Шунга ўхшаш мулоҳаза юритсак, EO ва CD лар ҳам перпендикуляр бўлади. EO тўғри чизиқ ўзаро кесишувчи AB ва CD тўғри чизиқларнинг ҳар бирига пепендикуляр эканлигини кўрдик. Бу нотўғри хулосадир. Бундай нотўғри хулосага келинишининг сабаби, O нуқта айлананинг маркази эмас, деб фараз қилишдандир. Бундан кўринадики, қилинган фаразимиз нотўғри. Демак, O нуқта айлананинг маркази экан.

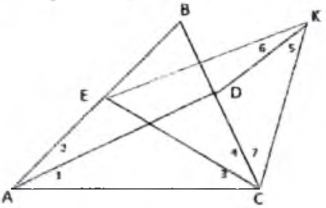
Теорема. Агар иккита айлана умумий уриниш нуқтага эга бўлса, у ҳолда уларнинг марказларини туташтирувчи чизиқ уларнинг уриниш нуқтасидан ўтади.

Берилган: O ва E марказли айланада A нуқта умумий уриниш нуқтаси (2.4.2-чизма).

Исбот қилиш керак: OE тўғри чизиқ A нуқтадан ўтади.

Исбот. OE тўғри чизиқ A нуқтадан ўтмайди, деб фараз қилайлик. У ҳолда бу тўғри чизиқ айланани иккита нуқтасидан кесиб ўтади. Бу тўғри чизиқ O марказли айланани B нуқтада, E марказли айланани C нуқтада кесиб ўтсин дейлик. Шунингдек, O марказли айлананинг радиуси R ва E маркази айлананинг радиуси R_1 бўлсин. У ҳолда OE=OB+BC+CE ёки OE=R+R_1+BC тенгликлар ўринли бўлади. Бундан OE>R+R_1тенгсизлик келиб чиқади. Энди A нуқтани берилган айланаларнинг марказлари билан бирлаштириб, АОЕ учбурчакни ҳосил қиламиз. ΔAOE дан: $OE<AO+AE$ ёки $OE<R+R_1$ муносабат келиб чиқади. $OE>R+R_1$ ва $OE<R+R_1$ муносабатлардан иккала айлананинг марказлари орасидаги масофа бир вақтнинг ўзида бу айланаларнинг радиуслари йиғиндисидан ҳам катта, ҳам кичик деган нотўғри хулосага келинади. Бундан қилган фаразимиз нотўғри эканлиги кўринади. Демак, ОЕ тўғри чизиқ А нуқтадан ўтади.

Теорема. Агар учбурчакнинг иккита биссектрисаси тенг бўлса, у ҳолда бундай учбурчак тенг ёнлидир.



2.4.3-чизма

Берилган: ΔABC да AD, CE – биссектрисалар, AD=CE

Исбот қилиш керак: AB=BC.

Исбот. ΔABC нинг AB ва BC томонлари орасида қуйидаги муносабатлардан бири ўринли бўлади: AB>BC, AB<BC, AB=BC.

AB>BC бўлсин, дейлик, у ҳолда ΔABC да $\angle C > \angle A$ ёки AD, CE биссектрисалар бўлгани учун: $\angle 1 < \angle 3$ ва $\angle 4 > \angle 2$. Бу муносабатлардан, ΔACD ва ΔACE лардан, $AE > CD$. Энди $DK \neq AE$ чизиқларни ўтказиб, К нуқтани С ва Е нуқталар билан туташтириб, тенг ёнли ΔCEK ни ва AEKD параллелограммни ҳосил қиламиз. Тенг ёнли ΔCEK да, $\angle 4 + \angle 7 = \angle 5 + \angle 6$ тенгликни ҳосил қиламиз. Лекин ΔCDK да $\angle 7 = \angle 5$ ни эътиборга олсак, $\angle 4 + \angle 7 = \angle 5 + \angle 6$ дан, $\angle 4 = \angle 6$ ни ҳосил қиламиз. AEKD параллелограмм бўлгани учун, $\angle 2 = \angle 6$. Бу тенгликни эътиборга олсак, $\angle 4 < \angle 2$ келиб чиқади ва бу юқорида келтирилган, $\angle 4 > \angle 2$ муносабатга тўғри эмас. Бундан кўринадики, AB>BC бўлсин, деб олган фаразимиз нотўғри. Шунга ўхшаш AB<BC бўлсин, деб фараз қилсак ҳам нотўғри мулоҳазага учраймиз. Демак, учинчи муносабат ўринли бўлади, яъни AB=BC бўлса теорема ўринли экан.

Геометрия дарслигидаги кўпгина теоремаларни билвосита усулда исботлаш имконияти мавжуд. Айниқса тўғрилигини рўёбга чиқариш анча қийин бўлган теоремаларни исботлашда бу усул исботни осонлаштиради.

Билвосита исботлаш усулининг камчилиги шундан иборатки, бунда теоремани исботлаш жараёнида мулоҳаза қилинаётган фикрдан вақтинча четлашишга тўғри келади, бу исботлаш жараёнини қийинлаштиради. Бу камчиликни бартараф этиш учун олдинги бевосита исботланган теоремаларни билвосита исботлаш усули билан амалга ошириш лозим.

2.5. Геометрик теоремаларни исботлашда чизмалардан фойдаланиш

Геометрияни ўқитишда чизмалар муҳим ўрин тутади. Айниқса, теоремаларни исботлашда ва масалаларни ечишда чизмалардан кенг фойдаланилади. Лекин чизмадаги геометрик фигура хоссаларидан фойдаланиб бевосита хулоса чиқариш мумкин эмас. Чизмадаги геометрик фигура хоссаларини, албатта, аксиома ва аввал исботланган теоремага асослаш лозим бўлади. Абстракт фикрлашдан аниқ фикрлашга ўтиш ўқувчилар томонидан енгил қабул қилинади. Аксинча, аниқликдан абстракт фикрлашга ўтиш эса ўқувчи учун қийинчилик туғдиради. Бу босқичда чизмага танқидий қараш ҳали ўқувчиларда шаклланмаган бўлади. А.В.Погорелов қўлланмасидан олдинги дарсликларда чизмадан объектив реаллик сифатида фойдаланилган, яъни чизма фикрлаш жараёни билан узвий боглиқ деб қаралган. Чизмадан танқидий фойдаланиш деганда – уни фикрлашдан ажратиб қарашга, тушунчани ўрганишда эса унинг «таърифига асосланиш ва чизмага боғланмаслик» қоидасига риоя қилиш тушунилади. Бу ҳолда ўқувчиларнинг дедуктив фикрлаши ва ақлий қобилиятларининг ривожланиши таъминланади. Лекин бу усулда геометрик материални ўрганиш, кўргазмали ва образли ўқитишга мослашган ўқувчилар учун жиддий қийинчилик туғдиради. Бундай ўқув материали ўқувчи учун зерикарли туюлади. Шунинг учун таълимда дифференциал ёндашувга риоя қилиш ва ўқувчилар қобилиятига мос **табақалаштирилган** усулда материални баён этиш мақсадга мувофиқ бўлади.

Чизма ўқувчиларни **ўз-ўзини текшириш** вазифасини хам ўтайди.

Материални баён қилишда масаланинг моҳиятини чизмада кўрсатган маъқул. Лекин унда мураккаб элементлар тасвирланмаслиги лозим. Чизма фақат талқин қилиш вазифасини ўтамай, геометрик ёзувнинг сўзда ифодаланадиган қисмини тасвирлаши лозим. Масала ёзма равишда ифодалангандан сўнг, уни текшириш чизмада қаралади. Шу тарзда ўқувчилар масалани тез ва аниқ бажара оладилар.

Геометрик теоремаларни исботлашда чизмалардан фойдаланишнинг қуйидаги ютуқлари мавжуд:

1. Геометрияда чизмани тўғри ва тушуниб чизишга ўргатади.

2. Геометрик чизмадан берилган ва исбот қилиниши керак бўлган қисмларини ажратиб олишини, яъни ўқувчиларда чизмани тушуниб ўқиш кўникма ва малакаларини ҳосил қилади.

3. Қисқа вакт оралиғида назарий билимларни оғзаки ва ёзма мустаҳкамлашга ўргатади.

4. Теоремаларни мустакил ҳолда исботлаш имокнини беради.

5. Ўқувчиларнинг мантиқий тафаккури ва математик нутқини ривожлантиради.

6. Таълим жараёнида вақтни тежаш имконини беради.

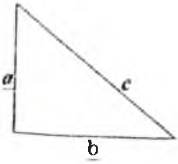
Шу билан бирга, бу усулда берилган теоремани исботлашга доир масалаларни ечишда камчиликлари ҳам учрайди, масалан, геометрик чизмани қандай қилиб чизиб олинганлиги ўқувчилар учун тушунарли бўлмаслиги, теорема исботланган бўлса, унинг алгебраик ифодасини ифодалаб қўйилмас каби камчиликлари ҳам мавжуд.

Теоремаларни бундай усулда исботлашга ўргатишда замонавий ахборот технологияларидан унумли фойдаланиш имконияти мавжуд, чунки бу усулда видеопроектор ва махсус дастурлар ёрдамида чизмада берилган элементларни алоҳида ранг ҳамда анимациялар билан, исбот қилиниши керак бўлган қисмни бошқа ранг билан тасвирлаш мумкин ёки ҳаракатли анимациялар ёрдамида тасвирлаш мумкин. Бунда ўқитувчи чизмани экранда тасвирлайди: тасвирда нималар берилган ва нималарни исбот қилиш лозим эканлигини ўқувчиларнинг ўзлари аниқлаб оладилар.

Мазкур усул билан ечиладиган теоремаларни келтирамиз:

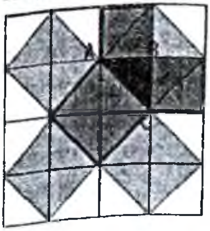
Мисолимизда геометрия фанининг машҳур теоремасини бу усул ёрдамида бир нечтасини қараймиз.

1. Пифагор теоремаси. ***Тўғри бурчакли учбурчак гипотенузасининг квадрати катетлари квадратларининг йиғиндисига тенг.***



$$c^2 = a^2 + b^2$$

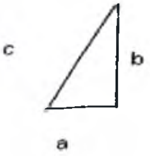
1-исбот. Учбурчак нафақат тўғри бурчакли, балки тенг ёнли ҳам бўлсин. "Қадимги математиклар" дастлаб айнан шундай тўғри бурчакли учбурчакни тенг ёнли эканлигига асос бор деб тахмин қилишган "Тўғри бурчакли учбурчак гипотенузасига қурилган квадрат унинг катетларига қурилаган квадратлар йиғиндисига тенгдош" тасдиғини қуйидаги чизма билан намоён этиш мумкин.



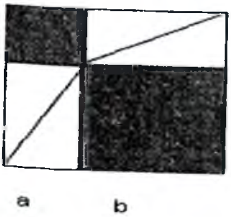
2.5.1-чизма.

Тўғри бурчакли ABC учбурчакка нигоҳ ташланг: Гипотенузага дастлабки ABC га тенг тўртта учбурчакдан иборат квадрат чизиш мумкин. Катетлар AB ва BCга ҳар бири иккитадан бир хил 2.5.1-чизма учбурчакдан иборат бўлган квадратлар ясалган.

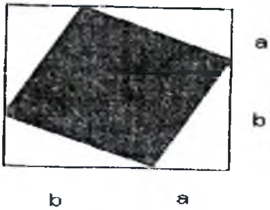
2-исбот (ҳинд математиги Бхаскара исботи). Бу усул алгебра ва геометрия ўзига бирлаштиради. Томонлари a, b ва cбўлган тўғри бурчакли учбурчак чизинг.



2.5.2-чизма.



2.5.3-чизма.



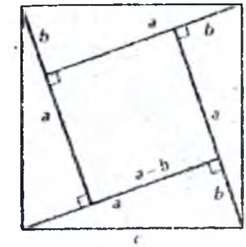
2.5.4-чизма.

Томонлари иккита катет йиғиндилари $a+b$ га тенг бўлган квадратлар ясаймиз. Ҳар бир квадратларда (2.5.3)-(2.5.4)-чизмалардагидек ясашлар бажарамиз. Биринчи квадратда 2.5.2-чизмадагидек 4 та шундай учбурчак ясаймиз.

Натижада: бири a томонли иккинчиси b томонли 2 та квадрат ҳосил қилинади (2.5.3-чизма). Иккинчи квадратдаги тўртта бир хил учбурчак томони гипотенузага тенг квадрат ҳосил бўлади. 2.5.3-чизмада ясалган квадрат юзлари йиғиндиси, 2.5.4-чизмада ясаганимиз, $a+b$ томонли квадрат юзига тенг. 2.5.3-чизмадаги квадрат юзларини формулага мувофиқ айириб олиб, буни осонгина текшириш мумкин. 2.5.4-чизмадаги ички чизилган квадрат юзини эса, квадрат ичига чизилган барчаси ўзаро тенг **тўғри бурчаклар** юзини $a+b$ томонли катта квадрат юзидан айириш орқали текшириш мумкин. $a^2+b^2=(a+b)^2-4\cdot\frac{1}{2}ab$ ҳосил қиламиз, қавсларни очиб ўхшаш ҳадларни ихчамлаб, $a^2+b^2=a^2+b^2$ эканини ҳосил қиламиз. Бу ҳолда 2.5.4- чизмадаги ички чизилган квадрат юзини анъанавий $S=c^2$ формула бўйича ҳисоблаш мумкин, $a^2+b^2=c^2$ биз пифагор теоремасини исботладик.

3-исбот. Шунга ўхшаш исбот XII асрда исботланган квадрат ичига чизмада тасвирланганидек, 4 та тўғри бурчакли учбурчак ясаймиз (2.5.5-чизма).

Катта квадрат томонини с билан белгилаймиз ва у гипотенуза ҳамдир. Учбурчак катетларини a ва b деб атаймиз. Чизмага мувофиқ ички квадрат томони $a-b$ тенг ва ташқи квадрат юзини ҳисоблаш учун $S=c^2$ квадрат юзи формуласидан фойдаланамиз ва бир вақтда тўртта тўғри бурчакли учбурчаклар 2.5.5-чизма юзларини ва ички квадрат юзини қўшиб, бу катталикни ҳисоблаймиз:

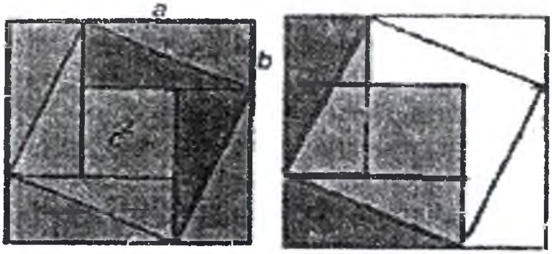


2.5.5-чизма.

$$S=c^2=(a-b)^2+4\cdot\frac{1}{2}ab$$

Ишонч ҳосил қилиш учун квадрат юзини ҳисоблашнинг иккала вариантини ҳам қўллаш мумкин: улар бир хил натижа беради. Юқоридаги тенгликни ҳисоблаб ечиш натижасида $c^2=a^2+b^2$ Пифагор теоремасини ҳосил қиламиз.

4-исбот. Бу антиқа хитойча исбот ҳамма ясашлари бажарилганидан ҳосил қилинадиган натижа стул шаклига ўхшашлигидан “Келинчак стули” номини олган.



2.5.6-чизма.

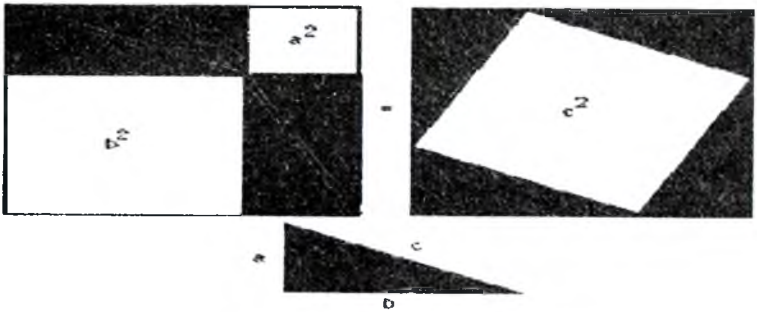
Бу 2-исботдаги 2.5.4-чизмадан фойдаланилади. Ички квадарт эса томонлари билан юқоридаги қадимги ҳинд исботида келтирилганидек ясалади.

Агар биринчи расмдаги чизмадан хаёлан 2 та яшил (2.5.6-чизмада яшил ранг билан белгиланган) тўғри бурчакли учбурчак кесиб олсак, уларни гипотенуза томонли квадрат қарама-қарши томонларига олиб ўтказсак ва гипотенузаларини кулранг (2.5.6-чизмада кулранг билан белгиланган) учбурчаклар гипотенузалари устига олиб бориб қўйсак, "Келинчак стули"номли шакл (2.5.6-чизма) ҳосил бўлади.

Сиз келинчак стули 2 та: кичиги b томонли ва каттаси c томонли квадрат ҳосил қилишига ишонч ҳосил қилинг. Бу расм(ясаш) қадимги хитой математиклари ва уларнинг изидан борган, бизларга $c^2 = a^2 + b^2$ деган хулосага йўл очиб берди.

5-исбот. Тенг тўлдирувчанлик орқли исботлаш:

Тўртта тенг тўғри тўртбурчакни 2.5.7-чизмада тасвирланганидек жойлаштирамиз.



2.5.7-чизма.

Иккита ўткир бурчаги йиғиндиси 90°, ёйиқ бурчаги эса 180° тенглиги боис, c томонли тўртбурчак квадрат бўлади. Ҳамма фигуралар юзи тенг, бир томондан $(a+b)$ томонли квадрат юзларига иккинчи томондан эса, тўртта тўғри бурчакли учбурчаклар ва ички квадратлар юзлари йиғиндисига тенг. 2.5.7-чизмага кўра,

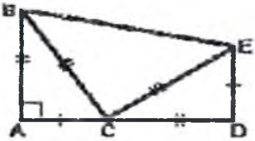
$$(a+b)^2 = 4\cdot\frac{ab}{2}+c^2$$

$$a^2+2ab+b^2 = 2ab+c^2,\ a^2+b^2 = c^2$$

шуни исботлаш талаб қилинган эди.

6- исбот. Бу усул “Гарфильд усули” деб аталади.

ABC тўғри бурчакли учбурчак ясанг. $BC^2 = AC^2 + AB^2$ эканлигини исботлашимиз керак. Бунинг учун AC катетни давом эттиринг ва AB катетга тенг бўлган CD кесма ясанг (2.5.8-чизма). AD га перпендикуляр ED кесма туширинг. AB=CD эканлигидан ED ва AC кесмалар тенг эканлигини кўрамиз . E ва B нуқталарни, E ва C нуқталарни туташтириб қуйидаги 2.5.8-чизмани чизмани ҳосил қиламиз.



2.5.8-чизма.

$ABED$ кўпбурчак юзини уни ташкил этган учта учбурчак юзини қўшиб юбориш орқали топиш мумкин. Шу билан бирга ECB учбурчак тенг ёнли тўғри бурчакли учбурчак эканлигини кўриш қийин эмас.

$$S_{ABED} = 2\cdot\frac{1}{2}\cdot(AB\cdot AC)+\frac{1}{2}BC^2 \qquad (2.5.1)$$

Бундан ташқари $ABED$ тўртбурчак тўғри бурчакли трапеция эканлигидан унинг юзини

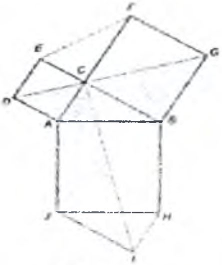
$$S_{ABED} = (DE+AB)\frac{1}{2}\cdot AD \qquad (2.5.2)$$

формула бўйича ҳисоблаймиз. (2.5.1) ва (2.5.2) ифодаларни тенглаштириб,

$$AB\cdot AC+\frac{1}{2}BC^2 = (DE+AB)\cdot\frac{1}{2}(AC+CD)$$ ва $AC = ED$, $AB = CD$ ва $BC = EC$ эканлигидан,

$AB\cdot AC+\frac{1}{2}BC^2 = \frac{1}{2}(AC+CD)^2$ ни ҳосил қиламиз ва бу тенгликни соддалаштириб, $AC^2+AB^2 = BC^2$ ни ҳосил қиламиз.

7-исбот. (Леонардо Да Винчи исботи).



2.5.9-чизма.

Исботнинг асосий элементлари – симметрия ва ҳаракатдир. 2.5.9-чизмага қарасак, симметриядан кўриниб турибдики, CI кесма ABC тўғри бурчакли учбурчакнинг AB гипотенузасига қурилган $ABHJ$ квадратни иккита бир хил қисмларга ажратади. Чунки ABC ва JHI учбурчаклар ясалишига кўра тенгдир. Соат стрелкасига қарши 90^0 га буришдан фойдаланиб, $CAJI$ ва $GDAB$ фигураларнинг тенглигини кўрсатиш мумкин, кўриниб турибдики, S_{ADGB} юзаси ABC учбурчакнинг катетларидан қурилган квадратлар юзлари ярми билан берилган ABC учбурчак юзалари йиғиндисига тенг, яъни

$$S_{ADGB} = S_{ACD} + S_{BCG} + S_{ABC}$$

Тенглик ўринли эканлиги кўриниб турибди. Иккинчи томондан, гипотенузага қурилган $ABHJ$ квадрат юзи ярми ва ABC тўғри бурчакли учбурчак юзаларининг йиғиндисига тенглиги ҳам чизмадан яққол намоён бўлмоқда.

$$S_{ADGB} = \frac{1}{2} S_{ABHJ} + S_{ABC} \quad (2.5.4)$$

$$\frac{1}{2} S_{ABHJ} + S_{ABC} = S_{ACD} + S_{BCG} + S_{ABC}$$

$$\frac{1}{2} S_{ABHJ} = S_{ACD} + S_{BCG}$$

$$S_{ABHJ} = AB^2, \quad S_{ACD} = \frac{1}{2} AC^2, \quad S_{BCG} = \frac{1}{2} BC^2$$

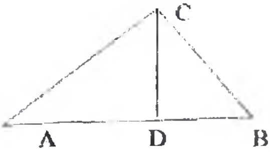
Бу тенгликлар $\frac{1}{2} S_{ABHJ} = S_{ACD} + S_{BCG}$ га биноан,

$$\frac{1}{2} AB^2 = \frac{1}{2} AC^2 + \frac{1}{2} BC^2$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

Эканлиги келиб чиқади. Теорема исботланди.

8-исбот. ABC берилган тўғри бурчакли учбурчак бўлиб, унда C бурчаги тўғри бурчак бўлсин. Тўғрибурчакнинг C учидан CD баландлик ўтказамиз (2.5.10-чизма). Бурчак косинусининг таърифига кўра $\cos A = \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB}$ эканлигидан $AB \cdot AD = AC^2$.

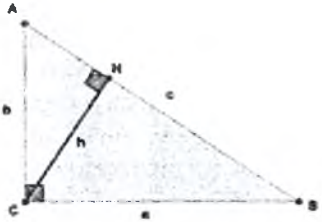


2.5.10-чизма

Шунга ўхшаш $\cos B = \frac{BD}{BC} = \frac{BC}{AB}$ эканлигидан $AB \cdot BD = BC^2$ тенгликни ҳосил киламиз. Ҳосил бўлган тенгликларни хадма хад кўшиб, 2.5.10-чизмадан $AD + DB = AB$ эканлигини ҳисобга олиб

$AC^2 + BC^2 = AB(AD + DB) = AB^2$ тенгликни ҳосил қиламиз. Теорема исботланди.

9-исбот. ABC учбурчакнинг C бурчаги тўғри бўлган тўғри бурчакли учбурчак бўлсин. (2.5.11-чизма).



2.5.11-чизма.

C учидан AB томонга h баландлик ўтказамиз, баландлик асосини H билан белгилаймиз. ACH ва CBH тўғри бурчакли учбурчаклар ABC учбурчакка икки бурчаги бўйича ($\angle ACB = \angle CHA = \angle CHB = 90^0$, $\angle A$ умумий ва $\angle A = \angle HCB$ эканлигидан) ўхшаш.

$BC = a, AC = b, AB = c$ белгилашлар киритиб, учбурчаклар ўхшашлиги ҳақидаги теоремага кўра $\frac{a}{c} = \frac{HB}{a}$, $\frac{b}{c} = \frac{AH}{b}$ ўринли эканлиги кўриниб турибди. Бундан эса, $a^2 = c \cdot HB$, $b^2 = c \cdot AH$ тенгликларни ҳосил қиламиз. Ҳосил қилинган тенгликларни ҳадма ҳад қўшиб,

$$a^2 + b^2 = c\ HB + c \cdot AH$$

$$a^2 + b^2 = c \cdot (HB + AH)$$

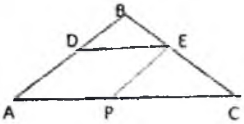
$$a^2 + b^2 = cAB$$

$a^2 + b^2 = c^2$ ни ҳосил қиламиз. Шуни исботлаш талаб қилинган эди. Теорема исботланди.

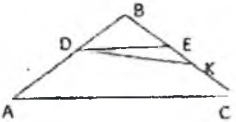
Албатта, бу исботлар рўйхати ҳам тўлиқ эмас. Пифагор теоремасини векторлар, комплекс сонлар, дифференциал тенгламалар, стреометрия ва шунга ўхшаш усуллар ёрдамида исбот қилиш мумкин. Ҳатто физиклар, масалан, агар шунга ўхшаш келтирилган чизмалардаги квадрат ва учбурчак ҳажмлари суюқлигини тўкиб юборади. Суюқликни бошқа идишга тўкиб, юзаларнинг тенглиги якунда эса теореманинг ўзини исботлаш мумкин.

2. Учбурчакнинг икки томони ўрталарини туташтирувчи кесма учбурчакнинг учинчи томонига параллел ва унинг ярмига тенг.

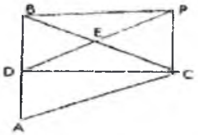
Берилган: ΔABC да DE – ўрта чизиқ, яъни $AD = DB$, $BE = EC$ (2.5.12-чизма).



2.5.12-чизма.



2.5.13-чизма.



2.5.14-чизма.

1-исбот. Бунинг учун AB томоннинг ўртаси бўлган D нуқтадан AC га параллел тўғри чизиқ ўтказилади, деб тасаввур қилайлик. У ҳолда «Учбурчак бир томонининг ўртасидан унинг иккинчи томонига параллел қилиб ўтказилган тўғри чизиқ учбурчакнинг учинчи томонини тенг иккига бўлади» деган натижага кўра бу тўғри чизиқ DE билан устма-уст тушади. Шунга ўхшаш EP ни AB га параллел қилиб ўтказсак, AP=PC бўлади. Бундан ташқари, ADEP параллел эканлигидан AP=DE эканлиги келиб чиқади. Демак, $DE = \frac{1}{2}AC$

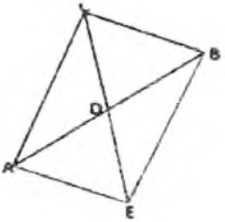
2-исбот.Фараз қилайлик, DE тўғри чизиқ AC га параллел бўлсин. DK тўғри чизиқ AC га параллел бўлмасин (2.5.13-чизма). У ҳолда «Учбурчак бир томонининг ўртасидан унинг иккинчи томонига параллел қилиб ўтказилган тўғри чизик учбурчакнинг учинчи томонини тенг иккига бўлади» деган натижага кўра $BK = KC$ бўлади. Лекин шартимизга кўра, $BE = EC$. Шундай қилиб, BC кесманинг ўртаси иккита E ва K нуқталарда бўлади. Бундай нотўғри хулосага келишимизнинг сабаби, DE тўғри чизик AC га параллел бўлмасин, деб нотўғри ўйлаганимиздир. Бундан кўринадики, DE тўғри чизиқ AC га параллел, яъни DE ва DK тўғри чизиклар устма-уст тушади. Исботнинг давоми 1-исботдагидек давом этади.

3-исбот. DE томонни $EP = DE$ қадар давом эттириб P нуқтани B ва C нуқталар билан, C нуқтани D нуқта билан бирлаштирамиз (2.5.14-чизма). У ҳолда шартга кўра $BE = EC$ ва ясашга кўра, $EP = DE$ бўлгани учун CDBP тўртбурчак параллелограмм бўлади. Бундан $DP = PC$, аммо $DB = AD$.У ҳолда $AD = PC$ ва AD ва PC лар параллел эканлиги ва бу хулосалардан ADPC тўртбурчак параллелограмм бўлади. Бундан эса қуйидаги натижалар келиб чиқади:

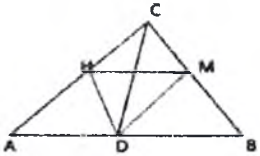
DP ва AC лар ёки DE ва AC параллел,;

$DP = AC$ ёки $DE = \frac{1}{2}AC$.

3. Тўғри бурчакли учбурчакда гипотенузага туширилган медиана гипотенузанинг ярмига тенг.



2.5.15-чизма.



2.5.16-чизма.

Берилган: $\triangle ABC$ да $\angle C = 90^0$, AB-гипотенуза, CD- медиана (2.5.16-чизма).

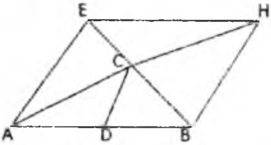
Исбот қилиш керак: $CD = \frac{1}{2}AB$.

1-исбот. CD чизиқни давом эттириб, унинг давомидан DE=CD кесма ажратамиз ва E нуқтани A ва B нуқталар билан туташтирамиз.У ҳолда, шартга кўра, AD=DB ва ясашга кўра CD=DE бўлгани учун ACBE тўртбурчак параллелограмм бўлади. Лекин $\angle C = 90^0$ бўлгани учун ACBE параллелограмм тўғри тўртбурчак бўлади. Бундан, CE=AB ёки $CD = \frac{1}{2}AB$ келиб чиқади.

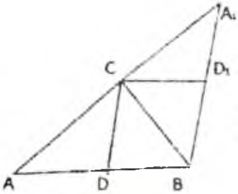
2-исбот. (2.5.16-чизма)дагидек DM ва AC, DH ва BC ларни параллел қилиб ўтказамиз. У ҳолда DHCM тўртбурчак параллелограмм бўлади. Шартга кўра $\angle C = 90^{0}$ эканлигидан, DHCM параллелограмм тўғри тўртбурчак бўлади. Бундан, CD=HM тенглик келиб чиқади. Лекин ΔABC да HM ўрта чизиқ бўлгани учун $HM = \frac{1}{2}AB$ ва бундан $CD = \frac{1}{2}AB$ эканлиги келиб чиқади.

3-исбот. DM га параллел қилиб AC чизиқ ўтказамиз (2.5.16-чизма). У ҳолда «Учбурчак бир томонининг ўртасидан унинг иккинчи томонига параллел қилиб ўтказилган тўғри чизиқ учбурчакнинг учинчи томонини тенг иккига бўлади» деган натижага кўра CM=BM тенгликка эга бўламиз. Лекин шартга кўра, AC ва BC чизиқлар перпендикуляр бўлганлигидан, DM ва BC чизиқлар ҳам перпендикуляр бўлади. CM=BM, AC ва BC лар перпендикуляр эканлигидан ΔBCD тенг ёнли, яъни CD=DB. Учбурчак медианасининг таърифига кўра: AD=DB ёки $DB = \frac{1}{2}AB$ келиб чиқади. CD=DB ва $DB = \frac{1}{2}AB$ эканлигидан $CD = \frac{1}{2}AB$

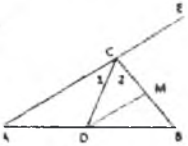
4. Учбурчакнинг медианаси ўзи тушган томоннинг ярмига тенг бўлса, у ҳолда бундай учбурчак тўғри бурчакли бўлади.



2.5.17-чизма.



2.5.18-чизма.



2.5.19-чизма.

Берилган: ΔABC , CD – медиана, $CD = \frac{1}{2}AB$.

Исбот қилиш керак: ΔABC – тўғри бурчакли.

1-исбот. AC ва BC томонларни давом эттириб, BH ва CD, AE ва CD тўғри чизиқларни параллел қилиб ўтказамиз. E нукта билан H нуктани туташтирамиз (2.5.17-чизма). ΔAEB ва ΔBHA ларда CD ўрта чизиқ бўлгани учун $CD = \frac{1}{2}AE$ лекин шартга кўра,

$CD = \frac{1}{2}AB$ бу тенгликлардан AEHB тўртбурчак ромб бўлади. Ромбнинг диагоналлари ўзаро перпендикуляр бўлгани учун $\angle C = 90^0$ эканлиги ва шу сабабли ΔABC – тўғри бурчакли.

2-исбот. ABC учбурчакни BC томони атрофида 180^0 га буриб уни A_1BC чизмани ҳосил қиламиз (2.5.18-чизма). У ҳолда, $\angle ACD + \angle DCB + \angle BCD_1 + \angle D_1CA = 180^0$ бундан $\angle A = \angle ACD, \angle B = \angle DCB, \angle BCD_1 + \angle D_1CA = \angle ACB$ бўлгани учун, $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180^0$ Шунга кўра A,C ва A_1 нуқталар бир тўғри чизиқда ётади. Демак, $\angle C = 90^0$ ва ΔABC - тўғри бурчакли.

3-исбот. AC тўғри чизиқни давом эттириб, BA_1 га параллел қилиб CD ни ўтказамиз (2.5.18-чизма). У ҳолда ΔABA_1 да CD ўрта чизиқ бўлгани учун $CD = \frac{1}{2}AB_1$ Аммо шартга кўра $CD = \frac{1}{2}AB$ бу тенгликлардан $AB=A_1B$. Шунга кўра ΔABA_1 тенг ёнли. У ҳолда тенг ёнли ΔABA_1 да BC медиана бўлиши билан бирга баландлик ҳам бўла олади, яъни BC тўғри чизиқ AA_1 га перпендикуляр экан. Бундан эса демак, $\angle C = 90^0$ ва ΔABC – тўғри бурчакли эканлиги келиб чиқади.

4-исбот. B нуқтадан CD га параллел чизиқ ўтказиб, унинг AC нинг давоми билан кесишган нуқтаси билан кесишган нуқтасини A_1 билан белгилаймиз (2.5.18-чизма). У ҳолда CD ва BA_1 ва AD=DB бўлгани учун $CD = \frac{1}{2}A_1B$ яъни $AC=CA_1$. Бундан ташқари, $AB=BA_1$ эканини эътиборга олсак, BC ва AA_1 лар ўзаро перпендикуляр ёки $\angle C = 90^0$ эканлиги келиб чиқади.

5-исбот. AC томоннинг давомида $CA_1=AC$ кесма ажратамиз ва A_1 нукта билан B нуктани бирлаштирамиз (2.5.18-чизма). У ҳолда ΔABA_1 ва CD ўрта чизиқ бўлгани учун, $CD = \frac{1}{2}AB$ бу тенгликлардан $AB=A_1B$. Шунга кўра ΔABA_1 тенг ёнли. У ҳолда тенг ёнли ΔABA_1 да BC медиана бўлиши билан бирга баландлик ҳам бўла олади, яъни BC ва AA_1 лар перпендикуляр бўлади. Бундан $\angle C = 90^0$ ва ΔABC – тўғри бурчакли.

