Evklid fazolar izomorfizmi.

Reja:

- Izomorfizm.
- Evklid fazolar izomorfizmi.

$\mathcal{F}$ maydonustidagi chekli o'lchovliikkita$V_n$vaV'_n chiziqlifazolarberilganbo'lsin.

Ta'rif. Agar $V_n$vaV'_n chiziqlifazolarorasidashundayφ akslantirishmvjudbo'lib, u $V_n$ningharbir$\overline{x}$vektoriniV'_nningyagonabitta$\overline{x}'$ vektorigao'zarobirqiymatliakslantirsavaquyidagishartalarbajarilsa, $V_n$vaV'_n fazolaro'zaro izomorf chiziqli fazolar deyiladi:

1) $\overline{x}\xrightarrow{\varphi}\overline{x}'va\overline{y}\xrightarrow{\varphi}\overline{y}'dan\overline{x}+\overline{y}\xrightarrow{\varphi}\overline{x}'+\overline{y}'$kelibchiqsa, (bunda$\overline{x}+\overline{y}\in V_n$, $\overline{x}'+\overline{y}'\in V_n'$ $(\forall \overline{x},\overline{y}\in V_n, \forall \overline{x}',\overline{y}'\in V_n')$);

2) $\overline{x}\xrightarrow{\varphi}\overline{x}'dan\alpha\overline{x}\xrightarrow{\varphi}\alpha\overline{x}'$kelibchiqsa, (bunda $\alpha\,\overline{x}\in V_n$, $\alpha\,\overline{x}'\in V_n'$ $(\forall\overline{x}\in V_n, \forall\alpha\in F, \overline{x}'\in V_n')$).

$V_n$vaV'_nfazolarning izomorfizligi$V_n\cong V_n'$ko'rinishidabelgilanadi.

Teorema.$\mathcal{F}$maydonustidagi n o'lchovliistalganikkita$V_n$vaV_n' chiziqlifazolarizomorfdir.

Isboti.$V_n$vaV_n'fazolarningbazislarinimosravishda

$$\overline{e}_1,\ \overline{e}_2,\ldots,\ \overline{e}_n\ , \qquad (1)$$

$$\overline{e}_1',\ \overline{e}_2',\ldots,\ \overline{e}_n', \qquad (2)$$

orqalibelgilaylikva$V_n$ningharbir $\overline{x}=\alpha_1\overline{e}_1+...+\alpha_n\overline{e}_n$ vektoriga V_n' ningmoskoordinatalaritengbo'lgan $\overline{x}'=\alpha_1\overline{e}_1+...+\alpha_n\overline{e}_n$ vektorinimosqo'yamiz, ya'ni

$$\overline{x}=\alpha_1\overline{e}_1+...+\alpha_n\overline{e}_n \xrightarrow{\varphi} \overline{x}'=\alpha_1\overline{e}'_1+...+\alpha_n\overline{e}'_n \quad (3)$$

bunda $\alpha_i \in F(i=\overline{1,n})$. Bu φ akslantirisho'zarobirqiymatlidir, chunkiyana

$$\overline{y}=\beta_1\overline{e}_1+...+\beta_n\overline{e}_n \xrightarrow{\varphi} \overline{y}'=\beta_1\overline{e}_1'+...+\beta_n\overline{e}'_n \quad (4)$$

akslantirishniolib, $\overline{x}=\overline{y}$ desak, $\alpha_i=\beta_i\,(i=\overline{1,n})$ kelibchiqadi. U holda $\overline{x}'=\overline{y}'$ bo'ladi.

φ akslantirishizomorfizmta'rifiningikkalashartiniqanoatlantiradi. Ḱaqiqatan,

$$\overline{x}+\overline{y}=(\alpha_1\overline{e}_1+...+\alpha_n\overline{e}_n)+(\beta_1\overline{e}_1+...+\beta_n\overline{e}_n)=(\alpha_1+\beta_1)\overline{e}_1+...+(\alpha_n+\beta_n)\overline{e}_n \xrightarrow{\varphi}$$
$$\xrightarrow{\varphi}(\alpha_1+\beta_1)\overline{e}_1'+...+(\alpha_n+\beta_n)\overline{e}_n'=(\alpha_1\overline{e}_1'+...+\alpha_n\overline{e}_n')+...+(\beta_1\overline{e}_1'+...+\beta_n\overline{e}_n')=\overline{x}'+\overline{y}'.$$

$\overline{x}\xrightarrow{\varphi}\overline{x}'$ va $\overline{y}\xrightarrow{\varphi}\overline{y}' \Rightarrow \overline{x}+\overline{y}\xrightarrow{\varphi}\overline{x}'+\overline{y}'$.

