Determinantlar nihisoblash

Reja:

- Matritsaosti.
- n-tartibliminor.
- Algebraik to'ldiruvchi.
- Determinantni algebraik to'ldiruvchi yordamida aniqlash.
- Laplas teoremasi.

$F =< F;+,\cdot,-,^{-1},0,1 >$ maydonvamaydonustida $F^{m\times n}$ matritsalarto'plamiberilganbo'lsin.

10.1-ta'rif. $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$ matritsaning matritsaosti deb, uning qandaydir satr va ustunlarini o'chirishdan hosil bo'lgan matritsaga aytiladi.

10.2-ta'rif. k ta satr va k ta ustundan iborat matritsaosti k-tartibli matritsaosti deyiladi.

10.1-misol. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 8 & 2 \\ 0 & 3 & 7 & 3 \\ 9 & 2 & -6 & 1 \end{pmatrix}$ matritsaning 3-tartibli qismmatritsasini hosil qilish uchun ixtiyoriy bitta ustunini o'chirish mumkin, masalan $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 8 \\ 0 & 3 & 7 \\ 9 & 2 & -6 \end{pmatrix}$.

10.3-ta'rif. k-tartibli matritsaosti determinanti A matritsaning k-tartibli minori deyiladi.

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.79-93.

Matritsaning har bir elementi 1-tartibli minor bo’ladi.

10.4-ta’rif. Kvadrat matritsaning i- qatori j-ustunini o’chirishdan hosil bo’lgan matritsaosti determinanti a_{ij} elementning minori deyiladi va M_{ij} ko’rinishda belgilanadi.

10.5-ta’rif. $A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$ ko’paytmaga a_{ij} elementning algebraik to’ldiruvchisi deyiladi.

If the chosen rows and columns are deleted from the matrix A, we obtain a submatrix of dimension n − t. The determinant of this submatrix is called the complementing minor *to the above constructed minor of degree t and it will be*

10.1-teorema.A=$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$ kvadrat matritsaning n-satr (ustun) elementi a_{nn} dan boshqa hammasi nolga teng bo’lsa, u holda $|A| = a_{nn} \cdot M_{nn}$ bo’ladi.

10.2-teorema.A=$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$ kvadrat matritsaning qandaydir satr (ustun) elementlaridan bittasidan boshqa hammasi nolga teng bo’lsa, u holda berilgan matritsa determinanti shu elementni uning algebraik to’ldiruvchisi bilan ko’paytmasiga teng.

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, “ALGEBRA AND NUMBER THEORY” pp.79-93.

10.3-teorema (Laplas teoremasi). A= $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$ kvadrat matritsaning determinanti biror-bir satr (ustun) elementlari bilan ularning algebraik to'ldiruvchilari ko'paytmalarining yig'indisiga, ya'ni

$|A| = a_{1j}A_{1j} + \ldots + a_{nj}A_{nj} (|A| = a_{i1}A_{i1} + \ldots + a_{in}A_{in}), i, j \in \{1, \ldots, n\}$ ga teng.

Isbot. A= $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$ matritsaning j-ustunini n ta ustunlar yig'indisi ko'rinishida ifodalaymiz:

$$A^j = \begin{pmatrix} a_{1j} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ a_{2j} \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} + \ldots + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ a_{nj} \end{pmatrix}.$$

U holda kvadrat matritsa determinanti xossalariga (16.9-teorema) ko'ra

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & 0 & \dots & a_{2n} \\ . & . & . & . & . \\ a_{n1} & \dots & 0 & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} + \ldots + \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & 0 & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & 0 & \dots & a_{2n} \\ . & . & . & . & . \\ a_{n1} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

ifodagaegabo'lamiz. 10.2-teoremaga ko'ra

(1) $|A| = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \ldots + a_{nj}A_{nj}$.

(2) $|A| = a_{i1}A_{i1} + \ldots + a_{in}A_{in}, i \in \{1, \ldots, n\}$ ekanligiyuqoridagikabiisbotlanadi.

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.79-93.

(1) formulagadeterminantni j –ustunbo'yicha, 2-formulaga i-satrbo'yichayoyilmasideyiladi.

10.4-teorema. $a_{1j}A_{1k}+a_{2j}A_{2k}+\ldots+a_{nj}A_{nk}=0,(j\neq k)$ va $a_{i1}A_{m1}+\ldots+a_{in}A_{mn}=0,(i\neq m)$, ya'ni A matritsaningbiror-birsatr (ustun) elementlariniboshqabirsatr (ustun) elementlarialgebraikto'ldiruvchilarigako'paytmalariningyig'indisinolgateng.[1]

2.4.3. Theorem *(the decomposition of a determinant by a row or a column). Let* $A=[a_{ij}]\in\mathbf{M}_n(\mathbb{R})$. *Then*

$$\mathbf{det}(A)=\sum_{1\le j\le n}a_{tj}A_{tj}\ (\textit{and, respectively, } \mathbf{det}(A)=\sum_{1\le j\le n}a_{jt}A_{jt}).$$

10.1-misol. A = $\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 0 & -2 & 3\\ 3 & 1 & 1\end{pmatrix}$ matritsadeterminantinihisoblang.