6-исбот. ΔABC да (2.5.19-чизма). $\angle A+\angle B+\angle C=180^0$ ёки $\angle A+\angle B+\angle 1+\angle 2=180^0$. Бунда $\angle A=\angle 1$, $\angle B=\angle 2$ бўлгани учун $2\cdot(\angle 1+\angle 2)=180^0$ ёки $\angle C=90^0$ бунга кўра ΔABC тўғри бурчакли бўлади.

7-исбот. ΔADC да (2.5.19-чизма) учбурчак ташқи бурчагининг хоссасига кўра $\angle BDC=\angle A+\angle 1$ эканлигидан, $\angle ADC=\angle B+\angle 2$ келиб чиқади.

$\angle A=\angle 1$, $\angle B=\angle 2$ эканлигини эътиборга олиб, $\angle BDC=\angle A+\angle 1$ ва $\angle ADC=\angle B+\angle 2$ тенгликларни ҳадлаб қўшсак, $2\cdot(\angle 1+\angle 2)=180^0$ бундан ёйиқ бурчакнинг хоссасига кўра $2\cdot(\angle 1+\angle 2)=180^0$ ёки $(\angle 1+\angle 2)=90^0$ ва $\angle C=90^0$. Шу сабабли ΔABC тўғри бурчакли бўлади.

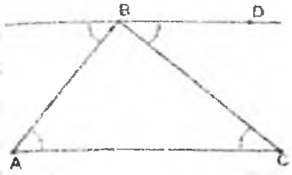
8-исбот. ΔABC да (2.5.19-чизма) учбурчак ташқи бурчагининг хоссасига кўра $\angle BCE=\angle A+\angle B$, бундан $\angle A=\angle 1$, $\angle B=\angle 2$ эканлигини эътиборга олсак, $\angle BCE=\angle 1+\angle 2$. Лекин қўшни бурчаклар хоссасига кўра

$\angle BCE+\angle 1+\angle 2=180^0$. У ҳолда бу тенгликдан $\angle BCE=\angle 1+\angle 2=90^0$ ёки $\angle C=90^0$. Шу сабабли ΔABC тўғри бурчакли бўлади.

9-исбот. (2.5.19-чизма)га кўра DM ва AC ни параллел қилиб ўтказамиз. У ҳолда «Учбурчак бир томонининг ўртасидан унинг иккинчи томонига параллел қилиб ўтказилган тўғри чизиқ учбурчакнинг учинчи томонини тенг иккига бўлади» деган натижага кўра CM=MB эканлиги маълум бўлади. Лекин тенг ёнли ΔBDC да DM медиана. Шу сабабли DM чизиқ BC га перпендикуляр ёки $\Delta DMB=90^0$. AC ва DM лар параллел ва BC кесувчи бўлгани учун $\Delta DMB=\angle C=90^0$ ёки $\angle C=90^0$. Шу сабабли ΔABC тўғри бурчакли бўлади.

Теорема. Учбурчак ички бурчакларининг йиғиндиси 180^0га тенг.

Учбурчак ички бурчаклари йиғиндиси ҳақидаги теорема – Евклид геометриясининг классик теоремасидир. Евклид текислигида учбурчак бурчаклари йиғиндиси 180^0 эканлигини даъво қиладилар.

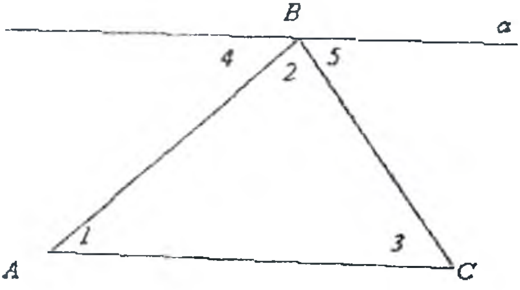


2.5.20-чизма.

1-исбот. ABC ихтиёрий учбурчак бўлсин, B учидан AC томонга параллел тўғри чизиқ ўтказамиз (2.5.20-чизма). (бундай тўғри чизиқ Евклид тўғри чизиғи дейилади). Унда D нуқтани шундай танлаймизки, A ва D нукталар BC тўғри чизиқдан турли томонларда ётсин. DBC ва ACB бурчаклар BC кесувчи AC ва BD параллел тўғри чизиқлар билан ҳосил қилган ички алмашинувчи бурчаклар сифатида тенгдир. Шунинг учун B ва C учларидаги учбурчак бурчаклари йиғиндиси ABD бурчакка тенг. Учбурчак барча учта бурчаклари йиғиндиси ABD ва BAC бурчаклар йиғиндисига тенг. Бу бурчаклар, AB кесувчи , AC ва BD параллел тўғри чизиқлар учун ички бир томонли бурчаклар эканидан, уларнинг йиғиндиси 180^0 га тенг.

2-исбот(Атанасян Л.С). Ихтиёрий ΔABC учбурчакни қараймиз ва $\angle A+\angle B+\angle C=180^0$ эканини исботлаймиз. B учидан AC томонга параллел a тўғри чизиқни ўтказамиз (2.5.21-чизма). $\angle 1$ ва $\angle 4$ бурчаклар a ва AC параллел тўғри чизиқларни AB кесувчи билан кесишишидан ҳосил бўлган ички алмашинувчи бурчаклар ҳисобланади, $\angle 3$ ва $\angle 5$ лар эса ўша параллел тўғри чизиқларни BC кесувчи билан кесишдан ҳосил бўлган ички алмашинувчи бурчаклар ҳисобланади. Шунинг учун $\angle 4$ бурчак $\angle 1$ бурчакка, $\angle 5$ бурчак $\angle 3$ бурчакка тенгдир. Кўриниб турибдики, $\angle 4$, $\angle 2$ ва $\angle 5$ бурчаклар йиғиндиси B учли ёйиқ бурчакка тенг, яъни бурчак

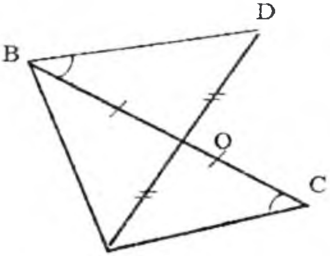
$$\angle 4+\angle 2+\angle 5=180^0.$$



2.5.21-чизма.

Бундан олдинги тенгликларни ҳисобга олиб, бурчак $\angle 4+\angle 2+\angle 3=180^0$ ёки $\angle A+\angle B+\angle C=180^0$ ни ҳосил қиламиз. Теорема исботланди.

3-исбот(Погорелов А.В.)



2.5.22-чизма.

АВС учбурчак берилган бўлсин. (2.5.22-чизма) ВС томоннинг ўртасини О билан белгилаймиз. АО кесма давомига ОА кесмага тенг OD кесмани чизамиз. BOD ва СОА бурчаклар тенг, чунки уларнинг О учидаги бурчаклари вертикал бурчаклар сифатида тенг, ясашга кўра 2.5.22-чизма эса ОВ=ОС, OA=OD. Учбурчакларнинг тенглигининг аломатига кўра DBO бурчак АСО бурчакка тенглиги келиб чиқади. АС ва BD тўғри чизиқлар ва ВС кесувчи учун DBO ва АСО бурчаклар ички алмашинувчи бурчаклардир. Ҳақиқатан ҳам, А ва D нуқталар ВС тўғри чизиққа нисбатан турли ярим текисликларда ётади, чунки AD кесма ВС тўғри чизиқни О нуқтада кесиб ўтади. Ички алмашинувчи DBO ва АСО бурчаклар тенглигидан АС ва BD тўғри чизиқлар деган натижа келиб чиқади. АС ва BD тўғри чизиқлар ва АВ кесувчи учун DBA ва CAB бурчаклар ички бир томонли бурчаклардир. Ҳақиқатан ҳам, С ва D нукталар АВ тўғри чизиққа нисбатан битта ярим текисликда, яъни О нуқта ётган ярим текисликда ётади. АС ва BD тўғри чизиқлар параллел бўлганлиги учун ички бир томонли DBA ва CAB бурчакларнинг йиғиндиси **180^0** га тенг.

DBA ва DBC ҳамда АВС бурчакларнинг йиғиндисига тенг, чунки ВС нур охирлари ABD бурчак томонларида ётган AD кесмани кесиб ўтади ва DBC бурчак АСВ бурчакка тенг. Демак, АВС учбурчак бурчакларининг йиғиндиси, яъни $\angle BCA+\angle ABC+\angle CAB$ йиғинди АС ва BD тўғри чизиқлар билан АВ кесувчи ҳосил килган ички бир томонли бурчакларнинг йиғиндисига, яъни 180^0 га тенг.

Геометрик теоремаларни тайёр чизмалардан фойдаланиб исботлаш усулида ўқувчиларга ёзма ишларни ёки мустақил топшириқларни беришда берилган чизмалар замонавий ахборот технологиялари воситалари (видеопроектор) ёрдамида катталаштирилиб кўрсатиб қўйилади.

2.6. Геометрик исботлашда муаммоли ўқитиш методидан фойдаланиш

Жамият тараққиётининг ҳар бир даври учун таълим назарияси ривожининг маълум бир мазмуни мос келади. Бошқача қилиб айтганда, жамият тараққиётининг ҳар бир босқичига мос равишда ўқитиш дастурларининг мазмуни, тарбия принциплари, ўқув-тарбия жараёнини ташкил қилишнинг форма ва методлари ҳамда таълим муддатлари мос келади. Педагогика курсидан маълумки, таълим методини аниқлаштириш жараёни ўқувчи билан ўқитувчининг ўзаро муносабатлари принципидан келиб чиқади, бунда ўқитувчи ўқувчиларга билимларни баён қилиши, ана шу билимларга эришишдаги ўқувчиларнинг шахсий фаолиятларини уюштириши ҳамда тушунтириладиган мавзу материалини ўқитувчининг ўзи қандай баён қилиш нуқтаи назаридан ёндашилади.

Оғзаки кўрсатмалик таълим жараёнида ўқувчилар ўқитувчининг тушунтириши орқали билимларни онгли равишда ўзлаштирадилар ҳамда уларни амалда қўллаш малакалари ҳосил бўлади.

Аста-секин умумтаълим мактабларининг мазмуни тубдан ўзгартирилди, яъни таълимни мактабнинг мақсад ва вазифаларига мос келадиган янги, анча такомиллашган изоҳли-иллюстратив методи вужудга келтирилди. Изоҳли-иллюстратив таълимда ўрганилаётган объект моҳияти изоҳланади, ҳаётий фактлар билан боғланади ҳамда ўқитувчининг ана шу ўрганилаётган объектга нисбатан кўрсатадиган мисол ва хилма-хил кўргазмали қуроллари орқали тасдиқловчи хулосаси билан якунланади.

Изоҳли-иллюстратив таълимда ўқитувчи фактларни ўзи баён қилиб беради, ўзи уларни таҳлил қилади ва янги тушунчаларнинг моҳиятини тушунтиради, яъни теорема, қоида ва қонунларни ўзи таърифлайди.

Изоҳли-иллюстратив таълим методи умумтаълимий мактабларимизда қўлланиш даражасига нисбатан анъанага айланди ва ҳозирда ҳам қўлланилмоқда. Ҳозирги замон илмий-техника революцияси даврида изоҳли-иллюстратив таълим методи ўқувчиларнинг фикрлаш қобилиятини етарли даражада ривожлантира олмайди, уларни ўрганилаётган мавзу материалини пухта билишларига бўлган эҳтиёжларини қаноатлантира олмайди ҳамда фанга бўлган қизиқишларини юқори даражада шакллантира олмайди. Шунинг учун хам 1960 йилнинг бошларидан бошлаб, мактабларимизда таълим жараёнини жадаллаштириш ғояси кенг тарқалиб, таълимнинг янги методи – *муаммоли таълим методи* вужудга кела бошлади.

Таълим методларининг турини аниқлаш ўқув жараёнини ташкил қилиш принципларини ўзигагина эмас, балки ақлий фаолият характерига ҳам боғлиқдир, бу эса ўз навбатида фикрлашнинг репродуктив ва продуктив турларини ўзаро қўшиб олиб бориш билан белгиланади. Изоҳли-иллюстратив таълим жараёнида барча билимлар, кўникмалар ва малакалар ўзлаштиришнинг репродуктив методи асосида амалга оширилади, яъни ўқувчилар фаннинг тайёр натижаларини, тайёр фаолият усулларини ўзлаштирадилар, бу эса уларда хотира ва репродуктив фикрлаш малакаларини шакллантиради. Фақатгина продуктив ижодий фикрлаш малакалари ўрганилган назарий мавзу материалига боғлиқ бўлган масала ёки мисолларни ечиш давомида эгалланади, холос. Бироқ репродуктив фикрлаш натижасида тўпланган маълум ҳажмдаги билим ва малакалар ўқувчиларнинг мустақил билиш ва ижодий қобилиятларини ривожлантириш учун етарли бўлмайди. Шунинг учун ҳам таълимни жадаллаштириш ғоясини турли йўналишлари турли олимлар (М.А.Банков, М.А.Данилов, М.Махмутов, Ю.К.Бабанский ва бошқалар) томонидан эксперимент қилиниб кўрилди ва назарий жиҳатидан исботланди.

Ўтказилган эксперимент ва кузатишлар натижасида таълим жараёнида ўқувчиларнинг билиш фаолиятларини жадаллаштириш ҳамда уларнинг интеллектуал имкониятларидан юқори даражада фойдаланиш умумий қонуниятлари ишлаб чиқилди. Бу қонуниятлар қуйидагилардан иборат:

1. Ўрганилаётган мавзу материаллари юзасидан муаммоли саволлар системасини тузиш.

2. Тузилган муаммоли саволлар системаси асосида суҳбат методи орқали тушунтириладиган мавзу материалини ўргатиш ва унинг туб моҳиятини очиб бериш.

3. Муаммоли саволлар асосида изланиш характеридаги ўқув вазифаларини қўйиш.

Юқоридаги босқичлар асосида ўқув материали тушунтирилганда ўқувчилар ўзлари дарров тушуниб етмайдиган факт ва тушунчаларга дуч келадилар, натижада ўрганилаётган мавзу материали билан ўқувчилар орасида муаммоли вазият ҳосил бўлади.

Таъриф. *Ўрганилаётган объект (билишга доир назарий материал ёки масала) билан ўрганувчи субъект (ўқувчи) орасидаги ўзаро ҳаракатларнинг ўзига хос бўлган турига муаммоли вазият дейилади.*

Муаммоли вазият – бу ўқувчиларни ўрганилаётган мавзу материалидаги факт ва тушунчаларнинг қандай ҳосил бўлишини билмасликдан хам ана шу мавзу материалининг туб моҳиятини олиб берувчи математик тушунча, аксиома ва теоремаларни ўрганилаётган мавзу материалига татбиқ эта олмаслик пайтида вужудга келадиган интеллектуал қийналишдир.

Муаммоли вазиятнинг роли ва аҳамиятини аниқлаш ўқувчиларнинг тез фикрлаш фаолиятини психологик, педагогик қонуниятларини ҳисобга олиш асосида ўқув жараёнини қайта қуриш муаммоли таълимнинг асосий ғоясини белгилаб беради. Муаммоли таълимда билимнинг деярли катта қисми ўқувчиларга тайёр ҳолда берилмайди, балки ўқувчилар томонидан муаммоли вазиятларни мустақил ҳал қила билиш фаолияти жараёнида эгаллаб олинади.

Таъриф. *Муаммоли вазиятларни ҳал қилиш асосида ҳосил қилинган дарс жараёни муаммоли таълим дейилади.*

Юқоридаги мулоҳазалардан муаммоли таълим назарияси ўкувчи интеллектуал имкониятларини очиб берувчи ривожлантирувчи характердаги таълимни ташкил килишнинг психологик, педагогик йўллари ва усулларини тушунтирадиган таълим жараёни эканлиги кўринади.

Муаммоли таълимда ўқитувчи фаолияти шундан иборатки, у зарур ҳолларда энг мураккаб тушунчалар мазмунини тушунтира бориб ўрганилаётган мавзу материали билан ўқувчилар орасида мунтазам равишда муаммоли вазиятларни вужудга келтиради, ўқувчиларни фактлардан хабардор қилади, натижада ўқувчилар бу фактларни анализ қилиш асосида мустақил равишда хулоса чиқарадилар ва умумлаштирадилар, тушунча, қоида ва теоремаларни ўқитувчи ёрдамида аниқлаб ифода қилиниши ёки маълум билимларни янги вазиятларда қўлланишини ўрганадилар, натижада ўқувчиларда ақлий операция ва билимларни амалиётда қўлланиш малакалари шаклланади.

Геометрия курсида ўрганиладиган назарий материаллари масала ва мисолларни уларнинг мазмунига кўра муаммоли ва муаммоли бўлмаган турларга ажратиш мумкин.

Агар ўрганилаётган мавзу материалидаги масала ва мисолларни ечиш жараёни ўқувчилар учун янги геометрик тушунча, факт ва қоидаларни ўз ичига олган бўлиб, аввалги усул билан ечиш мумкин бўлмаса-ю, ечишнинг янги усуллари талаб этилса, у ҳолда бундай масала ёки мисол мазмунан муаммолидир, аксинча, шундай масала ёки мисоллар ўқитувчи томонидан ўқувчиларга ечиш учун берилиши мумкинки, бундай масала ва мисоллар ўқувчилар учун муаммоли бўлмай қолади, чунки улар масала ва мисол ечилишининг янги усулларини мустақил изланмасдан, ўқитувчининг тушунтиришига қараб ўзлаштириб оладилар, берилган масала ёки мисол фақатгина коэффициентлари билан эввалгиларидан фарқ қиладиган даражада бўлади.

Масала: Берилган: $\angle 1 = \angle 2$

Исбот қилиш керак: $AB /\!/ CD$.

Бу масалани исбот қилишда қуйидаги жадвални тўлдириш оркали эришилади.

№	**Ўқитувчи саволи**	**Ўқувчи жавоби**
1	Бир тўғри чизиққа перпендикуляр бўлган икки тўғри чизиқ ҳақидаги теоремани эсланг. АВ ва CD тўғри чизиқларнинг параллеллигини исботлаш учун бу теоремадан кандай фойдаланиш лозимлигини айтинг. АВ ва CD тўғри чизиқларнинг параллеллигини исботлаш учун нима қилиш керак?	АВ ва CD тўғри чизиқларнинг ҳар бири бир тўғри чизиққа перпендикуляр эканлигини исботлаш керак. Бунинг учун зарур бўлган тўғри чизиқ ўтказамиз, НК кесмани О нуқта ёрдамида тенг иккига бўламиз. О нуқтадан АВ тўғри чизиққа ОМ перпендикулярни туширамиз ва уни CD тўғри чизиқ билан M_1 нуқтада кесишгунча давом эттирамиз. Ясашга кўра $AB \perp MM_1$ $\angle = 90^0$
2	Ундан сўнг яна нимани исботлаш керак?	CD ва MM_1 лар перпендикуляр эканлигини исбот қилиш керак.
3	Бунинг учун нима қилиш керак?	Бунинг учун $\Delta MOH = \Delta KOM_1$ эканлигини исбот қилиш керак.
4	Бу учбурчакларнинг тенглигидан қандай хулоса қилиш мумкин?	Агар бу учбурчакларни тенглигини исботласак.

		AB//CD эканлиги келиб чиқади.
5	Хулоса нима?	Хулоса қўйилган масала исботланди.

Масала: Бурчак биссектрисасига перпендикуляр бўлган тўғри чизиқ бурчакнинг томонларидан тенг кесмалар ажратади.

№	**Ўкитувчи саволи**	**Ўкувчи жавоби**
1	Масалада нима берилган?	$\angle$ABC да BD-биссектриса, $BD \perp EF$
2	Масалада нимани исбот килиш талаб килинаяпти?	BE=EF эканлигини исбот килиш керак.
3	BE ва EF қандай кесмалар?	Бу кесмалар BDE ва BDF учбурчакнинг ён томонлари
4	Қандай ҳолларда BE ва EF кесмалар тенг бўлади?	Агар биз $\Delta BDE = \Delta BDF$ эканлигини исбот килсак, у холда BE=BF бўлади, чунки тенг учбурчакларнинг мос элементлари тенг бўлади.
5	$\Delta BDE = \Delta BDF$ эканлигини ким исбот килади? (Агар бу тенгликни ўкувчилардан хеч ким исботлай олмаса, у ҳолда ўкитувчи ўкувчиларга куйидаги саволни беради) Масалани шартида нималар берилган?.	Масалани шартида $< ABD = \angle \mathrm{CBD}$ ва $BD \perp EF$ Демак, $< \mathbf{BDE} = \angle \mathbf{BDF} = 90^0$ эканлиги берилган. Булардан кўринадики, BDE ва BDF учбурчаклар тўғри бўлади.
6	Бу тўғри бурчакли учбурчакнинг кайси элементлари тенг?	Тўғри бурчакли BDE ва BDF учбурчакларда BD катет умумий . Масаланинг шартига кўра, BD биссектриса бўлгани учун $< EBD = \angle F\mathrm{BD}$
7	Тўғри бурчакли BDE ва BDF учбурчаклар ҳакида кандай хулоса қилиш мумкин?	Бу учбурчакнинг катети ва унга

Геометрияда муаммоли таълимни қуйидаги “тушириб қолдирилган жумлаларни топиш” орқали ҳам амалга ошириш мумкин.

Қуйидаги геометрия курси бўйича ўқувчиларнинг тушунчаларни ўзлаштиришга қаратилган машқларни баён қиламиз.

Айлана тушунчасини ўзлаштириш учун қуйидаги нуқталар ўрнига керакли таянч тушунчаларни мосини жойлаштириш керак бўлади.

Айлананинг ҳамма нуқталари ......дан баравар узоқликда жойлашади......айлана билан чегараланган қисми доира дейилади. Айлананинг бирор нуқтасини ......бирлаштирувчи тўғри чизиқ ....дейилади. Унинг икки нуқтасини бирлаштирувчи тўғри чизиқ кесмаси унинг ватари дейилади.

Бу машқни бажариш орқали ўқувчилар айлана мавзусидаги айлана маркази, доира, радиус ва ватар тушунчаларини ўрганади.

Масала. Қуйидаги тушунчалар орасига ***айрим*** *ва* ***исталган*** *сўзларини жойлаштиринг.*

......тўғри бурчакли учбурчаклар тенг ёнли учбурчаклардир ёки ......тенг ёнли учбурчаклар тўғри бурчакли учбурчаклардир.

......тенг томонли учбурчаклар тенг бурчакли учбурчаклардир ёки ..... тенг бурчакли учбурчаклар тенг томонлидир. ......тўғри тўртбурчаклар квадратдир ёки .... квадратлар тўғри тўртбурчаклардир.

Муаммоли таълимни амалга ошириш учун ўқувчиларни мустақил ишлашга ўргатиш муҳим саналади.

Масала. Параллелограммнинг ичида ётган ихтиёрий нуқта унинг ҳамма учлари билан бирлаштирилса, қарама-қарши ётган учбурчаклар юзаларининг йиғиндиси тенг бўлишини исбот қилинг.

Кўрсатма. Қаралаётган учбурчаклар баландликларининг йиғиндиси параллелограммнинг баландлигига тенг бўлиши асос бўлади.

Масала. Учбурчакнинг медианаси уни иккита тенгдош учбурчакка ажратишини исбот қилинг.

Кўрсатма. Учбурчакнинг медиана тушган томонига баландлик туширинг.

Масала. O нуқта тенг томонли ABC учбурчакнинг ичида ётсин. Агар A_2, B_2, C_2 *нуқталар O нуқтанинг мос равишда ABC учбурчакнинг* AA_1, BB_1, CC_1 *баландликларидаги проекциялари бўлса, у ҳолда* $AA_2+BB_2+CC_2$ *йиғинди ўзгармас миқдор бўлишини исбот қилинг.*

Кўрсатма. $AA_2+BB_2+CC_2$ *йиғиндини* $A_2A_1+B_2B_1+C_2C_1$ *йиғинди билан алмаштириш мумкин. Тенг томонли учбурчак ичида ётган* *ихтиёрий нуқтадан унинг учала томонигача бўлган масофалар йиғиндиси ўзгармас.*

2.7. Даструлаштирилган таълим методи асосида геометрик теоремаларни исботлашга ўргатиш методикаси

Ўрта махсус таълим муассасалари ўқувчилари учун қизиқарли, лекин шу билан бирга қийин ўзлаштириладиган фанлардан бири геометрия фанидир. Геометрия фани икки қисмдан иборат бўлиб, унинг планиметрия қисми ўқувчи учун қизиқарли ва унинг ҳаётий тажрибасига яқин ва тушунарли. Планиметрияга ўқувчиларни ўзидан сўнг ўрганиладиган стереометрияни ўрганишга тайёрлаш вазифаси ҳам юкланган. Геометрияни ўқитиш жараёнидаги тажрибаларимиз шуни кўрсатаяптики, унинг стереометрия қисмида, муҳим муаммолар борлиги туфайли (баъзан ҳатто ўқитувчининг ечиши қийин бўлган қатор масалалар мавжуд) ўқитишдаги кутилган самарали натижалар олинмаяпти. Бу муаммолар қаторига: планиметрия курсида ўқувчини фазовий тасаввурлашга тайёрлаш вазифаси етарлича бажарилмаётганлиги, стереометриянинг назарий ва амалий қисмлари орасидаги боғланиш камлиги, фан ўқитувчиларининг методик малакаси талаб даражасида эмаслиги каби муаммолар киради.

Геометриядан ўқув материалини, ўқувчининг билим даражаси: эсга олиш, репродуктив, сермаҳсул (продуктив), ижодий даражаларни ҳисобга олган холда, бу тўрт даражанинг ҳар бири алоҳида-алоҳида берилиши мақсадга мувофиқдир. Чунки ўқитувчига геометрик материални баён қилишда ўқувчининг ўзлаштириш даражасига мос индивидуал ёки дифференциал ёндашишга имконият яратиш зарур. Геометрия фанини ўқитишда дастлаб ўрганилаётган геометрик фигурани ташкил қилувчи асосий таянч тушунчалар ва унинг хоссалари, теоремаларини исботлаш ҳамда улар ёрдамида масалалар ечиш кўникмалари шакллантирилади.

Геометрия фанини ўзлаштиришнинг энг қийин, шу билан бирга энг қизиқарли қисми бу теоремаларни исботлаш жараёнидир. Геометрия фанининг асосий мазмунини теоремалар ташкил қилганлиги сабабли уни ўқитишда ўқувчиларни теоремаларни исботлашга ўргатиш, улар ёрдамида масалалар ечиш ва бошқа теоремаларни исботлашда улардан фойдалана олиш кўникмаларини шакллантириш жуда муҳимдир.

Ўрта махсус таълим муассасаларининг геометрия таълими жараёни бўйича олиб борган кўп ўрганиш ва тажрибаларимиздан шу нарса маълум бўлдики, аксарият ўқувчилар геометрия фанини ўрганишда ўрганилаётган объектнинг асосий тушунчалари ва унинг асосий хосса ва теоремалари мазмунини саёз ўзлаштириш билан кифояланади, яъни ўқувчиларни исботлаш ва ижодий йўналтиришга эътибор жуда камайиб қолган. Афсуски, аксарият геометрия фани ўқитувчилари ҳам шу тизимга мослашган ҳолда геометрия фанини ўқитишда юзакичиликка мослашиб қолишган. Бу эса ўқувчиларни сохта билим эгаллашига ва кейинчалик илмий изланишга мойиллигини камайтиради. Бундан ташқари, тажриба жараёнида ўқувчиларни геометрия фани бўйича ўзлаштирган мавзулари юзасидан теоремаларни мустақил исботлай олиш даражалари таҳлили натижасига кўра аксарият ўқувчиларнинг қийналганлигини гувоҳи бўлдик. Шу боис мен ушбу мақолани геометрияни ўқитишда ўқувчиларни теоремаларни мустақил исботлаш кўникмаларини шакллантириш бўйича методик тавсиялар ишлаб чиқдим ва сизларнинг эътиборларингизга қисқача ҳавола қилмоқчиман.

Ҳар қандай теоремани исботлаш жараёни қуйидаги уч қисмни ўз ичига олади:

1. Теореманинг баёни – исбот талаб этиладиган ҳолат.

2. Теоремани исботлаш жараёнида ишлатилган математик ҳукмлар.

3. Исботлаш – дедуктив хулоса чиқариш орқали теорема хулосасида топиш талаб қилинган номаълумни унинг шартлари ҳамда аввалдан маълум бўлган аргументлардан фойдаланиб келтириб чиқариш.

Теоремани исботлашга кириш ва уни исботлаш жараёнида ўқитувчи ёрдамида ўқувчилар қуйидаги мантиқий билимни ўзлаштириш босқичларини эгаллашлари шарт:

1) теореманинг шарти ва унинг хулосаси нимадан иборат эканлигини тўла тушуниш;

2) теоремани шарт ва хулосасида қатнашаётган ҳар бир геометрик тушунчанинг маъносини билиш;

3) теореманинг шарт ва хулоса қисмларини математик символлар орқали ифодалаш;

4) теореманинг шартида қатнашаётган маълум параметрлар теорема хулосасидаги номаълумни аниқлай олиш;

5) теоремани исботлаш жараёнида теоремадаги шартлардан теорема хулосасининг тўғрилигини кўрсатувчи натижаларни келтириб чиқариш;

6) теоремани исботлаш жараёнидаги мантиқий мулоҳазаларда теореманинг шартидан тўла фойдаланиш;

7) теорема исбот килиб бўлингач, исботлашда қўлланилган методни кўздан кечириш ва имкони бўлса, исботлашнинг бошқа усулларини топа олиш.

Геометрия ўқитиш методикаси бир нечта таълим методларини ўз ичига олади. Шундай таълим методларидан бири дастурлаштирилган таълим методидир.

Дастурлаштирилган таълим методи жараёнида ўқувчилар ўқитувчи томонидан махсус тайёрланган дидактик воситалар ёрдами билан мустақил равишда янги билимларни ўзлаштирадилар. Дастурлаштирилган таълим методи ўқувчиларнинг эсга тушириш ва янги билимларни ўзлаштириш фаолиятларини амалга оширувчи системадан иборатдир. Геометрия фанида ўқув материалини дастурлаштириш чизиқли ва тармоқли бўлиб, улар таълим жараёнида замонавий ахборот ва педагогик технологиялар асосида амалга ошириш имкониятини беради.

Ўқув жараёнига замонавий ахборот технологияларининг қўлланилишини асосан икки йўналишда олиб бориш мумкин: Замонавий ахборот технологияси – ўрганиш объекти ва ўқитиш воситаси сифатида. Биринчидан билим ва кўникмаларни ўзлаштириш жараёнида компьютер имкониятларни тушуниш ва саводхонлигини оширишга олиб келса, иккинчидан компьютер билим беришнинг самарадорлигини оширадиган восита ҳисобланади.

Дастурлаштирилган таълим методи таълимни табақалашган ва индивидуал ёндашувлар асосида амалга оширишга имконият яратиб беради. Бу усул чизиқли ва тармоқланувчи дастурлаштирилган ўқитиш усули бўлиб, қуйидаги тамойилларга асосланади:

1. Ўрганилаётган фан мазмунини таълим мақсадларига мос табақалашган ёндашувга асосланиб, оммавий ҳолда танлаш.

2. Ўқув фанининг мазмунини модулларга ажратиш.

3. Ўрганилган фан мазмунини чизиқли ва тармоқланувчи дастурлаштирилган таълимга мослаштириш.

4. Ўрганилаётган материал мазмуни таянч ибора ва асосий тушунчаларга асосланиб, структуралаш ёрдамида табақалаштириш

ва бунда ўқув материалини ўзлаштиришда индивидуал ёндашувга мослаштириш;

5. Ўқувчига чизиқли ва тармоқланувчи дастурлаш усулига кўра ўзини-ўзи ўзлаштириш даражасини текшириб кўриши ва ўзлаштириш даражасини аниқлаш имкониятини яратиш.

6. Ўқувчининг ўқув материали мазмунини ўзлаштириши ундаги таянч ибора ва асосий тушунчаларни эгаллашининг ўзлаштириш даражалари билан боғлаш.

7. Ўқув материалдаги ҳар бир мавзу ёки модулга алоҳида табақалаштирилган вариантлари учун Б.Блум таксономияси ўқув мақсадлари: билиш, тушуниш, қўллаш, анализ, синтез, баҳолашга асосан тест ёки бошқа шаклдаги назорат топшириқлари мажмуисини тузиш. Бунда ўқув мазмунидаги таълим мақсадлари ёки ўқитувчи мақсадларини ифодаловчи «кимни, нега, нимани, қачон ва қандай» саволлар ўқувчининг ўқув мақсадларига айлантириб «Нимани билади ва ўйлайди?», «Нима қиляпти?», «Нимани ҳис қиляпти?» каби саволларда ифодаланувчи назорат саволларига ўтказиш.

8. Ўқувчининг ўқув материалини ўзлаштириш даражасини аниқлашда чизиқли дастурлаш усули ёрдамида ўқув материалини табақалашган ёндашувга асосланган вариантларидан фойдаланиш.

9. Талабанинг ўқув материалини ўзлаштирганлик даражасига қараб уни қайта ўзлаштириш имкониятини яратиш.

10. Келтирилган тамойиллар асосида ўқув материали замонавий компьютер ва унинг имкониятларидан фойдаланилган ҳолда ишлаб чиқиш.

Юқорида келтирилган фикрларни инобатга олиб, ушбу дастурлаштирилган таълим методи тамойиллари асосида электрон ўргатувчи дастур тайёрлаш лойиҳасини ишлаб чиқдик.

2.8. Геометрик теоремаларни исботлашга ўргатиш бўйича дастурлаштирилган электрон ўргатувчи дастур яратиш методикаси

Ишлаб чиқилган таълим лойиҳаси қуйидаги қисмларга ажратилган алгоритмга асосланади:

1-қисм. Теорема мазмуни ва исботида акс этган асосий таянч тушунчаларни ўрганиш.

2-қисм. Теоремани исботлашда таянч бўладиган теорема, аксиома ва хоссаларни ўзлаштириш ва улар ёрдамида масалалар ечиш кўникмаларини шакллантириш.

3-қисм. Ўрганилаётган теоремани исботлашни ўрганиш.

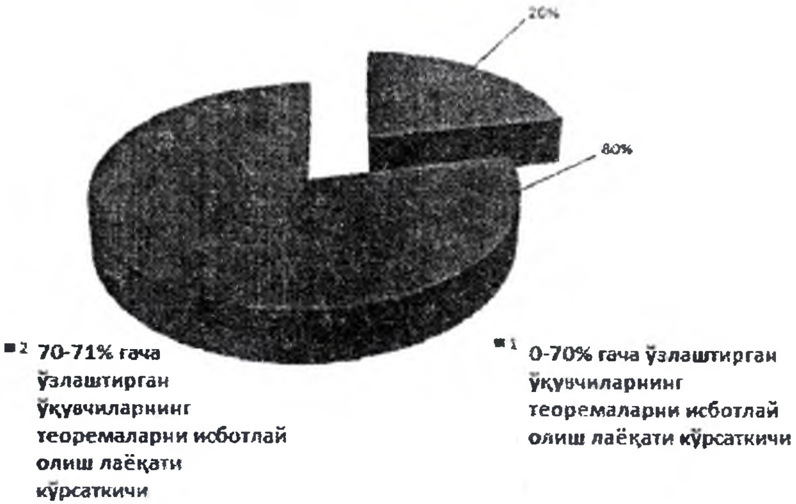
4-қисм. Ўрганилган теорема бўйича исботлашга доир мураккаб масалалар ечиш.

