Akslantirish (funksiya). Tartib munosabati. Graflar

Reja:

- Akslantirish (funksiya).
- Akslantirishlar kompozisiyasi.
- Akslantirishlar turlari.
- Teskari akslantirish.
- Izomorf to'plamlar.
- Tartib munosabati va uning turlari.
- Graf.

6.1-ta'rif. $f - A$ to'plamda berilgan binar munosabat bo'lsin. Agar $\forall x, y, z \in A$ lar uchun $(x, y) \in f$ va $(x, z) \in f$ bo'lishidan $y = z$ kelib chiqsa, u holda f binar munosabat **funksiya (akslantirish)** deyiladi.[1]

Definition 1.5.1 *Let A and B be nonempty sets. A relation f from A into B is called a* ***function*** *(or* ***mapping****) from A into B if*

(i) $\mathcal{D}(f) = A$ and

(ii) for all $(x, y), (x', y') \in f$, $x = x'$ implies $y = y'$.

When (ii) is satisfied by a relation f, we say that f is ***well defined*** *or* ***single-valued****.*

Boshqacha qilib aytsak, f binar munosabatning aniqlanish sohasiga tegishli bo'lgan har bir x element uchun, yagona y element topilib, $(x, y) \in f$ bo'lsa, u holda f munosabat funksiya deyiladi. Agar f binar munosabat funksiya bo'lib,

[1] S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentals of Abstract Algebra. pp. 40-52.

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentals of Abstract Algebra. pp. 40-52.

$(x, y) \in f$ bo'lsa, u holda $y = f(x)$ deb yozish qabul qilingan. Ba'zan $x \to f(x)$ yoki $f : x \to y$ deb ham yoziladi x elementga f funksiya y elementni mos qo'yadi deb va y element x ning **obrazi (tasviri),** x esa y ning **proobrazi (asli)** deyiladi.

We use the notation $f : A \to B$ to denote a function f from a set A into a set B. For $(x, y) \in f$, we usually write $f(x) = y$ and say that y is the **image** of x under f and x is a **preimage** of y under f.

$Dom\ f = \{x \,/\, \exists y (x, y) \in f\}$ to'plam funksiyaning aniqlanish sohasi, $\operatorname{Im} f = \{y \,/\, \exists x (x, y) \in f\}$ to'plam funksiyaning o'zgarish sohasi deyiladi. Bizga ikkita f va g funksiyalar berilgan bo'lsa, ularning tengligini f va g - juftliklar to'plamining tengligi sifatida tushuniladi.

Predikatlar algebrasi tiliga o'tsak, $(f = g) \Leftrightarrow ((\forall (x, y) \in f) \leftrightarrow (\forall (x, y) \in g))$ formula tavtologiyadir.

Har qanday funksiya $\forall x \in Dom\ f$ elementga yagona $y \in \operatorname{Im} f$ elementni mos qo'yganligi sababli, f ni akslantirish deb atash maqsadga muvofiq. Agar $Dom\ f \subset A,\ \operatorname{Im} f \subset B$ bo'lsa, u holda f A to'plamdan B to'plamga akslantirish deyiladi.

Agar $A = Dom\ f$ $B = \operatorname{Im} f$ bo'lsa, u holda f funksiyani A to'plamni B to'lamga akslantirish deb ataymiz. A to'plamni B to'lamga akslantiradigan barcha funksiyalar to'plamini B^A orqali belgilash qabul qilingan. Faraz qilaylik f A to'plamdan B to'lamiga akslantirish bo'lsin. U holda $\forall C \subset A$ uchun $f(c) = \{x \,/\, j(x) \in C \cap \operatorname{Im} f\}$ to'plam M <u>to'plamning obrazi</u> deyiladi. $f^{-1}(M) = \{x \,/\, f(x) \in M \cap \operatorname{Im} f\}$ to'plam M <u>to'plamning proobrazi</u> deyiladi.

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentals of Abstract Algebra. pp. 40-52.