$\forall\alpha \in F$ uchun

$$\alpha\overline{x}=\alpha\alpha_1\overline{e}_1+...+\alpha\alpha_n\overline{e}_n \xrightarrow{\varphi} \alpha\alpha_1\overline{e}_1'+...+\alpha\alpha_n\overline{e}_n'=\alpha(\alpha_1\overline{e}_1'+...+\alpha_n\overline{e}_n')=\alpha\overline{x}'$$

$\overline{x}\xrightarrow{\varphi}\overline{x}' \Rightarrow \alpha\overline{x}\xrightarrow{\varphi}\alpha\overline{x}'$.

Shundayqilib, $V_n \cong V_n'$ bo'ladi.

Komplekssonlarmaydoniustidaaniqlangan V vektorlarfazosiberilganbo'lsin.

Ta'rif. Agar V fazoning har bir juft $\overline{x}$ va $\overline{y}$ elementlari gaularningskalyar ko'paytmasi deb ataluvchiyagona $(\overline{x},\ \overline{y})$ haqiqiy son mosqo'yilib, bumoslikuchun

1) $(\bar{x},\ \bar{y}) = (\bar{y},\ \bar{x})$;

2) $(\bar{x} + \bar{y},\quad \bar{z}) = (\bar{x},\ \bar{z}) + (\bar{y},\ \bar{z})$;

3) $(\lambda\bar{x},\ \bar{y}) = \lambda(\bar{x},\ \bar{y}),\quad \forall\lambda \in \mathrm{R}$;

4) $(\bar{x},\ \bar{x}) \geq 0$

aksiomalarbajarilsa, u holda V vektorlar fazos ga skalyarko'paytmalifazodeyiladi.

Yuqoridagi aksiomalardan skalyar ko'paytmaning quyidagi xossalari kelib chiqadi:

1^0. $(\bar{x}, \bar{y} + \bar{z}) = (\bar{y} + \bar{z}, \bar{x}) = (\bar{y}, \bar{x}) + (\bar{z}, \bar{x}) = (\bar{x}, \bar{y}) + (\bar{x}, \bar{z})$;

2^0. $(\bar{x}, \lambda\bar{y}) = (\lambda\bar{y}, \bar{x}) = \lambda(\bar{y}, \bar{x}) = \lambda(\bar{x}, \bar{y})$.

Ta'rif. Agar V fazoning istalgan $\bar{x} \neq \bar{0}$ vektori uchun $(\bar{x}, \bar{x}) \neq \bar{0}$ bo'lsa, V fazoda aniqlangan skalyar ko'paytma xosmas skalyar ko'paytmadeyiladi.

Ta'rif. Agar V fazoning istalgan $\bar{x}$ va $\bar{y}$ vektorlari uchun $(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ bo'lsa, V fazoda aniqlangan skalyar ko'paytma nolskalyar ko'paytma deyiladi.

Biz bundan keyin faqat gina xosmas skalyarko'paytmagaegabo'lganfazolarbilanginashug'ullanamiz.

Ta'rif. Agar V fazoning istalgan $\bar{x} \neq \bar{0}$ vektoriuchun $(\bar{x}, \bar{x}) > 0$ bo'lsa, bunday fazoga unitar fazo deyiladi.

Ta'rif. Agar unitarfazoningikkita $\bar{x}$ va $\bar{y}$ vektorlariuchun $(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ bo'lsa, u holda $\bar{x}$ va $\bar{y}$ vektorlar ortogonalvektorlardeyiladi.

Ta'rif. Agar V fazoning

$$\bar{a}_1, \bar{a}_2, ..., \bar{a}_n \qquad (1)$$

vektorlarsistemasiningistalganikkitaelementio’zaroortogonalbo’lsa, u holda (1) sistemaortogonalvektorlarsistemasideyiladi.

