Matritsalar va ular ustida amallar

Reja:

- Kvadrat matritsa va uning turlari.
- Matritsalarni qo'shish va uning xossalari.
- Skalyarni matritsaga ko'paytirish va uning xossalari.
- Matritsalarni ko'paytirish va uning xossalari.

$F = < F; +, \cdot, -, ^{-1}, 0, 1 >$ maydon va maydon ustida matritsalar to'plami berilgan bo'lsin.

19.1-ta'rif. Matritsaning satr va ustunlari soni teng bo'lsa, bunday matritsaga kvadrat matritsa deyiladi.

19.2-ta'rif. $\forall A, B \in F^{mxn} \Rightarrow A = B \Leftrightarrow a_{ij} = b_{ij}$ $i = 1, \ldots, m; j = 1, \ldots, n$.

19.3-ta'rif. $\forall$ $A, B \in F^{mxn}$, $A + B = C$, $C \in F^{mxn}$.[1]

2.1.3. Definition. *Let $A = [a_{ij}]$ and $B = [b_{ij}]$ be matrices in the set $\mathbf{M}_{k \times n}(\mathbb{R})$. The sum $A + B$ of these matrices is the matrix $C = [c_{ij}] \in \mathbf{M}_{k \times n}(\mathbb{R})$, whose entries are $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ for every pair of indices (i, j), where $1 \leq i \leq k$, $1 \leq j \leq n$.*

---

[1] Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.41-54.

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.41-54.

19.1-teorema. Matritsalarni qo'shish amali quyidagi xossalarga ega:

1. $\forall\ A,B \in F^{mxn} \Rightarrow A + B = B + A$ (kommutativlik).
2. $\forall\ A,B,C \in F^{mxn} \Rightarrow (A+B)+C = A + (B + C)$(assotsiativlik).
3. $A \in F^{mxn}$, $\exists\ X \in F^{mxn} \Rightarrow A + X = A$ (X=O-neytral).
4. $\forall\ A \in F^{mxn}$, $\exists A' \in F^{mxn} \Rightarrow A+A' = O$ ($A'=-A$ - simmetrik).

19.4-ta'rif. $\forall A \in F^{mxn} \wedge \forall\ \alpha \in F \Rightarrow \omega_\alpha(A) = \alpha\ A = B \in F^{mxn}$.

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \qquad \alpha™ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \alpha a_{11} & \alpha a_{12} & \dots & \alpha a_{1n} \\ \alpha a_{21} & \alpha a_{22} & \dots & \alpha a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha a_{m1} & \alpha a_{m2} & \dots & \alpha a_{mn} \end{pmatrix} = B \in F^{mxn}.$$

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.41-54.

2.1.7. Definition. *Let $A = [a_{ij}]$ be a matrix from the set $\mathbf{M}_{k\times n}(\mathbb{R})$ and let $\alpha \in \mathbb{R}$. The product of the real number α and the matrix A is the matrix $\alpha A = [c_{ij}] \in \mathbf{M}_{k\times n}(\mathbb{R})$, whose entries are defined by $c_{ij} = \alpha a_{ij}$, for every pair of indices (i, j), where $1 \le i \le k$, $1 \le j \le n$.*

19.2-teorema. Skalyarni matritsaga ko'paytirish quyidagi xossalarga ega:

1. $\forall A \in F^{mxn} \wedge \forall\ \alpha,\beta \in F \Rightarrow (\alpha+\beta)A = \alpha A+\beta A$.
2. $\forall A \in F^{mxn} \wedge \forall\ \alpha,\beta \in F \Rightarrow (\alpha$™$\beta)A = \alpha(\beta A)$.
3. $\forall A, B \in F^{mxn} \wedge \forall\ \alpha \in F \Rightarrow \alpha(A+B) = \alpha$™$A+\alpha$™$B$.
4. $\forall A \in F^{mxn} \wedge \forall\ \alpha \in F \Rightarrow \alpha$™$A = A$™$\alpha$.

Thus, when we multiply a matrix by a real number we multiply each element of the matrix by this number. Here are the main properties of this operation, which can be proved quite easily, in a manner similar to that given in Theorem 2.1.5:

$$(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A,$$
$$\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B,$$
$$\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A,$$
$$1A = A,$$
$$\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B).$$

19.5-ta'rif. $\forall\ A \in F^{mxn},\ \forall\ B \in F^{nxk} \Rightarrow A\cdot B=C,\ C\in F^{mxk}$.

19.3-misol.

$$A^{3x4} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 6 & 3 \end{pmatrix} \qquad B^{4x2} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.41-54.