Bundan keyin agar f A to'plamdan B to'plamga akslintirish bo'lsa, $f : A \to B$ deb belgilaymiz. Agar A to'plam tartiblangan juftliklar to'plamidan iborat bo'lsa, u holda $f : A \to B$ akslantirish ikki o'zgaruvchili funksiya, n o'zgaruvchili funksiya sifatida $X \neq \varnothing$ $Y \neq \varnothing$ to'plamlar uchun $f : X^n \to Y$ akslantirish tushuniladi, bu erda n=0, 1, … . n- o'zgaruvchili funksiyani $y = f(x_1, ..., x_n)$ ko'rinishida belgilaymiz.

6.2-ta'rif. f va g funksiyalar berilgan bo'lsin, u holda $f \circ g = \{(x, z) \ / \exists\, t (x,t) \in g$ *ва* $(t, z) \in f\ \}$ to'plam f va g funksiyalarning **kompozisiyasi** deyiladi.

Definition 1.5.10 *Let A, B, and C be nonempty sets and $f : A \to B$ and $g : B \to C$. The* **composition** $\circ$ *of f and g, written $g \circ f$, is the relation from A into C defined as follows:*

$$g \circ f = \{(x, z) \mid x \in A, z \in C, \text{ there exists } y \in B \text{ such that } f(x) = y \text{ and } g(y) = z\}.$$

Let $f : A \to B$ and $g : B \to C$ and $(x, z) \in g \circ f$, i.e., $(g \circ f)(x) = z$. Then by the definition of composition of functions, there exists $y \in B$ such that $f(x) = y$ and $g(y) = z$. Now

$$z = g(y) = g(f(x)).$$

Hence, $(g \circ f)(x) = g(f(x))$.

6.3-misol. $f = \{(1, 3), (2, 3), (3, 6)\}$ $g = \{(1, 3), (2, 1), (3, 4)\}$ bo'lsa, u holda $f \circ g = \{(1, 6), (2, 3)\}$.

6.4-teorema. Funksiyalar kompozisiyasi quyidagi xossalarga ega:

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentals of Abstract Algebra. pp. 40-52.

1°. $Dom\ f \circ g = \{x\ /\ g(x) \in Dom\ f\}$

2°. $\forall x \in Dom\ f \circ g$ *учун* $(f \circ g)(x) = f(g(x))$

3°. $f \circ g = \{(x,\ f(g(x)))\ /\ g(x) \in Dom\ f\}$

4°. $Dom\ f \circ g \subset Dom\ g.$

5°. $\mathrm{Im}\,(f \circ g) \subset \mathrm{Im}\ f$

6°. *Агар* $\mathrm{Im}\ g = Dom\ f$ *бўлса*, $Dom\ f \circ g = Dom\ g$ *ва* $\mathrm{Im}\,(f \circ g) = \mathrm{Im}\ f$

1^0- xossaning isboti. $\forall x \in Dom\ f \circ g$ bo'lsin, u holda $f \circ g$ ning ta'rifiga ko'ra $(x, y) \in f \circ g$ bo'lib, shunday t topiladiki, natijada $(x,t) \in g$ va $(t, z) \in f$ bo'ladi, demak $t = g(x)$ ekanligidan $g(x) \in Dom\ f$ bo'ladi. Aksincha, agar $g(x) \in Dom\ f$ bo'lsa, shunday z topiladiki, $(g(x), z) \in f$, u holda $(x, g(x)) \in g$ bo'lgani uchun $(x,z) \in f \circ g$ bo'ladi, ya'ni $x \in Domf \circ g$.

Qolgan xossalarning isboti mustaqil bajarish uchun o'quvchilarga havola qilinadi.

6.5-teorema. Funksiyalar kompozisiyasi assosiativdir.

Bu teoremaning isboti binar munosabatlar kompozisiyasi assosiativligining bevosita natijasidir.

6.6-ta'rif. $A \neq \varnothing$ to'plamning har bir elementini o'zini o'ziga akslantiradigan akslantirish ayniy akslantirish yoki birlik akslantirish deyiladi. Bunday akslantirishni E_A orqali belgilaymiz.

6.7-teorema. Agar f - akslantirish A to'plamni B to'lamiga akslintirish bo'lsa $f \circ f^{v} = E_B$ bo'ladi.

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentals of Abstract Algebra. pp. 40-52.