Ушбу алгоритмда келтирилган қисмлардан кисмларга ўтиш учун ўқувчиларнинг ҳар бир қисм бўйича ўзлаштириш натижаларига кўра амалга оширилади. Электрон ўргатувчи дастур ўқувчини 1-кисмда 0%-70 % гача саволга жавоб тўғри жавоб берди деб ҳисобласа, ўргатувчи дастур уни навбатдаги 2-қисмни ўрганишга ўтказмайди. Электрон ўргатувчи дастур 1-қисм бўйича ўзлаштириш даражасини юқорига, яъни 71-100% гача кўтариш учун дастурдаги аввал ўрганилган «1-қисм»ни такрор ўрганишга қайтаради. Сўнгра бу ўрганилган материалнинг ўзлаштирилганлигини аниқлаш учун яна ўргатувчи дастур тест саволлари асосида ўқувчининг билими текширилади.

Электрон ўргатувчи дастур "1-қисм" асосида берилган саволлардан 71%-100% гача кўрсаткич даражага эришди деб ҳисобласа, ўқувчи "2-қисм"ни ўрганишга ўтказилади. Шу ўринда савол туғилиши табиий, ўқувчи 71%-100% даражага эришган ўқувчи «1-қисм» ни ўзлаштирди деб ҳисоблашингизга асос нима?

Ушбу ўргатувчи дастурнинг асосий мақсади ўқувчиларни геометрик теоремаларни исботлашни ўргатишга қаратилганлиги сабабли, агар ўқувчи геометриядан мавзуни юқоридаги ажратилган ҳар бир қисмлар бўйича 0%-70 % гача ўзлаштирса, ўқувчи теоремани мустақил исботлаш лаёқати етарли бўлмайди. Агар ўқувчи мавзуни ҳар бир қисмлар бўйича 71%-100% гача ўзлаштирса, ўқувчи мавзуга оид теоремани мустакил исботлаш лаёқатига эга бўлади. Ушбу фикрларимизни педагогик тажриба натижаларини кўрсаткичи билан тасдиқлаймиз.

Шу тарзда ўқувчиларнинг билими дастурлаштирилган метод тамойиллари асосида тизимли ёндашилса, ўқувчилар геометриядан ўтилган материални мустакил ўрганишга жалб қилинади. Ўқув материалини дастурлаштирилган таълим методи асосида ўрганишда ўқувчи ўз билимини ўзи синаши ҳамда ўз устида мустақил ишлашига тўла имконият яратилади.

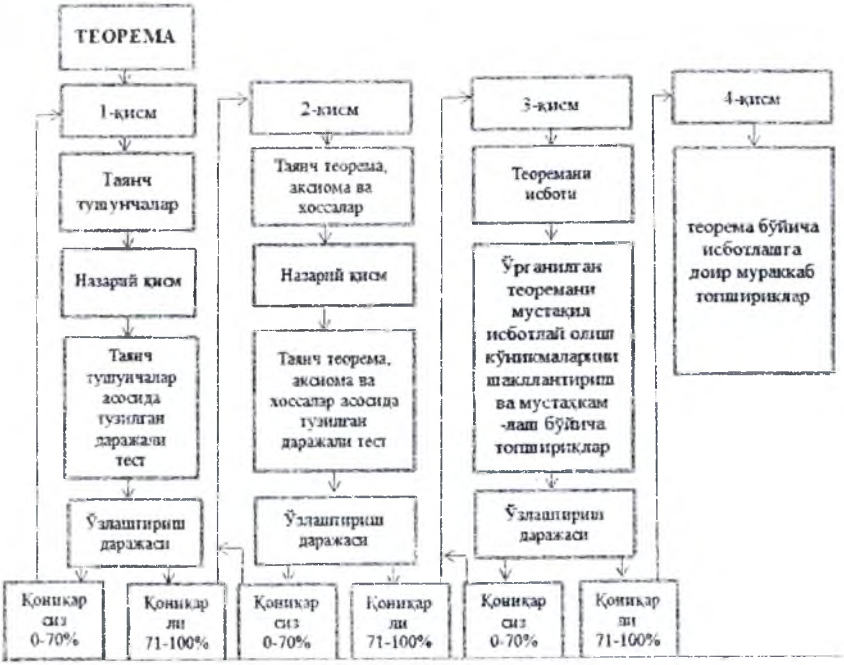


Тармоқланувчи дастур асосида фойдаланишга асосланган электрон ўргатувчи дастурлар тайёрлаш:

ҳар бир ўқув фани таълим мазмунини танлаш, уни таянч ибора ва асосий тушунчаларга кўра қайта структуралаш;

мавзудаги ўқув материалининг ҳар бир қисми учун тизимли тескари алоқага асосланган назорат саволларни ишлаб чиқиш;

саволларни ўқувчи ўз хатосини англаши ва уни тўғрилашига ёрдам берувчи аввал ўтилган ўқув материалини мустақил такрорлаши учун ўргатувчи тизимлар ишлаб чиқиш каби кўп меҳнат, вақт, билим, малака ва имконият талаб қилувчи муҳим вазифаларни бажаришга йўналтирилганлиги мақсадга мувофиқдир.



Ушбу расмда юқорида келтирилган алгоритм асосида яратилган дастурлаштирилган электрон ўргатувчи дастур ишлаш структураси тасвирланган.

Юқоридаги дастурлаштирилган электрон ўргатувчи дастур бўйича келтирган фикрларимизни қуйидаги теоремани исботлашга ўргатиш лойиҳасини келтирамиз.

Теорема. Тўғри тўртбурчакнинг диагоналлари тенг.

Ўргатиш керак. *Исботи. ABCD – Берилган тўғри тўртбурчак бўлсин.Теореманинг исботи BAD ва CDA тўғри бурчакли учбурчакларнинг тенглиги ҳақидаги теоремаларга кўра келиб чиқади. Чунки бу учбурчакларнинг BAD ва CDA бурчаклар тўғри, AD катет умумий, AB ва CD катетлар эса параллелограммнинг қарама-қарши томонлари бўлгани учун тенг. Учбурчакларнинг тенглигидан уларнинг гипотенузалари тенг деган натижага эга бўламиз. Гипотенузалар эса тўғри тўртбурчакнинг диагоналларидир.*

Бу теоремани исботлашга ўргатишни юқоридаги алгоритм асосида босқичларга ажратамиз.

1-кисм. Бу қисмда қуйидаги таянч тушунчалар ўрганилади:

1.1. ***Таянч тушунчалар:*** Тўртбурчак тушунчаси, тўғри тўртбурчак, тўртбурчакнинг диагонали, параллелограмм, учбурчакнинг гипотенузаси, тўғри бурчакли учбурчак, учбурчак катети ва ҳ.к;

1.2. Назарий қисм:

Таъриф. Тўртта нуқта ва бу нуқталарни кетма-кет туташтирувчи тўртта кесмадан иборат фигура тўртбурчак дейилади.

Таъриф. Агар тўртбурчакнинг барча бурчаклари 90^0 дан иборат бўлса, бундай тўртбурчак тўғри тўртбурчак дейилади.

Бунда нукталар ҳеч қандай учтаси бир тўғри чизиқда ётмаслиги, уларни туташтирувчи кесмалар эса кесишмаслиги керак. Берилган нуқталар тўртбурчакнинг учлари, уларни туташтирувчи кесмалар эса унинг томонлари дейилади. Тўртбурчакнинг қарама-қарши учларини туташтирувчи кесмалар тўртбурчакнинг диагоналлари дейилади.

Таъриф. Қарама-қарши томонлари параллел бўлган, яъни параллел тўғри чизиқларда ётувчи тўртбурчак параллелограммдир.

Таъриф. Агар учбурчакнинг тўғри бурчаги бўлса, у тўғри бурчакли учбурчак дейилади.

Тўғри бурчакли учбурчакнинг тўғри бурчаги қаршисида ётувчи томон унинг гипотенузаси, қолган томонлари катетлари деб аталади.

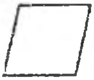
1.3. 1.1-қисмдаги таянч тушунчалар асосида ишлаб чиқилган назорат топшириқлари бу топшириқларни қуйидагича даражалаш лозим бўлади:

1.3.1. Б.Блумм таксономияси асосида тузилган тест саволлари:

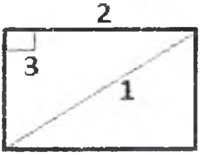
а) Ўқувчиларнинг ***Блум таксономияси бўйича билиш*** ўқув мақсадига эришганлигини назорат қилишда улар томонидан муайян мавзу бўйича маълумот ва ахборотларни ўзлаштирганлик даражасини аниқлаш:

1. Тўртбурчакнинг турларига мос чизмаларни аниқланг ва жадвалга ҳар бир расм остига мос рақамларни ёзинг.

1) Тўғри тўртбурчак 2) Параллелограмм 3) Трапеция 4) Квадрат 5) Учбурчак.

Савол					
Жавоб					

2.Расмда тасвирланган тўғри тўртбурчакнинг ташкил қилувчи элементларига мосини танланг.

<table>
<tr><td rowspan="4"> </td><td>Тўртбурчак элементлари</td><td>Жавоб рақамлар</td></tr>
<tr><td><i>Тўртбурчак томони</i></td><td></td></tr>
<tr><td><i>Тўртбурчак диагонали</i></td><td></td></tr>
<tr><td><i>Тўртбурчак бурчаги</i></td><td></td></tr>
</table>

4. Шаклларнинг турларига мос чизмаларни аниқланг ва жадвалга ҳар бир расм остига мос рақамларни ёзинг.

1) Тўғри бурчакли учбурчак 2) ўтмас бурчакли учбурчак 3) тўғри тўртбурчак 4) параллелограмм.

Савол				
Жавоб				

б) Ўқувчиларнинг ***Блум таксономияси бўйича тушунишга*** оид ўқув мақсадига эришилганлик даражасини аниқлаш:

1. Қуйидаги таърифларга мос жавобларни жуфтлаштиринг.

1	Тўғри тўртбурчакнинг бурчак катталиги...	А	Тўртбурчак дейилади.
2	Тўғри тўртбурчакнинг...	В	90^0 га тенг.
3	Қарама-қарши учларини туташтирувчи кесмалар...	С	Қарама-қарши томонлари тенг.
4	Тўртта нуқта ва бу нуқталарни кетма-кет туташтирувчи тўртта кесмадан иборат фигура ...	Д	Тўртбурчакнинг диагонали дейилади.

Жавоб:	1-	2 -	3 -	4 -

2. Қуйидаги таърифларга мос жавобларни жуфтлаштиринг.

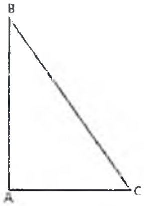
1	Қарама-қарши томонлари параллел бўлган, яъни параллел тўғри чизиқларда ётадиган тўртбурчак...	А	Катети дейилади.
2	Агар учбурчакнинг битта бурчаги 90^0 га тенг бўлса, бундай учбурчак...	В	Гипотенузси дейилади.
3	Тўғри бурчакли учбурчакнинг тўғри бурчаги қаршисида ётувчи томон унинг...	С	Параллелограмм дейилади.
4	Тўғри бурчакли учбурчакнинг тўғри бурчагига ёпишган бурчаклари унинг...	Д	Тўғри бурчакли учбурчак дейилади.

Жавоб:	1-	2 -	3 -	4 -

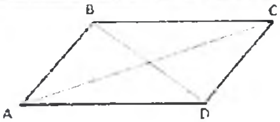
3. Расмда берилган саволларга мос жавобларни танланг.

	Саволлар	Жавоблар
	*AB ва ...... томонлар тенг.*	90^0
	A ва .... бурчаклар тенг.	CD
	AD ва ....тенгдир.	B,C,D
	A бурчак катталиги ..... га тенг.	BC кесма

4. Расмда тасвирланган учбурчакнинг ташкил қилувчи элементларига мос жавобларни танланг.

	Саволлар	Жавоб
	*AB ва AC томонлар учбурчакнинг ....*	Гипотенузаси
	BC учбурчакнинг	90^0
	A бурчак катталиги	Ўткир бурчаклари
	B ва C бурчаклар	Катетлари

5. Расмда тасвирланган параллелограммнинг ташкил қилувчи элементларига мос жавобларни танланг.

	**Саволлар**	**Жавоб**
	AB, DC ва BC, AD томонлар	Параллел эмас
	AC ва BD кесмалар........	Тенг
	A ва C бурчаклар	Параллелограмм диагоналлари
	AB ва BC томонлар.......	Параллел

c) Ўқувчиларнинг ***Блум таксономияси бўйича билимларни амалда қўллаш*** ўқув мақсадига эришилганлик даражасини аниқлаш

1. ABCD тўғри тўртбурчакларнинг AB бўйи 5, 8, 9 см га, периметри 20 см бўлган тўртбурчакнинг BC томони қанчага тенг тенг?

1) 10 см 2)15 см 3) 2 см 4) 6 см 5)1 см 6)5

Берилган масалани жавоби	**жавоб рақамлар**
Тўғриси	
Нотўғриси	

Жавоби:

Берилган масалани жавоби	**жавоб рақамлар**
Тўғриси	6,3,5
Нотўғриси	1,2,4

2. Тўғри жавобларни аниқланг. Жавоблар жадвалига “ҳа” ёки “йўқ” сўзларини ёзинг.

A. Тўғри бурчакли бурчак тўғри бурчаги 90^0 дан кичик.

B. Тўғри тўртбурчакнинг барча бурчаклари 90^0 га тенгдир .

C. Параллелограммнинг қарама-қарши томонлари тенгдир.

Д. Параллелограммнинг диагоналлари тенгдир.

E. Тўғри бурчакли учбурчакнинг катта томони унинг катети.

F. Ҳар қандай тўртбурчак квадратдир .

G. Тўғри тўртбурчакнинг диагоналлари тенг.

Жавоб:

A	B	C	Д	E	F	G

Жавоб:

A	Б	C	Д	E	F	G
Йук	Ҳа	Ҳа	Йўқ	Йўқ	Йўқ	Ҳа

3. Тўғри жавобларни аниқланг. Жавоблар жадвалига “ҳа” ёки “йўқ” сўзларини ёзинг.

1. Тўғри тўртбурчакнинг барча бурчаклари тенг. 2. Тўртбурчакнинг қарама-қарши учларини туташтирувчи учлари унинг диагоналлари дейилади. 3. Ҳар қандай параллелограмм тўғри тўртбурчак. 4. Тўғри бурчакли учбурчакнинг энг катта томони унинг гипотенузаси ҳисобланади.	5. Ҳар қандай тўғри тўртбурчак квадратдир. 6. Параллелограмм диагоналлари тенг. 7.Тўғри бурчакли учбурчакнинг кичик томони унинг гипотенузасидир 8. Ҳар қандай учбурчак тўғри бурчаклидир. 9. Барча томонлари тенг бўлган тўғри тўртбурчак квадратдир.

Жавоб:

1	2	3	4	5	6	7	8	9

Жавоб:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ҳа	Ҳа	Йўқ	Ҳа	Йўқ	Йўқ	Йўқ	Йўқ	Ҳа

д)Ўқувчиларнинг ***Блум таксономияси бўйича таҳлилга оид ўқув мақсадига эришилганлик даражасини аниқлаш***

1. Тушириб қолдирилган сўзларни ёзинг.

1)Тўртта нуқта ва бу нуқталарни кетма-кет туташтирувчи тўртта кесмадан иборат фигура .... дейилади.

2) Агар тўртбурчакнинг барча бурчаклари 90^0 *дан иборат бўлса, бундай тўртбурчак .... дейилади.*

3) Қарама-қарши томонлари параллел бўлган, яъни параллел тўғри чизиқларда ётувчи тўртбурчак ....

4) Агар учбурчакнинг тўғри бурчаги бўлса, у .... дейилади.

2.Тушириб қолдирилган сўзларни ёзинг.

1)Тўғри тўртбурчакнинг диагоналлари тенг.

2) *Тўртта нуқта ва бу нуқталарни кетма-кет туташтирувчи тўртта кесмадан иборат фигура .... дейилади.* Берилган нуқталар тўртбурчакнинг ...., уларни туташтирувчи кесмалар эса унинг .... дейилади. Тўртбурчакнинг қарама-қарши учларини туташтирувчи кесмалар тўртбурчакнинг ....дейилади.

*3)*Тўғри бурчакли учбурчакнинг тўғри бурчаги қаршисида ётувчи томон унинг ...., қолган томонлари .... деб аталади.

е) ***Блум таксономияси бўйича билимларни синтезлаш ўқув мақсадига эришилганлик даражасини аниқлаш.***

1.Қуйидаги масалани ечиш кетма-кетлигини белгиланг.

Масала: ABCD тўғри тўртбурчак периметри 10 см бўлган параллелограммдан иборат. ABD учбурчакнинг периметри 8 см эканлигини билган ҳолда унинг BD диагонали узунлигини топинг.

1. AB+BD+AD=8, 2AB+2AD=10 тенгликлар ифодаланади.

2. Масала шартига кўра ABCD тўртбурчак чизмаси чизилади ва ABD учбурчак чизмаси алоҳида ажратилади.

3. 2AB+2AD- (AB+BD+AD)=10-8, AB+AD-BD=2 келиб чиқади.

4. 2AB+2AD=10 тенгликнинг иккала томони 2 га бўлиниб, AB+AD=5 келиб чиқади.

5. AB+AD=5 тенгликдан, AB+AD-BD=2 тенглик 5-BD=2 бундан, BD=3 келиб чиқади.

Жавоби:

f) Ўқувчиларнинг хулоса ясашга оид ўқув мақсадига эришилганлик даражасини аниқлаш.

1. Тўғри бурчакли учбурчак катетларидан бири 12 см, гипотенузаси эса иккинчи катетдан 6 см узун. Гипотенузанинг узунлигини топинг.

A) 15 B) 25 C) 26 D) 18 E) 32

2. Тўғри бурчакли учбурчакнинг гипотенузаси 25 см, катетлари эса ўзаро 3:4 нисбатда. Шу учбурчакнинг кичик катетини топинг.

A) 10 B) 12 C) 9 D) 15 E) 20

3. Тўғри тўртбурчакнинг эни 7 см, бўйи ундан 3 см ортиқ. Тўғри тўртбурчакнинг периметрини ҳисобланг.

A) 22 B) 20 C) 34 D) 30 E) 32

4. Тўғри тўртбурчакнинг эни 5 га тенг бўйи ундан 7 га ортиқ. Тўғри тўртбурчакнинг периметрини ҳисобланг.

A) 32 B) 34 C) 24 D) 26 E) 30

5. Тўғри тўртбурчакнинг юзи 400 га, томонларининг нисбати 4:1 га тенг. Тўртбурчакнинг периметрини ҳисобланг.

A) 100 B) $100\sqrt{2}$ C) 200 D) $50\sqrt{2}$ E) 120

6. Тўғри тўртбурчакнинг периметри 32 га, қўшни томонларининг айирмаси 2 га тенг. Унинг томонларини топинг.

A) 8 ва 6 B) 12 ва10 C) 10 ва 8 D) 9 ва 7 E) 11 ва 9

7. Тўғри тўртбурчакнинг периметри 60 га тенг, бир томони бошқа томонидан 6 га кўп. Тўғри тўртбурчакнинг юзини топинг.

A) 196 B) 216 C) 108 D) 144 E) 180

8.Тўғри тўртбурчакнинг катта томони 12 га, диагоналларининг кесишган нуқтасидан катта томонигача бўлган масофа 3 га тенг. Тўғри тўртбурчакнинг юзини топинг.

A) 96 B) 54 C) 48 D) 72 E) 64

10. Ўлчамлари 24 м X 15 м бўлган залнн томони 20см бўлган квадрат шаклидаги плиткалардан нечтаси билан қоплаш мумкин.

A) 900 B) 18000 C) 9000 D) 1800 E) 6000

11. Квадрат шаклидаги тунукадан эни 3 га тенг бўлган қисми қирқиб олинди. Агар қолган қисмининг юзи 10 га тенг бўлса, квадратнинг томонини аниқланг.

A) 10 B) 9 C) 8 D) 6 E) 5

2-қисм. Бу қисмда теоремани исботлашда таянч бўладиган теорема, аксиома ва хоссаларни ўзлаштириш ва улар ёрдамида масалалар ечиш кўникмаларини шакллантирилади.

Ушбу қисмни ўзлаштириш учун теореманинг исбот қисмига эътибор қаратайлик.

Исботи. ABCD – Берилган тўғри тўртбурчак бўлсин. Теореманинг исботи BAD ва CDA тўғри бурчакли **учбурчакларнинг тенглиги ҳақидаги теорема***ларга кўра келиб чиқади. Чунки бу учбурчакларнинг BAD ва CDA бурчаклар тўғри, AD катет умумий, AB ва CD катетлар эса* **параллелограммнинг карама-карши** *томонлари бўлгани учун тенг. Учбурчакларнинг тенглигидан уларнинг гипотенузалари тенг деган натижага эга бўламиз. Гипотенузалар эса тўғри тўртбурчакнинг диагоналларидир.*

Исботдан кўриниб турибдики, теоремани исботлашда иккита таянч теорема, яъни:

Биринчи. Агар бир учбурчакнинг икки томони ва улар орасидаги бурчаги иккинчи учбурчакнинг икки томони ва улар орасидаги бурчагига мос равишда тенг бўлса, бундай учбурчаклар тенг бўлади.

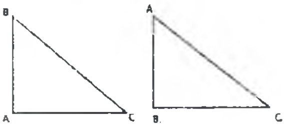
Иккинчи. Параллелограммнинг қарама-қарши томонлари ва бурчаклари тенгдир.

2.1-қисмдаги таянч теоремалар асосида ишлаб чиқилган назорат топшириқлари бу топшириқларни қуйидагича даражалаш лозим бўлади:

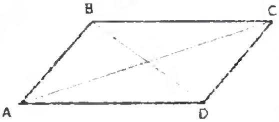
4.1.1. Б.Блумм таксономияси асосида тузилган тест саволлари:

а) Ўқувчиларнинг ***Блум таксономияси бўйича билиш*** ўқув мақсадига эришганлигини назорат қилишда улар томонидан муайян мавзу бўйича маълумот ва ахборотларни ўзлаштирганлик даражасини аниқлаш:

1. Учбучакнинг мос томонларини аниқланг ва жадвалга ҳар бир мос жавобларни ёзинг.

	**Учбурчак элементлари**	**Жавоблар**
	AB ва A_1B_1, BC ва A_1C_1	Тўғри бурчаклар
	A ва B_1,B ва A_1	Мос бурчаклар
	A ва B_1	Мос томонлар

2. Параллелограммнинг томонларини аниқланг ва жадвалга ҳар бир мос жавобларни ёзинг.

	**Параллелограмм элементлари**	**Жавоблар**
	AB ва BC	Қарама-қарши томонлар
	AB ва CD	Диагоналлар
	AC ва BD	Қўшни томонлар

б) Ўқувчиларнинг ***Блум таксономияси бўйича тушунишга*** оид ўқув мақсадига эришилганлик даражасини аниқлаш:

1. Қуйидаги таърифларга мос жавобларни жуфтлаштиринг.

1	Параллелограммнинг қарама-қарши .... тенг.	А	Тенг дейилади
2	Агар бир учбурчакнинг икки томони ва улар орасидаги бурчаги иккинчи учбурчакнинг икки томони ва улар орасидаги бурчагига мос равишда тенг бўлса, бундай учбурчаклар....	В	90^0 га тенг.
3	Тўғри бурчакли учбурчакнинг мос бир .... тенг бўлса, бу учбурчаклар тенгдир	С	Томонлари ва бурчаклари
4	Тўғри бурчакли учбурчакнинг тўғри бурчаги....	Д	Катетлари

Жавоб:	1-	2 -	3 -	4 -

с) Ўқувчиларнинг ***Блум таксономияси бўйича билимларни амалда қўллаш*** ўқув мақсадига эришилганлик даражасини аниқлаш

1. ABC тўғри бурчакли (A бурчаги тўғри) учбурчаклар тенг, AB катет 10,12,15 см га тенг бўлса, унга тенгдош бўлган $A_1B_1C_1$ учбурчакнинг A_1 ва A_1B_1 томони узунлигини қайси жавобларга мос келади.

1) 10 см, 90^0 2)15 см,90^0 3) 12 см, 90^0 4) 6 см, 90 5)16 см 6)5 см, 90^0

Берилган масалани жавоби	**жавоб рақамлар**
Тўғриси	
Нотўғриси	

Жавоби:

Берилган масалани жавоби	**жавоб рақамлар**
Тўғриси	1,2,3
Нотўғриси	4,5,6

2. Параллелограммнинг томони 15 см ,25 см ва 36 см га тенг бўлса, унга қарама-қарши томони узунлиги қайси жавобларга мос келади.

1) 10 см 2)15 см, 3) 9 см 4) 25 см, 5)36 см 6)5 см.

Берилган масалани жавоби	**жавоб рақамлар**
Тўғриси	
Нотўғриси	

Жавоби:

Берилган масалани жавоби	**жавоб рақамлар**
Тўғриси	2,4,5
Нотўғриси	1,3,6

3.Тўғри жавобларни аниқланг. Жавоблар жадвалига “ҳа” ёки “йўқ” сўзларини ёзинг.

А. Агар бир тўғри бурчакли учбурчакнинг катети, иккинчи тўғри бурчакли учбурчакнинг мос катетига тенг бўлса, бу учбурчаклар тенгдир.

В. Гипотенузалари тенг бўлган учбурчаклар тенгдир.

С. Параллелограммнинг қарама-қарши томонлари тенгдир.

Д. Агар параллелограммнинг томони узунлиги 10 см бўлса, унга қарама-қарши томон узунлиги ҳам 10 см .

Е. Тўғри бурчакли учбурчакнинг катта томони унинг катети.

F. Ҳар қандай тўртбурчак квадратдир.

G. Параллелограммнинг қарама-қарши томонлари тенг эмас.

Жавоб:

А	В	С	Д	Е	F	G

д) Ўқувчиларнинг Блум таксономияси бўйича таҳлилга оид ўқув мақсадига эришилганлик даражасини аниқлаш

1. Тушириб қолдирилган сўзларни ёзинг.

1) Агар бир учбурчакнинг .... ва улар орасидаги бурчаги иккинчи учбурчакнинг икки томони ва улар орасидаги бурчагига мос равишда тенг бўлса, бундай учбурчаклар тенг бўлади.

2) Параллелограммнинг .... томонлари тенгдир.

3) Агар бир учбурчакнинг .... ва улар орасидаги бурчаги иккинчи учбурчакнинг .... ва улар орасидаги бурчагига мос равишда тенг бўлса, бундай учбурчаклар тенг бўлади.

4) Параллелограммнинг .... бурчаклари тенгдир.

е) Ўқувчиларнинг хулоса ясашга оид ўқув мақсадига эришилганлик даражасини аниқлаш.

1. АВ ва CD кесмалар О нуқтада кесишади, бу О нуқта ҳар қайси кесманинг ўртаси. АС=10 м бўлса, BD кесма узунлигини аниқланг.

А) 15 м В) 13 м С) 12 м Д) 10 м

2. Тўғри бурчакли учбурчакнинг битта катети 15 см бўлса, унга тенгдош учбурчакнинг катети узунлигини топинг.

А) 15 м В) 13 м С) 12 м Д) 10 м

3. Параллелограмм бурчакларидан иккитасининг айирмаси 70^0 га тенг. Шу бурчакларни топинг.

А) 45^0; 115^0 B) 65^0;135^0 C) 75^0;105^0 D) 55^0;125^0 E) 60^0;130^0

4. Параллелограммнинг бурчакларидан бири иккинчисидан уч марта катта. Параллелограммнинг катта бурчагини топинг.

А) 105^0 B) 110^0 C) 120^0 D) 135^0 E) 150^0

5. Параллелограмм қўшни томонларининг йиғиндиси 10 га, айирмаси эса 6 га тенг. Шу параллелограмм диагоналлари квадратларининг йиғиндисини топинг.

А) 120 B) 20 C) 136 D) 64 E) 32

3-қисм. Ўрганилаётган теоремани исботлаш;

4-қисм. Ўрганилган теорема бўйича исботлашга доир мураккаб масалалар ечиш.

4.1. 4-қисм бўйича топшириқлар:

1.Учбурчаклар тенглигининг аломатларини ифодаланг ва исботланг.

2.Тенг ёнли учбурчак асосидаги бурчаклар тенглигини исботланг.

3. АВ ва CD кесмалар О нуқтада кесишади. Агар АСО бурчак DВО бурчакка тенг экани ва ВО=СО экани маълум бўлса, АСО ва DСО учбурчаклар тенглигини исботланг.

4. Параллелограммнинг ҳамма бурчаклари тенг бўлса, унинг тўғри тўртбурчак эканлигини исботланг.

5.Параллелограмм диагоналларининг кесишиш нуқтасидан тўғри чизиқ ўтказилган. Бу тўғри чизиқнинг параллел томонлари орасидаги қисми шу нуқтада тенг иккига бўлинишини исботланг.

Дастурлаштирилган таълим методи асосида геометрия фанини ўқитишда юқоридаги алгоритмга асосланган лойиҳага мослаб методик тизим бўйича электрон педагогик дастурий воситалар ишлаб чиқилса, ўқувчиларнинг геометрик теоремаларни мустақил исботлай олиш ва мантиқий фикрлаш кўникмалари шаклланади.

2.9. Геометрик теоремаларни исботлашни турли усуллари

Берилган геометрик теоремани бир неча усулларда исботлаш ўқувчиларнинг мантиқий тафаккурини ва ижодий қобилиятларини янада ривожлантиради.

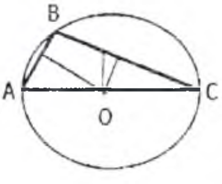
Теоремаларни турли усулларда исботлашни хар хил танловлар уюштиришда қўлланилса, ўқувчиларнинг ижодий қобилиятлари янада ортади.

Юқоридаги фикрларни инобатга олиб, қуйидаги теоремаларни турли исботларини келтирайлик:

***Теорема.* Бир тўғри чизиқда ётмаган учта нуқтадан ягона айлана ўтказиш мумкин.**

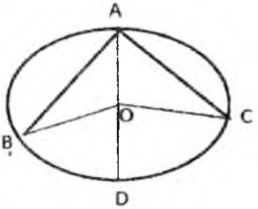
Исботи. A,B,C нуқталар бир тўғри чизиқда ётмасин. AC кесманинг A ва C учларидан тенг узоқликда жойлашган нуқталар тўплами AC кесмага ўтказилган ўрта перпендикулярда ётади.

Шунга ўхшаш, A ва B нуқталардан тенг узоқликда жойлашган нуқталар AB кесмага ўрта перпендикулярда ётади, B ва C нуқталардан тенг узоқликда жойлашган нуқталар BC кесмага ўрта перпендикулярда ётади у ҳолда бу ўрта перпендикулярлар кесишадиган O нуқта A,B ва C нуқталарнинг барчасидан тенг узоқликда жойлашгандир ва демак, улардан ўтувчи айлананинг марказидан иборат.

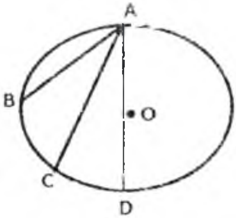


2.9.1-чизма.

***Теорема.* Айланага ички чизилган бурчак ўзи тортиб турган ёйнинг ярми билан ўлчанади.**



2.9.2-чизма.



2.9.3-чизма.

Исботи. Уч ҳол бўлиши мумкин:

1-ҳол. Айланага ички чизилган BAC бурчакнинг томонларидан бири, масалан, AB томони айлананинг диаметридан иборат бўлсин (2.9.1-чизма). Айлананинг O марказини C нуқта билан бирлаштириб, тенг ёйли ΔAOC ни ҳосил қиламиз, унда OA=OC. Натижада ҳосил қилинган марказий $\angle BOC$ бурчак $\angle AOC$ учун ташқи бурчак бўлади ва бурчак ташқи бурчагининг хоссасига кўра

$$\Delta BOC=\angle OAC+\angle OCA=2\angle OAC$$

Бундан талаб қилинган $\angle OAC=\frac{1}{2}\ \Delta BOC=\frac{1}{2}\overset{\smile}{BC}$ муносабатни оламиз.

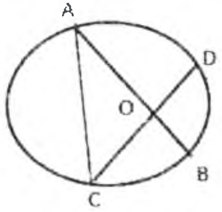
2-ҳол. Айлананинг O маркази ички чизилган BAC бурчакнинг AB ва AC томонлари орасида ётсин (2.9.2-чизма). Айланада AD диаметр ўтказамиз.У вақтда $\angle BAC=\angle BAD+\angle DAC$. Бундан олдинги ҳолдаги натижани қўллаб, $\angle BAC=\frac{1}{2}\overset{\smile}{BD}+\frac{1}{2}\overset{\smile}{DC}=\frac{1}{2}(\overset{\smile}{BD}+\overset{\smile}{DC})$ деб ёзиш мумкин. Охирги муносабатдан, талаб қилинган $\angle BAC=\frac{1}{2}\overset{\smile}{BC}$ тенглик келиб чиқади.

3-ҳол. Ниҳоят, айлананинг O маркази ички чизилган бурчакдан ташқарида ётган ҳолни қараймиз (2.9.3-чизма) .Бу ҳолда ҳам AD диаметр ўтказамиз ва $\angle BAC=\angle BAD-\angle CAD=\frac{1}{2}\overset{\smile}{BD}-\frac{1}{2}\overset{\smile}{DC}=\frac{1}{2}(\overset{\smile}{BD}-\overset{\smile}{DC})=\frac{1}{2}\overset{\smile}{BC}$ эканлигини топамиз, яъни бу ҳолда ҳам, талаб қилинган $\angle BAC=\frac{1}{2}\overset{\smile}{BC}$ муносабат ўринли. Теорема исботланди.

Теорема. **Иккита ўзаро кесишадиган ватар ҳосил қилган бурчак ватарларнинг учлари орасида жойлашган ёйлар йиғиндисининг ярмига тенг. Яъни агар AB ва CD ватарлар O нуқтада кесишса** (2.9.4-чизма) $\angle AOC=\frac{1}{2}(\overset{\smile}{AC}+\overset{\smile}{BD})$

Исбот. Айланадаги A ва D нуқталарни туташтириб, $\triangle AOD$ни ҳосил қиламиз. $\angle AOC$, $\triangle AOD$ учун ташқи бурчак бўлади ва шунинг учун

$$\angle AOC=\angle OAD+\angle ADO.$$



2.9.4-чизма.

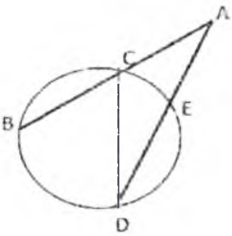
Лекин $\angle OAD=\angle BAD$ айланага ички чизилган бурчакдан иборат ва исботланганига кўра $\angle OAD=\frac{1}{2}\breve{BD}$.

Худди шунга ўхшаш, ички чизилган $\angle ADO$ учун $\angle ADO=\angle ADC=\frac{1}{2}\breve{AC}$ бўлади. шундай қилиб, исботланиш талаб қилинган, $\angle AOC=\frac{1}{2}\breve{BD}+\frac{1}{2}\breve{AC}=\frac{1}{2}(\breve{AC}+\breve{BD})$ муносабатни оламиз. Теорема исботланди.

