Bir jinsli chiziqli tenglamalar sistemasi yechimlarining fundamental sistemasi. CHTSni yechishning gauss usuli

Reja:

- BCHTS yechimlarining fundamental sistemasi.
- CHTSni yechishning Gauss usuli.
- BCHTS yechimlarining fundamental sistemasini topish.

$F = < F; +, \cdot, -, ^{-1}, 0, 1 >$ maydon va maydon ustida

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \quad (1)$$

chiziqli tenglamalar sistemasi hamda

unga assotsirlangan
$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \quad (1^1)$$

BCHTS berilgan bo'lsin.

Yuqorida ta'kidlanganidek, (1^1) sistemaning yechimlari to'plami F^n arifmetik vektor fazoning biror W qism fazosini tashkil etadi.

18.1-ta'rif. F^n arifmetik vektor fazoning W qism fazosining bazisini tashkil etuvchi istalgan vektorlar sistemasi (1^1) sistemaning fundamental (asosiy) yechimlari sistemasi deyiladi.

Bazis vektorlar sistemasining ta'rifiga asosan $\vec{a}_1, \vec{a}_2, ..., \vec{a}_r$ sistema (1^1) ning fundamental yechimlari sistemasi bo'lishi uchun quyidagi ikkita shart bajarilishi lozim:

1. $\vec{a}_1, \vec{a}_2, ..., \vec{a}_r$ sistema chiziqli bog'lanmagan sistema bo'ladi;

2. (1) sistemaning ixtiyoriy yechimi $\vec{a}_1, \vec{a}_2, ..., \vec{a}_r$ sistema vektorlari orqali chiziqli ifodalanadi.

(1) sistemaning umumiy yechimi ushbu

$$\vec{a}=k_1\vec{a}_1+k_2\vec{a}_2+...+k_r\vec{a}_r \ (k_i \in F, \ i=\overline{1,r})$$

ko'rinishda ifodalanadi. Endi (1) yechimlarining fundamental sistemasini topaylik. Buning uchun (1) da bir necha marta elementar almashtirishlar bajargandan so'ng o'ziga ekvivalent bo'lgan ushbu

$$\begin{cases} c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + \cdots + c_{1r}x_r + c_{1r+1}x_{r+1} + \cdots + c_{1n}x_n = 0, \\ \qquad c_{22}x_2 + \cdots + c_{2r}x_r + c_{2r+1}x_{r+1} + \cdots + c_{2n}x_n = 0, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \qquad\qquad c_{rr}x_r + c_{rr+1}x_{r+1} + \cdots + c_{rn}x_n = 0 \end{cases} \qquad (1^*)$$

ko'rinishdagi sistemaga ega bo'lamiz. (1^*) da $c_{kk}\neq 0$ ($k=\overline{1,r}$), r<n bo'ladi. Aks holda (1^*) sistema nolmas yechimlarga ega bo'lmas edi. (1) da elementar almashtirishlar natijasida $0\cdot x_1+0\cdot x_2+...+0\cdot x_n=b$ ($b\neq 0$) ko'rinishdaga tenglamalar hosil bo'lishi mumkin. U holda bunday tenglamalar bitta ham yechimga ega bo'lmaydi. Shu sababli berilgan sistema yechimga ega bo'lmaydi. Biz qarayotgan CHTS hamjoyli

bo'lganligi sababli bunday holat kelib chiqmaydi. Tenglamalar sistemasini bu usul bilan yechish Gauss usuli deyiladi.

(1^*) sistema r ta tenglama va n-r ta noma'lumlardan iborat. Shuning uchun biz $x_{r+1},x_{r+2},...,x_n$ larni erkin (ozod) noma'lumlar deb, ularga ixtiyoriy sonli (kamida bittasi noldan farqli) qiymatlarni berib, (1^*) dan ularga mos $x_r,x_{r-1},...,x_1$ noma'lumlar qiymatlarini topamiz. Aytaylik (1^*) da $x_{r+1}=1$, $x_{r+2}=x_{r+3}=...=x_n=0$ bo'lsin. Unda (1^*)dan $x_r,x_{r-1},...,x_1$ noma'lumlar qiymatlarini topamiz. Parametrlarning yuqoridagi qiymatlariga mos keluvchi (4) sistemaning yechimi $\vec{a}_{r+1}=(\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_r,1,0,...,0)$ bo'ladi. Bundan keyin $x_{r+1}=x_{r+3}=...=x_n=0$, $x_{r+2}=1$ deb olaylik. U holda (4) sistemadan $x_i(i=\overline{1,r})$ qiymatlarga mos keluvchi qandaydir $\beta_i(i=\overline{1,r})$ sonlarni topamiz. Natijada (1*) sistemaning $\vec{a}_{r+2}=(\beta_1,\beta_2,...,\beta_r,0,1,0,...,0)$ ikkinchi yechimini topamiz. SHu jarayonni davom ettirib, n-r qadamdan so'ng (1^*) sistema (demak, (1) sistema) ning

$$\begin{cases} \vec{a}_{r+1} = (\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_r,1,0,\ldots,0), \\ \vec{a}_{r+2} = (\beta_1,\beta_2,\ldots,\beta_r,0,1,\ldots,0), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \vec{a}_{n} = (\gamma_1,\gamma_2,\ldots,\gamma_r,0,0,\ldots,1) \end{cases}$$

yechimlari sistemasini topamiz. Hosil bo'lgan sistema (1) sistemaning fundamental yechimlari sistemasi bo'ladi.