Isbot. $\operatorname{Im} f = B$ bo'lganidan $E_B \subset f \circ f^{v}$ kelib chiqishi ravshan. Faraz qilaylik $(x, y) \in f \circ f^{v}$, ya'ni shunday $z \in V$ topilib $(x, z) \in f^{v}$ va $(z, y) \in f$ bo'lsin. U holda inversiyaning ta'rifiga ko'ra $(z, x) \in f$ endi f binar munosabat funksiyaligini etiborga olsak $x = y$. Demak, $f \circ f^{v} \subset E_B$.

6.8- ta'rif. $f : A \to B$ akslantirish A to'plmamni B to'plamiga akslantirish bo'lsin. U holda, agar $\forall x_1, x_2 \in A$ va $x_1 \neq x_2$ elementlar uchun $f(x_1) \neq f(x_2)$ bo'lsa, f -**in'ektiv,** $\operatorname{Im} f = B$ bo'lsa, f - **syur'ektiv** akslantirish deyiladi.

Definition 1.5.7 *Let f be a function from a set A into a set B. Then*
(i) f is called **one-one** *if for all $x, x' \in A$, $f(x) = f(x')$ implies $x = x'$.*
(ii) f is called **onto** *B (or f* **maps** *A* **onto** *B) if $\mathcal{I}(f) = B$.*

Agar f ham syur'ektiv, ham in'ektiv akslantirish bo'lsa, u holda biektiv akslantirish deyiladi.

6.9-misol. Haqiqiy sonlar to'plami R ni o'zini o'ziga akslantiradigan $f(x) = x^2$ funksiya in'ektiv ham emas, biektiv ham emas haqiqatdan ham $+2 \neq -2$. Lekin $(-2)^2 = 2^2 = 4$; $\operatorname{Im} f = R^+ \cup \{0\}$; $[R^+ \cup \{0\}]$- manfiy bo'lmagan haqiqiy sonlar to'plami.

6.10-misol. $f(x) = x^2$ funksiya barcha haqiqiy sonlar to'plamini $R^+ \cup \{0\}$ to'plamga akslantirsin. U holda $\operatorname{Im} f = R^+ \cup \{0\}$. Demak, f -syur'ektiv akslantirish, lekin in'ektiv akslantirish emas.

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentals of Abstract Algebra. pp. 40-52.

6.11-misol. $y=\sqrt{x}$ funksiya $R^{+}\cup\{0\}$ to'plamni R- haqiqiy sonlar to'plamiga akslantiradi. Bu funksiya in'ektiv, lekin syur'ektiv emas.

6.12-misol. $y=x^{3}$ funksiya R- haqiqiy sonlar to'plamini R o'zini o'ziga akslantiradigan biektiv funksiyadir.

6.13-misol. $x=\{a,b\}$ to'plam berilgan bo'lsin, u holda $f(a)=b;\quad f(b)=a;\quad g(a)=a;\quad g(b)=a$ shartlar bilan aniqlangan f va g funksiyalarni qarasak, $((f\circ g)(a))=f(g(a))=f(a)=b$. $(f\circ g)(b)=f(g(b))=f(a)=b; (g\circ f)(a)=g(f(a))=g(b)=a \quad (g\circ f)(b)=g(f(b))=g(a)=a$ bo'ladi.

Bu misoldan ko'rinadiki, $f\circ g\neq g\circ f$, ya'ni funksiyalar kompozisiyasi har doim ham kommutativ bo'lavermas ekan.

6.14-ta'rif. $f:A\to B,\quad g:B\to A$ akslantirishlar berilgan bo'lsin, u holda agar $f\circ g=E_{B}$ bo'lsa f akslantirish g akslantirishga **chapdan teskari**, akslantirish esa f akslantirishga **o'ngdan teskari** deyiladi. Agar $f\circ g=E_{B}$ va $g\circ f=E_{A}$ shartlar bajarilsa, u holda f va g akslantirishlar bir biriga **teskari** akslantirishlar deyiladi.

Definition 1.5.16 *Let A and B be sets and $f: A\to B$.*

*(i) f is called **left invertible** if there exists $g: B\to A$ such that*

$$g\circ f=i_{A}.$$

*(ii) f is called **right invertible** if there exists $h: B\to A$ such that*

$$f\circ h=i_{B}.$$

A function $f: A\to B$ is called **invertible** if f is both left and right invertible.