Теорема. **Айланага ўтказилган иккита кесишувчи орасидаги бурчак айлананинг берилган кесувчилар орасида ётган ёйлари айирмасининг ярмига тенг, яъни агар AB ва AD кесувчилар айланани B, C ва E, D нуқталарда кесиб ўтса,**

2.9.4-чизма.

$$\angle BAD=\frac{1}{2}(\breve{BD}-\breve{CE}) \quad \text{(2.9.5-чизма)}$$



Исботи. Айланадаги C ва D нуқталарни туташтириб ΔACD ни ҳосил қиламиз, BCD бурчак ΔACD учун ташқи бурчак бўлади ва шунинг учун, $\angle BCD=\angle CAD+\angle CDA$, бундан $\angle BAD=\angle CAD=\angle BCD-\angle CDA$ муносабатни ҳосил қиламиз, лекин BCD ва CDE бурчаклар ички чизилган бурчаклардир ва шу сабабли исботланганига кўра,

$\angle BCD=\frac{1}{2}\breve{BD}$, $\angle CDE=\angle CDA=\frac{1}{2}\breve{CE}$ бўлади. Охирги муносабатлардан талаб қилинган

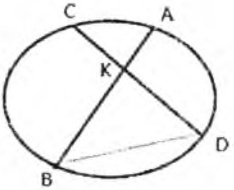
$$\angle BAD=\frac{1}{2}\breve{BD}-\frac{1}{2}\breve{CE})=\frac{1}{2}(\breve{BD}-\breve{CE})$$

тенгликни оламиз. Теорема исботланди.

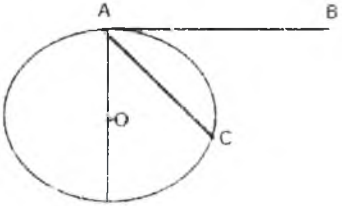
Теорема. **Айланага ўтказилган уринма ва ватар орасидаги бурчак, улар орасидаги ёйнинг ярмига тенг (2.9.6-чизма).**

Исботи. Айланада AD диаметр ўтказамиз.Уриниш нуқтасига ўтказилган радиуснинг хоссасидан $\angle DAC=\frac{1}{2}\breve{DC}$

У ҳолда$\angle BAC=\angle BAD-\angle DAC=90^0-\frac{1}{2}\breve{DC}=\frac{1}{2}\breve{DA}-\frac{1}{2}\breve{DC}$ бўлади ва талаб қилинган. $\angle BAC-=\frac{1}{2}(\breve{DA}-\breve{DC})=\frac{1}{2}\breve{AC}$ муносабатга эга бўламиз.Теорема исботланди.



2.9.6-чизма.



2.9.7-чизма.

***Теорема.* Доира ичидаги нуқтадан ўтказилган ҳамма ватарлар учун, ҳар бир ватар кесмаларининг кўпайтмаси ўзгармас миқдордир.**

Исбот. Айлананинг AB ваCD ватарлари K нуқтада кесишган бўлсин. (2.9.7-чизма). A ва C, B ва D нуқталарни туташтириб, иккитаΔACK ваΔBDK ни ҳосил қиламиз. Бу учбурчакларда вертикал бурчаклар сифатида

$\angle AKC=\angle BDK$ хамда битта AD ёйга тиралган ички чизилган бурчаклар сифатида $\angle ACK=\angle KBD$ ёки$\angle ACD=\angle ABD$, бўлади.

Демак, иккита тенг бурчаги бўйича $\Delta ACK\sim\Delta BDK$. Бу учбурчаклар мос томонларининг нисбатини тузатамиз. $\frac{AK}{CK}=\frac{KD}{BK}$, бу ердан AK•BK=CK•KD, талаб қилинган тенглик олинди. Теорема исботланди.

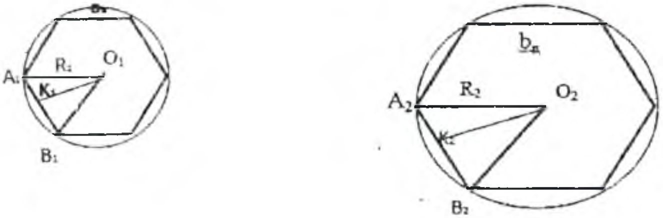
***Теорема.* Айлана узунлигининг диаметрига нисбати унинг айлана диаметрига боғлиқ эмас.**

Исбот. Радиуслари R_1 ва R_2 узунликлари C_1 ва C_2 бўлган иккита айлана берилган бўлсин (2.9.8-чизма). Бу айланаларга томонлари сони бир хил - n та бўлган мунтазам n- бурчакларни ички чизамиз. Ички чизилган мунтазам n- бурчакларнинг томонлари, мос равишда , a_n ва b_n уларнинг периметрлари эса P_n ва P'_n бўлсин. Дастлаб a_n ни топиш формуласини келтириб чиқарамиз. Агар O_1 биринчи айлананинг маркази A_1 $B_1=a_n$ унинг томони бўлса, $\Delta A_1O_1B_1$ да $\angle A_1O_1B_1$ марказий бурчак бўлади ва унинг катталиги $\frac{360}{n}$ га тенг, яъни $\angle A_1O_1B_1=\frac{360^0}{n}$. Тенг ёнли $\Delta A_1O_1B_1$ нинг O_1K_1 баландлигини ўтказамиз. У ҳолда

$$\angle A_1O_1K_1=\frac{1}{2}\angle A_1O_1B_1=\frac{180}{n}$$

Тўғри бурчакли $\Delta A_1O_1K_1$ дан

$$\frac{a_n}{2}=R_1\sin\frac{180^0}{n} \quad \text{ва} \quad a_n=2R_1\sin\frac{180^0}{n}$$



2.9.8-чизма.

бўлиши келиб чиқади. Шунга ўхшаш, иккинчи айланага ички чизилган мунтазам n-бурчакнинг томони учун $b_n=2R_2\sin\frac{180^0}{n}$ бўлишини оламиз. Энди кўпбурчаклар периметрларини ҳисоблаймиз:

$$P_n=n\cdot a_n=n\cdot 2R_1\sin\frac{180^0}{n},$$

$$P'_n=n\cdot b_n=n\cdot 2R_1\sin\frac{180^0}{n}$$

Маьлумки, ўхшаш мунтазам кўпбурчаклар периметрларининг нисбати улар ўхшаш томонларининг нисбати каби бўлади. Шунинг учун d_1 ва d_2 –берилган айлананинг диаметрлари бўлганда,

$\frac{P_n}{P'_n}=\frac{2R_1}{2R_2}=\frac{d_1}{d_2}$ деб ёзиш мумкин. Агар n сонни чексиз орттириб борсак, ички чизилган мунтазам кўпбурчакларнинг P_n ва P'_n периметрлари мос айланаларнинг C_1 ва C_2 узунликларига интилади. Шундай килиб

$$\frac{C_1}{C_2}=\frac{d_1}{d_2}$$

Бундан талаб қилинган тенглик келиб чиқади теорема исботланди.

Теорема. **R радиусли доиранинг юзи $S=\pi R^2$ формула бўйича ҳисобланади, бунда π-айлана узунлигининг диаметрига нисбатидир.**

Исбот. $AB=a_n$ айланага ички чизилган мунтазам n-бурчакнинг томони бўлсин (2.9.9-чизма). Томоннинг A ва B учларини айлананинг O маркази билан туташтирилиб тенг ёнли ΔAOB ни ҳосил қиламиз. Бу учбурчакнинг O учидан туширилган баландлигини r деб белгилаймиз. У вақтда ΔAOB учбурчакнинг юзи

$$S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}a_n r\ .$$

Ички чизилган мунтазам кўпбурчакнинг юзи эса

$$S_k=n\frac{1}{2}a_n r=\frac{1}{2}P_k a_n$$

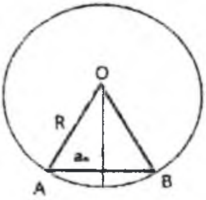
бўлади. Ички чизилган кўпбурчак томонлари сонини чексиз орттирилганда унинг P_k периметри чегараловчи айлананинг

$$C=2\pi R$$

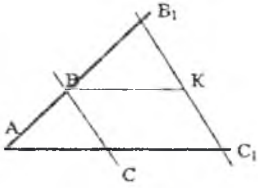
узунлигига учбурчакнинг r баландлиги эса айлананинг R радиусига интилади. Шунинг учун доиранинг юзини ҳисоблаш формуласи

$$S=\frac{1}{2}2\pi R\cdot R \text{ ёки } S=\pi R^2$$

бўлади. Теорема исботланди.



2.9.9-чизма.



2.9.10-чизма.

Теорема. **Агар бурчакнинг томонлари параллел тўғри чизиқлар билан кесишса, ҳосил қилинган учбурчаклар ўхшаш бўлади.**

Исбот. Бизга $\angle BAC$ берилган бўлиб, унинг томонлари ўзаро параллел BC ва B_1C_1 тўғри чизиқлар билан кесилган (2.9.10-чизма), яъни $BC//B_1C_1$ бўлсин. Бунинг натижасида ҳосил қилинган ΔABC ва $\Delta A_1B_1C_1$ нинг ўхшашлигини исботлаймиз. Уларда $\angle A$-умумий ва ўзаро параллел BC ва B_1C_1 тўғри чизиқлар ва BB_1 кесувчи ҳосил қилган $\angle ABC$ ҳамда $\angle AB_1C_1$ мос бурчаклар сифатида бир-бирига тенгдир, $\angle ABC=\angle AB_1C_1$. Бундан эса учбурчакларнинг учинчи бурчаклари ҳам ўзаро тенглиги келиб чиқади. $\angle ACB=\angle AC_1B_1$.

Энди учбурчакларнинг мос томонлари пропорционаллигини кўрамиз. $\angle BAC$ нинг томонлари ўзаро параллел BC ва B_1C1 тўғри чизиқлар билан кесилганлигидан, Фалес теоремасига кўра $\frac{BB_1}{AB}=\frac{CC_1}{AC}$ бўлади. Бу тенгликнинг ҳар иккала томонига 1 ни қўшиб, умумий махражга келтирамиз.

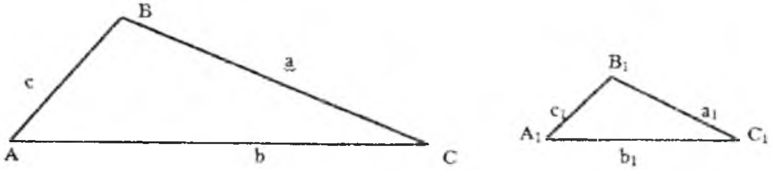
$$\frac{BB_1}{AB}+1=\frac{CC_1}{AC}+1, \quad \frac{BB_1+AB}{AB}=\frac{CC_1+AC}{AC}, \quad \frac{AB_1}{AB}=\frac{AC_1}{AC}$$

Учинчи томоннинг ҳам пропорционаллигини кўрсатамиз. B нуқтадан BK//AC тўғри чизиқни ўтказамиз. $BC//B_1C_1$, $BK//CC_1$ бўлганлигидан $KC_1=BC$ бўлади. Шундай қилиб, $\angle AB_1C_1$ бурчакнинг томонлари ўзаро параллел ва BK ва AC_1 тўғри чизиқлар билан кесилган, яъни $BK//AC_1$ энди юқоридагига ўхшаш Фалес теоремасидан фойдаланиб, $\frac{B_1C_1}{KC_1}=\frac{AB_1}{AB}$ ёки $\frac{B_1C_1}{BC}=\frac{AB_1}{AB}$ эканлигини исботлаймиз шунда қилиб $\frac{AB_1}{AB}=\frac{AC_1}{AC}=\frac{B_1C_1}{BC}$ бўлади.

***Теорема.* Ўхшаш учбурчакларнинг периметрлари уларнинг ўхшаш томонлари каби нисбатда бўлади.**

Исботи. ΔABC да P-периметр, a, в, c- унинг томонлари, $\Delta A_1B_1C_1$ да эса P_1-периметр, a_1 ,$в_1$,c_1- унинг томонлари бўлсин ва шартига кўра, $\Delta AB\,C\sim\Delta AB_2C_2$ (2.9.11-чизма). Ўхшаш учбурчакларнинг аниқланишидан, уларнинг ўхшаш томонлари пропорционал бўлади $\frac{a}{a_1}=\frac{в}{в_1}=\frac{c}{c_1}$. Бундан $\frac{a}{a_1}=\frac{в}{в_1}$ тенгликни $\frac{a}{в}=\frac{a_1}{в_1}$ кўринишда ёзиб оламиз. Охирги тенгликнинг ҳар иккала томонига 1 ни қўшамиз. $\frac{a}{в}+1=\frac{a_1}{в_1}+1$ ёки $\frac{a+в}{в}=\frac{a_1+в_1}{в_1}, \frac{a+в}{a_1+в_1}=\frac{в}{в_1}$ Шунга ўхшаш $\frac{в}{в_1}=\frac{c}{c_1}$ ёки $\frac{в}{c}=\frac{в_1}{c_1}$, $\frac{в}{c}+1=\frac{в_1}{c_1}+1$, $\frac{в+c}{c}=\frac{в_1+c_1}{c_1}$, $\frac{в+c}{в_1+c_1}=\frac{c}{c_1}$ деб ёзиш мумкин. У ҳолда $\frac{a+в}{a_1+в_1}=\frac{в+c}{в_1+c_1}$ муносабатни оламиз. Унинг учун ҳам юқоридаги алмаштиришларни такрорлаймиз. $\frac{a+в}{a_1+в}=\frac{c}{c_{1+}}$, $\frac{a+в}{c}=\frac{a_1+в_1}{c_1}$, $\frac{a+в}{c}+1=\frac{a_1+в_1}{c_1}+1$. Бундан $\frac{a+в+c}{c}=\frac{a_1+в_1+c_1}{c_1}$,

$\frac{a+в+c}{a_1+в_1+c_1}=\frac{c}{c_1}$ бўлади. Берилишига кўра $P=a+в+c$.$P_1=a_1+в_1+c_1$ бўлганидан, талаб қилинган $\frac{P}{P_1}=\frac{a}{a_1}=\frac{в}{в_1}=\frac{c}{c_1}$ муносабатни оламиз. Теорема исботланди.



2.9.11-чизма.

Теорема. **Ўхшаш учбурчакларнинг юзлари уларнинг ўхшаш томонлари каби нисбатда бўлади, яъни S-ΔABC нинг юзи, S_1-Δ$A_1B_1C_1$нинг юзи, a ва a_1, b ва b_1 мос равишда уларнинг ўхшаш томонлари бўлсин (2.9.11-чизма).**

$$\frac{S}{S_1}=\frac{a^2}{a_1^2}=\frac{в^2}{в_1^2}.$$

Исбот. Ўхшаш $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ да $\angle ABC=\angle AB_1C_1=\gamma$ бўлсин. Унда уларнинг юзлари мос равишда $S=\frac{1}{2}aв\sin\gamma$ ва $S_1=\frac{1}{2}a_1в_1\sin\gamma$ бўлади. S ва S_1 га бўламиз.

$$\frac{S}{S_1}=\frac{\frac{1}{2}a\cdot в\cdot\sin\gamma}{\frac{1}{2}a_1\cdot в_1\cdot\sin\gamma}=\frac{a}{a_1}\cdot\frac{в}{в_1}$$

$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ бўлганлигидан, юқорида исботланганига асосан, $\frac{a}{a_1}=\frac{в}{в_1}$

$\frac{S}{S_1}=\left[\frac{a}{a_1}\right]^2=\frac{a^2}{a_1^2}$ ва теорема исботланди.

Теорема. **Агар тўғри бурчакли учбурчакнинг тўғри бурчаги учидан гепотенузага баландлик ўтказилган бўлса:**

1) баландлик гепотенузада у ҳосил қилган кесмалар орасида ўрта пропорционал миқдордир;

2) ҳар бир катет гипотенуза ва бу катетнинг гипотенузага проекцияси орасида ўрта пропорционал миқдордир.

Исбот. Берилган учбурчакнинг катетлари ва гипотенузасини, AC=b, BC=a, AB=c деб, катетларининг гипотенузага проекцияларини AD=b_1, DB=a_1 деб белгилаймиз (2.9.12-чизма) .

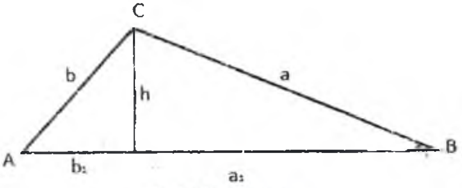
1. CD=h, баландлик тушириш натижасида ҳосил қилинган ΔACD ва ΔBCD тўғри бурчакли бўлади. Чунки $CD \perp AB$. Энди $\angle CAD = \alpha$ бўлсин. Тўғри бурчакли учбурчак ўткир бурчакларининг йиғиндиси 90^0 га тенг бўлганлигидан $\angle ACD = 90^0 - \alpha$ бўлади.

У вақтда $\angle DCB = 90^0 - (90^0 - \alpha) = \alpha$ яъни $\angle DCB = \angle CAD$. Энди ΔACD ва ΔBCDнинг иккита бурчакларнинг ўзаро тенг бўлганлигидан, $\Delta ACD \sim \Delta BCD$ бўлиши келиб чиқади. Бу учбурчакларда мос томонларининг нисбатларини тузамиз: $\frac{AD}{AC} = \frac{DC}{DB}$ ёки $\frac{b_1}{h} = \frac{h}{a_1}$

Бундан талаб қилинган, $h^2 = a_1 \cdot b_1$ бўлиши келиб чиқади. Энди ΔABC ва ΔACD лар ўхшаш бўлади, чунки уларнинг ҳар иккаласи ҳам тўғри бурчакли ва уларда $\angle A$ умумийдир, яъни $\Delta ABC \sim \Delta ACD$. Бу учбурчакларда мос томонларининг нисбати

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB} \quad \text{ёки} \quad \frac{b_1}{b} = \frac{b}{c}$$

бўлади, бундан $b^2 = b_1 \cdot c$ бўлиши келиб чиқади ΔABC ва ΔBDCнинг ўхшашлигидан (уларнинг ҳар иккаласи ҳам тўғри бурчакли ва уларда $\angle B$ умумийдир), талаб қилинган иккинчи $a^2 = a_1 \cdot c$ тенглик келиб чиқади.



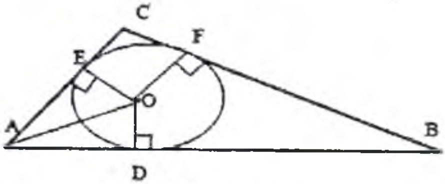
2.9.12-чизма.

***Теорема.* Учбурчакка ички чизилган айлананинг маркази учбурчак биссектрисаларининг кесишиш нуқталари бўлади.**

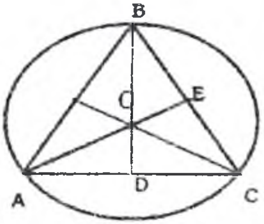
Исбот ΔABC берилган учбурчак бўлсин (2.9.13-чизма). Агар D,E,F учбурчакнинг томонлари айланага уринадиган нуқталар бўлса, $OE = OF = OD$ ва $OD \perp AB, OE \perp AC, OF \perp BC$ бўлади. Шундай қилиб, O нуқта учбурчак томонларидан баравар узоқликда жойлашган бўлади.

$OE = OD$ бўлганидан O нуқта учбурчакнинг ички A бурчаги биссектрисасида ётади. Шунга ўхшаш $OE = OD$ бўлганлигидан, O нуқта C бурчакнинг биссектрисасида ётади ва шунингдек, B бурчакнинг биссектрисасида ҳам ётади, яъни O учбурчак биссектрисасининг кесишиш нуқтасидир.

Теорема. **Учбурчакка ташқи чизилган айлананинг маркази учбурчак томонларининг ўрталаридан ўтказилган перпендикулярларининг кесишиш нуқтасидан иборат.**



2.9.13-чизма.



2.9.14-чизма.

Исбот. Бизга ΔABC ва унга ташқи чизилган айлананинг маркази O нуқта берилган бўлсин (2.9.14-чизма). O нуқтани учбурчакнинг A,B,C учлари билан туташтирамиз. Унда ҳосил қилинган ΔAOC тенг ёнли бўлади, чунки OA=OC=R, бунда R ташқи чизилган айлананинг радиуси. Шунингдек, учбурчакнинг OD медианаси бир вақтнинг ўзида баландлик ҳам бўлади, яъни $OD \perp AC$. Шундай қилиб ΔABC учбурчакка ташқи чизилган айлананинг O маркази AC томонга унинг ўртаси D нуқтадан ўтказилган перпендикулярда ётади. Юқоридагига ўхшаш, BO=AO=R ва BO=OC=R бўлганлигидан, ΔBOC ва ΔAOB лар ҳам тенг ёнли бўлади ва O нуқта AB ва BC томонларининг ўрталаридан ўтказилган перпендикулярда ётади. Теорема исботланди.

Теорема. **Учбурчаклар исталган томонининг квадрати қолган икки томон квадратлар йиғиндисидан, шу икки томон билан улар орасидаги бурчак косинусининг иккиланган кўпайтмасини айириш натижасига тенг:**

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos A$$

$$c^2 = b^2 + a^2 - 2ab\cos A$$

Исбот. $\angle A$ ўткир, яъни $\angle A < 90^0$, ва $\angle B$ ўткир бурчакли бўлсин. Учбурчакнинг C учидан $CD \perp AB$ ўтказамиз (2.9.15-чизма). У вақтда AD=b_c ва DB=a_c лар AC=b ва BC=a томонларининг AB=c томонига проекциясидан иборат бўлади. CD=h_c деб белгилаймиз. Тўғри бурчакли ΔBCD ва ΔACD лардан Пифагор теоремасига кўра,

$$\begin{cases} a^2 = h_c^2 + a_c^2 \\ h_c^2 = b^2 - b_c^2 \end{cases}$$

Муносабатларни оламиз. h_c нинг қийматини биринчи ифодага қўйиб. $a_c = c - b_c$ муносабатдан фойдаланган ҳолда $a^2 = b^2 - b_c^2 + (c - b_c)^2$ ифодани оламиз ёки $a^2 = b^2 - b_c^2 + c^2 \ 2cbc + b^2 =$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2cb_c$

бўлади. ΔACD да b_c кесма $\angle A$ ёпишган катет бўлганлигидан $b_c = b \cdot \cos A$. Олинган қийматни a^2 нинг ифодасига келтириб қўйсак талаб қилинган $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ тенгликни оламиз.

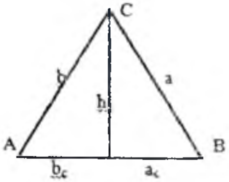
b) $\angle A$- ўткир. $\angle B$-ўтмас бурчак бўлган ҳолни қараймиз. Бу ҳолда $b_c = AD = c + a_c$, $a_c = BD$ бўлади (2.9.16-чизма). Тўғри бурчакли ΔBCD ва ΔACD лардан. Пифагор теоремасига кўра

$$\begin{cases} a^2 = h_c^2 + a_c^2 \\ h_c^2 = b^2 - AD^2 = b^2 - (c + a_c^2) \end{cases}$$

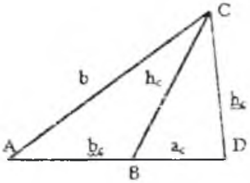
муносабатни оламиз. Бундан $a^2 = b^2 - (c + a_c^2) + a_c^2 = b^2 - c^2 - 2c \cdot a_c$ бўлади. Тўғри бурчакли ΔACD дан AD=bcosA ёки $c + a_c = b \cdot \cos A$ бўлиши келиб чиқади. У вақтда $a_c = b \cdot \cos A - c$ бўлади ва a^2 учун олинган ифодага келтириб қўйсак,

$a^2 = b^2 - c^2 - 2c(b\cos A - c) = b^2 - c^2 - 2cb\cos A + 2c^2$ ва $a^2 = b^2 + c^2 - 2cb\cos A$ бўлади.

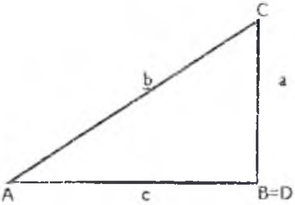
d) $\angle A$- ўткир. $\angle B$-тўғри бурчак бўлган ҳолни қараймиз. Бу ҳолда CB ва CD кесмалар бир-бирига тенг бўлади ва $a_c = 0$ (2.9.17-чизма). Тўғри бурчакли ΔABC дан пифагор теоремасига кўра $a^2 = b^2 - c^2$ бўлади. Бу ифодани қуйидагича ёзамиз: $a^2 = b^2 + c^2 - 2c^2$ с-катет $\angle A$ га ёпишганлигини инобатга олсак, c=bcosA бўлади ва натижада талаб қилинган, $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ тенгликка эга бўламиз. Шундай қилиб, бу ҳолда ҳам косинуслар теоремаси ўринли бўлар экан.



2.9.15-чизма.



2.9.16-чизма.



2.9.17-чизма.

Теорема. **Ихтиёрий учбурчак икки томони айирмасининг улар йиғиндисига нисбати шу томонлар қаршисидаги бурчаклар айирмаси ярми тангенсининг шу бурчаклар йиғиндиси ярмининг тангенсига нисбати кабидир.**

$$\frac{a-b}{a+b}=\frac{tg\frac{A-B}{2}}{tg\frac{A+B}{2}}$$

Исбот. Юқорида исботланган синуслар теоремасига кўра $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$ ёки $\frac{a}{b}=\frac{\sin A}{\sin B}$, Охирги тенгликни икки томонига 1 ва -1 ни қўшамиз: $\frac{a}{b}+1=\frac{\sin A}{\sin B}+1$, $\frac{a}{b}-1=\frac{\sin A}{\sin B}-1$

Натижада $\frac{a+b}{b}=\frac{\sin A+\sin B}{\sin B}$, $\frac{a-b}{b}=\frac{\sin A-\sin B}{\sin B}$ ифодани оламиз. Сўнгра иккинчи тенгликни биринчисига бўламиз:

$$\frac{a-b}{a+b}=\frac{\sin A-\sin B}{\sin A+\sin B}=\frac{2\sin\frac{A-B}{2}\cdot\cos\frac{A+B}{2}}{2\sin\frac{A+B}{2}\cdot\cos\frac{A-B}{2}}=\frac{tg\frac{A-B}{2}}{tg\frac{A+B}{2}}$$

теорема исботланди.

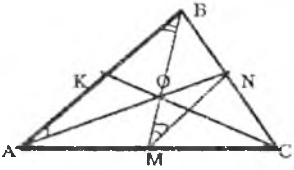
Теорема. **Учбурчакнинг медианалари битта нуқтада кесишади ва кесишиш нуқтасида учидан ҳисоблаганда 2:1 каби нисбатда бўлинади.**

Исбот. М нуқта АС томоннинг ўртаси, N нуқта ВС томоннинг ўртаси бўлсин деб фараз қиламиз, яъни МА=МС, NB=NC (2.9.18-чизма). N нуқта В ва С нуқталар орасида ётганлигидан, В ва С нуқталар АN ва АС тўғри чизиқлар учун А нуқта умумий, демак, уларнинг бошқа умумий нуқталари бўлиши мумкин эмас. Шунинг учун AC тўғри чизиқда ётувчи M нуқта ва B нуқта AN тўғри чизиқдан ва BM медианалар бирор O нуқтада кесишади.

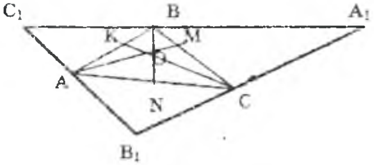
Модомики, M ва N, мос равишда AC ва BC томонларнинг ўрталаридан иборат экан, MN кесма ΔABC нинг ўрта чизиғи бўлади ва $MN \| AB$, $\mathrm{MN} = \frac{1}{2} AB$. Иккита ўзаро параллел AB ва MN тўғри чизиқлар AN ва BM тўғри чизиқлар билан кесилган. У вақтда ҳосил бўлган ички алмашинувчи бурчаклар ўзаро тенг: $\angle BAN = \angle ANM, \angle \mathrm{ABM} = \angle \mathrm{BMN}$. Энди ΔABO да иккита бурчак ΔMON нинг мос бурчакларига тенглигидан, улар ўхшаш бўлади, яъни $\Delta ABO \sim \Delta MON$, уларнинг мос томонлари пропорционал $\frac{AO}{ON} = \frac{BO}{MO} = \frac{AB}{MN} = 2$, Шундай қилиб, AN ва BM медианалар кесишиш нуқтаси O да $\frac{AO}{ON} = \frac{BO}{MO} = \frac{2}{1}$ нисбатда бўлинади. BO ва CO биссектрисаларни қараб чиқиб, улар ҳам O кесишиш нуқтасида $\frac{BO}{MO} = \frac{CO}{KO} = \frac{2}{1}$ нисбатда бўлинишини оламиз. Теорема исботланди.

***Теорема.* Учбурчакнинг хамма баландликлари битта нуқтада кесишади.**

Исбот. Берилган учбурчакнинг A, B,C, учларидан унинг қарама-қарши томонларига параллел $A_1C_1 \| AC$, $\mathrm{A}_1B_1 \| AB$, $B_1C_1 \| BC$, тўғри чизиқларни ўтказамиз. Бу тўғри чизиқларнинг ўзаро кесишиш натижасида $\Delta A_1B_1C_1$ ҳосил бўлади (2.9.19-чизма). Ясашга кўра $C_1B \| AC, \mathrm{C}_1A \| BC, \mathrm{A}_1C \| AB$, $\mathrm{BA}_1 \| AC$. Шундай қилиб AC_1BC *ва* ABA_1C тўртбурчаклар параллелограмм ва $C_1B = AC, \mathrm{BA}_1 = AC, \mathrm{BA}_1 \| AC$. Бундан $C_1B = BA_1$ бўлиши ва яъни B нуқта A_1C_1 кесманинг ўртаси эканлигини оламиз. Шунга ўхшаш, A ва C нуқталар мос равишда B_1C_1 ва A_1B_1 томонларининг ўрталари бўлишини кўрсатиш мумкин. ABC учбурчакнинг B учидан BN баландлик ўтказамиз. Лекин $\Delta A_1B_1C_1$ да BN баландлик унинг A_1C_1 томонига ўтказилган ўрта перпендикулярдир. Шунга ўхшаш, CK ва MA баландликлар, мос равишда, B_1C_1 ва A_1B_1 томонларига ўрта перпендикулярдан иборат. ҳар қандай учбурчакда ўрта перпендикулярлар битта нуқтада кесишганлигидан, MA, NB ва KC баландликларнинг битта O нуқтада кесишиши келиб чиқади.



2.9.18-чизма.



2.9.19-чизма.

***Теорема.* Қавариқ тўртбурчакнинг диагоналлари кесишади.**

Исбот. ABCD тўртбурчакнинг қавариқ бўлганлигидан, унинг А ва В учлари ҳамда СА ва СВ нурлар CD тўғри чизиқдан бир томонда ётади. Шунга ўхшаш, СА ва DA нурлар ҳам CD тўғри чизиқдан бир томонда ётади. Демак, AC нур $\angle BAD$ нинг томонлари орасида ётади. Бунда AC тўғри чизиқ B ва D нуқталарни ажратади, яъни BD кесмани ва у билан бирга BD тўғри чизиқни кесиб ўтади. AC ва BD тўғри чизиқлар фақат битта нуқтада кесишади. Шундай қилиб, AC ва BD диагоналлар кесишади. Теорема исботланди.

***Теорема.* Трапециянинг ўрта чизиғи унинг асосларига параллел ва асослари йиғиндисининг ярмига тенг.**

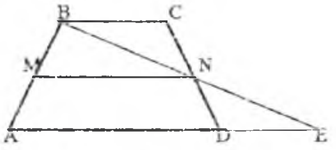
MN – трапециянинг ўрта чизиғи, яъни MA=MB ва DN=NC бўлсин, у ҳолда

MN//AD, $MN=\frac{AD+BC}{2}$ бўлишини исботлашини талаб қилинади.

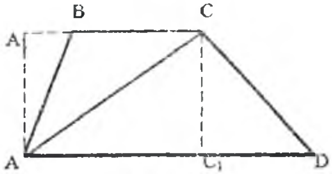
Исбот. B ва N нуқталардан BN тўғри чизиқ ўтказамиз ва уни трапециянинг AD томонининг давоми билан Е нуқтада кесишгунча давом эттирамиз. Натижада иккита BNC ва DNE учбурчакни ҳосил қиламиз. (2.9.20-чизма). Шартга кўра CN=ND, вертикал бурчаклар сифатида $\angle BNC=\angle DNE$ бўлганлигидан ҳамда иккита параллел BC ва DE тўғри чизиқ ва уларни CD тўғри чизиқ билан кесганда ҳосил бўлган бурчаклар сифатида $\angle BCN=\angle NDE$ бўлганлигидан, $\Delta BNC=\Delta NDE$. Учбурчакларнинг тенглигидан, BN=NE ва BC=DE бўлади.

Демак, MN кесма ΔABE нинг ўрта чизиғидир. Учбурчак ўрта чизиғининг хоссасига кўра

MN$\|AE$ ва MN=$\frac{1}{2}AE=\frac{1}{2}(AD+DE)=\frac{1}{2}(AD+BC)$. Теорема исботланди.



2.9.20-чизма.



2.9.21-чизма.

***Теорема.* Трапециянинг юзи унинг асослари йиғиндисининг ярми билан баландлигининг кўпайтмасига тенг.**

Агар ABCD трапециянинг асослари AD=a , BC=b, баландлиги $CC_1=AA_1=h$ бўлса (2.9.21-чизма), трапециянинг юзи $S=\frac{a+b}{2}h$

Формула бўйича ҳисоблашини исботлаш талаб қилинади.

Исбот. Трапециянинг AC диагоналини ўтказамиз, натижада трапеция иккита ACD ва ABC учбурчакка ажралади. A ва C нуқталардан $AA_1 \perp BC, CC_1 \perp AD$ баландликлар ўтказамиз. AD||BC бўлганлигидан, $CC_1= AA_1=h$ бўлади. Шу сабабли, ACD ва ABC учбурчакларнинг юзлари $S_{\Delta ACD}=\frac{1}{2}ah; S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}bh$ формулалар бўйича ҳисобланади. Трапециянинг юзи эса $S=S_{\Delta ACD}+S_{\Delta ABC}$, яъни $S=\frac{1}{2}ah+\frac{1}{2}bh=\frac{a+b}{2}h$ бўлади. Теорема исботланди.

***Теорема.* Қаварик тўртбурчакнинг юзи унинг диагоналлари кўпайтмасининг ярми билан улар орасидаги бурчак синусининг кўпайтмасига тенг.**

ABCD қаварик тўртбурчакда $AC=d_1, BD=d_2$ диагоналлари ва улар орасидаги $\angle COD=\alpha$ бурчак маълум бўлсин. У ҳолда тўртбурчакнинг юзи $S=\frac{1}{2}d_1d_2\sin\alpha$ формула бўйича ҳисобланишини исботлаш керак.

