

Ж. ҲОЖИЕВ, А. С. ФАЙНЛЕЙБ

АЛГЕБРА ВА СОНЛАР НАЗАРИЯСИ КУРСИ

*Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим
вазирлиги университетларнинг математика
ва механика-математика факультетлари талабалари
учун дарслик сифатида рухсат этган*

ТОШКЕНТ — "ЎЗБЕКИСТОН" — 2001

22.132я73

Ҳ-59

Дарслик университетларнинг математика ва механика-математика факультетларининг I—II курслари талабалари учун мўлжалланган бўлиб, "Алгебра ва сонлар назарияси" курси дастури асосида ёзилган.

Дарслик 12 бобдан иборат, унда алгебра курси гуруҳлар ва ҳалқалар асосида қурилган.

Тақризчилар:

физика-математика фанлари доктори **Ю.Б. Ҳакимжонов**,

физика математика фанлари доктори,

профессор **Р.Н. Фанихўжаев**

Муҳаррир **Ю. Музаффархўжаев**

Ҳ $\frac{1602040000-73}{М351(04)2001}$ 2001

ISBN 5-640-02832-7

© "Ўзбекистон" нашриёти, 2001 й.

СЎЗ БОШИ

Алгебра — математиканинг алгебраик амалларни ўрганивчи бўлими. Энг содда алгебраик амаллар — натурал сонлар ва мусбат рационал сонлар устидаги амаллардир. Уларнинг барча асосий хоссалари қадим замонларда маълум бўлган. Алгебраик фикр ва белгиларнинг ривожланишига Диофант "Арифметика"сининг (эрамизнинг III асри) таъсири катта бўлган. Алгебранинг бундан кейинги ривожланишига Хивада туғилган ва IX асрда яшаган математик ва астроном Муҳаммад ибн Мусо ал-Хоразмийнинг "Ал-жабр ва ал-муқобала" асарининг таъсири жуда катта бўлган. "Алгебра" атамаси Хоразмийнинг ана шу асарининг номидан олинган. Бу асарда биринчи ва иккинчи даражали алгебраик тенгламаларни ечишга келтириладиган масалаларни ечишнинг умумий усуллари берилган.

XV асрнинг охирига келиб, шу давргача математик асарларда ишлатилган алгебраик амалларнинг узундан-узун сўзли ифодалари ўрнига ҳозир қабул қилинган $+$ ва $-$ ишоралари, даража, илдиз ва қавс белгилари пайдо бўлди. Ф. Виет (XVI асрнинг охири) биринчи бўлиб номаълумлар ва масалаларда берилган катталиклар учун ҳарфий белгиларни ишлата бошлади. XVII асрнинг ўрталарига келиб асосан ҳозирги замонда ишлатилаётган алгебраик белгилар қабул қилинди.

XVII—XVIII асрларда "Алгебра" деб алгебраик тенгламаларни ечиш ва ҳарфий формулаларни айний ўзгартириш ҳақидаги фан тушунилган. XVIII асрнинг ўрталарига келганда алгебра ҳозир "элементар алгебра" деб тушуниладиган ҳажмда юксалди.

XVIII—XIX асрлар алгебраси — бу асосан кўпхадлар алгебрасидир. Бир номаълумли алгебраик тенгламалар назарияси билан бирга бир неча номаълумли алгебраик тенгламалар тизимларини ечиш назарияси ҳам ривожланди. Хусусан, чизиқли тенгламалар тизимлари назарияси яхши ривожланди, матрица ва детерминант тушунчалари пайдо бўлди.

XIX асрнинг ўрталаридан бошлаб, алгебрада ихтиёрий алгебраик амалларни ўрганиш масалалари пайдо бўлди. XX асрнинг бошларида Д. Гильберт, Э. Штейниц, Э. Артин ва Э. Нетер каби математиклар асарлари таъсирида ихтиёрий алгебраик амалларни ўрганиш алгебранинг асосий масаласига айланди ва ҳозир ҳам шундай бўлиб қолмоқда.

Алгебранинг ҳозирги замон математикасидаги аҳамияти ниҳоятда катта. Умуман, ҳозирги замон математикаси кўп бўлимларининг "алгебраиклашиши" кучайиб бормоқда. Математика бошқа бўлимлари масалаларининг алгебра тилига ўтказилиши, уларни ечиш учун ниҳоятда унумли бўлган формал алгебраик ҳисоблашларни татбиқ қилишга имкон беради. Кейинги вақтларда математикада бу йўл билан муҳим ихтиролар қилинган (масалан, топологияда). Алгебранинг физикада, кибернетикада ва математик иқтисодда муҳим татбиқлари бор.

Мазкур китоб университетлар ва пединститутлар математика бўлимлари талабаларига мўлжалланган бўлиб, уч қисмдан иборат. Бу қисмлар Тошкент давлат университетида ўқитиладиган алгебра курси ўқув дастурига мос келади.

Китобнинг 67- ва 68-параграфларини ёзишда доц. Б. Турсунов яқиндан ёрдам берди. Муаллифлар унга ўз миннатдорчиликларини билдирадилар.

Китоб ҳақидаги фикр-мулоҳазаларни муаллифлар мамнунлик билан қабул қиладилар ва олдиндан миннатдорлик билдирадилар.

Биринчи боб.

ТЎПЛАМЛАР ВА ФУНКЦИЯЛАР

1-§. ТЎПЛАМЛАР

Тўплам ҳозирги кунда математиканинг энг умумий ва шу билан бирга энг бошланғич тушунчаларидан биридир.

Математикада тўплам деганда нарсаларнинг, ҳодисаларнинг ихтиёрий мажмуи (синфи, бирлашмаси) тушунилади. Тўпламни ташкил этувчи нарсалар, ҳодисалар унинг **элементлари** деб аталади. Кўпинча тўпламнинг элементлари ўзларининг бир ёки бир нечта хосса ва белгилари билан тўпламга кирмаган нарсалардан, ҳодисалардан ажралиб туради.

Тўпламга кирувчи барча элементлар турли ҳисобланади, яъни унда айнан бир хил элементлар бўлмайди.

Одатда тўпламларни катта лотин ҳарфлари билан, уларнинг элементларини эса кичик лотин ҳарфлари билан белгиланади.

Тўпламларга мисоллар:

1) Ер юзидаги барча одамлар тўплами;

2) Ер юзидаги барча давлатлар тўплами;

3) Ушбу 1, 2, 3, 4 сонлардан иборат тўплам; элементлари бу усулда бирин-кетин таърифлаб берилган тўпламларни қуйидагича белгилаш қабул қилинган: {1, 2, 3, 4};

4) $N_n = \{1, 2, \dots, n\}$ — 1 дан n сонигача бўлган натурал сонлар тўплами;

5) $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ — барча натурал сонлар тўплами;

6) Z — барча бутун сонлар тўплами;

7) Q — барча рационал сонлар тўплами;

8) R — барча ҳақиқий сонлар тўплами.

Бундан кейин ҳам N_n , N , Z , Q , R белгиларни худди шу тўпламлар учун ишлатамиз.