**Mavzu: Birinchi tartibli taqriban yechish.** Oddiy differensial tenglamalar uchun Koshi masalasini qo‘yilishi. Birinchi tartibli oddiy differensial tenglamalarni taqriban yechishning metodlari. Eyler va Runge-Kutta metodlari, ularning hatoliklari.

*Reja*.

1.Chegarasi cheksiz bo’lgan integral.

2. To’g’ri to’rtburchaklar formulasi

3. Trapesiyalar formulasi.

4. Simpson (parabolalar) formulasi.

5. Chegaralanmagan (uzlukli) funksiyadan olingan xosmas integral

*Tayanch so’zlar*. To’g’ri to’rtburchaklar, trapetsiyalar va Simpson formulalari, uzluzksizlik, chegaralanganlik, uzlukli funksiya.

*Adabiyotlar.* [1] 310-319 betlar.

 [2] 151-155 betlar.

**1. Chegarasi cheksiz bo’lgan integral.**

Biz  aniq integralda chegaralari chekli bo’lib, integral ostidagi funksiya uzluksiz va chegaralangan bo’lsin degan edik. Endi bu shartlarning bajarilmagan hollarini ko’raylik.

f(x) funksiya  oraliqda aniqlangan, uzluksiz va uning ixtiyoriy chekli qismida integrallanuvchi bo’lsin, Ixtiyoriy  sonni olamiz. Shartga ko’ra f(x) funksiya  da integrallanuvchi.

Demak  integral V ning funksiyasi Y 

bo’ladi .

 0 x=a x=B x

***Ta’rif.*** Agar  da  chekli limit mavjud bo’lsa, bu limitga  funksiyaning  oraliqdagi xosmas integrali deyiladi va  ko’rinishda yoziladi. Demak ta’rifga ko’ra  bo’ladi. Bu holda  xosmas integralni mavjud yoki yaqinlashuvchi deyiladi.

 Agar –  chekli limit mavjud bo’lmasa, u holda  xosmas integralni mavjud emas yoki uzoqlashuvchi deyiladi.

Agar  desak xosmas integralning geometric ma’nosi  chiziqlar orasidagi cheksiz soha yuzini ifodalashi chizmadan ko’rinadi.

Xuddi shuningdek  integralni ko’rsak 

 Y

 

 x

 x=A 0 x=b

 Agar xosmas integral  ko’rinishda bo’lsa, u holda quyidagi ikkita xosmas integrallar yig’indisi sifatida qaraladi

 

 Agar o’ng tomondagi xosmas integrallarning har bir mavjud bo’lsa, u holda chap tomondagi integral mavjud bo’ladi.

 ***Misol.*** 





 Demak xosmas integral yaqinlashuvchi ekan.

**2.** **To’g’ri to’rtburchaklar formulasi**

 kesmada aniqlangan va uzluksiz bo’lgan  funksiyadan olingan



integralni hisoblashni ko’raylik.

 kesmani  nuqtalar bilan uzunliklari bir xil, ya’ni  bo’lgan n tat eng bo’laklarga ajrataylik.

bo’lsin. Endi  Y d

funksiyaning  nuqtalardagi 

qiymatlarini mos ravishda



deb belgilab quyidagi yig’indilarni tuzaylik. c

 va     

 0     x

Bu yig’indilarning har biri  funksiya uchun  kesmada tuzilgan integral yig’indi bo’ladi. Shuning uchun  integralning taqribiy qiymati



 (1) va (2) formulalar to’g’ri to’rtburchaklar formulasi deyiladi.

Chizmadan ko’rinadiki agar  musbat va o’suvchi funksiya bo’lsa, u holda (1) formula ichki chizilgan to’g’ri to’rtburchaklardan tuzilgan zinapoyasimon shaklning yuzini tasvirlaydi. (2) formula esa tashqi to’rtburchaklardan tuzilgan zinapoyasimon shaklning yuzini tasvirlaydi. Bu formulalar bilan hisoblanganda qo’yiladigan xatolik n soni qancha katta bo’lsa,

 ya’ni  qancha kichik bo’lsa, shuncha kam bo’ladi.

***Misol.***  integralni n=10 bo’lgan holda to’g’ri to’rtburchaklar formulasi bilan hisoblang.

***Yechish.*** 

******

******



Agar (1) formula bo’yicha hisoblasak

Endi Nyuton-Leybnis formulasi bo’yicha hisoblaylik



haqiqatan integralning qiymati  kesmada bo’lar ekan.

**3. Trapesiyalar formulasi.**

Agar  egri chiziqni to’g’ri to’rtburchaklar formulasidagidek zinapoyasimon ko’rinishdagi to’g’ri chiziqlar bilan emas, balki ichki chizilgan siniq chiziqlar bilan almashtirsak, u holda aniq integralni hisoblashdagi xatolik ancha kam bo’lishi tabiiydir. Bu holda *acdb* egri chiziqli trapesiyaning yuzi taxminan yuqoridan  vatarlar bilan chegaralangan to’g’ri chiziqli trapesiyalar yuzalarining yig’indisiga teng bo’ladi.

Bu to’g’ri chiziqli trapesiyalarni yuzalari mos

ravishda u  

 

 

 C

 0   x

bo’lgani uchun  yoki  bo’lgani uchun



(3) ga trapesiyalar formulasi deyiladi.

***Misol.***  integralni n=5 da taqribiy hisoblang.

***Yechish.*** 

******









**4. Simpson (parabolalar) formulasi.**

 integralni taqribiy hisoblash talab qilinsin. Buning uchun  ni n=2m sondagi juft bo’lgan  nuqtalar orqali  bo’lakchalarga ajratib,  funksiyaning bu nuqtalardagi qiymatlarini  deylik.

Endi har bir   oraliqga mos kelgan  funksiya grafigini parabola yoyi bilan almashtiraylik. U holda *acdb* egri chiziqli trapesiyaning yuzi taxminan yuqoridan parabola yoylari bilan almashtirilgan bo’lakchalar yuzalarining yig’indisiga teng bo’ladi. Yuqoridan parabalo yoylari bilan chegaralangan shakllar yuzalarini hisoblab qo’shsak quyidagi formula kelib chiqadi:



yoki n=2m bo’lgani uchun 



(4) ga Simpson yoki parabolalar formulasi deyiladi.

***Misol.***  integralni n=2m=8 bo’lganda hisoblang.

***Yechish.*** 















 demak Simpson formulasidagi xatolik juda kam bo’lar ekan.

***Eslatma.***  integralni (1) yoki (2) to’g’ri to’rtburchaklar formulasi yordamida taqribiy hisoblaganda quyidagi xatolik  formula bilan hisoblanadi. Bu yerda  ning  kesmadagi eng katta qiymati.

 integralni (3) trapesiyalar va (4) Simpson formulalari bilan taqribiy hisoblagandagi qo’yiladigan xatoliklar mos ravishda quyidagi formulalar bilan hisoblanadi:



 ning  kesmadagi eng katta qiymati,  esa  ning  kesmadagi eng katta qiymati.