**Funksiyalarni interpolyasiyalashning umumiy masalasi. Chekli ayirmalar.**

**Reja:**

1. Iinterpolyasiyalash masalasini qo‘yilishi
2. Geometrik ma’nosi.
3. Lagranj interpolyasiyon formulasi.

Interpolyatsion formulasini Teylor formulasi turga o’xshash ancha oddiy ko’rinishiga keltiramiz. Agarda, (1.5) Lagranjning interpolyatsion ko’phadida barcha qo’shiluvchilar bir turda bo’lsa va natijani keltirib chiqarishga bir xil vazifa bajaradigan bo’lsa, unda interpolyatsion ko’phadning shunday bir ko’rinishga ega bo’lish kerak bo’ladi, bunda Teylor ko’phadiga o’xshash barcha qo’shiluvchilar ularning qiymati kamayish tartibida joylashgan bo’lsin. Bunda uning boshidan uzoqda joylashgan a’zosini olib tashlab yoki qo’shib ancha oddiy turda, uning darajalarini o’zgartirish mumkin. Dastlab Interpolyatsion masalasining qo’yilishining xususiy holini karaymiz. Mayli, tengday oraliqda joylashgan n x , x ,. . . , x 0 1 nuqtalar sistemasida interpolyatsion y= f (x) funksiyasining n y , y ,. . . , y 0 1 qiymatlari berilgan bo’lsin, ya’ni bu turning hohlagan i x tugunini quyidagicha ko’rinishda yozib ko’rsatish mumkin: xi = x0 + ih,i= 0,n, bunda h> 0 - turning qadami deb ataladigan bazi – bir o’zgarmas qiymat. Interpolyatsion formulalar ko’rmasdan oldin chekli ayirmalar teoryasining elementlarini qarab chiqamiz. 12 n y , y ,. . . , y 0 1 - n +1 chekli sonlar ketma-ketligini har bir keyingi hadidan oldingi hadni ayirib olib n sonli birinchi tartibli chekli ayirmalarini paydo etamiz , ,..., , Δ 0 = 1 − 0 Δ 1 = 2 − 1 Δ n−1 = n − n−1 y y y y y y y y y yoki berilgan jadval funksiyaning birinchi n sonli ayirmalariga ega bo’lamiz. Ulаrdan, o’z navbatda xuddi shunday yo’l bilan soni n −1 bo’lgan ikkinchi tartibli chekli ayirmalarini yozishga bo’ladi: 2 1 2 2 1 2 1 2 0 1 0 2 , , . . . , Δ = Δ − Δ Δ = Δ − Δ Δ n− = Δ n− − Δ n− y y y y y y y y y . Chekli ayirmalarni tuzishning bu jarayonni davom ettiramiz va u natijada bir rekurent formulasi bilan yoziladi. Bu formulasi k tartibli i k Δ y chekli ayirmalarni (k −1) tartibli ayirmalar orqali ifodalaydi: , 1 1 1 i k i k i k y y y − − − Δ = Δ −Δ k =1,2,...,n bunda i i n Δ y = y bo’ladi. Chekli ayirmalari va hosilalar o’rtasida to’g’ri bog’liqlik bor bo’lib hisoblanadi. Aytilgan vaxtimizda, agarda quyidagi munosabatlarni hisobga olsak: ( ) ( ) ( ) lim lim ' 0 1 0 i i i h i i h f x h f x h f x h y y = + − = − → + → , unda kichik h da quyidagi taqribiy tengliк o’rinli bo’ladi deb aytish mumkin: ( ) , ' Δyi ≈ f xi h ya’ni birinchi tartibli ayirmalar f (x) funksiyasining birinchi hosilani sifatlarini, sababi ular bu funksiya’ning qiymatlari bo’yicha tuzilgan. Shu aytilganlardan foydalanib, ikkinchi tartibli chekli ayirmalari uchun: ( ) ( ) ( ) ' ' ' 2 1 1 2 1 2 2 i i i i i i i i i i f x h f x h f x h h y y h y y h y y h y ≈ + − ≈ − − − = Δ − Δ = Δ + + + + , ya’ni 2 2 Δ yi ≈ f '(xi )h va umuman: 13 k i k i k Δ y ≈ f (x )h . (2.1) Demak, chekli ayirmalar munosabatlarini hosilalarning bazi – bir o’xshashligi deb qarash mumkin. n x , x ,...,x 0 1 nuqtalarida n y , y ,...,y 0 1 qiymatlari jadval turida berilgan y= f (x) funksiyasi uchun, har turli tartibdagi chekli ayirmalarni, nuqtalari bilan undagi funksiyaning qiymatlarini bir umumiy jadvalga jaylashtirish qulay bo’ladi, bunda xi = x0 + ih . Bunday umumiy jadvalini chekli ayirmalar jadvalsi deb ataydi

