**15-mavzu. Transpotga oid masalalar va ularni yechish usullari.** Transpotga oid masalalarni yechish metodlari.Transpotga oid masalalarni shimoli – g‘arb metodida yechish.

REJA

1. Transport masalalari va ularning qo‘yilishi.
2. Transport masalalarini yechish usullari.
3. Optimallashtirish masalalari va ularning qo‘yilshi.

Tayanch tushunchalar. Transport masalasi, optimal optimalyechim,

usul, shimoliy - g‘arb burchak usuli, modellashtirish.

Transport masalasi - chiziqli dasturlashning alohida xususiyatli masalasi boTib, bir jinsli yuk tashishning eng tejamli rejasini tuzish masalasidir. Bu masala xususiyligiga qaramay qoTlanish sohasi juda kengdir.

Masalaning qo‘yilishi va uning matematik modeli. m-ta Aj (i = 1,2,..., m) ta’minotchilarda yig‘ilib qolgan bir jinsli aA miqdordagi mahsulotni n-ta Bj iste’molchilarga mos ravishda bj (j=1,2,...,n) miqdorda etkazib berish talab qilinadi.

Har bir i-ta’minotchidan har bir j-iste’molchiga bir birlik yuk tashish yo‘l xarajati ma’lum va u Cj - so‘mni tashkil qiladi.

Yuk tashishning shunday rejasini tuzish kerakki, ta’minotchilardagi barcha yuklar olib chiqib ketilsin, iste’molchilarning barcha talablari qondirilsin va shu bilan birga yo‘l xarajatlarining umumiy qiymati eng kichik boTsin.

Masalaning matematik modelini tuzish uchun i-ta’minotchidan j- iste’molchiga etkazib berish uchun rejalashtirilgan yuk miqdorini Xy orqali belgilaymiz, u holda masalaning shartlarini quyidagi jadval ko‘rinishda yozish mumkin:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ta’minotchila  r | Iste’molchilar | | | | Zahiralar |
|  | Bi | B2 |  | Bn |  |
| Ai | cii  Xii | ci2  Xi2 |  | Cin  Xin | ai |
| A2 | c21  X2i | c22  X22 |  | C2n  X2n | a2 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| Am | cn1  xn1 | cn2  xn2 |  | C  vnm  xnm | am |
| Talablar | b1 | b1 |  | b1 | M  £>  II  M  sr |

Jadvaldan ko‘rinadiki, i-ta’minotchidan j-iste’molchiga rejadagi - birlik yuk yetkazib berish yo‘l xarajati Cij x^ - so‘mni tashkil qiladi. Rejaning umumiy qiymati esa,

m n

Z = Y Y c x

\j \j

i=1 j=1

ga teng bo‘ladi.

Masalaning birinchi shartiga ko‘ra, ya’ni barcha yuklar olib chiqib ketilishi sharti uchun

n

* xij = ai (i =1 m)

j=i

tengliklarga ega bodamiz;

m

* x, = bj Ci = 1n)

i=1

ikkinchi shartga ko‘ra, ya’ni barcha talablar to‘la qondirilishi uchun tengliklarga ega bodamiz;

(1)

(2)

Y xij = ai> 1 = 1,2,-5

m

j=i

m

(1) va (2)

Y xij = bj, j = i,2,...,n

. i=1

Shunday qilib, masalaning matematik modeli quyidagi ko‘rinishni bo‘ladi:

chiziqli tenglamalar sistemasining

xij ? 0, i=1,2,...,m; j=1,2,...,n (3)

shartlarni qanoatlantiruvchi shunday yechimini topish kerakki, bu

yechim

m n

z = Y Y C • Xj

i=ij*=1*

(4)

chiziqli funksiyaga eng kichik qiymat bersin.

Bu modelda

m n

(5) Y ai = Y bj (5)

i=1 j=1

tenglik o‘rinli deb faraz qilinadi. Bunday masalalar «yopiq modelli transport masalasi» deyiladi.

Teorema. Talablar hajmi zahiralar hajmiga teng bo‘lgan istalgan transport masalasining optimal yechimi mavjud bo‘ladi.