18.1-misol. BCHTS $2x_1+x_2-3x_3+7x_4=0$ tenglamadan iborat bo'lsin. Bitta tenglama va 4 ta noma'lum bo'lganligi uchun berilgan sistema yechimlar to'plamining fundamental sistemasi 3 ta yechimdan iborat bo'ladi. Ularni aniqlash uchun $x_1=-\frac{1}{2}x_2+\frac{3}{2}x_3-\frac{7}{2}x_4$ belgilashdagi x_2, x_3, x_4 noma'lumlarga mos ravishda 2,0,0; 0,2.0; 0,0,2 qiymatlarni beramiz. Hosil bo'lgan (-1,2,0,0); (3,0,2,0); (-7,0,0,2) yechimlar berilgan BCHTSning yechimlar to'plamining fundamental sistemasi bo'ladi.

18.2-misol. $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 4 \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 2 \\ x_1 - 5x_2 - 7x_3 = 8 \end{cases}$ chiziqli tenglamalar sistemasini Gauss usulida yechamiz. Buning uchun chiziqli tenglamalar sistemasini elementar almashtirishlar yordamida tanlab olingan tenglamasidan boshqa tenglamalarida biror bir o'zgaruvchi oldidagi koeffisientni nolga aylantiramiz:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 4 \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 2 \\ x_1 - 5x_2 - 7x_3 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - 5x_2 - 7x_3 = 8 \\ 16x_2 + 24x_3 = -22 \\ 14x_2 + 9x_3 = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - 5x_2 - 7x_3 = 8 \\ 8x_2 + 12x_3 = -11 \\ -96x_3 = 58 \end{cases}.$$

Hosil bo'lgan tenglamalar sistemasi berilgan tenglamalar sistemasiga teng kuchli bo'lib, uning yechimi $(69\frac{19}{48};13\frac{1}{8};-\frac{29}{48})$ vektordan iborat.

Takrorlash uchun savollar:

1. BCHTSning fundamental yechimlari sistemasiga ta'rif bering.
2. CHTSni yechishning Gauss usulini tushuntiring.
3. BCHTSning fundamental yechimlari sistemasi qanday topiladi?

Foydalaniladigan adabiyotlar ro'yxati

Asosiy adabiyotlar:

1. Malik D.S., Mordeson J.N., Sen M.K. Fundamental of abstract algebra. WCB McGrew-Hill, 1997.
2. Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, “ALGEBRA AND NUMBER THEORY” 2010.
3. Кострикин А.М. Введение в алгебру.- М.- «Мир».- 1977.
4. Под ред. Кострикина, Сборник задач по алгебре, М.Наука, 1986.
5. Хожиев Ж.Х. Файнлейб А.С. Алгебра ва сонлар назарияси курси, Тошкент, «Ўзбекистон», 2001 й.
6. Курош А.Г. Олий алгебра курси, Тошкент, «Ўқитувчи». 1975й.
7. Гельфанд И.М. Чизиқли алгебрадан лекциялар. «Олий ва ўрта мактаб». 1964.
8. Р.Н.Назаров, Б.Т. Тошпўлатов, А.Д.Дусумбетов, Алгебра ва сонлар назарияси 1 қисм, 2 қисм, 1993й., 1995й.
9. A.Yunusov , D.Yunusova , Algebra va sonlar nazariyasi. Modul texnologiyasi asosida tuzilgan musol va mashqlar to’plami. O’quv qo’llanma. 2009.

Qo’shimcha adabiyotlar:

1. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре, М., “Наука”1984г.
2. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре, М.: Наука, 1977 г.
3. Поскуряков И.Л. Сборник задач по линейной алгебре. «Наука», 1978г.
4. Ламбек И. Кольца и модули.- М.- «Мир».- 1971.
5. Херстейн. Некоммутативные кольца. М.- «Мир».- 1967.

6. Vilnis Detlovs, Karlis Podnieks, Introduction to Mathematical Logic. University of Latvia. Version released: August 25, 2014.
7. А.Юнусов , Д.Юнусова, М.Маматқулова, Г.Артикова, Модул технологияси асосида тайёрланган мустақил ишлар тўплами. 1−3−қисмлар, 2010.
8. Скорняков Л.Ф. Элементи обшей алгебри. М., 1983 г.
9. Петрова В.Т. лексия по алгебре и геометрии. Ч.1,2. Москва,1999г.
10. Yunusov A.S. Matematik mantiq va algoritmlar nazariyasi elementlari. T., “Yangi asr avlodi”. 2006.
11. Yunusov A., Yunusova D. Sonli sistemalar. T., «Moliya−iqtisod», 2008.
12. Мазуров В.Д. и др. Краткий конспект курса висшей алгебри.

Elektron ta’lim resurslari

1. www.Ziyo.Net
2. http://vilenin.narod.ru/Mm/Books/
3. http://www.allmath.ru/
4. http://www.pedagog.uz/
5. http://www.ziyonet.uz/
6. http://window.edu.ru/window/
7. http://lib.mexmat.ru;
8. http://www.mcce.ru,
9. http://lib.mexmat.ru
10. http://techlibrary.ru;