Исботи. Қаварик ABCD тўртбурчакнинг AC, BD диагоналлари (2.9.22-чизма) тўртбурчакни тўртга AOB, BOC, COD, AOD учбурчакка бўлади. Маълумки, ∠ AOB=,∠ COD=α ∠ BOC=

∠ AOD=180^0-α , у ҳолда

$$S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}AO\cdot BO\cdot\sin\alpha, S_{\Delta BOC}=\frac{1}{2}BO\cdot CO\cdot\sin(180^0-\alpha)=\frac{1}{2}BO\cdot CO\cdot\sin\alpha.$$

$$S_{\Delta COD}=\frac{1}{2}CO\cdot OD\cdot\sin\alpha, S_{\Delta AOD}=AO\cdot OD\cdot\sin(180^0-\alpha)=\frac{1}{2}AO\cdot OD\cdot\sin\alpha.$$

Демак, ABCD тўртбурчакнинг юзи

$$S=_{ABCD}=S_{\Delta AOB}+S_{\Delta BOC}+S_{\Delta COD}+S_{\Delta AOD}.$$

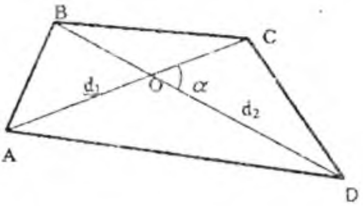
$$S_{ABCD}=\frac{1}{2}AO\cdot BO\cdot\sin\alpha+\frac{1}{2}BO\cdot CO\cdot\sin\alpha+\frac{1}{2}CO\cdot OD\ \sin\alpha+\frac{1}{2}AO\cdot OD\cdot\sin\alpha=$$

$$\frac{1}{2}BO(AO+OD)\sin\alpha+\frac{1}{2}OD(AO+OC)\sin\alpha=\frac{1}{2}BO\cdot AC\cdot\sin\alpha+\frac{1}{2}OD\cdot AC\cdot\sin\alpha=$$

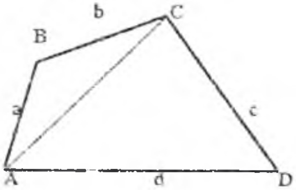
$$\frac{1}{2}AC\cdot(BO+OD)\sin\alpha==\frac{1}{2}AC\cdot BD\cdot\sin\alpha$$

Шунга кўра $AC=d_1\ BD=d_2$ бўлганлигидан талаб қилинган $S=\frac{1}{2}d_1d_2\sin\alpha$ муносабатни оламиз.

Фараз қилайлик, a,b,c,d – тўртбурчакнинг томонлари ва $P=\frac{a+b+c+d}{2}$ унинг ярим периметри бўлсин.



2.9.22-чизма.



2.9.23-чизма.

Теорема. **Томонлари a,b,c,d бўлган ABCD тўртбурчакнинг юзи**

$$s=\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)abcdcoc^2\frac{\angle B+\angle D}{2}}$$ **формула билан ҳисобланади.**

Исбот. Тўртбурчакнинг AC диагоналини ўтказамиз (2.9.23-чизма). У ҳолда тўртбурчакнинг юзи учун

$$S=S_{\Delta ABC}+S_{\Delta ADC}=\frac{1}{2}(ab\sin\angle B+cd\sin\angle D)$$

формула ўринли бўлади. Бу ифодани иккига кўпайтириб, квадратга кўтарамиз:

$$4S^2=a^2b^2\sin^2\angle B+2abcd\sin\angle B\sin\angle D+c^2d^2\sin^2\angle D=$$

$$=a^2b^2-a^2b^2\cos^2\angle B+c^2d^2-$$

$$-c^2d^2\cos^2\angle D+2abcd\sin\angle B\sin\angle D.$$

Бу ердан

$$a^2b^2\cos^2\angle B + c^2d^2\cos^2 D = a^2b^2 + c^2d^2 + 2abcd\sin\angle B\sin\angle D - 4S^2.(*)$$

Иккинчи томондан, косинуслар теоремасига кўра, ΔABC ва ΔACD лардан $AC^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\angle B = c^2 + d^2 - 2cd\cos\angle D$ бўлишини оламиз. Бундан $2(ab\cos\angle B - cd\cos\angle\cos\angle D) = a^2 + b^2 - c^2 - d^2$ бўлади. Бу тенгликнинг иккала томонини квадратга кўтарамиз, $4(a^2b^2\cos^2\angle B - 2abcd\cos\angle B\cos\angle D + c^2d^2\cos^2\angle D) = (a^2 + b^2 - c^2 - d^2)^2$ бўлади. Бундан

$$16S^2 = 4a^2b^2 + 4c^2d^2 - (a^2 + b^2 - c^2 - d^2) + 8abcd(\sin\angle B\sin\angle D - \cos\angle B\cos\angle\cos D) =$$
$$4a^2b^2 + 8abcd + 4c^2d^2 - (a^2 + b^2 - c^2 - d^2) - 8abcd - 8abcd\cos(\angle B + \angle D) = 4(ab + cd)^2 -$$
$$(a^2 + b^2 - c^2 - d^2)^2 - 8abcd\cos(1 + \cos(\angle B + \angle D)) = (2ab + 2cd - a^2 - b^2 + c^2 + d^2)(2ab +$$
$$2cd + a^2 + b^2 - c^2 - d^2) - 16abcd\cos^2\frac{\angle B + \angle D}{2} = (2p - 2a)(2p - 2b)(2p - 2c)(2p - 2d) -$$
$$-16abcd\cos^2\frac{\angle B + \angle D}{2} = 16(p - a)(p - b)(p - c)(p - d) - 16abcd\cos^2\frac{\angle B + \angle D}{2}.$$

натижада

$s = \sqrt{(p - a)(p - b)(p - c)(p - d)abcd\cos^2\frac{\angle B + \angle D}{2}}$ формулани ҳосил қиламиз.

***Теорема.* Айланага ички чизилган тўртбурчакнинг қарама-қарши бурчаклари йиғиндиси 180^0 га тенг.**

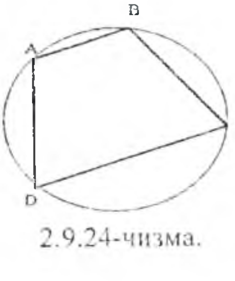
Исботи. ABCD тўртбурчак айланага ички чизилган бўлсин (2.9.24-чизма). У холда тўртбурчакнинг ҳар бир бурчаги айланага ички чизилган бўлади ва ўзи тиралган ёйнинг ярми билан ўлчанади.

$$\angle A = \frac{1}{2}BC\breve{D},\quad \angle B = \frac{1}{2}AD\breve{C},\quad \angle C = \frac{1}{2}BA\breve{D}.$$

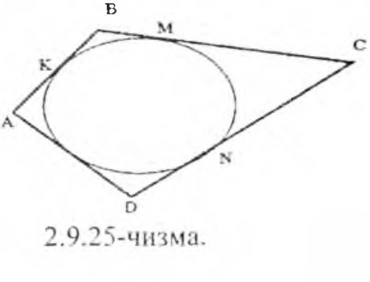
У ҳолда

$$\angle A + \angle C = \frac{1}{2}BC\breve{D} + \frac{1}{2}BA\breve{D} = \frac{1}{2}(BC\breve{D} + BA\breve{D}) = \frac{1}{2}\cdot 360^0 = 180^0,$$
$$\angle B + \angle D = \frac{1}{2}AD\breve{C} + \frac{1}{2}AB\breve{C} = \frac{1}{2}(AD\breve{C} + AB\breve{C}) = \frac{1}{2}\cdot 360^0 = 180^0.$$

Теорема исботланди.



2.9.24-чизма.



2.9.25-чизма.

Теорема. **Айланага ташқи чизилган тўртбурчакнинг қарама-қарши томонлари узунликлари йиғиндиси ўзаро тенг.**

Исбот. ABCD тўртбурчакка айлана ички чизилган бўлсин (2.9.25-чизма). Айлананинг тўртбурчак томонлари билан уриниш нуқталарини кетма-кет K, M, N, P лар билан белгилаймиз. Битта нуқтадан ўтказилган уринмаларнинг кесмалари тенг бўлганлигидан, AK=AP, BK=BM, CN=CM, DN=DP бўлади. Энди қарама-қарши томонларининг узунликлари йиғиндисини қараймиз, $AB + CD = AK + KB + CN + ND = AP + BM + CM + DP = AD + BC$.

Теорема **(Птолемей). Айланага ички чизилган тўртбурчак диагоналларининг кўпайтмаси тўртбурчак қарама-қарши томонлари кўпайтмалари йиғиндисига тенг (2.9.26-чизма).**

$AC \cdot BD = AD \cdot BC + AB \cdot CD$

2.9.26-чизма.

Теорема. **Қавариқ n бурчак ички бурчакларининг йиғиндиси $180^0 \cdot (n-2)$ га тенг.**

Исбот. Фараз қилайлик, $A_1, A_2 \cdots A_n$ қавариқ n бурчак берилган бўлсин. Унинг учларидан бирини, масалан, A_1 нуқтани қолган учлари билан туташтирамиз ва учбурчаклар ҳосил қиламиз (2.9.27-чизма). Ҳосил қилинган $A_1A_2A_3$ ва $A_1A_{n-1}A_n$ учбурчакларнинг ҳар берилган учбурчакнинг иккитадан томони орқали ифодаланса, қолган учбурчакларнинг ҳар бирига кўпбурчакнинг битта томони киради холос. Шунинг учун ҳосил қилинган учбурчакларнинг сони n-2 та бўлади. Учбурчакларнинг ички бурчакларининг йиғиндиси 180^0 га тенг бўлганлигидан, қавариқ n бурчак ички бурчакларининг йиғиндиси $180^0 \cdot (n-2)$ га тенг бўлади. Теорема исботланди.

2.9.27-чизма.

***Теорема.* Ўхшаш кўпбурчакнинг периметрлари уларнинг ўхшаш томонлари каби нисбатда бўлади.**

Исбот. Берилган ABCDE ва $A_1B_1C_1D_1E_1$ ўхшаш кўпбурчакларнинг таърифларидан (2.9.28-чизма).

$$\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{CD}{C_1D_1}=\frac{DE}{D_1E_1}=\frac{EA}{E_1A_1}$$

Пропорциянинг хоссаларидан, бизга бир нечта тенг нисбатлар берилганда, барча олдинги ҳадлар йиғиндисининг барча кейинги ҳадлар йиғиндисига нисбати олдинги бирор ҳаднинг ўзига мос кейинги ҳадга нисбати каби бўлади, яъни

$$\frac{AB+BC+CD+DE+EA}{A_1B_1+B_1C_1+C_1D_1+D_1E_1+E_1A_1}=\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}=....=\frac{EA}{E_1A_1}$$

Ёки периметрлар учун, мос равишда

$p=AB+BC+CD+DE+EA;$

$p_1=A_1B_1+B_1C_1+C_1D_1+D_1E_1+E_1A_1$

Ҳамда ўхшаш томонлар учун, мос равишда,

a,b,….m,

a_1 ,b_1….m_1

белгилашларни киритиб, талаб қилинган $\frac{p}{p_1}=\frac{a}{a_1}=\frac{b}{b_1}=....=\frac{m}{m_1}$

Муносабатларни ҳосил қиламиз.

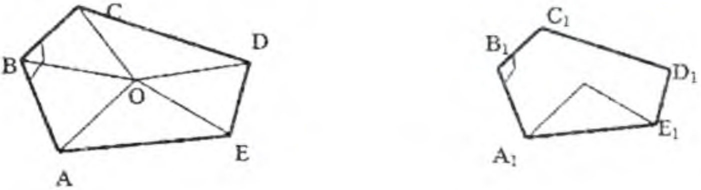
2.9.28-чизма.

Теорема. **Ўхшаш кўпбурчакларнинг юзлари нисбати уларнинг ўхшаш томонлари квадратларининг нисбати кабидир.**

Исбот. ABCDE ва $A_1B_1C_1D_1E_1$ иккита ўхшаш кўпбурчак бўлсин (2.9.29-чизма). Юқорида исботланган теоремага асосан, уларни бир хил сондаги ва бир хил жойлашган ўхшаш учбурчакларга ажратиш мумкин.

Кўпбурчакларни бўлиш натижасида ҳосил қилинган мос учбурчаклар жуфтлари ΔAOB ва $\Delta A_1O_1B_1$, ΔBOC ва $\Delta B_1O_1C_1$ ва ҳоказоларни қараб, $\frac{S_{\Delta AOB}}{S_{\Delta A_1O_1B_1}} = \frac{AB^2}{A_1B_1^2} = \left(\frac{AB}{A_1B_1}\right)^2, \frac{S_{\Delta BOC}}{S_{\Delta B_1O_1C_1}} = \left(\frac{BC}{B_1C_1}\right)^2$. деб ёзиш мумкин. Кўпбурчакларнинг ўхшашлиги таърифидан, $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CD}{C_1D_1} = \ldots$ ва шунинг учун $\left(\frac{AB}{A_1B_1}\right)^2 = \left(\frac{BC}{B_1C_1}\right)^2 = \ldots$ бундан $\frac{S_{\Delta AOB}}{S_{\Delta A_1O_1B_1}} = \frac{S_{\Delta BOC}}{S_{\Delta B_1O_1C_1}} = \frac{S_{\Delta COD}}{S_{\Delta C_1O_1D_1}} = \ldots$' муносабатни оламиз.Тенг нисбатларнинг хоссаларидан фойдалансак,

$\frac{S_{\Delta AOB} + S_{\Delta BOC} + S_{\Delta COD} +}{S_{\Delta A_1O_1B_1} + S_{\Delta B_1O_1C_1} + S_{\Delta C_1O_1D_1}} = \frac{AB^2}{A_1B_1^2}$ деб ёзиш мумкин. Теорема исботланди.



2.9.29-чизма.

III БОБ. ПЕДАГОГИК ТЕХНОЛОГИЯ ТАМОЙИЛЛАРИ АСОСИДА ГЕОМЕТРИЯДАН ДАРСЛАРНИ ЛОЙИҲАЛАБ ЎҚИТИШ МЕТОДИКАСИ

3.1. Геометрия фанини замонавий педагогик технология тамойиллари асосида модулли лойихалаш

Бизга маълумки, ўрта ва ўрта махсус таълим муассасаларида геометрия ўқитиш методикасининг мазмуни қуйидаги анъанавий таълимга асосланган саволлар асосида яратилган:

1) Нимани ўқитамиз?

2) Нимага ўқитамиз?

3) Қандай ўқитамиз?

Бу саволларга жавоблар эса геометрия фани учун ишлаб чиқилган ДТС, Малакавий талаб ва ўқув дастурларининг мазмуни умумий ҳолатда ўз аксини топган.

Фан дастурида геометрия курсининг тузилиши, яъни курс бўйича боблар, бўлимлар ва мавзулар рўйхати мавжудлиги "Нимани ўқитамиз?" деган саволга, курсининг мазмуни ва моҳияти тушунтирилганлиги "Нимага ўқитамиз?" деган саволга, курс бўйича дастурга мос ҳолда мавзуларга қисқача методик тавсиялар келтирилганлиги "Қандай ўқитамиз?" деган саволга жавоб бўлади. Геометрия ўқитиш методикаси ўқитувчилар учун геометрия курсини ўқитиш усул ва услубларини белгилаб берувчи восита ҳисобланади.

Ҳозирги кунда мамлакатимизда таълим жараёнини тубдан ўзгартиришга қаратилган эътибор ва талабнинг ошганлиги, жумладан, таълим жараёнига илғор мамлакатларнинг методик тажрибаларини жорий қилиш, таълим жараёнига замонавий педагогик ва ахборот технологияларини қўллаш бўйича олиб борган тажрибалар шуни кўрсатдики, ҳозирги кунда барча фанларни ўқитиш методикаси эскирганлиги ва уни такомиллаштириш кераклигига амин бўлдик.

Республикамизда ўрта ва ўрта махсус таълим тизимининг барча бўғинларида геометрия курси ўқитилади. Шундай экан геометрия курсини ўқитиш методикасига эътибор қаратиш муҳим ҳисобланади.

Гоеметрия курсини ўқитиш методикасининг асосий мақсади қуйидаги уч омил билан белгиланади:

1. Геометрия ўқитишнинг таълимий мақсади.
2. Геометрия ўқитишнинг тарбиявий мақсади.
3. Геометрия ўқитишнинг амалий мақсади.

а) Ўқувчиларга дастур асосида геометрик билимлар тизимини бериш. Бу билимлар тизими геометрия фани тўғрисида ўқувчиларга етарли даражада маълумот бериши, уларни геометрия фанининг мураккаб бўлимларини ўрганишга тайёрлаши керак. Бундан ташқари, дастур асосида ўқувчилар таълим жараёнида олган билимларининг ишончли эканлигини текшира билишга ўрганишлари, яъни исботлаш ва назорат қилишнинг асосий методларини эгаллашлари зарур.

б) Геометрияни ўрганиш ўқувчиларнинг мантиқий билимларини шакллантириш, ўз фикрларини аниқ, равшан ва лўнда қилиб баён эта билиш малакаларини ўзлаштиришларига ёрдам бериши керак.

в) Ўқувчиларни математик қонуниятлар асосида реал ҳақиқатларни билишга ўргатиш. Бу ерда ўқувчиларга реал оламда юз берадиган энг содда ҳодисалардан тортиб то мураккаб ҳодисаларгача ҳаммасининг фазовий тасаввурлари ва улар орасидаги миқдорий муносабатларни тушунишга имкон берадиган ҳажмда билимлар бериш кўзда тутилади.

Бундай билимлар бериш орқали ўқувчиларнинг фазовий тасаввур қилишлари шаклланади ҳамда мантиқий мулоҳаза юритиши янада ривожланади.

Геометрияни ўқитишнинг тарбиявий мақсади ўз олдига қуйидагиларни қўяди:

а) Ўқувчиларда илмий ва ҳаётий дунёқарашни шакллантириш. Бу ғоявий шаклланиш назарияси асосида амалга оширилади.

б) Ўқувчиларда фанни ўрганишга бўлган қизиқишларни шакллантириш.

Бизга маълумки, геометрия дарсларида ўқувчилар таълим олишнинг дастлабки кунлариданоқ мустақил равишда хулоса чиқаришга ўрганадилар. Улар аввало кузатишлар натижасида, сўнгра эса мантикий тафаккур қилиш натижасида хулоса чиқарадилар. Ана шу чиқарилган хулосалар математик қонуниятлар билан тасдиқланади.

Фан ўқитувчисининг вазифаси ўқувчиларда мустақил мантиқий фикрлаш қобилиятларини шакллантириш билан бирга уларда геометрияни ўрганишга бўлган қизиқишларини тарбиялашдан иборатдир.

в) Ўқувчиларда мантиқий тафаккурни ва геометрик маданиятни шакллантириш. Геометрия дарсларида ўрганиладиган ҳар бир мантиқий хулоса катъийликни талаб қилади, бу эса ўз навбатида жуда кўп геометрик тушунча ва қонуниятлар билан ифодаланади. Ўқувчилар ана шу қонуниятларни босқичма-босқич ўрганишлари давомида уларнинг мантиқий тафаккур қилишлари ривожланади, мантиқий хулоса чиқариш маданиятлари шаклланади. Ўқувчиларни геометриядан бирор ифодани математик қонуниятини символик тилда тўғри ифодалай олишлари ва аксинча символик тилда ифода қилинган математик қонуниятни ўз она тилларида ифода эта олишларига ўргатиш орқали уларда геометрик маданият шакллантирилади.

Геометрия фанининг педагогик вазифалари инсоннинг умумий таълим олишидаги асосий вазифаларини ҳал этишда қўшадиган қуйидаги ўзига хос ҳиссаси билан аниқланади:

1. Ўқувчиларда геометрия фани ҳақидаги билимни шакллантириш ва уларнинг мантиқий тафаккурини ривожлантириш.

2. Илмий дунёқарашни шакллантириш.

3. Миллий мафкура руҳида тарбиялаш.

4. Ўқувчиларни амалий фаолиятга, меҳнатга, таълим олишни давом эттиришга тайёрлаш.

Юқоридаги масалалардан ҳеч бири бошқаларидан ажратилган ҳолда, алоҳида ҳал этилмаслиги лозим. Улар бир бутунликда бир-бири билан чамбарчас боғлиқ ҳолда амалга оширилиши лозим.

Ўқувчилар геометрия фанини мустаҳкам эгаллашлари асосидагина уларнинг мантиқий тафаккурини тарбиялаш ва илмий дунёқарашни яратиш мумкин. Иккинчи томондан, мантиқий фикрлашга ўргатиш билангина, ўқувчиларнинг геометрияни фан сифатида унинг ўзига хос томонларини чуқур тушунишларига эришиш мумкин. Бундан ташқари, геометрияни ўқитиш жараёнида амалий фаолиятга тайёрлаш вазифасини тўғри ҳал этишга эришиш учун геометрия курсининг илмийлигини ошириш лозим. Фақатгина тўғри ва чуқур хулосалар қила олсагина, ўқувчилар ҳар бир масалани ечишга танқидий ва ижодий ёндаша оладилар, янги муаммолар олдида ўзларини йўқотиб қўймайдилар ва турли шарт-шароитларда унумли фаолият кўрсата оладилар. Шунингдек, амалий иш ўқувчиларнинг дунёқарашини кенгайтиради ва уни янги фактлар билан бойитишади ҳамда геометриядан билим даражаларини оширади, чуқур, тўлиқ ва мустаҳкам бўлишини таъминлайди.

Юқоридаги фикрларимизни асослаш мақсадида геометрия фанини ўқитишда замонавий педагогик технологияни таълим-тарбия жараёнига кенг татбиқ қилиш, яъни геометрия фанини модулли технология асосида ўқитишни амалга ошириш бўйича услубий тавсия ишлаб чиқдик.

Модул – таълим жараёнида ўқув машғулотларини 8-10 соатга мўлжалланган маъруза, амалий, семинар ва лаборатория машғулотларидан иборат лойиҳадир. Таълим жараёнида модулларни ҳар хил танлаш мумкин. Ўкув мақсадларига кўра модулларда маълумотлар қиска, ўртача, тўла ва мукаммал танланди. Таълимни модуллаштириш талабалар билан дифференциал ва индивидуал ишлаш имкониятини яратади.

Модулли ўқитиш – фаолият кўрсата оладиган ўзаро узвий боғланган элементлардан иборат бўлган тугунни билдиради. Модулли ўқитишда ўқув дастурларини тўла ёки қисман табақалаш орқали ўкитиш имконияти яратилади. Модулни ўқитишда фанлараро алоқадорлик, ўрганилаётган материалдаги асосий таянч тушунчаларнинг татбиқлари, берилиш ҳажми ва муаммолари муҳим ўрин тутади.

Модулли ўқитишда замонавий педагогик технологияга асосланган маъруза матнларини тайёрлаш мақсадга мувофиқ бўлиб, бунда ҳар бир ўқитувчи анъанавий ўқитиш методикаси ва технологик ёндашувларга асосланиб таълимни комплекс лойиҳалаш ҳамда таълим жараёнларини лойиҳалашни ўрганиш ёрдамида илмий методик савиясини ошириши кузатилди.

Фан бўйича маъруза матнлар тайёрлашда ўқитувчининг таълимий, тарбиявий, ривожлантирувчи мақсадларини ифодаловчи «Кимни?» (объект), «Нега?» (мақсад), «Нимани?» (мазмун), «Қандай?» (метод), «Кимни ва қандай?» (тарбия) саволлари ўқувчининг ўқув мақсадлари бўлган «Нимани билади ва ўйлайди?», «Нима қилаяпти?», «Нимани ҳис қилаяпти?» каби саволларига жавоблар ҳис қилиниб, сўнгра шу саволлар асосида назорат топшириқлари ифодаланилади. Маъруза матнларини тайёрлаш натижасида таълимда дифференциал ва индивидуал ёндашув амалга оширилади. Модулли ўқитиш асосини шахсга йўналтирилган ёндашув ташкил қилинади.

Ўқувчи шахсига йўналтирилган ёндашув деганда, ҳамкорликда таълим олиш, таълимни лойиҳалаш, дифференциал ва индивидуал ёндашувларга асосланган таълим технологияси тушунилади.

Дастлаб лойиҳа деганда, одатда, бирор бир маҳсулотни тайёрлашдаги ташкилий ва амалий ишлар ёки бирор иншоотни қурилиш лойиҳаси кабилар тушунилган. Эндиликда эса лойиҳа тушунчаси таълим ва тарбия жараёнида ҳам қўлланилмоқда. Анъанавий методикада лойиҳалаш методини қўллаш самарали натижа бермайди. Замонавий педагогик технологияга асосланган таълимда белгиланган мақсадга эришиш кафолатланганлиги туфайли таълим жараёнини лойиҳалаш мақсадга мувофиқдир.

Ҳозирги кунда лойихалаш методи назарий, амалий методика ва дидатикага кириб келмоқда. Ҳар бир ўқув фани ўзининг хусусиятларига эга. Демак, ҳар бир фаннинг ўзига хос ўқитиш технологиялари ёки методлари мавжуд.

Таълимда лойиҳалаш методи, дидактик мақсадга эришиши учун муаммоларни топиш, аниқлаш ва уларни ишлаб чиқишдир. Таълим жараёнини лойиҳалашда: янги ғоялар пайдо бўлиши, кўзланган натижани кўриш, чуқур мантиқий мулоҳаза қилиш ва уни амалиётда қўллаш имконияти мавжуд.

Таълимни лойиҳалаш методидан фойдаланиш талаблари қуйидагилардан иборат:

а) лойиҳалаш методида ижтимоий муаммолар мавжуд бўлиб, бу муаммоларни ечишда билимларни интеграллашуви;

б) кўзланган натижаларни ўқувчиларнинг назарий ва амалий билим кўникма ва малакаси орттирилганлигига хизмат қилиши ва муҳимлиги;

с) ўқувчиларнинг мустақил ва ҳамкорликда таълим олиш фаолияти;

д) лойиҳа мазмунини структуралаш (ҳар бир босқич натижалари кўрсатилган ҳолда);

к) ўкувчиларни ижодий изланувчанликка йўналтирилганлик методларини қўллаш.

Юқорида келтирилган фикрларимиз асосида академик лицейларда ўқитиладиган геометрия фани модули лойиҳаси ишлаб чиқдик.

Академик лицейларда аниқ ва табиий фанлар йўналишида геометрия фани чуқурлаштирилган фан ҳисобланиб, дастурлар мажмуисига кирувчи ўқув фани бўлиб, ўқув режасида жами 292 соат ажратилган. Шу жумладан, 136 соат дарс назарий, 156 соат амалий машгулот ўқув соати учун ажратилган. Давлат таълим стандартига биноан, 36 соат дарс планиметрия тушунчаларига жумладан, 12 соат назарий, 14 соат амалий ва 10 соат мустақил иш учун ажратилган. Биз ушбу модулда академик лицей геометрия курсининг планиметрия бўлимининг қисми бўлган "Бурчак турлари ва улар орасидаги муносабатлар" мавзуси бўйича дарс лойиҳаларини туздик.

Академик лицейлар геометрия фани намунавий ўқув дастурига кўра "Бурчак турлари ва улар орасидаги муносабатлар" мавзусига жами 4 соат (2 соат маъруза, 2 соат амалий машғулот) ажратилган.

"Геометрия" фанини бир бутун деб ҳисоблаб, уни энг катта модул деб олинди. Дастур бўйича фан ичида берилиши шарт бўлган бобларни "катта модул"лар сифатида кўрилди. Катта модуллар ичидаги мавзу (параграф) ларни "ўрта модул" деб олиб, ҳар бир ўрта модулнинг ичида бажариладиган вазифалар, бериладиган билимлар ҳажми ва мазмунига қараб, "кичик модул"ларга ажратдик

3.2. "Геометрия" фанидан модулли дарс лойиҳа ишланмаси

I. БИРИНЧИ КАТТА МОДУЛ – Планиметрия тушунчалари

1. БИРИНЧИ КАТТА МОДУЛНИНГ БИРИНЧИ ЎРТА МОДУЛ МАВЗУСИ: БУРЧАК ТУРЛАРИ ВА УЛАР ОРАСИДАГИ МУНОСАБАТЛАР

Ажратилган вақт (маъруза-2 соат, амалий машғулот-2 соат)

Т/р	Кичик модуллар номи	Кичик модулларнинг мақсади	Вақт
1.	Бурчакнинг таърифи ва турлари	Ўқувчиларга бурчак, унинг турлари ҳақида билим ва кўникма шакллантириш.	Маъруза-20
			Амалий-20
2.	Бурчакларни таққослаш, тенг бурчаклар	Ўқувчиларда бурчакларни таққослаш ҳақида тасаввур ҳосил қилишга ўргатиш ва уларни масалаларни ечишда қўллашга ўргатиш.	Маъруза-20
			Амалий-20
3	Қўшни ва вертикал	Ўқувчиларда қўшни ва вертикал бурчаклар, уларнинг хоссалари ҳақида тушунча	Маъруза-30

	бурчаклар унинг хоссалари	ҳосил қилиш ва масалалар ечишга ўргатиш.	Амалий-30

Ўрта модулга қўйилган умумий мақсад

Ўқувчиларда бурчак турлари ва улар орасидаги муносабатларни, яъни бурчакларни таққослаш, вертикал ҳамда қўшни бурчаклар таърифларини, бурчакларга оид хосса ва теоремаларни билади, уларни қўллаб масала ечишга қўллай олади ҳамда уларни мустақил исботлай олади, ўқувчиларнинг креатив қобилиятлари шаклланади, бошқа теоремаларни исботлашда улардан фойдалана олиш каби билим ва кўникмалар шаклланади.

Ўрта модул асосида тузилган назорат топшириқлари

Таянч тушунчалар	Назорат саволлари ва топшириқлари
Бурчак, тенг бурчак, ёйиқ бурчак, қўшни бурчак, тўғри бурчак, перпендикуляр, нур, ўткир бурчак, ўтмас бурчак, ташқи бурчак, перпендикуляр тўғри чизиқ, ярим текислик, қўшни бурчак, вертикал бурчак, мос бурчак.	**1-даражали** Бурчак деб нимага айтилади? Битта тўғри чизиқда ётибди деганда нимани тушунасиз? Қандай бурчаклар тенг бурчаклар ҳисобланади? Ёйиқ бурчак деб нимага айтилади? Тўғри бурчак деб нимага айтилади? Перпендикуляр деганда нимани тушунасиз? Нур деб нимага айтилади? Ташқи бурчак деб нимага айтилади? Ички бурчак деб нимага айтилади? Ўткир бурчак деб нимага айтилади? Ўтмас бурчак деб нимага айтилади? Перпендикуляр тўғри чизиқлар деганда нимани тушунасиз? Ёйиқ бурчак катталиги неча градусга тенг ? Тўғри бурчак катталиги неча градусга тенг? Ярим текислик деб нимага айтилади? Қўшни бурчак деб нимага айтилади? Вертикал бурчак деб нимага айтилади? Мос бурчак деб нимага айтилади?

	Бурчакларни таққослаш деганда нимани тушунасиз? Ўзаро тенг бурчаклар деб нимага айтилади? Бурчакларни таққослашнинг қандай усулларини биласиз? Қўшни бурчаклар йиғиндиси неча градусга тенг? Қўшни бурчаклар ҳақидаги теоремани айтинг. Вертикал бурчак билан мос бурчакни фарқланг. Вертикал бурчаклар тўғри бурчак бўлиши мумкинми? Қўшни бурчаклар тенг бўла оладими? Вертикал бурчаклар ҳақидаги теоремани айтинг. Қўшни бурчаклар ҳақидаги теоремани айтинг. Қўшни бурчаклар йиғиндиси неча градусга тенг? **2-даражали** Бурчакларнинг турлари нимаси билан бир-биридан фарқ қилади? Бурчакларнинг турлари бир-бири билан ўхшашликларини айтинг? Бурчакнинг бошка яна қандай турларини биласиз? Бурчакларни амалиётга татбиклари нимада? Бурчакларни таққослаш босқичларини айтинг. Бурчакларни таққослашда унинг турлари қандай роль ўйнайди? Вертикал бурчак ҳақидаги теоремани айтинг ва тушунтириб беринг. Қўшни бурчаклар ҳақидаги теоремани айтинг ва тушунтириб беринг. Бурчаклар қайси параметрлари асосида таққосанади? Бурчак биссектрисаси нима?

	3-даражали Ейиқ бурчак учта бурчакка бўлинган. Бурчаклар катталиклари 2 : 3 : 4 нисбатда бўлса, уларнинг катталиклари топилсин. Қўшни бурчакларнинг катталиклари 3 : 5 каби нисбатда бўлса, уларнинг кичиги топилсин. Тўғри бурчакли учбурчакда ўткир бурчакларнинг биссектрисалари ўтказилган. Биссектрисалар орасидаги ўтмас бурчак топилсин. α ва β қўшни бурчаклар. Агар $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{2}{7}$ бўлса, β ва α бурчаклар айирмасини топинг. Ўзига қўшни бурчакнинг 44% ига тенг бўлган бурчакнинг катталигини аникланг. Ўзига қўшни бўлган бурчакнинг $\frac{3}{7}$ қисмига тенг бурчакни топинг. *AB* ва *CD* тўғри чизиқлар *O* нуктада кесишади. *AOD* ва *COB* бурчакларнинг йиғиндиси 230 га тенг *AOC* бурчакни топинг. Икки тўғри чизиқнинг кесишишидан ҳосил бўлган бурчакларнинг бири 30^0 га тенг. қолган бурчакларни топинг. Иккита тўғри чизиқнинг кесишидан ҳосил бўлган учта бурчакнинг йиғиндиси 315^0 га тенг. Шу бурчаклардан кичигини топинг. **4-даржали** Вертикал бурчаклар тенглигини исботланг. Қўшни бурчаклар йиғинидиси 180 га тенглигини исботланг.

Изоҳ. Кичик модуллардаги назорат саволларидан талабалар мустақил иш топшириқларида ҳам фойдаланадилар.

Блум таксономияси асосида тузилган тест саволлари:

Талабаларнинг Блум таксономияси бўйича билишга оид ўқув мақсадига эришилганлик даражасини назорат қилиш ва баҳолашда фойдаланиладиган ностандарт тест топшириқлари.

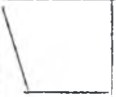
Ўқувчиларнинг ***Блум таксономияси бўйича*** билиш ўқув мақсадига эришганлигини назорат қилишда улар томонидан муайян мавзу бўйича маълумот ва ахборотларни ўзлаштирганлик даражасини аниқлаш мақсадга мувофиқ. Бунинг учун ўқувчи мавзу бўйича объектларни аниқлаши, уларга таъриф бериши, маълумотларни қайта ишлашлари, ўз фикрини баён этиши, муайян жараён, объект ёки вокеанинг моҳиятини тушунтириши, мазкур жараён, объект ёки вокеанинг ўзига хос хусусиятларини ажратиб кўрсатиши керак бўлади.

Ушбу фикрларни стандарт ўқув ва тест топшириғи билан амалга ошириб бўлмайди, билиш ўқув мақсадига эришилганлик даражасини аниқлашда қуйидаги **расмли ва кўп жавобли ностандарт тест**лардан фойдаланиш тавсия этилади.

Мазкур тест топшириқлари таҳсил олувчиларнинг ўзлаштирган нафақат билимларини, балки объект ва унинг қисмларини таниш, ўзига хос хусусиятларини аниқлаш кўникмаларини назорат қилиш ва баҳолаш жараёнини ҳаққоний ва одилона амалга ошириш имконини беради.

1. Бурчакларнинг турларини аниқланг ва жадвалга ҳар бир расм остига мос рақамларни ёзинг.