Teorema. Agar V xosmasskalyarko’paytmalivektorfazobo’lsa, u holda V fazoningnolmasvektorlaridantuzilganortogonalvektorlarsistemasichiziqlierklibo’ladi.

Ta’rif. Agar ortogonalvektorlarsistemasiqaralayotganfazoningbazisibo’lsa, bundaysistemaortogonalbazisdeyiladi.

Misol. $\bar{e}_1 = (1,0,0), \quad \bar{e}_2 = (0,1,0), \quad \bar{e}_3 = (0,0,1)$ sistema R^3fazoningortogonlbazisibo’ladi.

1. Evklidfazolarizomorfizmi deb nimagaaytiladi?
2. Skalyarko’paytmaningxossalarinibayoneting.
3. Skalyarko’paytmalivektorfazo deb nimagaaytiladi?
4. Xosmasskalyarko’paytma deb nimagaaytiladi?
5. Nolskalyarko’paytma deb nimagaaytiladi?
6. Unitarfazo deb nimagaaytiladi?
7. Ortogonalvektorlardebnimagaaytiladi?
8. Ortogonalvektorlarsistemasidebnimagaaytiladi?
9. Ortogonalbazis deb nimagaaytiladi?

Foydalaniladigan adabiyotlar ro’yxati

Asosiy adabiyotlar:

1. MalikD.S., MordesonJ.N., SenM.K. Fundamentalofabstractalgebra. WCB McGrew-Hill, 1997.

2. Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" 2010.
3. Кострикин А.М. Введение в алгебру.- М.- «Мир».- 1977.
4. Под ред. Кострикина, Сборник задач по алгебре, М.Наука, 1986.
5. Хожиев Ж.Х. Файнлейб А.С. Алгебра ва сонлар назарияси курси, Тошкент, «Ўзбекистон», 2001 й.
6. Курош А.Г. Олий алгебра курси, Тошкент, «Ўқитувчи». 1975й.
7. Гельфанд И.М. Чизиқлиалгебраданлекциялар. «Олийваўртамактаб». 1964.
8. Р.Н.Назаров, Б.Т. Тошпўлатов, А.Д.Дусумбетов, Алгебра ва сонлар назарияси 1 қисм, 2 қисм, 1993й., 1995й.
9. A.Yunusov , D.Yunusova , Algebra va sonlar nazariyasi. Modultexnologiyasiasosidatuzilganmusolvamashqlarto'plami. O'quvqo'llanma. 2009.

Qo'shimcha adabiyotlar:

1. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре, М., "Наука"1984г.
2. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре, М.: Наука, 1977 г.
3. Поскуряков И.Л. Сборник задач по линейной алгебре. «Наука», 1978г.
4. Ламбек И. Кольца и модули.- М.- «Мир».- 1971.
5. Херстейн. Некоммутативные кольца. М.- «Мир».- 1967.
6. VilnisDetlovs,KarlisPodnieks,Introduction to MathematicalLogic. University of Latvia. Version released: August 25, 2014.

7. А.Юнусов , Д.Юнусова, М.Маматқулова, Г.Артикова, Модул технологияси асосида тайёрланган мустақил ишлар тўплами. 1−3−қисмлар, 2010.

8. Скорняков Л.Ф. Элементи обшей алгебри. М., 1983 г.

9. Петрова В.Т. лексия по алгебре и геометрии. Ч.1,2. Москва,1999г.

10. YunusovA.S. Matematikmantiqvaalgoritmlarnazariyasielementlari. T., “Yangiasravlodi”. 2006.

11. YunusovA., YunusovaD. Sonlisistemalar. T., «Moliya−iqtisod», 2008.

12. Мазуров В.Д. и др. Краткий конспект курса висшейалгебри.

Elektron ta’lim resurslari

1. www.Ziyo.Net
2. http://vilenin.narod.ru/Mm/Books/
3. http://www.allmath.ru/
4. http://www.pedagog.uz/
5. http://www.ziyonet.uz/
6. http://window.edu.ru/window/
7. http://lib.mexmat.ru;
8. http://www.mcce.ru,
9. http://lib.mexmat.ru
10. http://techlibrary.ru;