Boshlang‘ich tayanch yechimni qurish.

Ma’lumki, ixtiyoriy chiziqli dasturlash masalasining optimal yechimini topish jarayoni boshlang‘ich tayanch yechimini ko‘rishdan boshlanadi.

Masalaning (1) va (2) sistemalari birgalikda mn - ta noma’lumli m+n - ta tenglamalardan iborat. Agar (1) sistemaning tenglamalarini hadma-had qo‘shsak, va alohida (2) sistemaning tenglamalarini hadma- had qo‘shsak, ikkita bir xil tenglama hosil bo‘ladi. Bu esa (1) va (2) dan iborat sistemada bitta chiziqli bog‘lik tenglama borligini ko‘rsatadi. Bu tenglama umumiy sistemadan chiqarib tashlansa, masala m+n-1 ta chiziqli bog‘liq bodmagan tenglamalar sistemasidan iborat bo‘lib qoladi. Demak, masalaning buzilmaydigan tayanch yechimi m+n-1 ta musbat komponentalardan iborat bo‘ladi.

Shunday qilib, transport masalasining boshlang‘ich tayanch yechimi biror usul bilan topilgan bo‘lsa, (xj - matritsaning m+n-1ta komponentalari musbat bo‘lib, qolganlari nolga teng bo‘ladi. Agar transport masalasining shartlari va uning tayanch yechimi yuqoridagi jadval ko‘rinishda berilgan bo‘lsa, noldan farqli Xj - lar joylashgan kataklar «band kataklar», qolganlari «bo‘sh kataklar» deyiladi.

Agar band kataklarni vertikal yoki gorizontal kesmalar bilan tutashtirilganda yopiq ko‘pburchak hosil bo‘lsa, bunday hol sikllanish deyiladi va yechim tayanch yechim bodmaydi. Demak, birorta yechim tayanch yechim bodishi uchun band kataklar soni m+n-1 ta bo‘lib sikllanish ro‘y bermasligi kerak.

Shimoliy-g‘arb burchak usuli.

Transport masalasi jadval ko‘rinishida berilgan bo‘lsin. Yo‘l harajatlarini hisobga olmay B1 iste’molchining talabini A1 ta’minotchi hisobiga qondirishga kirishamiz. Buning uchun a1 va b1 yuk birliklaridan kichigini A1B1 katakning chap pastki burchagiga yozamiz. Agar a1< b1 bo‘lsa, B1 ning ehtiyojini to‘la qondirish uchun A2B1 katakka yetishmaydigan yuk birligini A2 dan olib yozamiz va h. k. Bu jarayonni AmBn katakka yetguncha davom etdiramiz. Agar (5) shart o‘rinli bo‘lsa, bu usulda tuzilgan yechim albatta tayanch yechim bo‘ladi.

1-Misol. Transport masalasining boshlang‘ich yechimini toping.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ta’minotchila  r | Iste’molchilar | | | | | Zahira  hajmi |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |  |
| A1 | 10  100 | 7 | 4 | 1 | 4 | 100 |
| A2 | 2  100 | 7  150 | 10 | 6 | 11 | 250 |
| A3 | 8 | 5  50 | 3  100 | 2  50 | 2 | 200 |
| A4 | 11 | 8 | 12 | 16  50 | 13  250 | 300 |
| Talab hajmi | 200 | 200 | 100 | 100 | 250 |  |

Minimal qiymat usuli.

Bu usulda boshlang‘ich yechim qurish uchun avval yo‘l xarajati eng kichik bo‘lgan katakka a va bj lardan kichigi yoziladi va keyingi eng kichik qiymatli katakka o‘tiladi va h. k. Bu usulda tuzilgan boshlang‘ich yechimni buzilmaslik va sikllanishga tekshirish shart.

Potensiallar usuli.