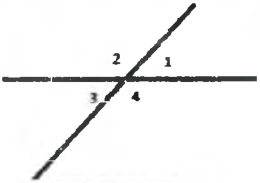
1) ўткир бурчак; 2) ўтмас бурчак; 3) ёйиқ бурчак; 4) қўшни бурчак; 5) вертикал бурчак; 6)тўғри бурчак

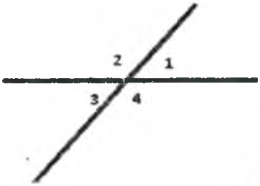
Расмли ва кўп жавобли ностандарт тест жавоби қуйидагича бўлади.

6	1	2	4	5	3

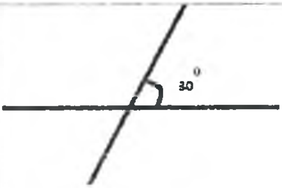
2. Расмда берилган бурчакнинг тузилишига мос жавобларни ёзинг.

<table>
<tr><td rowspan="6"> </td><td>Бурчак параметрлари</td><td>Рақамлар</td></tr>
<tr><td><i>Бурчаклар</i></td><td></td></tr>
<tr><td><i>Қўшни бурчаклар</i></td><td></td></tr>
<tr><td><i>Вертикал бурчаклар</i></td><td></td></tr>
<tr><td><i>Ўткир бурчак</i></td><td></td></tr>
<tr><td><i>Ўтмас бурчак</i></td><td></td></tr>
</table>

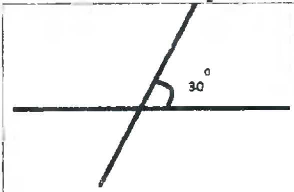
Расмли ва кўп жавобли ностандарт тест жавоби:

<table>
<tr><td rowspan="6"> </td><td>Бурчак параметрлари</td><td>Рақамлар</td></tr>
<tr><td><i>Бурчаклар</i></td><td>1,2,3,4</td></tr>
<tr><td><i>Қўшни бурчаклар</i></td><td>1,2 ёки 3,4</td></tr>
<tr><td><i>Вертикал бурчаклар</i></td><td>1,3 ёки 2,4</td></tr>
<tr><td><i>Ўткир бурчак</i></td><td>1 ёки 3</td></tr>
<tr><td><i>Ўтмас бурчак</i></td><td>2 ёки 4</td></tr>
</table>

3. Расмда берилган масаланинг ечимига мос жавобларни танланг.

<table>
<tr><td rowspan="5"> </td><td>Бурчак параметрлари</td><td>Рақамлар</td></tr>
<tr><td><i>Берилган бурчакка қўшни бурчак катталиги</i></td><td>210</td></tr>
<tr><td><i>Берилган бурчакка вертикал бурчак катталиги</i></td><td>150</td></tr>
<tr><td><i>Ҳосил қилинган барча бурчаклар йиғиндиси</i></td><td>30</td></tr>
<tr><td><i>Берилган бурчаклар учтасининг йиғиндиси</i></td><td>360</td></tr>
</table>

Расмли ва кўп жавобли ностандарт тест жавоби:

<table>
<tr><td rowspan="5"> </td><td>Бурчак параметрлари</td><td>Рақамлар</td></tr>
<tr><td><i>Берилган бурчакка қўшни бурчак катталиги</i></td><td>150</td></tr>
<tr><td><i>Берилган бурчакка вертикал бурчак катталиги</i></td><td>30</td></tr>
<tr><td><i>Ҳосил қилинган барча бурчаклар йиғиндиси</i></td><td>360</td></tr>
<tr><td><i>Берилган бурчаклар учтасининг йиғиндиси</i></td><td>210</td></tr>
</table>

Ўқувчиларнинг Блум таксономияси бўйича тушунишга оид ўқув мақсадига эришилганлик даражасини назорат қилиш ва баҳолашда фойдаланиладиган ностандарт тест топшириқлари.

Ўкув мақсадларининг ичида тушуниш муҳим ўрин тутади. Ўқувчилар мазкур ўқув мақсадига эришиши учун, мавзу бўйича ўрганилаётган муаммоларнинг ечимини топиш, аҳамиятини англаш, асосий ғояни ажратиб кўрсатиши лозим бўлади.

Ўқувчиларнинг ушбу ўқув мақсадига эришганлик даражасини аниқлаш, назорат қилиш ва баҳолашда улар томонидан ўқув материалидаги фикрларни умумлаштириш, асосий ғояни қайта ишлаш, мисоллар келтириш, ўз фикрини баён этиш ва уни ҳимоя қилиш талаб этилади. Юқорида қайд этилганидек, ушбу даражаларни стандарт ўқув ва тест топшириқлари воситасида аниқлаб бўлмайди, уларни фақат кўп жавобли ностандарт тест топшириқлари ёрдамида аниқлаш тавсия этилади.

1. Бурчакларни уларнинг хоссалари билан жуфтланг.

1	Вертикал бурчаклар	А	Йиғиндиси катталиги 180^0 га тенг
2	Қўшни бурчаклар	В	Тенгдир
3	Ўткир бурчак	С	Катталиги 90^0 га тенг
4	Тўғри бурчак	Д	Катталиги 90^0 дан кичик

Жавоб:	1-	2 -	3 -	4 -

Жавоби:

Жавоб:	1-В	2 -А	3 - Д	4 - С

2. Берилган таърифни атамалар билан жуфтланг.

1	Бурчак	А	Агар икки бурчакдан бирининг томонлари иккинчи бурчак томонларининг тўлдирувчи ярим тўғри чизиқлари бўлса, бу икки бурчак
2	Вертикал бурчак	Б	Катталиги 90^0 дан кичик бурчак
3	Қўшни бурчак	С	Умумий бошлангич нуқтага эга бўлган иккита турли ярим тўғри чизиқдан иборат фигура
4	Ўткир бурчак	Д	Агар иккита бурчакнинг битта томони умумий, қолган томонлари тўлдирувчи ярим тўғри чизиқлардан иборат фигура

Жавоб:	1-	2 -	3 -	4 -

Жавоби:

Жавоб:	1-С	2 –А	3 - Д	4 - Б

3. Бурчак элементлари таърифни атамалар билан жуфтланг.

1	Бурчак	А	Умумий бошланғич нуқтага эга бўлган иккита турли ярим тўғри чизиқдан иборат фигура бурчак бўлса, бу бошланғич нукта унинг ....
2	Бурчакнинг учи	Б	Агар бурчакнинг томонлари бир тўғри чизиқнинг тўлдирувчи ярим тўғри чизиқлари бўлса, бу......
3	Бурчак томонлари	С	Умумий бошланғич нуқтага эга бўлган иккита турли ярим тўғри чизиқдан иборат фигура........
4	Ёйиқ бурчак	Д	Умумий бошланғич нуқтага эга бўлган иккита турли ярим тўғри чизиқдан иборат фигура бурчак бўлса, бу турли ярим тўғри чизиқлар бурчакнинг ....

Жавоб:	1-	2 -	3 -	4 –Б

Жавоби:

Жавоб:	1-С	2 –А	3 - Д	4 – Б

4. Бурчаклар ва уларнинг хоссалари билан жуфтланг.

1	Вертикал бурчаклар...	А	90^0 га тенг
2	Қўшни бурчаклар йиғиндиси...	В	Тенгдир
3	Ўткир бурчак катталиги...	С	180^0 га тенг
4	Тўғри бурчак катталиги ...	Д	90^0 дан кичик

Жавоб:	1-	2 -	3 -	4 -

Жавоби:

Жавоб:	1-В	2 –С	3 - Д	4 – А

Ўқувчиларнинг Блум таксономияси бўйича билимларни амалда қўллаш ўқув мақсадига эришилганлик даражасини назорат қилиш ва баҳолашда фойдаланиладиган ностандарт тест топшириқлари.

Таълим-тарбия жараёнини ташкил этиш тамойиллари орасида назария ва амалиёт бирлиги муҳим ўрин тутади, шуни ҳисобга олган ҳолда ўқув мақсадларидан ўқувчиларнинг ўзлаштирган назарий билимларини амалиётга қўллаш имкониятини яратиш зарур. Бунинг учун ўқитувчи ўқув топшириқларини тузишда ўқувчиларнинг ўзлаштирган назарий билимларини янги кутилмаган вазиятда қўллашини назарда тутиши лозим. Бу топшириқларни бажариш жараёнида талабалар ўқув материалини қайта ишлаши, мослаштириши, лойиҳалаши, моделлаштириши, қайта айтиб бериши талаб этилади.

Ўқувчиларнинг ўзлаштирган назарий билимларини амалиётга қўллаш ўқув мақсадига эришиш даражасини стандарт ўқув ва тест топшириқлари воситасида аниклаш кўзланган натижани бермайди. Шу сабабли, қуйида берилаётган кўп жавобли, жадвалли ностандарт тест топширикларидан фойдаланиш тавсия этилади.

2. Бурчакнинг биссектрисаси унинг томони билан: 60^0, 75^0, 89^0 ли бурчак ҳосил қилса, бурчакнинг ўзи қайси жавобларга мос келади?

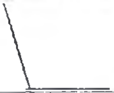
1) 120^0 2) 150^0 3) 178^0 4) 50^0 5) 180^0 6) 160^0

Берилган масалани жавоби	**жавоб рақамлар**
Тўғриси	
Нотўғриси	

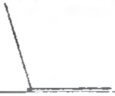
Жавоби:

Берилган масалани жавоби	**жавоб рақамлар**
Тўғриси	1,2,3
Нотўғриси	4,5,6

3. Расмга мос жавобларни жадвалнинг ўнг томонига ёзинг.

Бурчак турлари	**Жавоблар**
	Ўткир бурчак
	Тўғри бурчак
	Вертикал бурчаклар
	Ўтмас бурчак

Расмли ва кўп жавобли ностандарт тест жавоби:

Бурчак турлари	**Жавоблар**
	Тўғри бурчак
	Ўткир бурчак
	Ўтмас бурчаклар
	Вертикал бурчаклар

3. Қуйида берилган фикрларнинг қайсилари тўғри?

А. Ўткир бурчак тўғри бурчакдан кичик.
В. Ветрикал бурчаклар тенгдир.
С. Вертикал бурчаклар тенг эмас.
Д. Ўтмас бурчак тўғри бурчакдан кичик.
Е. Қўшни бурчаклар тенг эмас.

F. Бурчак биссектрисаси бурчакни тенг иккига бўлмайди.

G. Ёйиқ бурчак ўткир бурчак эмас.

Жавоб:

A	B	C	Д	E	F	G

Жавоб:

А	Б	С	Д	E	F	G
Ҳа	Ҳа	Йўқ	Йўқ	ҳа	Йўқ	Ҳа

4. Тўғри жавобларни аниқланг. Жавоблар жадвалига “ҳа” ёки “йўқ” сўзларини ёзинг.

1. Вертикал бурчаклар тенг.
2. Қўшни бурчаклар тенг бўлиши мумкин.
3. Қўшни бурчаклар ҳамиша бири иккинчисидан катта.
4. Қўшни бурчаклар тўғри бурчак бўлиши мумкин.
5. Бурчак биссектрисаси бурчакни тенг иккига бўлмаслиги мумкин.
6. Ветрикал бурчаклар тенг бўлмаслиги мумкин.
7. Ўткир бурчак тўғри бурчакдан катта.
8. Ўтмас бурчак тўғри бурчакдан катта.
9. Қўшни бурчаклар доимо тенгдир.

Жавоб:

1	2	3	4	5	6	7	8	9

Жавоб:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ҳа	Ҳа	ҳа	ҳа	Йўқ	Йўқ	Йўқ	ҳа	Йўқ

Ўқувчиларнинг Блум таксономияси бўйича таҳлилга оид ўқув мақсадига эришилганлик даражасини назорат қилиш ва баҳолашда фойдаланиладиган ностандарт тест топшириқлари.

Билимларни ўзлаштиришда тахлил муҳим ўрин тутади. таҳлил ўқув мақсадига эришиш учун ўқувчилар ахборотни ёки объектни қисмларга ажратиши, таққослаши, қисмларга ажратиши, ўзига хос хусусиятларини ажратиб кўрсатиши, қиёслаши зарур бўлади. Мазкур ўқув мақсадига эришиш даражасини аниқлаш, назорат қилиш ва баҳолашда қуйидаги кўп жавобли ностандарт тестлардан фойдаланиш тавсия этилади.

1. Қуйида берилаган фикрларнинг қайсилари тўғри?

A. Вертикал бурчаклар тенгдир.

B. Қўшни бурчаклар тенгдир.

C. Қўшни бурчаклар йиғиндиси 180^0 га тенг.

Д. Вертикал бурчаклар йиғинидиси 180^0 га тенг.

E. Вертикал бурчаклар тенглигини исботлашда қўшни бурчаклар муҳим ўрин тутади.

F. Ўткир ва ўтмас бурчаклар бурчак турлари ҳисобланади.

Жавоб:

____

Жавоб: A, C, E, F.

2. Қўшни бурчакларнинг градус ўлчовлари қуйидаги муносабатларда бўлса, шу қўшни бурчакларни катакларга мос рақамларни қўйинг: 2:3, 3:7, 11:25, 22:23, 5:10, 5:7, 1:3.

1) 54 ва 126; 2) 55 ва 125; 3) 72 ва 108; 4) 60 ва 120 ; 5) 88 ва 92; 6) 45 ва135; 7) 75 ва 105;

☐ → ☐ → ☐ → ☐ → ☐ → ☐ → ☐

Жавоби

3 → 1 → 2 → 5 → 4 → 7 → 6

3. Тушириб қолдирилган сўзларни ёзинг.

1) Агар икки бурчакдан бирининг томонлари иккинчи бурчак томонларининг тўлдирувчи ярим тўғри чизиқлари бўлса, бу икки бурчак ________________________ дейилади.

2) Умумий бошланғич нуқтага эга бўлган иккита турли ярим тўғри чизиқдан иборат фигура _______________________ дейилади.

3) Агар иккита бурчакнинг битта томони умумий, қолган томонлари тўлдирувчи ярим тўғри чизиқлардан иборат фигура ________________________ дейилади.

Тушириб қолдирилган сўзларни ёзинг. (Жавоби)

1) Агар икки бурчакдан бирининг томонлари иккинчи бурчак томонларининг тўлдирувчи ярим тўғри чизиқлари бўлса, бу икки бурчак **қўшни бурчаклар** дейилади.

2) Умумий бошланғич нуқтага эга бўлган иккита турли ярим тўғри чизиқдан иборат фигура **бурчак** дейилади.

3) Агар иккита бурчакнинг битта томони умумий, қолган томонлари тўлдирувчи ярим тўғри чизиқлардан иборат фигура **вертикал бурчаклар** дейилади.

Ўқувчиларнинг Блум таксономияси бўйича билимларни синтезлаш ўқув мақсадига эришилганлик даражасини назорат қилиш ва баҳолашда фойдаланиладиган ностандарт тест топшириқлари

Ўқув мақсадлари ичида билимларни синтезлаш муҳим ўрин тутади. Синтезлаш ўқув максадининг асосий моҳияти ўқувчилар томонидан курс ёки мавзу мазмунидаги асосий ғояларни мужассамлаштириш, жараён ва объектларнинг ўзига хос хусусиятларига кўра гуруҳларга ажратиш ёки умумлаштириш, реконструкция қилиш саналади. Ўқувчилар томонидан амалга оширилиши керак бўлган мазкур ақлий операцияларни стандарт ўқув ва тест топшириқлари воситасида назорат қилиш ва баҳолаш имконияти мавжуд эмас. Шу сабабли қуйида берилаётган кўп жавобли ностандарт тестлардан фойдаланиш тавсия этилади.

1.Қуйидаги масалани ечиш кетма-кетлигини белгиланг.

Масала: ***Иккита тўғри чизиқнинг кесишишидан ҳосил қилинган бурчакларнинг бири иккинчисидан 4 марта катта. Шу бурчакларни топинг.***

6. Қўшни бурчаклар ҳақидаги теоремага кўра x+4x=180 га тенг. Бундан, x=36 га.

7. Демак, биринчи бурчак 36 га иккинчиси 4*36=144 га тенг экан.

3. Биринчи бурчакни x деб белгиласак, иккинчи бурчак масала шартига кўра, 4x бўлади.

4. Масала шартига кўра чизмани тасвирлаб олайлик.

Жавоби: 4, 3, 1, 2.

Ўқувчиларнинг хулоса ясашга оид ўқув мақсадига эришилганлик даражасини назорат қилиш ва баҳолашда фойдаланиладиган ностандарт тест топшириқлари.

Ўкув максадлари ичида хулоса ясаш якунловчи ва тизим ҳосил қилиш вазифасини бажаради. Хулоса ясаш ўкув мақсадининг асосий моҳияти ўқувчилар томонидан ўрганилган курс ёки мавзу юзасидан хулоса ясаш саналади. Бу жараёнда ўкувчилар томонидан таълим мазмунидаги маълумотларга баҳо бериши, танқидий фикр юритиш кўникмаларини қўллаб фикрга қарши фикр билдириши, қўллаб-қувватлаши ёки инкор этиши талаб этилади.

Мазкур жараёнда ностандарт кўп жавобли тест топшириқларидан фойдаланиш юқори самара беради.

1. Нуқталар ўрнига мос сўзни қўйинг. ___________бурчаклар ўзаро тенгдир.

A) Ёйик B) Вертикал C) Ички ва ташқи D) Қўшни

2. Иккита тўғри чизиқнинг кесишишидан ҳосил бўлган бурчаклардан 3 тасининг йиғиндиси 200^0. Уларнинг каттаси кичигидан неча фоиз ортиқ? A)140% B) 80% C)800% D) 700%

3. Бир нуқтадан учта тўғри чизиқ ўтказилган. Ҳосил бўлган 6 та бурчакнинг ўзаро вертикал бўлмаган учтаси α, β, γ га тенг. $\alpha + \beta + \gamma$ ни топинг.

A) 270^0 B) 180^0 C) 135^0 D) 100^0

4. Иккита тўғри чизиқнинг кесишишидан ҳосил бўлган учта бурчак йиғиндиси 265^0. Шу бурчаклардан каттасини топинг.

A) 110^0 B) 95^0 C) 105^0 D) 150^0

5. Иккита тўғри чизикнинг кесишидан ҳосил бўлган учта бурчакнинг йиғиндиси 315^0 га тенг. Шу бурчаклардан каттасини топинг.

A) 60^0 B) 45^0 C) 10^0 D) 85^0

6.Иккита тўғри чизиқнинг кесишидан ҳосил бўлган учта бурчакнинг йиғиндиси 315^0 га тенг. Шу бурчаклардан кичигини топинг.

A) 60^0 B) 45^0 C) 10^0 D) 85^0

7. Нуқталар ўрнига мос сўзни қўйинг. Қўшни бурчаклар ўзаро ....

A) Тенгдир B) Вертикалдир C) Параллел Д) Перпендикуляр

Т/р	**Дарс тури ва типи**
1	Аралаш дарс; янги билимларни эгаллаш
2	Аралаш дарс; эгаллаш билимни кўникма ва малакага айлантириш
Қўлланиладиган педагогик усул ва услублар	
1	Эсга олиш (интерфаол методлар); Тушунтириш
2	Айтиб бериш; иллюстрация
3	Муаммоли баён; иллюстрация
4	Репродуктив, продуктив

Ахборот технологиялар	
1	Замонавий компьютер (ноутбуклар)
2	Фронтал доска ва видеопроектор.
3	Флеш хотира ва дисклар ва маркер.
Дидактик материаллар	
1	ДТС талаби ва фан дастури асосида ишлаб чиқган ЎУМ, маъруза матни, тарқатма материаллар, тест топшириқлари.
2	Замонавий педагогик технологиялар асосида яратилган электрон дарслик ва ўргатувчи дастурлар.
3	Билим эгаллаш манбаларини ифода этувчи чизма расм ва тақдимотлар.
4	Расмлар

МОДУЛ МАЗМУНИНИ ИФОДА ЭТУВЧИ МАТН СЦЕНАРИЙСИ (Маъруза машғулоти)

Биринчи кичик модул

МАВЗУ: БУРЧАКНИНГ ТАЪРИФИ ВА ТУРЛАРИ

Режа:

1. Бурчак тушунчаси ва унинг таърифи.
2. Бурчак турлари.

Таянч тушунчалар:

Бурчак, тенг бурчак, ёйиқ бурчак, қўшни бурчак, тўғри бурчак, перпендикуляр, нур, ўткир бурчак, ўтмас бурчак, ташқи бурчак, перпендикуляр тўғри чизиқ, ярим текислик, қўшни бурчак, вертикал бурчак, мос бурчак.

АДАБИЁТЛАР РЎЙХАТИ:

1. А.В.Погорелов ва бош. Геометрия. Ўрта мактабнинг 6-10 синф ўқувчилари учун ўқув қўлланма – Т.: 1986 й.
2. И.Исроилов, З.Пашаев Геометрия 1,2 қисмлар. Академик лицейлар учун синов дарслиги. – Т.: 2005 й.
3. А.Рахимкориев, М.Тўхтахўжаева Геометрия. Умумий ўрта таълим мактабининг 8-синфи учун дарслик. – Т.: 2014 й.

МАКСАД: Ўқувчиларга бурчак, унинг турлари ҳақида билим кўникма шакллантириш.

ОЛДИНГИ ЎРТА МОДУЛНИ ЭСГА ОЛИШ
“БЛИЦ-СЎРОВ” МЕТОДИ

“Блиц-сўров” (инглизча “блиц” – тезкор, бир зумда) методи берилган саволларга қисқа, аниқ ва лўнда жавоб қайтарилишини тақозо этадиган метод саналади.

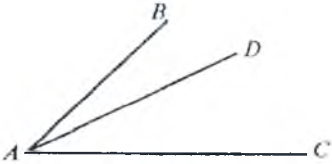
Блиц - сўров

Т/р	Саволлар	Жавоблар
1	Қандай асосий геометрик тушунчаларни биласиз?	
2	Кесма нима?	
3	Тўғри чизиқ деб нимага айтилади?	
4	Нур деб нимага айтилади?	
5	Нукта деб нимага айтилади?	
6	Геометриянинг асосий аксиомалари нима ҳақида?	
7	Аксиома деб нимага айтилади?	
8	Теорема деб нимага айтилади?	
9	Геометрик ясаш деб нимага айтилади?	
10	Планиметрия бўлимида нималар ўрганилади?	
11	Перпендикуляр деб нимага айтилади?	

Бурчакнинг таърифи ва турлари

Таъриф. Текисликнинг битта нуқтадан чиққан иккита нур билан чегараланган қисми бурчак дейилади. Умумий А нуқта (1-чизма) бурчакнинг учи, АВ ва АС нурлар эса бурчакнинг томонлари дейилади. Бурчак ёки битта ҳарф билан (А) ёки учта ҳарф билан (ВАС) белгиланиб, унда ∠ белгиси қўйилиб ёзилади (∠А ёки ∠ВАС). А нуқтадан чиқувчи АБ ва АС

1-чизма.



2-чизма.

нурлар, уларни қўшганда бутун текисликни берадиган, иккита бурчак ҳосил қилади. Шу сабабли улардан бири А учдаги бурчакнинг ички соҳаси ∠ВАС, иккинчиси
эса — ташқи соҳаси дейилади.

Агар бурчакнинг томонлари тўғри чизиқ ҳосил қилса, бурчак ёйиқ бурчак дейилади. Текисликнинг битта тўғри чизиқ билан чегараланган қисми яримтекислик дейилади. Равшанки, тўғри чизиқ текисликни иккита ярим текисликка бўлади. Бурчакнинг катталигини ўлчаш учун ўлчов бирлиги киритилади. Ўлчов бирлиги сифатида 1° (бир градус)ли бурчак қабул қилинади. Бир градусли бурчак — ёйиқ бурчакнинг 1/180 улушига тенг бурчакдир.

Бурчакларни ўлчаш транспортёр ёрдамида амалга оширилади. ∠ВАС бурчак АС ва АВ нурлар ёрдамида ҳосил қилинган бўлсин (2- чизма). Агар А нуқтадан чиққан AD нур АС томонга нисбатан АВ нур билан битта яримтекисликда ва АВ томонга нисбатан АС нур билан битта ярим текисликда ётса, AD берилган бурчакнинг АВ ва АС томонлари орасидан ўтади, дейилади. Ички AD нур (2- чизма) берилган ∠ВАС ни иккита кичик ∠BAD ва ∠DAC ларга бўлади, бунда ∠ВАС = ∠BAD + ∠DAC, яъни бурчаклар йиғиндисининг катталиги қўшилувчи бурчаклар катталиклари йиғиндисига тенгдир.

1-КИЧИК МОДУЛ БЎЙИЧА НАЗОРАТ ТОПШИРИҚЛАРИ:

1-даражали топшириқлар:

Қуйидаги саволларга жавоб беринг:

1. Бурчак деб нимага айтилади?
2. Битта тўғри чизиқда ётибди деганда нимани тушунасиз?
3. Қандай бурчаклар тенг бурчаклар ҳисобланади?
4. Ёйиқ бурчак деб нимага айтилади?
5. Тўғри бурчак деб нимага айтилади?
6. Перпендикуляр деганда нимани тушунасиз?
7. Нур деб нимага айтилади?
8. Ташқи бурчак деб нимага айтилади?
9. Ички бурчак деб нимага айтилади?
10. Қўшни бурчак деб нимага айтилади?
11. Ўткир бурчак деб нимага айтилади?
12. Ўтмас бурчак деб нимага айтилади?

13. Перпендикуляр тўғри чизиқлар деганда нимани тушунасиз?

14. Ёйиқ бурчак катталиги неча градусга тенг ?

15. Тўғри бурчак катталиги неча градусга тенг?

16. Ярим текислик деб нимага айтилади?

17. Қўшни бурчак деб нимага айтилади?

18. Вертикал бурчак деб нимага айтилади?

19. Мос бурчак деб нимага айтилади?

2-даражали топшириқлар:

Қуйидаги саволларга жавоб беринг:

20. Бурчакларнинг турлари бир-бири билан нимаси билан фарк қилади?

21. Бурчакларнинг турлари бир-бири билан ўхшашликларини айтинг?

23. Бурчакнинг бошқа яна қандай турларини биласиз?

24. Бурчакларни амалиётга татбиқлари нимада?

3-даражали топшириқлар:

Қуйидаги масалаларни ечинг:

25. Ёйиқ бурчак учта бурчакка бўлинган. Бурчаклар катталиклари 2 : 3 : 4 нисбатда бўлса, бурчаклар катталиклари топилсин.

26. Тўғри бурчакка қўшни бурчак тенглигини исботланг.

4-даражали топшириқлар:

27. Бурчаклар ҳақидаги таърифларни бир нечта хилларини айтинг.

28.Бурчак биссектрисаси нима?

Иккинчи кичик модул

МАВЗУ: БУРЧАКЛАРНИ ТАҚҚОСЛАШ, ТЕНГ БУРЧАКЛАР

Режа:

1. Бурчакларни таққослаш усуллари.

2.Тенг бурчаклар.

Таянч тушунчалар:

Катта бурчак, кичик бурчак, тенг бурчаклар.

АДАБИЁТЛАР РЎЙХАТИ:

1. А.В.Погорелов ва бош. Геометрия. Ўрта мактабнинг 6-10 синф ўқувчилари учун ўқув қўлланма. – Т.: 1986 й.

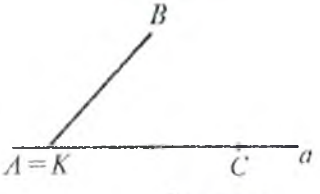
2.И.Исроилов, З.Пашаев Геометрия 1,2 қисмлар. Академик лицейлар учун синов дарслиги. – Т.: 2005 й.

3.А.Раҳимқориев, М.Тўхтахўжаева Геометрия. Умумий ўрта таълим мактабининг 8-синфи учун дарслик. – Т.: 2014й.

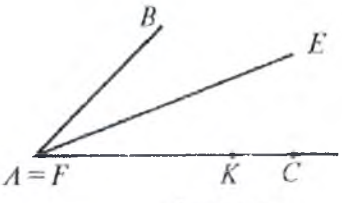
МАҚСАД:

Ўқувчиларни бурчакларни таққослашга ўргатиш.

Бурчакларни таққослаш, тенг бурчаклар. Бунда биз шаклларнинг ҳаракати (кўчиши) ҳақидаги аксиомадан фойдаланамиз: шаклни текисликдаги бир жойдан иккинчи жойга унинг нуқталари орасидаги масофани ўзгартирмасдан кўчириш мумкин. Энди бурчакларни бир-бирининг устига жойлаштириш тушунчасини киритамиз. Агар бизга a тўғри чизиқ ва унинг устида ётувчи



3-чизма.



4-чизма.

К нуқта берилган бўлса (3- чизма), ∠BAC ни a тўғри чизиқ билан аниқланадиган ярим текисликларнинг биттасига жойлаштириш мумкин. Бунинг учун:

1) А нуқтани К нуқта билан устма-уст қўямиз;

2) ∠BAC нинг томонларидан бирини, масалан, АС томонни КС нур бўйлаб йўналтирамиз;

3) берилган ∠BAC нинг АВ нурини яримтекисликлардан бирига йўналтирамиз.

Агар иккита бурчак бир-бирига жойлаштирилганда ўзаро устма-уст тушса, улар тенг бурчаклар дейилади. Агар бурчакларнинг томонлари кесмалардан иборат бўлса, бурчаклар тенг бўлганда томонлар тенг бўлмаслиги ҳам мумкин. Бу ердан, тенг бурчакларнинг бир хил катталикда бўлиши келиб чиқади. Бизга иккита ∠BAC ва ∠EFK бурчак берилган бўлсин (4-чизма). Уларни А ва F учлар устма-уст тушадиган қилиб бир-бирига жойлаштирамиз ҳамда АС нурни FK нур бўйлаб йўналтирамиз. Агар FE нур ∠BAC учун ички нур бўлса, ∠BAC > ∠EFK бўлади. Бунда ∠BAE бурчак ∠BAC ва ∠EFK нинг айирмаси дейилади ҳамда ∠BAE= ∠BAC — ∠EFK каби ёзилади. Агар АВ нур АЕ ва АС нурлар орасида ётса, бурчакларнинг айирмаси ∠EAB = ∠EAC – ∠BAC каби ёзилади.

2-КИЧИК МОДУЛ БЎЙИЧА НАЗОРАТ ТОПШИРИҚЛАРИ:

1-даражали топшириқлар:

Қуйидаги саволларга жавоб беринг:

1. Бурчакларни таққослаш деганда нимани тушунасиз?
2. Ўзаро тенг бурчаклар деб нимага айтилади?
3. Бурчакларни таққослашнинг қандай усулларини биласиз?

2-даражали топшириқлар:

Қуйидаги саволларга жавоб беринг:

4. Бурчакларни таққослаш босқичларини айтинг.
5. Бурчакларни таққослашда унинг турлари қандай роль ўйнайди?

3-даражали топшириқлар:

Қуйидаги саволларга жавоб беринг:

6. Бурчакларни таққослашни амалий муҳимлигини айтинг.

7. Бурчакларни ўлчашда қандай аксиомадан фойдаланилади?

Қуйидаги масалаларни ечинг.

8. ABC ва ABO бурчакларнинг йиғиндиси 150^0 га тенг. Улар қўшни бурчаклар бўла оладими?

УЧИНЧИ КИЧИК МОДУЛ

МАВЗУ: ҚЎШНИ ВА ВЕРТИКАЛ БУРЧАКЛАР УНИНГ ХОССАЛАРИ

Режа:

1. Қўшни бурчаклар ва унинг хоссалари.
2. Вертикал бурчак ва унинг хоссалари.

Таянч тушунчалар:

Қўшни бурчак, вертикал бурчак, ўзаро тенг бурчаклар.

АДАБИЁТЛАР РЎЙХАТИ:

1. А.В. Погорелов ва бош. Геометрия. Ўрта мактабнинг 6-10 синф ўқувчилари учун ўқув қўлланма . – Т.: 1986 й.
2. И.Исроилов, З.Пашаев Геометрия 1,2 қисмлар. Академик лицейлар учун синов дарслиги. – Т.: 2005 й.
3. А.Раҳимқориев, М.Тўхтахўжаева Геометрия. Умумий ўрта таълим мактабининг 8-синфи учун дарслик. – Т.: 2014й

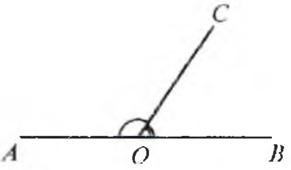
МАҚСАД:

Ўқувчиларда қўшни ва вертикал бурчаклар, уларнинг хоссалари ҳақида тушунча хосил қилиш ва масалалар ечишга ўргатиш.

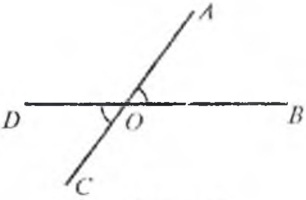
Қўшни ва вертикал бурчаклар. Агар иккита бурчакнинг томонларидан биттаси умумий бўлиб, қолган иккита томонлардан бири иккинчисининг давомидан иборат бўлса, улар қўшни бурчаклар дейилади. 5-чизмада ∠BOC ва ∠AOC қўшни бурчаклардир (бунда OC — умумий томон, OA ва OB томонлар).

1 - теорема. Қўшни бурчакларнинг йиғиндиси 180° га тенг.

Исботи. Ҳақиқатан, OA ва OБ нурлар битта тўғри чизиқда ётиб, 180° га тенг ёйик бурчак ҳосил қилади.



5-чизма.



6-чизма.

Ўзига қўшни бурчакка тенг бурчак тўғри бурчак деб аталади. Шундай қилиб, агар ∠AOC = ∠COB бўлса, ∠AOC = ∠COБ = 90°. Бу ҳолда OC тўғри чизиқ AB тўғри чизиққа перпендикуляр дейилади ва $OC \perp AB$ каби белгиланади.

Агар иккита бурчакдан бирининг томонлари иккинчисининг томонлари давомидан иборат бўлса, улар вертикал бурчаклар дейилади. 5-чизмада ∠AOB ва ∠COD вертикал бурчаклардир, чунки ∠COD нинг OD ва OC томонлари ∠AOB нинг BO ва AO томонларининг давомидан иборат.

2- теорема. Вертикал бурчаклар ўзаро тенгдир.

Исботи. ∠AOB ва ∠COD вертикал бурчаклар бўлсин (5-чизма). Уларнинг ҳар бири ∠AOD га қўшни бурчаклардан иборат. Қўшни бурчаклар ҳақидаги теоремага кўра, ∠AOB + ∠AOD = 180°, ∠COD + ∠AOD = 180°. Бу тенгликларнинг чап томонидаги иккинчи қўшилувчилар бир хил бўлганлигидан, биринчи қўшилувчилар ҳам тенг бўлиши шарт, яъни
∠AOB = ∠COD.

3-КИЧИК МОДУЛ БЎЙИЧА НАЗОРАТ ТОПШИРИҚЛАРИ:

1-даражали топшириқлар:

Қуйидаги саволларга жавоб беринг:

1. Қўшни бурчаклар йиғиндиси неча градусга тенг?
2. Қўшни бурчаклар ҳақидаги теоремани айтинг.

3. Вертикал бурчак билан мос бурчакни фарқланг.