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentals of Abstract Algebra. pp. 40-52.

6.15-teorema. Agar $f : A \to B$; $g : B \to A$ akslantirishlar berilgan bo'lib, $g \circ f = E_A$ shart bajarilsa, u holda f -in'ektiv, g esa syur'ektiv akslantirishdir.

Isbot. Teorema shartlari bajarilgan deb faraz qilaylik. U holda, $\forall a \in A$ uchun $g \circ f(a) = g(f(a)) = a$. Faraz qilaylik $a_1 \neq a_2$ elementlar uchun $f(a_1) = f(a_2)$ bo'lsin, u holda $a_1 = (g \circ f)(a_1) = g(f(a_1)) = g(f(a_2)) = a_2$. Bu esa $a_1 \neq a_2$ farazimizga zid.

Endi uchun shunday $b \in B$ topilib, $g(b) = a$ bo'lishini ko'rsataylik. Haqiqatdan teorema shartiga ko'ra $\forall a \in A$ uchun $(g \circ f)(a) = g(f(a)) = a$ bo'ladi. $f(a)$ ni b orqali belgilasak $g(b) = a$. Demak, g -syur'ektiv akslantirish ekan

6.16-teorema. $f : A \to B$ akslantirish uchun teskari akslantirish mavjud bo'lishi uchun uning biektiv bo'lishi zarur va etarli.

Isbot. Agar f - biektiv bo'lsa, $\forall b \in B$ uchun shunday yagona $a \in A$ topilib, $f(a) = b$ bo'ladi. U holda $\forall b \in B$ uchun $g(b) = a$ shartni qanoatlantiradigan g akslantirish f akslantirishga teskari akslantirish bo'lishi ravshan.

Faraz qilaylik f akslantirish uchun g - teskari akslantirish bo'lsin, u holda, teskari akslantirish ta'rifiga ko'ra $g \circ f = E_A$, $f \circ g = E_B$, u holda 6.15-teoremaga ko'ra f va g lar biektiv akslantirishlardir.

Kelgusida f akslantirishga teskari akslantirish mavjud bo'lsa, uni f^{-1} orqali belgilaymiz.

6.17-natija. O'zaro teskari akslantirishlar biektv akslantirishlardir.

To'plamni o'zini o'ziga akslantirish almashtirish deyiladi.

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentals of Abstract Algebra. pp. 40-52.

6.18-teorema. Chekli to'plamni almashtirish biektiv bo'lishi uchun, syur'ektiv yoki in'ektiv bo'lishi zarur va etarlidir.

Isbot. X-chekli to'plam berilgan bo'lsin almashtirish biektiv bo'lsa, ham syur'ektiv, ham in'ektiv bo'lishi ravshan. Faraz qilaylik $f: X \to X$ syur'ektiv bo'lsin, lekin f in'ektiv bo'lmasin. U holda X-chekli to'plam bo'lgani uchun uning elementlari $x_1, x_2, ..., x_n$ lardan iborat desak, $f(x_1), f(x_2), ..., f(x_n)$ elementlar $n-1$ tadan ko'p emas. Demak, kamida bitta x_k element uchun proobraz topilmaydi. Bu esa f-syur'ektiv degan farazimizga zid. $f: X \to X$ syur'ektivligidan f ning in'ektivligini keltirib chiqarishni mustaqil isbot qilish o'quvchilarga havola qilinadi.

6.19-ta'rif. Agar ikkita A va B to'plamlarning birini ikkinchisiga o'zaro bir qiymatli akslantiradigan kamida bitta akslantirish mavjud bo'lsa, to'plamlar teng quvvatli deyiladi va $A \cong B$ ko'rinishida yoki $|A| = |B|$ ko'rinishida belgilanadi.

6.20-ta'rif. A to'plamda berilgan $R \subset A \times A$ antisimmetrik va tranzitiv munosabat A to'plamdagi tartib munosabati deyiladi.

6.21-ta'rif. A to'plamdagi tartib munosabati refleksiv munosabat bo'lsa, bunday munosabat A to'plamdagi noqat'iy tartib munosabat deyiladi.