Biror usul bilan topilgan boshlang‘ich reja umuman olganda optimal reja bo‘lavermaydi, biroq usulning samarasiga qarab, optimal rejaga yaqinroq bo‘lishi mumkin. Har qanday yopiq modelli transport masalasi optimal rejaga ega ekanligini inobatga olib, optimal rejani topish usullaridan biri bo‘lgan potensiallar usulini bayon qilamiz. Bu usulda, dastlabki reja topilgandan so‘ng, har bir ta’minotchi va iste’molchiga, potensial deb ataluvchi ut ,i = 1,m va vj, j = 1,n sonlarni mos

qo‘yamiz. Bu sonlarni aniqlash uchun, jadvaldagi barcha band (yuk taqsimlangan) kataklar uchun potensiallarni aniqlovchi tenglamalar tuzamiz. Deylik, (ij)- katak band bo‘lsin. U holda u va vj larni shunday tanlaymizki, ularning yig‘indisi mos tarifga teng bo‘lsin:

ui + vj = c,

Barcha uA va vj miqdorlar soni n+m ta, band kataklar soni esa n+m-1 ta bo‘lgani sababli, n+m ta noma’lumni topish uchun n+m-1 ta tenglamaga ega bo‘lamiz. Bu tenglamalardan noma’lumlarni bir qiymatli topib bo‘lmasligi tufayli, noma’lumlardan birini ixtiyoriy tanlaymiz (masalan, u\=0 deb tanlaymiz), qolgan o‘zgaruvchilar bir qiymatli aniqlanadi.

Optimallik shartini tekshirish maqsadida barcha bo‘sh (yuk taqsimlanmagan) kataklar uchun qalbaki ta’rif kiritamiz:

Cke *=* Uk + Ve *.*

So‘ngra har bir bo‘sh katak uchun shu katakka mos ta’rif va qalbaki ta’riflar farqini hisoblaymiz:

Ske *=* Cke *—* Cke ■

Qaralayotgan masala uchun o‘rinli boTgan ushbu teoremani keltiraylik:

Teorema. Transport masalasida qaralayotgan reja optimal boTishi uchun, barcha band kataklar uchun

u + v = c

i ] ч

boTishi va barcha bo‘sh kataklar uchun

Ske = Cfe- CL > 0

boTishi zarur va yetarlidir.

Bu teorema isboti ikkilanmalik nazariyasi natijalaridan kelib chiqadi.

Optimal rejani topish algoritmini davom ettiraylik. Agar optimallik sharti bajarilsa, qaralayotgan reja optimal boTadi. Deylik, optimallik sharti bajarilmasin, ya’ni sfe sonlar ichida manfiylari bor boTsin. Bunday sonlarning borligi planni yanada «yaxshilash» imkoniyatini beradi. Shu maqsadda, manfiy ^ lar ichidan eng kichigini tanlaymiz (agar yagona boTsa o‘zini, eng kichigi bir nechta boTsa, ulardan ixtiyoriy bittasini tanlaymiz). Tanlangan katakni qutb deb ataymiz va unga e ishorasini qo‘yib, uni band kataklar safiga qo‘shamiz. Natijada, jadvaldagi band kataklar soni n+m taga yetadi va bir uchi qutbda qolgan uchlari band kataklardan iborat yagona sikl qurish mumkin boTadi. So‘ngra, sikl bo‘ylab, qutbdan boshlab, qutbning barcha uchlariga soat strelkasi yo‘nalishi bo‘ylab navbat bilan e va - ishorasini qo‘yib chiqamiz. Barcha - ishoraga mos keluvchi yuklarni taqqoslab, eng kichik yukni oTchov miqdori sifatida qabul qilib, - ishorali kataklardagi yuk miqdoridan oTchov miqdorini ayirib, ustun bo‘yicha, e ishorali kataklardagi yukka qo‘shamiz. Natijada yangi reja hosil boTadi. Yangi reja uchun yana potensiallarni aniqlab, optimallik sharti bajarilmasa, yuqoridagi tadbirlarni optimal rejani topguncha davom ettiramiz va chekli qadamdan so‘ng optimal reja topiladi.