4. Вертикал бурчаклар тўғри бурчак бўлиши мумкинми?

5. Қўшни бурчаклар тенг бўла оладими?

6. Вертикал бурчаклар ҳақидаги теоремани айтинг.

7. Қўшни бурчаклар ҳақидаги теоремани айтинг.

8. Қўшни бурчаклар йиғиндиси неча градусга тенг?

2-даражали топшириқлар:

Қуйидаги саволларга жавоб беринг:

9. Вертикал бурчак ҳақидаги теоремани айтинг ва тушунтириб беринг.

10. Қўшни бурчаклар ҳақидаги теоремани айтинг ва тушунтириб беринг.

11. Бурчаклар қайси параметрлари асосида таққосланади?

12. Бурчак биссектрисаси нима?

3-даражали топшириқлар:

13. Қўшни бурчакларнинг катталиклари 3 : 5 каби нисбатда бўлса, уларнинг кичиги топилсин.

14. Тўғри бурчакли учбурчакда ўткир бурчакларнинг биссектрисалари ўтказилган. Биссектрисалар орасидаги ўтмас бурчак топилсин.

15. α ва β қўшни бурчаклар. Агар $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{2}{7}$ бўлса, β ва α бурчаклар айирмасини топинг.

16. Ўзига қўшни бурчакнинг 44% ига тенг бўлган бурчакнинг катталигини аниқланг.

17. Ўзига қўшни бўлган бурчакнинг $\frac{3}{7}$ қисмига тенг бурчакни топинг.

18. *AB* ва *CD* тўғри чизиқлар *O* нуқтада кесишади. *AOD* ва *COB* бурчакларнинг йиғиндиси 230 га тенг *AOC* бурчакни топинг.

19. Икки тўғри чизиқнинг кесишишидан ҳосил бўлган бурчакларнинг бири 30^0 га тенг, қолган бурчакларни топинг.

20. Иккита тўғри чизиқнинг кесишидан ҳосил бўлган учта бурчакнинг йиғиндиси 315^0 га тенг. Шу бурчаклардан кичигини топинг.

4-даражали топшириқлар:

21. Вертикал бурчаклар тенглигини исботланг.

22. Қўшни бурчаклар йиғиндиси 180^0 га тенглигини исботланг.

3.3. Ўқувчиларни геометрик теоремаларни исботлашга тайёрлашда интерактив методлардан фойдаланиш

Ўқувчилар геометрик теоремаларни исботлаш моҳиятини ўзлаштиришда жуда ҳам қийналадилар, яъни кўпчилик ўқувчилар теоремаларни ёдлаб оладилар, мантиқий исботлашни англай олмайдилар. Геометрия фани тасодифий теорема ва аксиомалар мажмусидан иборат бўлмасдан, балки қатъий қонун-қоидалар асосида тузилган теорема, таъриф ва аксиомалар тизимидан иборатдир. Бу тизимда ҳар бир теорема тўғрилигини исботлаш учун ундан олдин ўрганилган таянч тушунча, теорема, аксиома, хулоса ва натижалар билан органик ҳолда боғлиқ.

Ўқувчиларги геометрик теоремани ва уни исботлашга ўргатишда теоремани асосини ташкил этувчи таянч тушунчалар, теоремалар ва аксиомаларни ўзлаштириш сифатини юқори даражага кўтаришга эришиш ҳамда улар бўйича билим ва кўникма ҳосил қилиш керак бўлади. Бунинг учун интерфаол методлардан фойдаланиш самарали натижа беради.

Ҳозирги кунда таълим жараёнида ўқитишнинг замонавий методлари кенг қўлланилмоқда. Ўқитишнинг замонавий методларини қўллаш ўқитиш жараёнида юқори самарадорликка эришишга олиб келади. Таълим методларини танлашда ҳар бир дарснинг дидактик вазифасидан келиб чиқиб, танлаш мақсадга мувофиқ саналади.

Анъанавий дарс шаклини саклаб қолган ҳолда, унга турли-туман таълим олувчилар фаолиятини фаоллаштирадиган методлар билан бойитиш таълим олувчиларнинг ўзлаштириш даражасининг кўтарилишига олиб келади. Бунинг учун дарс жараёни оқилона ташкил қилиниши, таълим берувчи томонидан таълим олувчиларнинг қизиқишини орттириб, уларнинг таълим жараёнида фаоллиги муттасил рағбатлантирилиб турилиши, ўқув материалини кичик-кичик бўлакларга бўлиб, уларнинг мазмунини очишда ақлий ҳужум, кичик гуруҳларда ишлаш, баҳс-мунозара, муаммоли вазият, йўналтирувчи матн, лойиҳа, ролли ўйинлар каби методларни қўллаш ва таълим олувчиларни амалий машқларни мустақил бажаришга ундаш талаб этилади.

Бу методларни интерактив методлар деб ҳам аташади. **Интерактив методлар** деганда – таълим олувчиларни фаоллаштирувчи ва мустақил фикрлашга ундовчи, таълим жараёнининг марказида таълим олувчи бўлган методлар тушунилади. Бу методлар қўлланилганда таълим берувчи таълим олувчини фаол иштирок этишга чорлайди. Таълим олувчи бутун жараён давомида иштирок этади. Таълим олувчи марказда бўлган ёндашувнинг фойдали жиҳатлари қуйидагиларда намоён бўлади:

- таълим самараси юқорироқ бўлган ўқиш-ўрганиш;
- таълим олувчининг юқори даражада рағбатлантирилиши;
- илгари орттирилган билимнинг ҳам эътиборга олиниши;
- ўқиш шиддатини таълим олувчининг эҳтиёжига мувофиқлаштирилиши;
- таълим олувчининг ташаббускорлиги ва масъулиятининг қўллаб-қувватланиши;

амалда бажариш оркали ўрганилиши;

икки тарафлама фикр-мулоҳазаларга шароит яратилиши.

Фикримизни далили сифатида қуйидаги теоремани интерактив методлардан фойдаланиб ўрганишни кўрсатамиз.

Теорема. Айланага ички чизилган бурчак ўзи тортиб турган ёйнинг ярми билан ўлчанади.

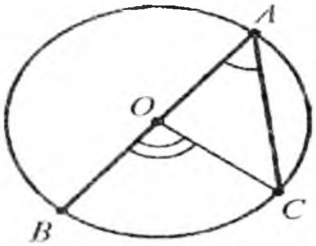
Исботи. Қуйидаги ҳолатлар бўлиши мумкин.

1-ҳол. Айланага ички чизилган ABC бурчакнинг томонларидан бири, масалан, AB томони айлананинг диаметридан иборат бўлсин, (7-чизма). Айлананинг O марказини C нукта билан бирлаштириб, тенг ёнли AOC ни ҳосил қиламиз, унда OA = OC. Натижада ҳосил килинган марказий BOC бурчак AOC учун ташқи бурчак бўлади ва бурчак ташқи бурчагининг хоссасига кўра BOC = ∠OAC + ∠OCA = 2∠OAC. Бундан, талаб қилинган.

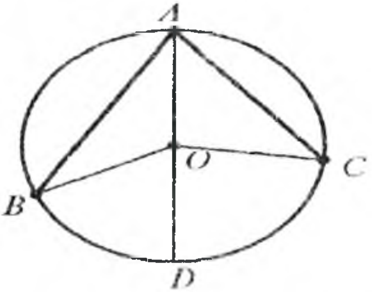
Муносабатни оламиз.

2-ҳол. Айлананинг O маркази ички чизилган BAC бурчакнинг AB ва AC томонлари орасида ётсин (8-чизма). Айланада AD диаметр ўтказамиз.

У вақтда ∠BAC = ∠BAD + ∠DAC. Бундан олдинги ҳолдаги натижани қўллаб, $\angle BAC = \frac{1}{2}\breve{BD} + \frac{1}{2}\breve{DC} = \frac{1}{2}(\breve{BD} + \breve{BD})$ деб ёзиш мумкин. Охирги муносабатдан, талаб килинган $\angle BAC = \frac{1}{2}\breve{BC}$ тенглик келиб чиқади.



7-чизма.



8-чизма.

1-натижа. Битта ёйга тиралган ички чизилган бурчаклар ўзаро тенг, яъни $\angle BA_1C = \angle BA_2C = \angle BA_3C$.

2-натижа . Диаметрга тиралган ички чизилган бурчаклар тўғри бурчакдан иборат, яъни $\angle BA_1C = \angle BA_2C = 90°$.

Ушбу келтирилган теорема ва унинг исботлаш усулларидан кўриниб турибдики ўқувчилар, бу теоремани исботлашни ўрганиш учун қуйидаги тушунчаларни билиши керак:

1) Теорема ўрганиладиган мавзуга қадар:

а) айлана тушунчаси;

б) ёй тушунчаси;

с) айланага ички чизилган бурчак;

2) Теоремани исботлаш учун:

а) тенг ёнли учбурчак;

б) ташқи бурчак ва унинг хоссалари;

с) марказий бурчак ва унинг хоссаси;

д) тўғри бурчак ва ҳ.к.

Бу тушунчаларни ўрганишни интерактив методлар асосида амалга оширилса, самарали натижа беради.

Интерактив усуллар ёрдамида айлана, айланага ички чизилган бурчак ва ёй тушунчаларини ўзлаштиришни қуйидаги интерактив методларини келтирамиз.

“7Х7 ўйин” интерфаол усули

Машғулотдан мақсад: Ўқувчиларнинг геометрик теоремаларни исботлаш кўникмаларини шакллантириш. Ўқувчиларни зийраклик, ҳозиржавоблик хусусиятларини шакллантириш, геометрия фанини бошқа мавзуларга боғлаб ўрганишни ўргатиш.

Машғулот ўтиш услуби: Интерактив усул.

Машғулот ўтиш усули: Савол-жавоб, баҳс-мунозара.

Машғулот жиҳози: Ўйин учун тайёрланган саволлар, рағбат, жарима карточкалари, информатика дарслиги, зарур кўргазмалар, услубий қўлланма, компьютер асосий ва қўшимча қурилмалари.

Машғулотни олиб бориш тартиби:

Асосий қисм: Машғулотни шартлар бўйича ташкил қилиш.

Машғулотни якунлаш: кичик гуруҳларнинг балларини умумлаштириш, энг юқори балл тўплаган гуруҳни ва энг фаол ўқувчини баҳолаб, уйга вазифа топшириш.

МАШҒУЛОТ ШАРТЛАРИ:

1. Айланага ички чизилган бурчак мавзусига оид топшириқлар. Ҳар бир гуруҳга топшириқ берилади.

2. Тезкор савол-жавоблар

3. Таянч тушунчаларни ўзлаштиришга оид тест топшириқлари.

1-ШАРТ БЎЙИЧА БИРИНЧИ ГУРУҲГА БЕРИЛАДИГАН ТОПШИРИҚ.

Ҳар бир тўғри жавоб учун (ўқитувчининг рейтинг ишланмасидан келиб чиқади)

2. Қуйидаги саволлардан фойдаланиб кроссвордни ечинг.

7.Текисликнинг берилган нуқтадан бир хил узоқликда ётган нуқталари тўплами .... деб аталади.

2.Текисликнинг берилган нуқтадан бир хил узоқликда ётган нуқталари тўплами айлана, берилган нуқта айлананинг .... дейилади.

5.Айлананинг марказини унинг бирор нуқтаси билан бирлаштирувчи кесма айлананинг .... дейилади.

9. Айлананинг иккита А, В нуқтасини туташтирувчи АВ кесма айлананинг .... дейилади.

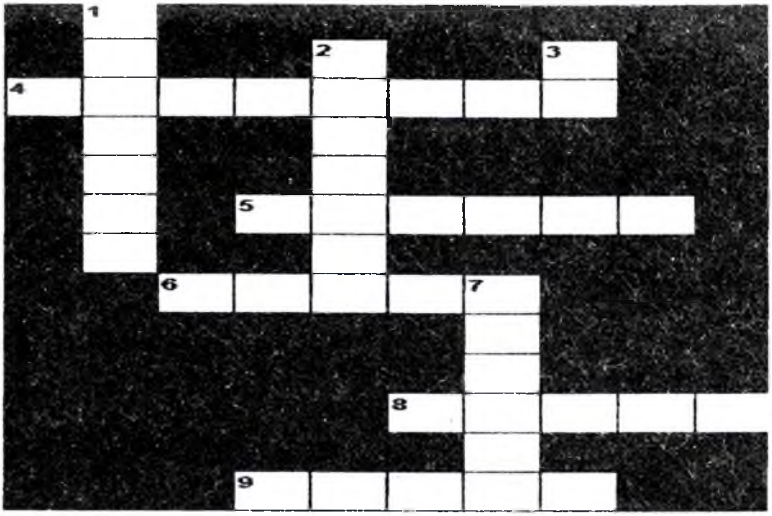
1. Айлананинг марказидан ўтувчи ватар .... дейилади.

6.Текисликнинг берилган О нуқтадан берилган R сондан катта бўлмаган масофада жойлашган нуқталари тўплами R радиусли .... дейилади.

3. Берилган айлананинг иккита А ва В нуқтасидан АВ тўғри чизиқ текисликни иккита яримтекисликка ажратади. Айлананинг бу яримтекисликларда ётувчи қисмлари унинг ..... дейилади.

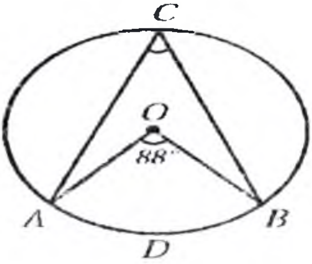
4. Учи айлананинг марказида ётган бурчак унинг .... бурчаги дейилади.

8. Берилган битта нуқтадан айланага ўтказилган иккита уринма ташкил ётган бурчак айланага .... чизилган бурчак дейилади



2- ГУРУҲГА БЕРИЛАДИГАН ТОПШИРИҚЛАР:

Расмга кўра саволларга жавоб беринг.



1) ∠ACB нима деб аталади?
2) ∠AOB нима деб аталади?
3) O айлананинг нимаси деб аталади?
4) AC ва CB кесмалар айлананинг нимаси деб номланади?
5) OA ва OB айлананинг нимаси деб атасак бўлади?
6) Расмга кўра ∠ACB бурчак катталиги неча градусга тенг?
7) Расмга кўра $\overset{\smile}{AB}$ ёй катталиги қанчага тенг?
8) Расмга кўра $\overset{\smile}{ACB}$ ёй катталиги неча градусга тенг?
9) Расмга кўра AC ни диаметр деб атасак тўғри бўладими?

3- ГУРУҲГА БЕРИЛАДИГАН ТОПШИРИҚЛАР:

Қуйидаги саволларга мос жавобни топиб калит сўзни аниқланг.

Т/р	**Саволлар**	**Жавоблар**	**Калит сўзни ташкил қилучи ҳарфлар**
1	Айланада АВ диаметр ва АС ватар ўтказилган. Агар АС ва СВ ёйларнинг градус ўлчови 7:2 каби нисбатда бўлса, ВАС бурчакни топинг.	**115^0**	**А**
2	Ватар айланани иккита ёйга ажратади. Агар бу ёйлар бурчак катталигини нисбати 7:3 каби бўлса, ватар ажратган ёйлар каттаси неча градус?	**70^0**	**М**
3	Айланадаги АС ёйнинг ўлчови 230°. Ана шу ёйга тиралган, айланага ички чизилган АВС бурчакнинг катталиги аниқлансин.	**20**	**П**
4	Айланага АБС бурчак ички чизилган. А ва С нуқталар айлананинг маркази О нуқта билан туташтирилганда ҳосил қилинган бурчаклар маълум: $\angle BAO = 50^\circ$, $\angle BCO = 30^\circ$ бўлса, $\angle ABC$ нинг катталиги аниқлансин.	**100^0**	**И**
5	Текисликнинг берилган нуқтадан бир хил узоқликда ётган нуқталари тўплами .... деб аталади.	**Айлана**	**И**
6	Айлананинг А нуқтасидан унга АВ уринма ва АС ватар ўтказилган. Агар $\angle BAC$ дан ташқаридаги ёйнинг ўлчови 220° га тенг эканлиги маълум бўлса, $\angle BAC$ нинг катталиги топилсин.	**252^0**	**Л**

7	Айлананинг марказини унинг бирор нуқтаси билан бирлаштирувчи кесма айлананинг .... дейилади.	**Маркази**	**Я**
8	Айлананинг марказидан ўтувчи ватар .... дейилади.	**диаметр**	**Т**
9	Айланани 3:5 нисбатда бўлувчи ватарнинг бирор учидан ўтказилган диаметр билан ташкил этган бурчакни топинг.	**45^0**	**Р**
10	AB ваAC-айлана ватарлари, $\angle BAC=70^0$ ва $\overset{\smile}{AB}=120^0$. AC ёйнинг градус ўлчовини топинг.	**80^0**	**Н**
11	Учи айлананинг марказида ётган бурчак унинг .... бурчаги дейилади.	**Радиус**	**Е**

КАЛИТ СЎЗНИ ТОПИНГ?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

2-шарт. Тезкор савол-жавоблар

1- ГУРУҲГА БЕРИЛАДИГАН САВОЛЛАР.

Ҳар бир тўғри жавоб учун (ўқитувчининг рейтинг ишланмасидан келиб чиқади)

1. Айлана ва ёйнинг фарқи нимада?
2. Айлана радиуси ва диаметри фарқи нимада?
3. Айланага ички ва ташки чизилган бурчак фарқи нимада?
4. Айлана радиуси ва ватари фарқи нима ?
5. Айлана узунликка эгами ёки юзага?

2- ГУРУҲГА БЕРИЛАДИГАН САВОЛЛАР.

1. Айлана деб нимага айтилади?
2. Айлананинг маркази нима?
3. Айлананинг радиуси нима?
4. Айлана ватари нима?

5. Айлана диаметри нима?

3- ГУРУҲГА БЕРИЛАДИГАН САВОЛЛАР.

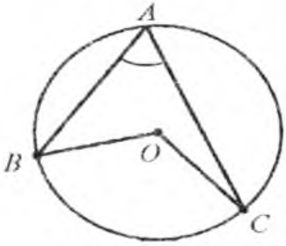
Қуйидаги тушириб қолдирилган сўзларни нуқталар ўрнига жойлаштиринг.(*радиуси, маркази, ватари, айлана, диаметр*)

Текисликнинг берилган нуқтадан бир хил узоқликда ётган нуқталари тўплами .... деб аталади. Берилган нуқта айлананинг .... дейилади. Марказни айлананинг бирор нуқтаси билан бирлаштирувчи кесма айлананинг .... дейилади. Айлананинг иккита А, В нуқтасини туташтирувчи АВ кесма айлананинг .... дейилади. Айлананинг марказидан ўтувчи ватар унинг ....дейилади.

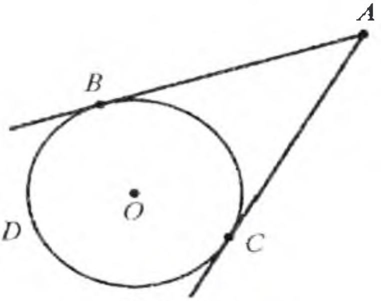
3-шарт бўйича бериладиган топшириқлар

1-ГУРУҲ УЧУН ТОПШИРИҚ

Расмга қараб қуйидаги жадвал асосида калит сўзни аниқланг.



1-чизма.



2-чизма.

№	Саволлар	Жавоблар	Калит сўз ҳарфлари
1	1 чизмада ∠BAC бурчак қандай номланади?	BC ёй градус ўлчови катталигига тенг.	Н
2	1 чизмада ∠BOC бурчак қандай номланади?	Айланага ташқи бурчак	Ё
3	1 чизмада BC нима деб номланади?	Ёй	Л
4	1 чизмада AB ва AC кесмалар нима деб номланади?	Ватарлар	А

5	1-чизмада BOC марказий бурчак градус ўлчови катталиги нимага тенг?	Айланага ички чизилган бурчака	А
6	1 чизмада $\angle BAC$ бурчак градус ўлчови катталиги нимага тенг?	$\angle BOC$ бурчак градус катталиги ярми билан ўлчанади.	А
7	2 чизмада $\angle BAC$ қандай бурчак деб номланади?	Марказий бурчак	Й
8	2 чизмада AB ва AC тўғри чизиқлар қандай номланади?	Айланага А нуқтадан ўтказилган уринмалар	Й
9	2-чизмада О нукта нима деб аталади?	Айлана маркази	И

Калит сўзни аниқланг?

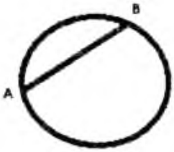
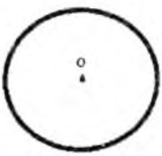
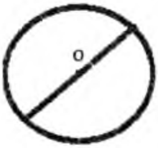
1	2	3	4	5	6	7	8	9

2-ГУРУҲ УЧУН ТОПШИРИҚ

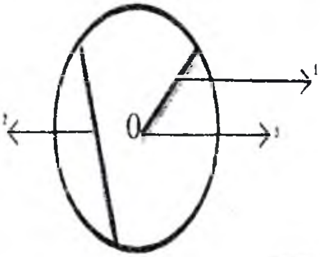
Қуйидаги тест топшириқларини ечинг.

1. Айлананинг элементларини жадвалга ҳар бир расм остига мос рақамларни ёзинг.

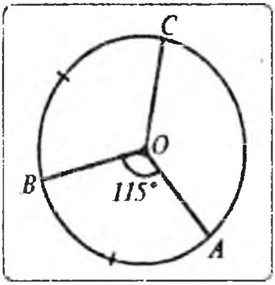
1) айлана радиуси; 2) айлана маркази; 3) айлана ихтиёрий ватари; 4)айлана диаметри ;

2. Расмда берилган бурчакнинг тузилишига мос жавобларни ёзинг аниқланг.

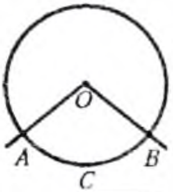
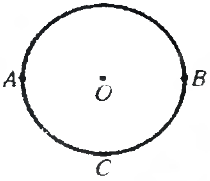
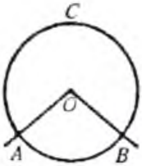
	Айлананинг асосий элементлари	Рақамлар
	Айлана ватари	
	Айлана маркази	
	Айлана радиуси	

3. Расмда берилган масаланинг ечимига мос жавобларни танланг.

	Масала ечимлари	Рақамлар
	BOC бурчак катталиги	245^0
	AOC бурчак катталиги	115^0
	BCA ни ташкил қилувчи ёй катталиги	230^0

4. Айлананинг элементларини жадвалга ҳар бир расм остига мос рақамларни ёзинг.

1. $\cup ACB = 360 - \angle AOB$ 2. $\cup ACB = 180$ 3. $\cup ACB = \angle AOB$

5. Айлананинг асосий элементларини уларнинг таъриф-лари билан жуфтланг.

1	Айлана	A	Айлананинг марказидан ўтувчи АС ватар
2	Айлана радиуси	B	Айлананинг иккита А, В нуқтасини

			туташтирувчи АВ кесма айлананинг
3	Айлана ватари	С	Текисликнинг берилган нуқтадан бир хил узоқликда ётган нуқталари тўплами
4	Айлана диаметри	Д	Маркази айлананинг бирор нуқтаси билан бирлаштирувчи кесма айлананинг

Жавоб:	1-	2 -	3 -	4 -

6. Айлана асосий элементлари ва уларнинг хоссалари билан жуфтланг.

1	Ватарга перпендикуляр диаметри шу ватарни ва унга тиралган ёйни...	А	катта бўлмайди
2	Айлана ватари унинг диаметридан...	В	тенг иккига бўлади
3	Ватарнинг ўрта перпендикуляри айлананинг...	С	перпендикуляр
4	Ватарнинг ўртасидан ўтувчи диаметр шу ватарга...	Д	диаметри

Жавоб:	1-	2 -	3 -	4 -

7. Айлананинг асосий элементлари таърифни атамалар билан жуфтланг.

1	Марказий бурчак	А	Айлананинг шу ёйга мос марказий бурчак катталиги
2	Бурчакнинг томонлари орасида жойлашган ВС ёй берилган...	Б	айлана ёйининг бурчак катталиги дейилади
3	Ички чизилган бурчакка мос ёй	С	Агар ВАС бурчакнинг А учи айланада ётиб, унинг АВ ва АС томонлари эса айлананинг ватарларидан иборат бўлса
4	Ички чизилган бурчак	Д	Учи айлананинг марказида бўлган бурчак.......... дейилади.

Жавоб:	1-	2 -	3 -	4 –Б

8. Қуйида берилган фикрларнинг қайсилари тўғри?

A. Ватарга перпендикуляр диаметр шу ватарни ва унга тиралган ёйни тенг иккига бўлади.

B. Ватарга перпендикуляр диаметр шу ватарни ва унга тиралган ёйни 1:3 нисбатда бўлади.

C. Айлана ватари унинг диаметридан катта бўлади.

Д. Айлана ватари унинг диаметридан кичик бўлади.

E. Ватар ўртасидан ўтувчи диаметр шу ватарга параллелдир.

F. Ватарнинг ўрта перпендикуляри айлананинг диаметри бўлади.

G Ватарнинг ўрта перпендикуляри айлананинг диаметри бўла олмайди.

Жавоб:

A	B	C	Д	E	F	G

9. Тўғри жавобларни аниқланг. Жавоблар жадвалига “ҳа” ёки “йўқ” сўзларини ёзинг.

1. Бир тўғри чизиқда ётмаган учта нуқтадан ягона айлана ўтказиш мумкин.
2. Текисликнинг берилган нуқтадан ҳар хил узоқликда ётган нукталар тўплами айлана деб аталади.
3. Марказини айлананинг бирор нуқтаси билан туташтирувчи кесма айлананинг ватари дейилади.
4. Марказини айлананинг бирор нуктаси билан туташтирувчи кесма айлананинг радиуси дейилади.
5. Текисликнинг берилган нуқтадан бир хил узоқликда ётган нукталар тўплами айлана деб аталади.
6. Учи айлананинг марказида ётган бурчак унинг ички бурчаги дейилади.

8. Айланага ички чизилган бурчак ўзи тортиб турган ёйнинг ярми билан ўлчанади.
9. Айланага ички чизилган бурчак ўзи тортиб турган ёйнинг 1:3 кисми билан ўлчанади.

7. Учи айлананинг марказида ётган бурчак унинг марказий бурчаги дейилади.	

Жавоб:

1	2	3	4	5	6	7	8	9

3-ГУРУҲ УЧУН ТОПШИРИҚ

Қуйидаги тест топшириқларини ечинг.

1. Қуйида берилган фикрларнинг қайсилари тўғри?

А. Бир тўғри чизиқда ётмаган учта нуқтадан ягона айлана ўтказиш мумкин.

В. Айланага ички чизилган бурчак ўзи тортиб турган ёйнинг ярми билан ўлчанади.

С. Айланага ички чизилган бурчак ўзи тортиб турган ёйнинг 1:3 қисми билан ўлчанади.

Д. Битта ёйга тиралган ички чизилган бурчаклар ўзаро тенгдир.

Е. Айлананинг марказий бурчаги ўзи тортиб турган ёйнинг ярмига тенг.

F. Диаметрга тиралган ички чизилган бурчаклар тўғри бурчакдан иборатдир.

Жавоб:

____

Жавоб:

А, ______________ В, ______________________________ Д,

F. ______________________________________

2. Тушириб қолдирилган сўзларни ёзинг.

1) Марказини айлананинг бирор нуқтаси билан туташтирувчи кесма айлананинг ____________________ дейилади.

2) Текисликнинг берилган нуқтадан бир хил узоқликда ётган нуқталар тўплами ____________________ дейилади.

3) Учи айлананинг марказида ётган бурчак унинг ______________ дейилади.

3. Текисликнинг берилган нуқтадан бир хил узоқлашган ҳамма нуқталаридан иборат фигура .... дейилади.

А) айлана В) доира С) учбурчак D) кесма

4. Текисликнинг берилган нуқтадан бир хил узоқлашган ҳамма нуқталаридан иборат фигура айлана ва шу берилган нуқта ....дейилади.

А) айлана ватари В) айлана маркази С) учбурчак маркази D) радиуси

5. Айлана нуқталаридан унинг марказигача масофа айлананинг .... дейилади.

А) ватари В) маркази С) учбурчак маркази D) радиуси

6. Айлананинг иккита нуқтасини туташтирувчи кесма .... дейилади.

А) ватари В) маркази С) учбурчак маркази D) радиуси

7. Айлана марказидан ўтувчи ватар айлана .... дейилади.

А) ватари В) маркази С) диаметри D) радиуси

8.Айланага ички чизилган бурчаклари: 60^0, 75^0, 89^0 га тенг бўлса, шу бурчакларга мос айлана ёйига қайси бурчаклар мос келади?

1) 120^0 2) 60^0 3) 150^0 4) 75^0 5) 180^0 6) 178^0

Берилган масалани жавоби	**Жавоб рақамлар**
Тўғриси	
Нотўғриси	

9. Айлананинг марказий бурчаклари: 60^0. 75^0, 89^0 га тенг бўлса, шу бурчакларга мос айлана ёйига қайси бурчаклар мос келади?

1) 120^0 2) 60^0 3) 178^0 4) 75^0 5) 180^0 6) 89^0

Берилган масалани жавоби	**Жавоб рақамлар**
Тўғриси	
Нотўғриси	

Жавоби:

Берилган масалани жавоби	**Жавоб рақамлар**
Тўғриси	2,4,6
Нотўғриси	1,3,5

Гуруҳларнинг барча шартлар бўйича баллари жамланиб ўқувчилар баҳоланади.

КЛАСТЕР методи

Кластер технологиясини индивидуал ва гуруҳда ишлаганда қўллаш мумкин.

Кластерларга ажратиш технологияси унча мураккаб эмас.

1.Катта ўлчамдаги қоғоз ёки досканинг ўртасига очқич сўз ёзилади.

2 Ўқувчилар хаёлига келган ушбу сўз билан боғлиқ сўз ва жумлаларни унинг атрофига ёза бошлайдилар.

3.Янги ғоялар пайдо бўлиши билан хаёлига келган сўзларни ҳам дарҳол ёзиб қўйишади.

4.Сўзларни ёзиш жараёни ўқитувчи томонидан белгиланган вақт тугагунча ёки барча сўз ва ғоялар тугагунча давом этади.

Кластерлар технологиясидан фойдаланиш учун бир қатор қоидаларга риоя қилиш зарур.

1. Хаёлга келган ҳамма нарсани фикрларнинг сифатига эътибор бермасдан ёзиб бориши.

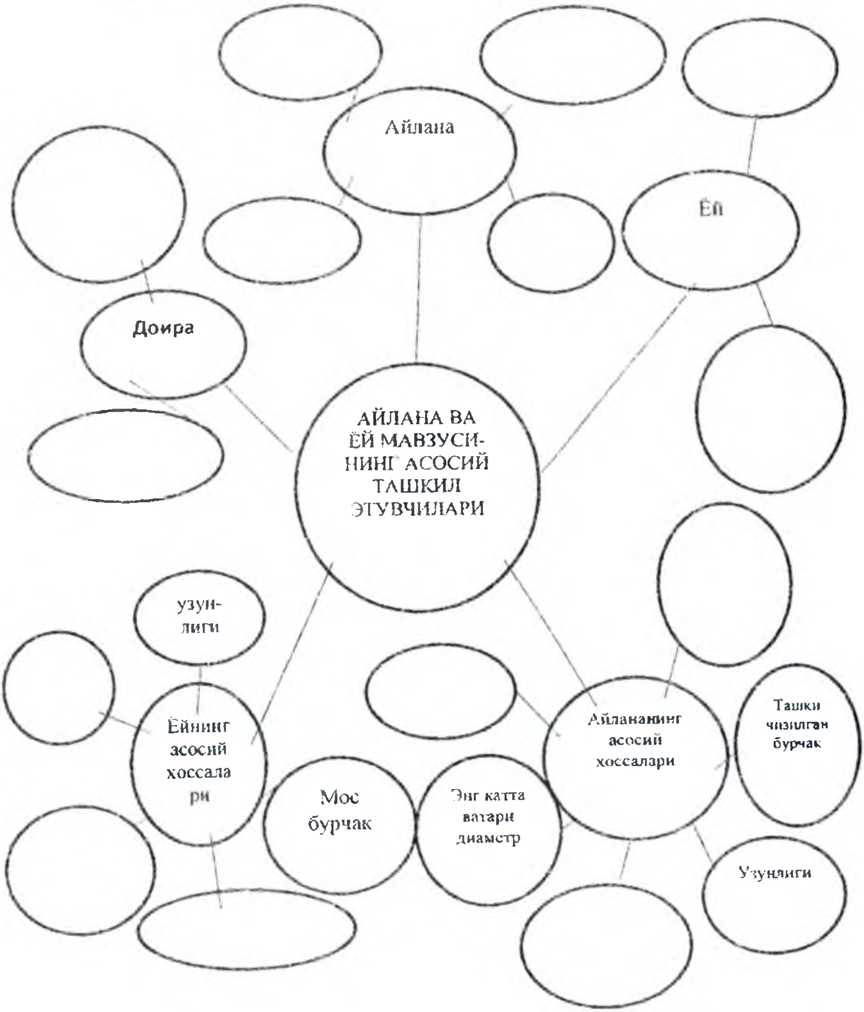
2. Орфография ва бошқа омилларга эътибор бермаслик.

3. Вақт тугагунча, иложи борича тўхтамасдан ёзиш.

4. Имкон даражасида кўпроқ боғланишлар ҳосил қилишга ҳаракат қилиш. Ғоялар ва сўзлар сонини чеклаб қўймаслик.

ВАЗИФА

Айлана ва ёй унинг асосий элементларидан иборат кластер тасвирланг.



Бу усул ўқувчиларни “Айлана ва унинг ёйи” ҳақидаги тушунчаларни билиш даражаси сифатини оширади.

бурчакнинг ички соҳаси $\angle BAC$, иккинчиси эса — ташқи соҳаси дейилади.

3.3. Агар бурчакнинг томонлари тўғри чизиқ ҳосил қилса, ёйиқ бурчак дейилади.

3.4. Катталиги 90^0 га тенг бурчак тўғри бурчак дейилади.

3.5. Тўғри бурчакка қўшни бурчак тўғри бурчак деб аталади.

Келтирилган матнлар асосида қуйидаги инсерт жадвали тўлдирилади.

Инсерт технологиясининг жадвали

Матн мазмуни	**Буни билар эдим**	**Буни билмас эдим**	**Мукаммал билишни хоҳлайман**
1.1.	+	-	?
1.2.			
1.3.			
2.1.			
2.2.			
2.3.			
2.4.			
2.5.		-	
2.6.		-	
3.1.			
3.2.		-	
3.3.			
3.4.		-	
3.5.			

Юқорида келтирган интерфаол методлар ўқувчиларни ўрганилаётган теоремага таянч тушунчаларни эсга олиш ва мустаҳкамлашда катта аҳамиятга эга.

КЛАСТЕР методи

Бу метод ҳақида юқорида тўхталиб ўтдик. Шу боис, ушбу методни теоремани исботлашга ўргатишда қўллашни кўриб чиқамиз.

Тушунчалар" методи

Методнинг мақсади: мазкур метод ўқувчиларни мавзу бўйича таянч тушунчаларни ўзлаштириш даражасини аниқлаш, ўз билимларини мустақил равишда текшириш, баҳолаш, шунингдек, янги мавзу бўйича дастлабки билимлар даражасини ташхис қилиш мақсадида қўлланилади.