A to'plamdagi tartib munosabat antirefleksiv munosabat bo'lsin, bunday munosabat A to'plamdagi qat'iy tartib munosabat deyiladi.

6.22-misol. $B(A) - A$ to'plamning barcha to'plamostilari to'plami bo'lsin. $B(A)$ to'plamda to'plamosti bo'lish munosabati noqat'iy tartib munosabtidir.

6.23-misol. $A = \{4, 12, 36, 72\}$ to'plamda bo'linish munosabati noqat'iy tartib munosabatidir.

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentals of Abstract Algebra. pp. 40-52.

6.24-ta'rif. A to'plamda R- tartib munosabat berilgan bo'lsin. U holda, agar $\forall a, b \in A$ elementlar uchun $x R y$ yoki $x = y$ yoki $y R x$ munosabatlardan kamida bittasi albatta bajarilsa, bunday munosabot A to'plamdagi <u>chiziqli tartib</u> munosabat deyiladi.

Chiziqli bo'lmagan tartib munosabat, qisman tartib munosabat deyiladi.

6.25-misol. N-natural sonlar to'plamida $R = \{(x, y) \mid \forall x, y \in N \; x \vdots y\}$ munosabat qisman tartib munosabat bo'ladi. $"<" = \{(x, y) \mid \forall x, y \in N \; \exists k \in N \; y = x + k\}$ munosabat esa chiziqli tartib munosabatdir.

6.26-ta'rif. A to'plamda R- tartib munosabat berilgan bo'lsin, (A, R) juftlik <u>tartiblangan to'plam</u> deyiladi. Agar R- qisman tartib munosabati bo'lsa, (A, R) <u>qisman tartiblangan to'plam</u>, R chiziqli tartib munosabati bo'lsa, (A, R) <u>chiziqli tartiblangan to'plam</u> deyiladi.

6.27-misol. $(N, <)$-juftlik chiziqli tartiblangan to'plamdir. Kelgisida $a < b$ yozuvni odatdagidek $a < b$, $a \le b$ yozuvni esa a kichik yoki teng b deb o'qiymiz va $a \le b$ ni $(a < b) \vee (a = b)$ mulohaza ma'nosida tushunamiz. Xususan $4 \le 4, 3 \le 4$ mulohazalar aynan rost mulohazalardir.

$(A, <)$- tartiblangan to'plam berilgan bo'lsin, u holda $a \in A$ elementdan kichik element mavjud bo'lmasa a- minimal element, agar a dan katta element mavjud bo'lmasa a-maksimal element deyiladi. A dagi o'zidan boshqa barcha elementlaridan kichik bo'lgan a element A ning eng kichik elementi, A dagi o'zidan boshqa barcha elementlaridan katta bo'lgan b element A ning eng katta elementi deyiladi.

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentals of Abstract Algebra. pp. 40-52.

6.28-misol. $A=\{1,2,3,4,12\}$ to'plamida, agar $a \vdots b$ bo'lsa, $b<a$ deylik, u holda 1 eng kichik element, 12 eng katta element bo'ladi.

6.29-misol. $A=\{1,2,3,4\}$ to'plamda ham 6.28 –misoldagi kabi aniqlangan < – tartib munosabatni qaraylik.U holda 1-minimal element, 3, 4-maksimal elementlar bo'lishlari ravshan.

Shunday qilib, maksimal elementlari bir nechta bo'lgan to'plamlar mavjud ekan. Minimal elementlari ham bir nechta bo'ladigan to'plamga misol keltirishni o'quvchilarga havola etamiz.

6.30-ta'rif. Har qanday bo'sh bo'lmagan to'plamostisi minimal elementga ega chiziqli tartiblangan to'plam to'liq tartiblangan to'plam deyiladi.

Chiziqli tartiblangan to'plamlarda minimal element tushunchasi eng kichik element tushunchasi bilan, maksimal element tushunchasi esa eng katta element tushunchasi bilan bir xil bo'lishi ravshan.