Yechish. $\begin{vmatrix}1 & 2 & 1\\ 0 & -2 & 3\\ 3 & 1 & 1\end{vmatrix}=1\cdot\begin{vmatrix}-2 & 3\\ 1 & 1\end{vmatrix}-2\cdot\begin{vmatrix}0 & 3\\ 3 & 1\end{vmatrix}+1\cdot\begin{vmatrix}0 & -2\\ 3 & 1\end{vmatrix}=$

$(-2\cdot1-1\cdot3)-2(0\cdot1-3\cdot3)+(0\cdot1+3\cdot2)=$ -5 + 18 + 6 = 19.

10.2-misol. $\begin{vmatrix}-1 & 0 & 3 & 4\\ 2 & -1 & 1 & 2\\ 0 & 3 & 2 & 1\\ 2 & 1 & 4 & 3\end{vmatrix}$ determinantnihisoblang.

Yechish. $\begin{vmatrix}-1 & 0 & 3 & 4\\ 2 & -1 & 1 & 2\\ 0 & 3 & 2 & 1\\ 2 & 1 & 4 & 3\end{vmatrix}$ = -1 $\begin{vmatrix}-1 & 1 & 2\\ 3 & 2 & 1\\ 1 & 4 & 3\end{vmatrix}+3\cdot\begin{vmatrix}2 & -1 & 2\\ 0 & 3 & 1\\ 2 & 1 & 3\end{vmatrix}-4\cdot\begin{vmatrix}2 & -1 & 1\\ 0 & 3 & 2\\ 2 & 1 & 4\end{vmatrix}$.

[1]Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya.Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.79-93.
*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.79-93.

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix} = -1(6 – 4) – 1(9 – 1) + 2(12 – 2) = -2 – 8 + 20 = 10.$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 2(0 – 2) – 1(0 – 6) = 2.$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -2 & -3 \\ 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 2(-4) – 3(-6) = -8 + 18 = 10.$$

Demak, determinant -10 + 6 – 40 = -44 gateng.

Takrorlashuchunsavollar:

1. Matritsaostigata’rifbering.
2. n-tartibliminordebnimagaaytiladi?.
3. Matritsabirorbirelementiningalgebraikto’ldiruvchisinima?
4. Determinantnialgebraikto’ldiruvchiyordamidaaniqlashjarayoninitus huntiring.
5. Laplasteoremasiniayting.

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, “ALGEBRA AND NUMBER THEORY” pp.79-93.

Foydalaniladigan adabiyotlar ro'yxati

Asosiy adabiyotlar:

1. MalikD.S., MordesonJ.N., SenM.K. Fundamentalofabstractalgebra. WCB McGrew-Hill, 1997.
2. Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" 2010.
3. Кострикин А.М. Введение в алгебру.- М.- «Мир».- 1977.
4. Под ред. Кострикина, Сборник задач по алгебре, М.Наука, 1986.
5. Хожиев Ж.Х. Файнлейб А.С. Алгебра ва сонлар назарияси курси, Тошкент, «Ўзбекистон», 2001 й.
6. Курош А.Г. Олий алгебра курси, Тошкент, «Ўқитувчи». 1975й.
7. Гельфанд И.М. Чизиқлиалгебраданлекциялар. «Олийваўртамактаб». 1964.
8. Р.Н.Назаров, Б.Т. Тошпўлатов, А.Д.Дусумбетов, Алгебра ва сонлар назарияси 1 қисм, 2 қисм, 1993й., 1995й.
9. A.Yunusov , D.Yunusova , Algebra va sonlar nazariyasi. Modultexnologiyasiasosidatuzilganmusolvamashqlarto'plami. O'quvqo'llanma. 2009.

Qo'shimcha adabiyotlar:

1. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре, М., "Наука"1984г.
2. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре, М.: Наука, 1977 г.
3. Поскуряков И.Л. Сборник задач по линейной алгебре. «Наука», 1978г.
4. Ламбек И. Кольца и модули.- М.- «Мир».- 1971.

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.79-93.

5. Херстейн. Некоммутативные кольца. М.- «Мир».- 1967.

6. VilnisDetlovs,KarlisPodnieks,Introduction to MathematicalLogic. University of Latvia. Version released: August 25, 2014.

7. А.Юнусов , Д.Юнусова, М.Маматкулова, Г.Артикова, Модул технологияси асосида тайёрланган мустақил ишлар тўплами. 1−3−қисмлар, 2010.

8. Скорняков Л.Ф. Элементи обшей алгебри. М., 1983 г.

9. Петрова В.Т. лексия по алгебре и геометрии. Ч.1,2. Москва,1999г.

10. YunusovA.S. Matematikmantiqvaalgoritmlarnazariyasielementlari. T., “Yangiasravlodi”. 2006.

11. YunusovA., YunusovaD. Sonlisistemalar. T., «Moliya−iqtisod», 2008.

12. Мазуров В.Д. и др. Краткий конспект курса висшейалгебри.

Elektron ta’lim resurslari

1. www.Ziyo.Net
2. http://vilenin.narod.ru/Mm/Books/
3. http://www.allmath.ru/
4. http://www.pedagog.uz/
5. http://www.ziyonet.uz/
6. http://window.edu.ru/window/
7. http://lib.mexmat.ru;
8. http://www.mcce.ru,
9. http://lib.mexmat.ru
10. http://techlibrary.ru;

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, “ALGEBRA AND NUMBER THEORY” pp.79-93.