Методни амалга ошириш тартиби:

- иштирокчилар машғулот қоидалари билан таништирилади;
- ўқувчиларга мавзуга ёки бобга тегишли бўлган сўзлар, тушунчалар номи туширилган тарқатмалар берилади (индивидуал ёки гуруҳли тартибда);
- ўқувчилар мазкур тушунчалар қандай маъно англатиши, қачон, қандай ҳолатларда қўлланилиши ҳақида ёзма маълумот берадилар;
- белгиланган вақт якунига етгач ўқитувчи берилган тушунчаларнинг тўғри ва тўлиқ изоҳини ўқиб эшиттиради ёки слайд орқали намойиш этади;
- ҳар бир иштирокчи берилган тўғри жавоблар билан ўзининг шахсий муносабатини таққослайди, фарқларини аниқлайди ва ўз билим даражасини текшириб, баҳолайди.

Намуна: “Теоремадаги таянч тушунчалар таҳлили”

Тушунчалар	Сизнингча бу тушунчанинг мазмуни нима?	Қўшимча маълумот
Айлана диаметри ва ватари	Айлана диаметри ҳам ватар хисобаланади. Айлана диаметри унинг марказидан ўтувчи ватари ҳисобланади. Айлана ватари айлананинг иккита нуқтасини туташтирувчи кесма хисобланади.	Айлананинг диаметри унинг энг узун ватари
Айлана ва ёй тушунчалари	Агар ВАС бурчакнинг А учи айланада ётиб, унинг АВ ва АС томонлари эса айлананинг ватарларидан иборат бўлса, бурчак айланага ички чизилган дейилади.	

	Бурчакнинг томонлари орасида жойлашган ВС берилган ички чизилган бурчакка мос ёй дейилади.	
Айлана ва ёй узунлиги		
Айланага марказий ва ички чизилган бурчаклар	Учи айлананинг марказида ётган бурчак унинг марказий бурчаги дейилади. Агар ВАС бурчакнинг А учи айланада ётиб, унинг АВ ва АС томонлари эса айлананинг ватарларидан иборат бўлса, бурчак айланага ички чизилган дейилади. Бурчакнинг томонлари орасида жойлашган ВС берилган ички чизилган бурчакка мос ёй дейилади. Агар В ва С нуқталарни айлананинг маркази О нуқта билан туташтирсак, ВОС марказий бурчак берилган ВАС ички чизилган бурчакка мос бурчак дейилади.	
Айлананинг диаметри ва радиуси	Текисликнинг берилган нуктадан бир хил узокликда ётган нуқталари тўплами айлана деб аталади. Берилган нуқта айлананинг маркази дейилади. Марказни айлананинг бирор нуктаси билан бирлаштирувчи кесма айлананинг радиуси дейилади. Бу кесманинг узунлиги ҳам радиус деб аталади ва айлананинг нукталари унинг марказидан қандай масофада жойлашганлигини кўрсатади. Айлананинг иккита А, В нуктасини туташтирувчи АВ кесма айлананинг ватари дейилади. Айлананинг марказидан ўтувчи АС ватар диаметр дейилади.	Айлана диаметри узунлиги унинг радиусининг икки баробар узунлигига тенг.

Изох: Иккинчи устунчага қатнашчилар томонидан фикр билдирилади.

Юқорида таъкидлаганимиздек ўкувчилар теоремани исботлашда қуйидаги таянч тушунча ва теоремаларни билиши шарт.

а) тенг ёнли учбурчак ва унинг асосий хоссалари;

б) ташқи бурчак ва унинг хоссалари;

с) марказий бурчак ва унинг хоссалари;

д) тўғри бурчак тушунчаси.

"Инсерт" методи

Ушбу технология янги матн билан ишлашга мўлжалланган бўлиб, қуйидагиларни ўз ичига олади:

1. Матнни қўлда калам билан ўқиб чиқиш.

2. Ўқиш давомида матнга махсус белгилар қўйиб бориш:

+ буни биламан;

– буни билмас эдим;

? буни мукаммал билмоқчи эдим:

3. Матн билан тўла танишиб чиқилгандан сўнг қуйидаги жадвал тўлдирилади:

1-матн.Тенг ёнли учбурчак ва унинг асосий хоссалари.

1.1.Тенг ёнли учбурчакнинг асосидаги бурчаклари тенг.

1.2.Учбурчакнинг иккита бурчаги тенг бўлса, бу учбурчаклар тенг ёнли бўлади.

1.3.Тенг ёнли учбурчакнинг асосга ўтказилган медианаси ҳам баландлик, ҳам биссектрисасидир.

2-матн. Марказий бурчак ва унинг асосий хоссалари

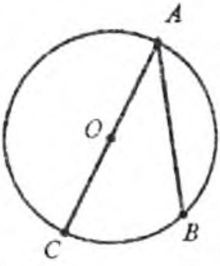
2.1.Берилган айлананинг иккита A ва B нуқтасидан AB тўғри чизиқ ўтказамиз (2- чизма). Бу тўғри чизиқ текисликни иккита яримтекисликка ажратади. Айлананинг бу яримтекисликларда ётувчи қисмлари унинг ёйлари дейилади.

2.2.Агар AB диаметрдан иборат бўлса, айлананинг ёйлари яримайланалар дейилади. Агар AB диаметр бўлмаса, айлананинг маркази яримтекисликлардан бирига тегишли бўлади.

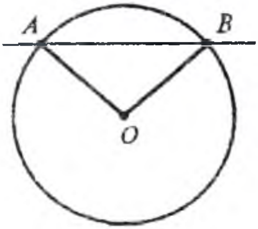
2.3.Айлананинг ана шу яримтекисликка тегишли ёйи яримайланадан катта ёй деб аталади. Бошқа ёй эса яримайланадан кичик ёй дейилади. Агар айлананинг O марказини кичик ёйнинг нуқталари билан туташтирсак, бу радиуслар AB ватарни кесиб ўтади. Агар О марказни катта ёйнинг нуқталари билан туташтирсак, бу радиуслар АВ ватар билан кесишмайди.

2.4.Учи айлананинг марказида ётган бурчак унинг марказий бурчаги дейилади.

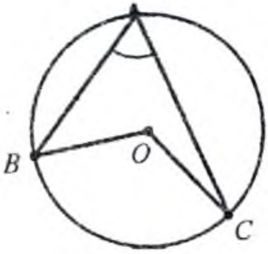
2.5. Агар ВАС бурчакнинг А учи айланада ётиб, унинг АВ ва АС томонлари эса айлананинг ватарларидан иборат бўлса,(3-чизма), бурчак айланага ички чизилган дейилади. Бурчакнинг томонлари орасида жойлашган ВС берилган ички чизилган бурчакка мос ёй дейилади. Агар В ва С нукталарни айлананинг маркази О нуқта билан туташтирсак, ВОС марказий бурчак берилган ВАС ички чизилган бурчакка мос бурчак дейилади.



1-чизма.



2-чизма.



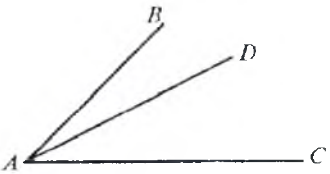
3-чизма.

3-матн. Тўғри бурчак тушунчаси.

3.1.Текисликнинг битта нуқтадан чиққан иккита нур билан чегараланган қисми бурчак дейилади.

3.2. Умумий А нукта (4-чизма) бурчакнинг учи, АВ ва АС нурлар эса бурчакнинг томонлари дейилади. Бурчак ёки битта ҳарф билан (А) ёки учта ҳарф билан (ВАС) белгиланиб, унда ∠ белгиси қўйилиб ёзилади (∠А ёки ∠ВАС). А нуқтадан чиқувчи АБ ва АС нурлар, уларни қўшганда бутун текисликни берадиган, иккита бурчак ҳосил қилади. Шу сабабли улардан бири А учдаги

4-чизма.



5-чизма.

ТОПШИРИҚ:

1. Келтирилган теорема исботлашда таянч тушунчаларни кластерда тасвирланг.

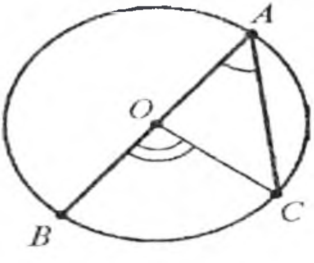
2. Келтирилган теорема исботлашда таянч бўладиган теоремаларни кластерда тасвирланг.

Теорема. Айланага ички чизилган бурчак ўзи тортиб турган ёйнинг ярми билан ўлчанади.

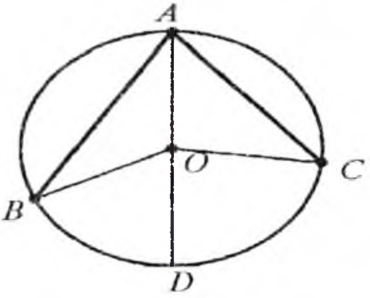
Исботи. *1-ҳол.* Айланага ички чизилган ABC бурчакнинг томонларидан бири, масалан, AB томони айлананинг диаметридан иборат бўлсин, (6- чизма). Айлананинг O марказини C нуқта билан бирлаштириб, тенг ёнли AOC ни ҳосил қиламиз, унда OA = OC. Натижада ҳосил қилинган марказий BOC бурчак AOC учун ташқи бурчак бўлади ва бурчак ташқи бурчагининг хоссасига кўра BOC = ∠OAC + ∠OCA = 2∠OAC. Бундан, талаб қилинган муносабатни оламиз.

2-ҳол. Айлананинг O маркази ички чизилган BAC бурчакнинг AB ва AC томонлари орасида ётсин (7- чизма). Айланада AD диаметр ўтказамиз.

У вақтда ∠BAC = ∠BAD + ∠DAC. Бундан олдинги ҳолдаги натижани қўллаб, $\angle BAC = \frac{1}{2}\breve{BD} + \frac{1}{2}\breve{DC} = \frac{1}{2}\left(\breve{BD} + \breve{BD}\right)$ деб ёзиш мумкин. Охирги муносабатдан, талаб қилинган $\angle BAC = \frac{1}{2}\breve{BC}$ тенглик келиб чиқади.



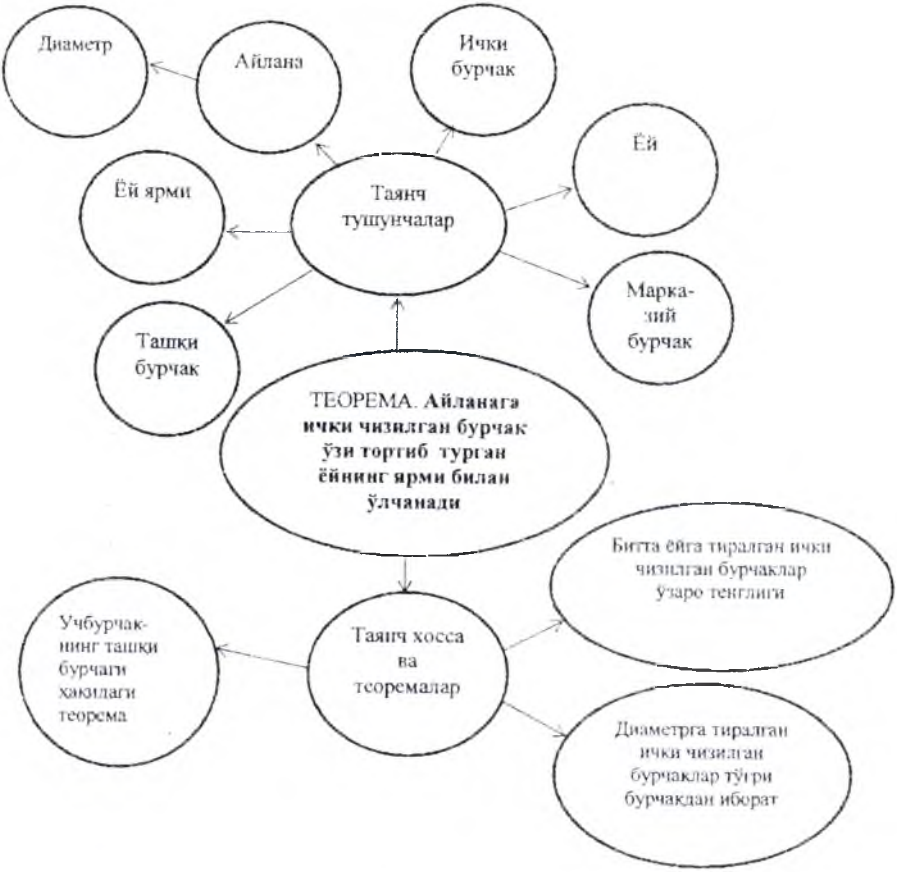
6-чизма.



7-чизма.

1-натижа . Битта ёйга тиралган ички чизилган бурчаклар ўзаро тенг, яъни $\angle BA_1C = \angle BA_2C = \angle BA_3C$.

2-натижа. Диаметрга тиралган ички чизилган бурчаклар тўғри бурчакдан иборат, яъни $\angle BA_1C = \angle BA_2C = 90°$.



“Зинама-зина ўйин” интерактив усули

Бу усул ўйин шаклида амалга оширилади, бунда ўқувчилар кичик гуруҳларга бўлинади. Гуруҳларга 3 та бир хил топшириқлар берилади, бу топшириқлар ҳар бири “Зина” деб аталади (1-топшириқ, “1-зина”, 2-топширк, “2-зина” ва ҳ.к.). биринчи бўлиб топшириқларни босқичма-босқич бажарган гуруҳ зина юқорисига чиққан ҳисобланади.

Эслатиб ўтамиз, топшириқларнинг барчаси теоремани исботлашга қаратилган.

1-Топшириқ (1-зина): Қуйидаги хоссаларга мос сўзларни жойлаштиринг.

(Тўғри бурчак, ички бурчаклар, ички чизилган, ярми).

1. Битта ёйга тиралган .... бурчаклар ўзаро тенг.

2. Диаметрга тиралган ички чизилган бурчаклар ....дан иборат.

3. Учбурчакнинг ташқи бурчаги унга қўшни бўлмаган ....йиғиндисига тенгдир.

4. Айланага ички чизилган бурчак ўзи тортиб турган ёйнинг .... билан ўлчанади.

2-Топшириқ (2-зина): Қуйидаги теорема исботида тушиб қолдирилган ибораларни жойлаштиринг.

(диаметрдан, бурчак, тенг ёнли, ташқи бурчак, $\angle BAC = \frac{1}{2}\overset{\smile}{BC}$*).*

Исботи. *1- ҳол.* Айланага ички чизилган ABC ....нинг томонларидан бири, масалан, AB томони айлананинг .... иборат бўлсин, (6-чизма). Айлананинг O марказини C нукта билан бирлаштириб, ... AOC учбурчакни ҳосил қиламиз, унда OA = OC. Натижада ҳосил қилинган марказий BOC бурчак AOC учбурчак учун ...... бўлади ва бурчак ташқи бурчагининг хоссасига кўра BOC = $\angle OAC$ + $\angle OCA$ = $2\angle OAC$. Бундан, талаб қилинган муносабатни оламиз.

2- ҳол. Айлананинг O маркази ички чизилган BAC бурчакнинг AB ва AC томонлари орасида ётсин (7-чизма). Айланада AD диаметр ўтказамиз.

У вақтда $\angle BAC = \angle BAD + \angle DAC$. Бундан олдинги ҳолдаги натижани қўллаб, $\angle BAC = \frac{1}{2}\overset{\smile}{BD} + \frac{1}{2}\overset{\smile}{DC} = \frac{1}{2}(\overset{\smile}{BD} + \overset{\smile}{BD})$ деб ёзиш мумкин. Охирги муносабатдан, талаб қилинган .... тенглик келиб чиқади.

1 - натижа. Битта ёйга тиралган ички чизилган бурчаклар ўзаро тенг, яъни $\angle BA_1C = \angle BA_2C = \angle BA_3C$.

2 - натижа. Диаметрга тиралган ички чизилган бурчаклар тўғри бурчакдан иборат, яъни $\angle BA_1C = \angle BA_2C = 90°$.

3-топшириқ (3-зина)

Айланага ички ва ташқи чизилган бурчакларга оид 4 та теорема айтиб беринг. Қуйидаги теоремаларни исботлашда қайси расмлар қайси теоремани исботлашга мос келади.

1-теорема. Иккита ўзаро кесишадиган ватар ҳосил қилган бурчак ватарларнинг учлари орасида жойлашган ёйлар *йиғиндисининг ярмига тенг, яъни агар AB ва CD ватарлар O нуқтада кесишса,*

$$\angle AOC = \frac{1}{2}\left(\overset{\smile}{AC} + \overset{\smile}{BD}\right)$$

Бу теоремаға қайси расм мос келади?

2-теорема. Ташқи чизилган бурчак уриниш нуқталари орасида жойлашган ёйлар айирмаларининг ярмига тенг, яъни агар AB ва AC айланага A нуқтадан ўтказилган уринмалар бўлса,

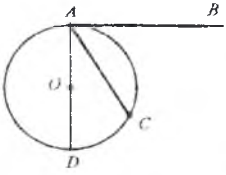
$$\angle ABC = \frac{1}{2}\left(\overset{\smile}{D} - \overset{\smile}{BC}\right)$$

Бу теоремага қайси расм мос келади?

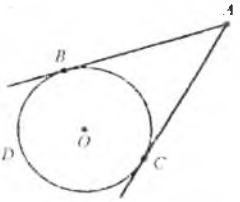
3-теорема. Айланага ўтказилган уринма ва ватар орасидаги бурчак, улар орасидаги ёйнинг ярмига тенг, яъни агар AB —айланага уринма, AC — унинг ватари бўлса,

$$\angle CAB = \frac{1}{2}\ \overset{\smile}{AC}$$

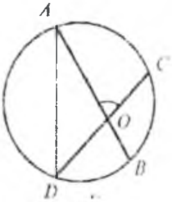
Бу теоремага қайси расм мос келади?



а)



б)



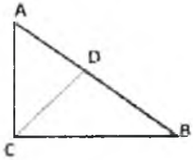
с)

Жавобларингизни изоҳланг?

Теоремани "Блиц сўров" методи ёрдамида исботлашга ўргатиш.

Теорема. Тўғри бурчакли учбурчакнинг тўғри бурчаги учидан гипотенузага туширилган перпендикуляр гипотенуза кесмалари орасида ўрта пропорционал миқдордир.

№	Савол	Ўқувчи жавоби
1	Теоремада нима берилган?	ABC тўғри бурчакли учбурчак ва бунда $\angle C=90^0$ $CD \perp AB$
2	Нимани исбот қилиш керак?	AD:CD=CD:BD эканлигини.
3	Қандай учбурчакларда кесмаларнинг пропорционаллиги ҳақида сўз юритилади?	Ўхшаш учбурчакларда кесмаларнинг пропорционаллиги ҳақида сўз кетади.

4	Биз текшираётган кесмалар қайси учбурчакларга тегишли?  	Бу кесмалар ACD ва CBDучбурчакларга тегишли.
5	Биз текшираётган кесмаларнинг пропорционаллигини исботлаш учун бу учубурчаклар ўзаро қанақа эканлигини кўрсатишимиз керак?	Бунинг учун ACD ва CBD учбурчаклар ўхшаш эканлигини кўрсатишимиз керак.
6	Диққат билан эътибор қилинглар бу учбурчаклар қандай учбурчаклар(тури мисолида)?	Бу учбурчаклар иккаласи ҳам тўғрибурчакли экан.
7	Сабаб нима?	$CD \perp AB$ эканлигидан
8	Учбурчаклар ўхшаш бўлиши учун қандай шартлар бажарилиши керак?	Бунинг учун бу учбурчакларда камида биттадан мос бурчаклари тенглиги ёки иккита катетларининг мос равишда пропорционаллигини кўрсатиш керак.
9	Бизда бу учбурчакларнинг бирорта томонлари пропорционал эканлиги ҳақида бизда маълумот борми?	Йўқ
10	Шундай экан, бу ACD ва CBD учбурчаклар ўхшаш эканлигини кўрсатиш учун нима қилишимиз керак?	Бу учбурчакларнинг мос равишда биттадан бурчаклари тенглигини кўрсатишимиз керак.
11	Бу учбурчакнинг ўткир бурчакларини кўздан кечирингларчи?	$\angle A = \angle BCD$

12	Нима учун?	Томонлари мос равишда перпендикулярлигидан
13	Унда ACD ва CBD учбурчаклар ҳақида нима дейиш мумкин?	Бу учбурчакларда биттадан ўткир бурчаклари мос равишда тенг, шунинг учун улар ўхшаш бўлади.
14	Ўхшаш учбурчакларнинг мос томонлари ҳақида нима дея оламиз?	Ўхшаш учбурчакларнинг мос томонлари пропорционал бўлади.
15	Теоремани исботида нимани исботлаш керак эди?	AD:CD=CD:BD эканлигини.

Хулоса қилиб айтганда ўқувчиларга геометрик теоремаларни исботлашда интерактив усуллардан фойдаланиш амлага оширилса, ўқувчиларнинг геометрик теоремаларни мустақил исботлай олиш кўникмалари сифати юқори даражага етади.

ГЛОССАРИЙ

Геометрик теорема – геометрик фигуранинг хоссасини ифодаловчи исботланадиган жумла (фикр).

Исбот – бирор геометрик фигуранинг хоссаси ҳақидаги тасдиқнинг тўғрилиги ҳақида мулоҳаза юритиш.

Аксиома – исботланмайдиган хоссаларга айтилади.

Ҳукм – предмет ёки ҳодисаларни тасдиқлаш ёки инкор қилиш.

Индукция – хусусий ҳолларни текшириб умумий хулоса чиқариш.

Дедукция – умумий ҳолларни текшириб хусусий хулоса чиқаришга айтилади.

Чизмадан танқидий фойдаланиш – уни фикрлашдан ажратиб қарашга, тушунчани ўрганишда эса унинг «таърифига асосланиш ва чизмага боғланмаслик» қоидасига риоя қилиш тушунилади.

Силлогизм – мантиқий хулоса чиқаришда бир ҳукмдан иккинчи ҳукм, учинчи ҳукм эса ҳолдинги икки ҳукмдан пайдо бўлади ва барча ҳукмлардан умумий ҳукм чиқариш деб аталади.

Ҳукм чиқариш – бирор предмет ёки ҳодисаларни тасдиқлаш ёки инкор қилиш учун айтилган қатъий фикр қилиш.

Аналитик усул – бу усулда исботланаётган теоремадан бошлаб узлуксиз мулаҳазалар юритилиб, уни исботлашга таянч(асос) бўладиган теорема, аксиома,таъриф, хосса, натижа, лемма ва ҳаказоларга аосланилади.

Синтетик усул – бу усулда илгари исботланган теоремадан бошлаб узлуксиз мулоҳаза юритилади ва теорема исботланади.

Апагогик усул – бу усулда исботланаётган теореманинг тўғрилиги бевосита унга қарама-қарши бўлган хулосаларни инкор қилиш билан келиб чиқади.

Ажратиш усул – бу усулда бир нечта тескари фараз қилинган хулосалар биттаси тўғрилиги исботланади, қолгани инкор қилинади.

Билвосита исботлаш усули – бу усулда исботланаётган теореманинг тўғрилиги аргументнинг тўғрилигидан эмас, балки тўғрилиги аввалдан маълум бўлган фикрлар асосида исботланади.

УМУМИЙ ХУЛОСА

Геометрия фанини ўқитишда замонавий педагогик ва ахборот технологияларининг ўрни ва вазифаси беқиёсдир. Биринчидан замонавий ахборот технологиялари ўқитувчи меҳнати, педагогик фаолиятни енгиллаштиришга хизмат қилувчи ва ижодий масалаларни тўлақонли равишда ечишга қодир бўладиган техник восита ҳисобланади. Иккинчидан, замонавий педагогик ва ахборот технологиялари ёрдамида геометрия фанини сифат жиҳатдан янги билимларни шакллантириш, талабаларнинг аналитик, ижодий ва мантиқий фикрлашини ривожлантириш мумкин. Замонавий педагогик ва ахборот технологиялари имкониятидан келиб чиқадиган бўлсак, бугунги кунда иккинчи қараш, ҳозирги кунда амалга оширилиши мумкин бўлган муҳим ишлардан биридир. Шунинг учун ҳам ўқувчиларни геометрик теоремаларни мантиқий исботлашга тайёрлашда педагогик технология тамойиллари асосида дарс машғулотлари лойиҳалари ишлаб чиқилди.

Геометрик ўқув адабиётининг мақсади нафақат янги билим олишни амалга ошириш, балки геометриядан аналитик, ижодий ва мантиқий фикрлашини ривожлантиришдан иборат.

Шундан келиб чиқиб, геометрик теоремаларни исботлашда, унинг мазмунига кўпрок эътибор бериш мақсадга мувофиқ. Чунки формал тўлалик, таълимда геометрик асосларнинг қатъий дедуктивлигига ўлчов бўлолмайди. Таълим мазмунини баён қилишнинг қатъий даражадаги ўлчови, ечимларнинг тўлалиги эмас, балки аввал қабул қилинган аксиомалар системасига нисбатан мувофиқлигидир, яъни мантиқий мувофиқлигидир.

Ўқувчи эътиборини, исботлашнинг мазмуни ва унинг тузилишига қаратишга имкон яратиш мақсадга мувофиқ бўлади. Теоремаларни исботлашда чизмалардан фойдаланишнинг аҳамияти жуда муҳим саналади. Ўқувчилар исботлашда мулоҳаза ва хулосалардан хатоларини ўзлари ёки ўқитувчилар ёрдамида топиб, уни тўғрилаш ҳамда исботлашга алоқаси бўлмаган мулоҳазаларни (ҳатто тўғри мулоҳазалар айтилган бўлса ҳам) исботдан чиқариб ташлашга одатланишлари лозим. Бу эса исботлашда аниқлик ва мукаммалликни таъминлайди. Исботлашда чизманинг роли шундаки, у ўқувчига ечилаётган масаланинг мазмунини ҳар доим эслатиб туради ва ўқувчини иккинчи даражали мулоҳазаларга берилмасликка ёрдам беради. Шу сабабли геометрик масаланинг шартини ёзишда ёзувлар ихчам ва маъноли бўлишига эришиш мақсадга мувофиқ бўлади.

Ушбу илмий ва ўқув-услубий қўлланмада юқорида кўтарилган масаланинг жиҳатларига алоҳида эътибор қаратилди. Бу эса ўрта махсус, касб-ҳунар таълими ўқувчилари геометриядан билим сифатини оширишда ва педагоглари учун қимматли материал бўлади.

Мазкур қўлланма амалдаги дастурлар асосида тайёрланган бўлиб, ўрта махсус, касб-ҳунар таълими ўқувчилари ҳамда педагоглари учун мўлжалланган.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

1. Каримов И.А. Баркамол авлод – Ўзбекистон тараққиётининг пойдевори. – Тошкент: Шарқ, 1998, 4-19б.

2. Ўзбекистон Республикасининг “Таълим тўғрисида”ги Қонуни, 1997 йил, 29 август, //Баркамол авлод – Ўзбекистон тараққиётининг пойдевори. – Тошкент: Шарқ, 1998, 20-29б.

3. Ўзбекистон Республикасининг “Кадрлар тайёрлаш миллий дастури”. 1997 йил, 29 август, //Баркамол авлод – Ўзбекистон тараққиётининг пойдевори. – Тошкент: Шарқ, 1998, 31-61б.

4. Ўзбекистон Республикасининг “Ахборотлаштириш ҳақида”ги Қонуни. – Тошкент: Халқ сўзи, 1993 йил, 7 май.

5. Ўзбекистон Республикаси Президентининг Фармони “Компьютерлаштиришни янада ривожлантириш ва ахборот – коммуникация технологияларини жорий этиш чора-тадбирлари тўғрисида”. – Тошкент: Халқ сўзи, 2002 йил, 1 июнь.

6. Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг Қарори “Компьютерлаштиришни янада ривожлантириш ва ахборот-коммуникация технологияларни жорий этиш чора - тадбирлари тўғрисида” – Тошкент: Халқ сўзи, 2002 йил, 6 июнь.

7. Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг Қарори “Ўзбекистон Республикасида ўрта махсус ва касб-ҳунар таълимини ташкил этиш тўғрисида» – Тошкент: Маърифат, 1998 йил, 13 май.

8. Икромов Ж. “Геометрик исботлаш методлари”. Ўқитувчилар учун методик қўлланма. Тошкент – 1970 й.

9. Александров А. Д. и др. Геометрия для 10-11 классов (с услубл. изуч. матем.) М. , Просвещение, 1991.

10. Болтянский В. Г.. Элементарная геометрия. Пособие для учителей. М., Просвещение, 1985.

11. Киселев А.П.Элементарная геометрия. Пособие для учителей. М., Просвещение, 1980.

12. Погорелов А.В. Геометрия. Ўрта мактабнинг 7-11-синфлари учун дарслик. –Т., Ўқитувчи, 1995.

13. Абдурахманов А. Мактабда геометрия тарихи, –Т., «Ўқитувчи» 1992.

14. Волков В.А.. Элементы линейного программирования. –М., Просвещение, 1975.

15. Лерье М.В., Александров Б.И.. Пособие по геометрии. –М., МГУ, 1984.

16. Ғайбуллаев Н., Ортикбоев А.. Геометрия 10-синф учун ўқув қўлланма. –Т., Ўқитувчи, 2002.

17. Сборник конкурсных задач по математике. Под редакцией М.Н.Сканави, –М., Высшая школа, 2001.

18. Исраилов И., Пашаев З. Геометрия I-қисм. Академик лицейлар учун синов дарслиги --Т., Ўқитувчи, 2004.

19. Исраилов И., Пашаев З. Геометрия II-қисм. Академик лицейлар учун синов дарслиги –Т., Ўқитувчи, 2004.

20. Исраилов И., Пашаев З. Геометриядан масалалар тўплами. Академик лицейлар ва касб-ҳунар коллежлари учун ўқув қўлланма, 3-нашри. –Т., Ўқитувчи, 2004.

21. Мирзаев Ч. "Ўрта ва ўрта махсус ўқув юртларида математика ўқитиш методикаси муаммолари" Гулистон – 2006 й.

22. Тожиев М., Зиёмухаммадов Б. Педагогик технологияни таълим-тарбия жараёнига татбиғи ва унинг баркамол авлод фазилатларини шакллантиришдаги ўрни. Монография./Т.: «MUMTOZ SO'Z». 2010. – 214 б.

23. Раҳимқориев А.А. "Геометрия" 8-синф учун дарслик.,– Тошкент. 2006 й.

24. Хўжаев Б. ва бошқалар "Геометрия" 7-синф учун дарслик., Тошкент. 2005 й.

25. Турдибоев Д.Х. "Геометрия элементларини ўрганишга модулли ёндашув» «Касб -ҳунар таълими» илмий услубий журнали № 2 Тошкент 2010 й.

26. Турдибоев Д.Х. "Геометрик теоремаларни исботлашда технологик ёндашув" "Ахборот технологиялари ва телекоммуникация муаммолари" Республика илмий-техник анжумани Тошкент – 2011й.

27. Турдибоев Д.Х. "Геометриядан ўқув машғулотларини ахборот коммуникация технологияларидан фойдаланиб лойиҳалаш" "ГулДУ ахборотномаси" илмий журнали №1 Гулистон – 2011 й.

28. Турдибоев Д.Х. "Геометриядан ўқув машғулотларини ахборот коммуникация технологияларидан фойдаланиб лойиҳалаш" "Информатика ва Энергетика муаммолари"илмий услуби журнали №4 Тошкент 2011.

29. Турдибоев Д. Х. "Академик лицейларда геометрия фанини ўқитиш самарадорлигини ошириш" "Таълим муаммолари" илмий услубий журнали № 2 2014й.

33. Гаимназаров О.Г., Бозоров С. Касб-хунар коллеж математика дарсларида ўкувчиларни касбга тайёрлаш фаолиятлари. “Ўзбекистон Республикасида таълимнинг узлуксизлиги ва узвийлигини таъминлаш: ютук ва муаммолар” мавзусидаги Республика илмий-амалий анжуман материаллари 1-кисм. Тошкент, 2012 йил 18-январ, 139-142 бетлар.

34. Тажиев М. Геометрияни аксиоматик асосда куриш масаласи. Ж: Халк таълими, 6-сон,1999 й. 78-79 б.

МУНДАРИЖА

I БОБ. ГЕОМЕТРИК ТЕОРЕМАЛАРНИ МАНТИҚИЙ ИСБОТЛАШГА ЎРГАТИШНИНГ МАЗМУН ВА МОҲИЯТИ

II БОБ. ГЕОМЕТРИК ТЕОРЕМАЛАРНИ МАНТИҚИЙ ИСБОТЛАШГА ЎРГАТИШ УСУЛЛАРИ

III БОБ. ПЕДАГОГИК ТЕХНОЛОГИЯ ТАМОЙИЛЛАРИ АСОСИДА ГЕОМЕТРИЯДАН ДАРСЛАРНИ ЛОЙИҲАЛАБ ЎҚИТИШ МЕТОДИКАСИ

СОДЕРЖАНИЕ

ГЛАВА I. СМЫСЛ И ЗНАЧЕНИЕ ОБУЧЕНИЯ ЛОГИЧЕСКИЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕОРЕМ

ГЛАВА II. МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ДОКАЗАТЕЛЬСТВ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕОРЕМ

ГЛАВА III. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ГЕОМЕТРИИ С ПОЛЬЗОВАНИЕМ ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

CONTENT

CHAPTER I. THE SIGNIFICANCE AND SIGNIFICANCE OF TRAINING LOGICAL EVIDENCE OF GEOMETRIC THEOREMS

CHAPTER II. METHODS OF TRAINING LOGIC PROOFS OF GEOMETRIC THEOREMS

CHAPTER III. METHODOLOGY OF TEACHING GEOMETRY WITH THE USE OF PEDAGOGICAL TECHNOLOGY

ҚАЙДЛАР УЧУН

Д. ТУРДИБОЕВ, О. ГАИМНАЗАРОВ

ПЕДАГОГИК ТЕХНОЛОГИЯНИ ҚЎЛЛАБ ГЕОМЕТРИК ТЕОРЕМАЛАРНИ ИСБОТЛАШ МЕТОДИКАСИ

Тошкент – «Fan va texnologiya» – 2017

Муҳаррир:	М.Ҳайитова
Тех. муҳаррир:	Ф.Тишабаев
Мусаввир:	Д.Азизов
Мусаҳҳиҳа:	Н.Ҳасанова
Компьютерда саҳифаловчи:	Н.Раҳматуллаева

E-mail: tipografiyacnt@mail.ru Тел: 245-57-63, 245-61-61.
Нашр.лиц. AI№149, 14.08.09. Босишга рухсат этилди: 14.08.2017.
Бичими 60x84 $^1/_{16}$. «Times Uz» гарнитураси.
Офсет усулида босилди.
Шартли босма табоғи 10,5. Нашр босма табоғи 10,25.
Тиражи 300. Буюртма №132.

«Fan va texnologiyalar Markazining bosmaxonasi» да чоп этилди.
100066, Тошкент шаҳри, Олмазор кўчаси, 171-уй.

FAN VA TEXNOLOGIYALAR

ISBN 978-9943-11-542-2