6.31–misol. N -natural sonlar to'plamida < - tabiiy tartib munosabati bo'lsin. Ya'ni agar $\forall a, в \in N$ uchun shunday R topilib, $a = в + к$ bo'lsa, $в < a$ deymiz. U holda $(N,<)$ to'plam to'liq tartiblangan to'plamdir.

6.32–misol. R -haqiqiy sonlar to'plami tabiiy tartib munosabatga nisbatan to'liq tartiblangan bo'la olmaydi. Chunki R ning eng kichik elementi yo'q.

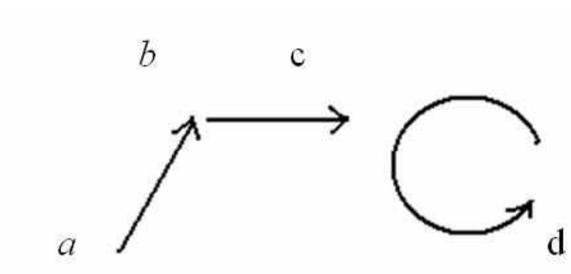
6.33-ta'rif. Tekislikda chekli sondagi nuqtalardan va shu nuqtalarning ba'zilarini tutashtiruvchi chiziqlardan iborat geometrik figura graf deyiladi. Nuqtalar grafning uchlari, chiziqlar esa grafning qirralari deyiladi.

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentals of Abstract Algebra. pp. 40-52.

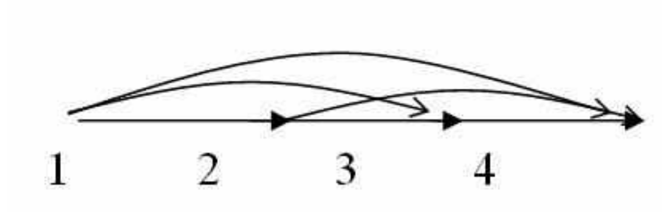
Grafning ba'zi qirralarini kesishish nuqtalari grafning uchlari bo'lmasligi ham mumkin. Agar grafning qirralarini yo'nalishi ko'rsatilgan bo'lsa, bunday graf yo'nalgan graf yoki orietirlangan graf deyiladi.

A to'plamida berilgan R-chekli binar munosabatni graf yordamida ifoda qilish uchun A to'plamning barcha elementlarini tekislikda nuqtalar yordamida belgilab olamiz. Agar $(a, b) \in R$ bo'lsa, bu juftlikni tekislikda a elementni ifoda qilgan nuqtadan b elementni ifoda qilgan nuqtaga qarab yo'nalgan yoy yoki kesma orqali ifoda qilinadi. (a, a) juftlikni esa soat strelkasi yo'nalishiga teskari yo'nalishda yo'nalgan aylana sifatida tasvirlaymiz. Natijada hosil bo'lgan figura R - binar munosabatning grafi deyiladi.

6.34–misol. $R = \{(a,b),(b,c),(d,d)\}$ munosabat ko'rinishda ifoda qilinadi



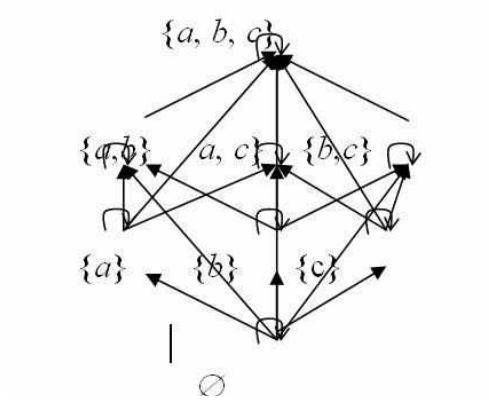
6.35 –misol. R- binar munosabat $A = \{1,2,3,4\}$ to'plamdagi «<» munosabat bo'lsin. U holda «<» munosabatni graf yordamida quyidagi ko'rinishda ifoda qilish mumkin:



6.36 –misol. $A = \{a,b,c\}$ to'plam berilgan bo'lsin.

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentals of Abstract Algebra. pp. 40-52.

