

А. Г. КУРОШ

КУРС ВЫСШЕЙ АЛГЕБРЫ

ИЗДАНИЕ ДЕВЯТОЕ

*Допущено Министерством
высшего и среднего специального образования РСФСР
в качестве учебника для университетов*



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1968

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к шестому изданию	5
Введение	7
Глава первая. Системы линейных уравнений. Определители	15
§ 1. Метод последовательного исключения неизвестных	15
§ 2. Определители второго и третьего порядков	23
§ 3. Перестановки и подстановки	28
§ 4. Определители n -го порядка	37
§ 5. Миноры и их алгебраические дополнения	43
§ 6. Вычисление определителей	46
§ 7. Правило Крамера	53
Глава вторая. Системы линейных уравнений (общая теория)	60
§ 8. n -мерное векторное пространство	60
§ 9. Линейная зависимость векторов	63
§ 10. Ранг матрицы	70
§ 11. Системы линейных уравнений	77
§ 12. Системы линейных однородных уравнений	83
Глава третья. Алгебра матриц	89
§ 13. Умножение матриц	89
§ 14. Обратная матрица	95
§ 15. Сложение матриц и умножение матрицы на число	102
§ 16*. Аксиоматическое построение теории определителей	105
Глава четвертая. Комплексные числа	110
§ 17. Система комплексных чисел	110
§ 18. Дальнейшее изучение комплексных чисел	115
§ 19. Извлечение корня из комплексных чисел	123
Глава пятая. Многочлены и их корни	130
§ 20. Операции над многочленами	130
§ 21. Делители. Наибольший общий делитель	135
§ 22. Корни многочленов	143
§ 23. Основная теорема	147
§ 24. Следствия из основной теоремы	156
§ 25*. Рациональные дроби	161
Глава шестая. Квадратичные формы	166
§ 26. Приведение квадратичной формы к каноническому виду	166
§ 27. Закон инерции	174
§ 28. Положительно определенные формы	179
Глава седьмая. Линейные пространства	184
§ 29. Определение линейного пространства. Изоморфизм	184
§ 30. Конечномерные пространства. Базы	188
§ 31. Линейные преобразования	194
§ 32*. Линейные подпространства	201
§ 33. Характеристические корни и собственные значения	206

Глава восьмая. Евклидовы пространства	211
§ 34. Определение евклидова пространства. Ортонормированные базы	211
§ 35. Ортогональные матрицы, ортогональные преобразования	217
§ 36. Симметрические преобразования	222
§ 37. Приведение квадратичной формы к главным осям. Пары форм	226
Глава девятая. Вычисление корней многочленов	233
§ 38*. Уравнения второй, третьей и четвертой степени	233
§ 39. Границы корней	241
§ 40. Теорема Штурма	246
§ 41. Другие теоремы о числе действительных корней	252
§ 42. Приближенное вычисление корней	259
Глава десятая. Поля и многочлены	266
§ 43. Числовые кольца и поля	266
§ 44. Кольцо	270
§ 45. Поле	276
§ 46*. Изоморфизм колец (полей). Единственность поля комплексных чисел	281
§ 47. Линейная алгебра и алгебра многочленов над произвольным полем	285
§ 48. Разложение многочленов на неприводимые множители	290
§ 49*. Теорема существования корня	298
§ 50*. Поле рациональных дробей	305
Глава одиннадцатая. Многочлены от нескольких неизвестных	312
§ 51. Кольцо многочленов от нескольких неизвестных	312
§ 52. Симметрические многочлены	321
§ 53*. Дополнительные замечания о симметрических многочленах	328
§ 54*. Результант. Исключение неизвестного. Дискриминант	334
§ 55*. Второе доказательство основной теоремы алгебры комплекс- ных чисел	345
Глава двенадцатая. Многочлены с рациональными коэффициентами	350
§ 56*. Приводимость многочленов над полем рациональных чисел	350
§ 57*. Рациональные корни целочисленных многочленов	355
§ 58*. Алгебраические числа	358
Глава тринадцатая. Нормальная форма матрицы	364
§ 59. Эквивалентность λ -матриц	364
§ 60. Унимодулярные λ -матрицы. Связь подобия числовых матриц с эквивалентностью их характеристических матриц	371
§ 61. Жорданова нормальная форма	379
§ 62. Минимальный многочлен	387
Глава четырнадцатая. Группы	392
§ 63. Определение и примеры групп	392
§ 64. Подгруппы	398
§ 65. Нормальные делители, фактор-группы, гомоморфизмы	404
§ 66. Прямые суммы абелевых групп	410
§ 67. Конечные абелевы группы	417
Указатель литературы	425
Предметный указатель	427

ПРЕДИСЛОВИЕ К ШЕСТОМУ ИЗДАНИЮ

Первое издание этой книги вышло в 1946 г., а затем она переиздавалась в 1950, 1952, 1955 и 1956 гг. Перед вторым и четвертым изданиями книга подвергалась значительной переработке, имевшей целью отразить опыт алгебраического преподавания в Московском университете. При подготовке к настоящему шестому изданию книга подверглась еще более серьезной переработке, столь серьезной, что с достаточными основаниями ее можно было бы считать новой книгой, а не шестым изданием старой книги.

Эта переработка определялась двумя задачами. Прежде всего, неоднократно высказывались пожелания о расширении книги для того, чтобы она обеспечивала весь обязательный университетский курс высшей алгебры, а не только его первые два семестра, как это было до сих пор. С этой целью в книгу включено несколько новых глав. Одна из них посвящена основам теории групп, а остальные относятся к линейной алгебре — теория линейных пространств, теория евклидовых пространств, теория λ -матриц и жордановой нормальной формы матрицы.

Конечно, в советской алгебраической литературе в настоящее время имеется ряд хороших книг по линейной алгебре, различных по объему, содержанию, характеру изложения. Настоящая книга, даже после столь значительного добавления к ней материала, относящегося к линейной алгебре, не может претендовать на замену какой-либо из этих книг. Тем не менее бесспорно, что студентам будет удобно иметь весь обязательный материал собранным в одном учебнике и изложенным единым стилем.

С другой стороны, расположение глав, принятое в предшествующих изданиях книги, уже давно не соответствует действующему в Московском университете фактическому порядку изложения материала — этот последний в большой мере определяется необходимостью к определенному сроку выполнять определенные заказы курсов аналитической геометрии и математического анализа. Больше того, три года тому назад в Московском университете была введена новая программа курса высшей алгебры. За эти годы она успешно прошла испытания и поэтому казалось целесообразным перестроить книгу, расположив в ней материал в точном соответствии с указанной программой. Появление учебника, соответствующего этой