Dinamik dasturlash masalalarida iqtisodiy jarayon vaqtga bog‘liq bo‘ladi hamda butun jarayonning optimal rivojini ta’minlovchi bir qator (ketma-ket har bir vaqt davri uchun) optimal yechimlar topiladi. Dinamik dasturlash masalalari ko‘p bosqichli yoki ko‘p qadamli deb ataladi.

Dinamik dasturlash - vaqtga bog‘liq\_ va ko‘p bosqichli boshqariluvchi iqtisodiy jarayonlarni optimal rejalashtirish usullarini o‘rganuvchi matematik dasturlashning bir bodimidir.

Agar iqtisodiy jarayonning yechishiga ta’sir ko‘rsatish mumkin bo‘lsa, bunday jarayon boshqariluvchi deb ataladi. Jarayoning yechishiga ta’sir etish uchun qabul qilinuvchi qarorlar (yechimlar) to‘plamiga boshqarish deb ataladi. Iqtisodiy jarayonlarda boshqarish rejalashtirishning har bir davrida vositalarni taqsimlash, mablag‘ ajratish, direktiv hujjatlar qabul qilish va shu kabilar bilan ifodalanishi mumkin. Masalan, ixtiyoriy korxonaning ishlab chiqarish- boshqariluvchi jarayondir, chunki u ishlab chiqarish vositalarining tarkibi, xom ashyo ta’minoti hajmi, moliyaviy mablag‘lar miqdori va hokazo bilan aniqlanadi. Rejalashtirish davridagi har bir yil boshida xom ashyo bilan ta’minlash, ishlab chiqarish jihozlarini almashtirish, qo‘shimcha mablagdar miqdori haqida qarorlar to‘plamini boshqarishdan iboratdir. Bir qarashda, eng ko‘p miqdorda mahsulot ishlab chiqarish uchun korxonaga mumkin bo‘lgan vositalarning hammasini berish va ishlab chiqarish jihozlaridan (stanoklaridan, texnikadan va h.k. lardan) to‘la foydalanish zarurdek tuyuladi. Lekin, bu jihozlarni tezda eskirishiga (ishdan chiqishga) va natijada mahsulot ishlab chiqarish hajmining kamayishiga olib kelishi mumkin. Demak, korxonaning faoliyatini, noma’qul effektlardan holi bo‘lgan ravishda eskirgan jihozlarni almashtirish yoki o‘rnini toddirish choralari belgilanishi lozim bo‘ladi. Bu esa dastlabki davrda mahsulot kamaytirsa, keyingi davrlarda korxonaning butun ishlab chiqarish faoliyatini kuchayishiga olib kelishi mumkin. Shunday qilib, yuqoridagi iqtisodiy jarayon, har bir davrda uning rivojlanishiga ta’sir etuvchi, bir qancha davrlardan iborat deb qaralishi mumkin. Odatda davr sifatida xo‘jalik yili olinadi.

Ko‘p bosqichli iqtisodiy jarayonlarni rejalashtirishda, har bir alohida oraliq bosqichda qaror qabul qilishda, butun jarayonning tub maqsadi ko‘zlanadi. Butun jarayonning yechimi o‘zaro bog‘langan yechimlar ketma-ketligidan iborat bo‘ladi. O‘zaro bog‘langan bunday yechimlar ketma-ketligi strategiya deb ataladi. Oldindan tanlangan kriteriyaga nisbatan eng yaxshi natijani ta’minlovchi strategiya optimal strategiya deb ataladi. Ko‘p bosqichli rejalashtirishda har bir oraliq rejalashtirishda yechimini tanlashda butun jarayonning tub maqsadini ko‘zlab yechimni tanlash printsipi optimallik printsipi deb ataladi.

Optimallashtirish masalalarini dinamik dasturlash usullari bilan yechishdan har bir oraliq bosqichda qabul qilingan yechim butun jarayonning kelajakdagi holatiga qanday ta’sir ko‘rsatishini hisobga olish zarurdir. Har bir bosqichda oldingi bosqich biror holatda bo‘lganligi shartida hisoblangan optimal yechim shartli optimal deb ataladi.