$\mathcal{B}$(A) -uning barcha to'plamostilari bo'lsin. U holda to'plamosti bo'lish munosabatini quyidagi graf yordamida ifoda qilish mumkin:



Takrorlash uchun savollar:

1. Akslantirish qanday munosabat?
2. Akslantirishning aniqlanish sohasiga misol keltiring.
3. Akslantirishning qiymatlar to'plmi qanday to'plam?
4. Akslantirishlar kompozisiyasini tushuntiring.
5. Akslantirishlar kompozisiyasi xossalarini ayting.
6. In'ektiv akslantirishga maktab matematikasidan misol keltiring.
7. Syur'ektiv akslantirishga maktab matematikasidan misol keltiring.
8. Biektiv akslantirish maktabda qanday nomlangan? Misol keltiring.
9. Ayniy akslantirishni tushuntiring.
10. Tartib munosabatga misollar keltiring.
11. Tartib munosabat turlarini maktab matematikasidan olingan misollar yordamida tushuntiring.

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentals of Abstract Algebra. pp. 40-52.

12. Tartiblangan to'plamlarga misollar keltiring.
13. Butun sonlar to'plami to'la tartiblangan to'plam bo'ladi-mi?
14. Qanday binar munosabatni graf yordamida ifodalash mumkin?

Foydalaniladigan adabiyotlar ro'yxati

Asosiy adabiyotlar:

1. Malik D.S., Mordeson J.N., Sen M.K. Fundamental of abstract algebra. WCB McGrew-Hill, 1997.
2. Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" 2010.
3. Кострикин А.М. Введение в алгебру.- М.- «Мир».- 1977.
4. Под ред. Кострикина, Сборник задач по алгебре, М.Наука, 1986.
5. Хожиев Ж.Х. Файнлейб А.С. Алгебра ва сонлар назарияси курси, Тошкент, «Ўзбекистон», 2001 й.
6. Курош А.Г. Олий алгебра курси, Тошкент, «Ўқитувчи». 1975й.
7. Гельфанд И.М. Чизиқли алгебрадан лекциялар. «Олий ва ўрта мактаб». 1964.
8. Р.Н.Назаров, Б.Т. Тошпўлатов, А.Д.Дусумбетов, Алгебра ва сонлар назарияси 1 қисм, 2 қисм, 1993й., 1995й.
9. A.Yunusov , D.Yunusova , Algebra va sonlar nazariyasi. Modul texnologiyasi asosida tuzilgan musol va mashqlar to'plami. O'quv qo'llanma. 2009.

Qo'shimcha adabiyotlar:

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentals of Abstract Algebra. pp. 40-52.

1. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре, М., “Наука”1984г.

2. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре, М.: Наука, 1977 г.

3. Поскуряков И.Л. Сборник задач по линейной алгебре. «Наука», 1978г.

4. Ламбек И. Кольца и модули.- М.- «Мир».- 1971.

5. Херстейн. Некоммутативные кольца. М.- «Мир».- 1967.

6. Vilnis Detlovs, Karlis Podnieks, Introduction to Mathematical Logic. University of Latvia. Version released: August 25, 2014.

7. А.Юнусов , Д.Юнусова, М.Маматқулова, Г.Артикова, Модул технологияси асосида тайёрланган мустақил ишлар тўплами. 1−3−қисмлар, 2010.

8. Скорняков Л.Ф. Элементи обшей алгебри. М., 1983 г.

9. Петрова В.Т. лексия по алгебре и геометрии. Ч.1,2. Москва,1999г.

10. Yunusov A.S. Matematik mantiq va algoritmlar nazariyasi elementlari. T., “Yangi asr avlodi”. 2006.

11. Yunusov A., Yunusova D. Sonli sistemalar. T., «Moliya−iqtisod», 2008.

12. Мазуров В.Д. и др. Краткий конспект курса висшей алгебри.

Elektron ta’lim resurslari

1. www.Ziyo.Net
2. http://vilenin.narod.ru/Mm/Books/
3. http://www.allmath.ru/
4. http://www.pedagog.uz/
5. http://www.ziyonet.uz/

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentals of Abstract Algebra. pp. 40-52.

6. http://window.edu.ru/window/

7. http://lib.mexmat.ru;

8. http://www.mcce.ru,

9. http://lib.mexmat.ru

10. http://techlibrary.ru;

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentals of Abstract Algebra. pp. 40-52.