**Chekli аyirmali interpolyatsion formulalari:** Mayli bir biriga tengday masofada joylashgan xi = x0 + ih, i= 0,n to’rda y= f (x) funksiyasi berilgan bo’lsin va bu funksiyasi uchun 1-jadvalga o’xshash chekli ayirmalar munosabatlari tuzilgan bo’lsin. Lagranj interpolyatsion formulasini belgilangan modifikatsiyasiga mos P (x) n interpolyatsion ko’phadini quyidagicha formada yashaladi: ( )( )...( ) ( ) ( ) ( )( ) ... 0 1 1 0 1 0 2 0 1 + − − − − = + − + − − + + n n n a x x x x x x P x a a x x a x x x x (2.2) 0 x 0 y 0 Δy 1 x 1 y 0 2 Δ y 1 Δy 0 3 Δ y 2 x 2 y 1 2 Δ y 0 4 Δ y 2 Δy 1 3 Δ y 3 x 3 y 2 2 Δ y 3 Δy 4 x 4 y 14 Uning n +1 koeffitsentlarin a a a n , ,..., 0 1 ni ketma – ket quyidagi interpolyatsion ko’phadidan topamiz: ( ) , n i P x = y i = 0,1,2,...,n. Jumladan, i = 0 deb hisoblаb, ya’ni 0 x = x deb, (2.2) formulanida 0 0 ( ) P x a n = ega bo’lamiz, va interpolyatsion shartlari bo’yicha 0 0 ( ) P x y n = . Shuning uchun bo’ladi. Bundan so’ng, i =1 da shunga o’xshash bo’gan quyidagi tengligiga ega bo’lamiz: ( ) , 0 1 1 0 1 a + a x − x = y bu tenglamasiga hisoblаnganda olib qo’yamiz. Bu tengligini 1 a qarata hal etamiz va chekli ayirmalar belgilashlarni foydalanib, quyidagiga ega bo’lamiz: . 0 1 0 1 0 1 h y x x y y a Δ = − − = i = 2 keyingi qadami quyidagi tenglamani beradi: ( ) ( )( ) , 0 1 2 0 2 2 0 2 1 2 a + a x − x + a x − x x − x = y + = ⇔ Δ + \*2 \*2 , 2 2 2 0 0 h a h y h y y 2 0 2 2 2 1 0 2 2! 2! 2 h y h y y y a Δ = − + = . To’liq induksiyasi bilan quyidagi ifodaning to’griligini ko’rsatish mumkin: k k k k h y a ! Δ 0 = , ∀k ∈{0,1,2...,n} . (2.3) Hisoblаnib topilgan n a ,a ,...,a 0 1 koeffitsentlarning qiymatlarini (2.2) qo’yib, quyidagi ko’phadiga ega bo’lamiz: 0 0 a = y 0 0 a = y 15 ( )( )...( ) ! ... ( )( ) 2! ( ) ( ) 0 1 1 0 2 0 1 0 2 0 0 0 − − − − Δ + + − − + Δ − + Δ = + n n n n x x x x x x n h y x x x x h y x x h y P x y (2.4) (2.4) ko’phadini Nyutonning birinchi interpolyatsion ko’phadi deb ataydi