0 -1 2 4   1 -5

3   2

1™2+3™0+(-1)™1+2™3   1™4+3™7+(-1)™(-5)+2™2

A™B= (-2)™2+1™0+6™1+3™3   (-2)™4+1™7+6™(-5)+3™2   =

0™2+(-1)™0+2™1+4™3   0™4+(-1)™7+2™(-5)+4™2

$$= \begin{pmatrix} 7 & 34 \\ 11 & -25 \\ 14 & -9 \end{pmatrix} = C^{3x2}$$

19.3-teorema. Matritsalarni ko'paytirish amali quyidagi xossalarga ega:

1. $\exists A\bullet B\in F^{mxk} \wedge \exists B\bullet C\in F^{kxs} \Rightarrow$ $(A\bullet B)\bullet C=A\bullet(B\bullet C)$ (assotsiativlik).
2. $\forall\ A\in F^{mxn} \wedge \forall B,C\in F^{\,nxk} \Rightarrow$ $A\bullet(B+C)=A\bullet B+A\bullet C$ (yig'indini chapdan ko'paytirish);
3. $\forall A,B\in F^{mxn} \wedge \forall C\in F^{\,nxk} \Rightarrow$ $(A+B)\bullet C = A\bullet C+ B\bullet C$ (yig'indini o'ngdan ko'paytirish);
4. $\forall\alpha\in F,\ \forall A\in F^{mxn},\ \forall B\in F^{nxk} \Rightarrow$ α™(A™ B) = (α™A)™B.

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.41-54.

2.1.5. Theorem. *For arbitrary matrices $A, B, C \in \mathbf{M}_n(\mathbb{R})$, the following properties hold:*

(i) $(AB)C = A(BC)$.

(ii) $(A + B)C = AC + BC$.

(iii) $A(B + C) = AB + AC$.

(iv) *There exists a matrix $I = I_n \in \mathbf{M}_n(\mathbb{R})$ such that $AI = IA = A$ for each matrix $A \in \mathbf{M}_n(\mathbb{R})$. For a given value of n, I is the unique matrix with this property.*

Takrorlash uchun savollar:

1. Kvadrat matritsa va uning turlari.
2. Matritsalarni qo’shish va uning xossalari.
3. Skalyarni matritsaga ko’paytirish va uning xossalari.
4. Matritsalarni ko’paytirish va uning xossalari.

Foydalaniladigan adabiyotlar ro’yxati

Asosiy adabiyotlar:

1. Malik D.S., Mordeson J.N., Sen M.K. Fundamental of abstract algebra. WCB McGrew-Hill, 1997.
2. Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, “ALGEBRA AND NUMBER THEORY” 2010.

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, “ALGEBRA AND NUMBER THEORY” pp.41-54.

3. Кострикин А.М. Введение в алгебру.- М.- «Мир».- 1977.
4. Под ред. Кострикина, Сборник задач по алгебре, М.Наука, 1986.
5. Хожиев Ж.Х. Файнлейб А.С. Алгебра ва сонлар назарияси курси, Тошкент, «Ўзбекистон», 2001 й.
6. Курош А.Г. Олий алгебра курси, Тошкент, «Ўқитувчи». 1975й.
7. Гельфанд И.М. Чизиқли алгебрадан лекциялар. «Олий ва ўрта мактаб». 1964.
8. Р.Н.Назаров, Б.Т. Тошпўлатов, А.Д.Дусумбетов, Алгебра ва сонлар назарияси 1 қисм, 2 қисм, 1993й., 1995й.
9. A.Yunusov , D.Yunusova , Algebra va sonlar nazariyasi. Modul texnologiyasi asosida tuzilgan musol va mashqlar to'plami. O'quv qo'llanma. 2009.

Qo'shimcha adabiyotlar:

1. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре, М., "Наука"1984г.
2. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре, М.: Наука, 1977 г.
3. Поскуряков И.Л. Сборник задач по линейной алгебре. «Наука», 1978г.
4. Ламбек И. Кольца и модули.- М.- «Мир».- 1971.
5. Херстейн. Некоммутативные кольца. М.- «Мир».- 1967.
6. Vilnis Detlovs, Karlis Podnieks, Introduction to Mathematical Logic. University of Latvia. Version released: August 25, 2014.
7. А.Юнусов , Д.Юнусова, М.Маматқулова, Г.Артикова, Модул технологияси асосида тайёрланган мустақил ишлар тўплами. 1−3−қисмлар, 2010.
8. Скорняков Л.Ф. Элементи обшей алгебри. М., 1983 г.

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.41-54.

9. Петрова В.Т. лексия по алгебре и геометрии. Ч.1,2. Москва,1999г.
10. Yunusov A.S. Matematik mantiq va algoritmlar nazariyasi elementlari. T., “Yangi asr avlodi”. 2006.
11. Yunusov A., Yunusova D. Sonli sistemalar. T., «Moliya−iqtisod», 2008.
12. Мазуров В.Д. и др. Краткий конспект курса висшей алгебри.

Elektron ta’lim resurslari

1. www.Ziyo.Net
2. http://vilenin.narod.ru/Mm/Books/
3. http://www.allmath.ru/
4. http://www.pedagog.uz/
5. http://www.ziyonet.uz/
6. http://window.edu.ru/window/
7. http://lib.mexmat.ru;
8. http://www.mcce.ru,
9. http://lib.mexmat.ru
10. http://techlibrary.ru;

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, “ALGEBRA AND NUMBER THEORY” pp.41-54.