Dinamik dasturlashga xos bo‘lgan quyidagi misolni ko‘ramiz. Misol. Aytaylik, PbP2,...Pn sanoat korxonalarining S sistemadan iborat faoliyatini k ta tl9t2,...tk xo‘jalik yilidan iborat

k

T= 1 ti

i=1

davrga modjallab rejalashtirilayotgan bo‘lsin. T davrining boshidan korxonalarga F miqdordagi fondlar ajratilgan. Har bir xo‘jalik yilining boshlanishida korxonalarning barcha S sistemalari mablag‘ bilan ta’minlanadi, ya’ni F fonddan ulush ajratiladi. S0 - korxonalarga ajratilgan mablag‘lar bilan foydalanuvchi sistemaning dastlabki holati va Sk - korxonalarga berilgan barcha qo‘shimcha F mablagdar bilan ifodalanuvchi oxirgi holatlari ma’lum deylik. Davrning oxirida korxonalardan olinadigan jami W foyda eng ko‘p bo‘lishi uchun mavjud F fondlarni yillar bo‘yicha korxonalar o‘rtasida qanday taqsimlash maqsadga muvofiq ekanligini topish talab qilinadi. Masalaning matematik modelini tuzish maqsadida quyidagi belgilashlarni kiritamiz.

xjj - i - yil j - korxonalarga ajratilgan mablag‘ summasi

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| U1 | (X11,X12 | •> X1n ) |
| U 2 | (X21,X22 ,•• | •. X2n ) |
| Uk | = (Xk1,Xk2 ,• | ••> Xkn ) |

Ui - i - davr mobaynidagi boshqaruv (bu mablagdar miqdori va h. k. orqali ifodalanishi mumkin). U holda Ui = (xib xi2, xin) vektor i - bosqichdagi vositalar taqsimotining yig‘indisi esa quyidagi vektorlar sistemasi orqali ifodalanadi.

k yil davomidagi ja’mi daromad esa Ui5 U2,..., Uk boshqaruvlarga bogdiq, ya’ni W = W(Ub U2,..., Uk)

Masala quyidagicha qo‘yiladi:

Har bir bosqichda shunday boshqaruvni tanlash kerakki, korxonalardan olinadigan ja’mi daromad maksimal bo‘lsin.

Dinamik dasturlash masalasining umumiy qo‘yilishi.

Umumiy holda sistemaning boshlang‘ich S0 holati va oxirgi Sk holati aniq berilmaydi, hamda boshlang‘ich holatining butun bir S0\* sohasi va oxirgi holatlarining S0\* sohasi ko‘rsatiladi.

Umumiy holda dinamik dasturlash masalasi quyidagicha ta’riflanadi:

Biror boshqariluvchi S sistema boshlang‘ich S0eS0\* holatda bo‘lsin. Vaqt o‘tishi bilan sistemaning holati o‘zgaradi va u SkeS0\* oxirgi holatga o‘tadi, deb hisoblaylik. Sistema holatlarining o‘zgarishi biror miqdoriy W-mezon (kriteriy) bilan bog‘liq deylik. Sistemaning o‘zgarish jarayonini shunday tashkil etish kerakki, bunda W-mezon o‘zining optimal qiymatiga erishsin.

Y-mumkin bo‘lgan boshqaruvlar to‘plami bo‘lsin. U holda, masala S sistemani S0€S0\* holatdan SkeS0\* holatga o‘tkazishga imkon beruvchi shunday Y\*€Y boshqaruvni topishdan iboratki, bunda W(Y) mezon o‘zining W\*=W(Y\*) optimal qiymatiga erishsin.

Odatda sistemaning S0 holatini sonli parametrlar bilan, masalan ajratilgan fondlar miqdori, jalb qilingan investitsiyalar miqdori, sarflangan yonilg‘i miqdori va h.k. bilan ifodalash mumkin. Bu parametrlarni sistemaning koordinatalari deb ataymiz. U yolda sistemaning yolatini S nuqta bilan va uning bir Si yolatdan S2 holatga o‘tishini esa S nuqtaning trayektoriyasi bilan tasvirlash mumkin.

