

MIRZO ULUG'BEK NOMIDAGI  
O'ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI

517  
4-13



100 YIL



**N.M.Jabborov**

# **OLIY MATEMATIKA**

**I-jild**

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI  
OLY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

MIRZO ULUG'BEK NOMIDAGI  
O'ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI

*Mirzo Ulug'bek nomidagi  
O'zbekiston Milliy universiteti  
100 yilligiga bag'ishlanadi*

N.M.Jabborov

OLY MATEMATIKA

(bakalavr ta'lim yo'nalishlari talabalari uchun darslik)

I-jild

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI  
OLY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI  
TOSHKENT VILOYATI CHIRCHIQ  
DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI  
AXBOROT RESURS MARKAZI

Toshkent  
"Universitet"  
2017

-6427-

Jabborov N.M. Oliy matematika. I-jild. Darslik.  
-T.: «Universitet» nashriyoti. 2017. -304 b.

**Taqrizchilar:**

**T.T.To‘ychiyev** – Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zbekiston Milliy universiteti Mexanika-matematika fakulteti “Matematik analiz” kafedrasida dotsenti,

**A.Gaziyev** – Samarqand Davlat universiteti “Matematik analiz” kafedrasida professori,

**I.Israilov** – Samarqand Davlat universiteti “Matematik programmashtirish” kafedrasida professori.

Darslik O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta-maxsus ta‘lim vazirligi 2017-yil 28-iyundagi 434-sonli buyrug‘iga asosan nashrga tavsiya etilgan.

ISBN 978-9943-5041-1-0

© «Universitet» nashriyoti, Toshkent, 2017-y.

**So‘z boshi**

Oliy o‘quv yurtlarida oliy matematika yo‘nalishlarga qarab, u yoki bu hajmda o‘qitiladi. Oliy matematikani o‘qitishdan ko‘zlangan asosiy maqsad: bir tomondan, shu fanning asosiy tushunchalari, tasdiqlari, turli usullari hamda boshqa matematik ma‘lumotlar bilan tanishtirish bo‘lsa, ikkinchi tomondan, amaliy masalalarni matematik usullar yordamida yechishga o‘rgatishdan iborat. Ayni paytda, talabalarni mantiqiy fikrlashga o‘rgatish ham oliy matematikaning vazifalaridan biri hisoblanadi.

O‘zbekistonda kadrlar tayyorlash tizimini tubdan isloh qilish jarayonida talabalarni o‘quv materiallari bilan, ayniqsa, darslik va o‘quv qo‘llanmalari bilan ta‘minlash muhim ahamiyatga ega.

“Oliy matematika” kursi bo‘yicha turli darajada yozilgan va maqsad hamda yo‘nalishlari xilma-xil bo‘lgan qator darslik va o‘quv qo‘llanmalari mavjud. Ammo davlat ta‘lim standartlari o‘quv dasturlarini zamon talablariga moslashtirishni va qayta ko‘rib chiqishni taqozo etadi.

Mazkur darslik davlat ta‘lim standartlari asosida yozilgan hamda ma‘lum tartibda bob va paragraflarga ajratilib bayon etilgan.

Ushbu darslik 17 ta bobdan iborat bo‘lib, ikki qismga ajratilgan. Birinchi qism 10 ta bobdan iborat bo‘lib, unda sonlar o‘qi, dekart va qutb koordinatalari sistemasi, determinantlar va matritsalar, ular yordamida tenglamalar sistemasini yechish, vektorlar va kompleks sonlar, tekislikda to‘g‘ri chiziq va uning turli ko‘rinishdagi tenglamalari, ikkinchi tartibli egri chiziqlar, bir o‘zgaruvchili funksiya, uning hosila va differensiallari, Teylor formulasi, differensial hisobning tatbiqlari, funksiyaning noaniq va aniq integrallari, aniq integralning tatbiqlari, qatorlarga oid mavzular keltirilgan.

Dastlabki boblarda haqiqiy sonlar, tenglamalar va tengsizliklar haqida qisqacha ma‘lumotlar keltirildi. Ular, fikrimizcha, “elementar matematika”dan oliy matematikaga o‘tishda ko‘prik vazifasini bajaradi.

Darslikni yozishda biz quyidagilarga:

- 1) har bir mavzuning ravon, ixcham, matematik qat‘iylik bilan bayon etilishiga;
- 2) mavzulaming bir-biriga uzviy bogliqlikda, ma‘lum ketma-ketlikda, kerakli isbotlar bilan yoritilishiga;
- 3) turli amaliy masalalarni yechishda matematik usullaming tatbiqiga e‘tibor qaratdik.

Ma‘lumki, oliy matematikaning turli sohalarga tatbiq qilish doirasi nihoyatda keng. Ayniqsa, fizika, mexanika masalalarini, shuningdek,

texnik hamda iqtisod masalalarini yechishda matematik usullardan har doim foydalaniladi.

Kitobda oliy matematikaning tatbiqlariga misol va masalalar qisman keltirilgan bo'lib, N.M.Jabborovning "Matematika" (matematika va uning tatbiqlariga doir masalalar toplami) darsligida kengroq va batafsil to'xtalib o'tilgan. Shuni ham aytish kerakki, ko'p yillar davomida mualliflarning mazkur kurs bo'yicha o'qigan ma'ruzalari kitobni yozish jarayonida katta yordam berdi. Bundan tashqari, oliy matematika bo'yicha xorijda chop etilgan adabiyotlardan ham foydalanildi. Jumladan, I.I.Bavrin, V.L.Matrosov "Общий курс высшей математики" 1995-у., V.G.Skatetskiy va boshqalarning "Математические методы в химии" 2006-у., L.I.Lure "Основы высшей математики" kabi darslik va o'quv qo'llanmalari tahlil qilinib, ulardan foydalanildi.

Kitob qo'lyozmasini sinchiklab o'qib, uning ilmiy va uslubiy jihatdan yaxshilanishiga o'z hissasini qo'shgan professor X.T.Mansurovga o'z minnatdorchiligimizni bildiramiz.

*Muallif*

## I BOB. DASTLABKI MA'LUMOTLAR

### 1-§. Haqiqiy sonlar. Sodda tenglamalar va tengsizliklar

"Son" tushunchasi matematikaning muhim tushunchalaridan biri. Ular:

- 1) natural sonlar (1, 2, 3, ...);
- 2) butun sonlar (... , -2, -1, 0, 1, 2, ...);
- 3) kasr sonlar (oddiy va o'nli kasrlar);
- 4) haqiqiy sonlar bo'lishi mumkin. Bunday sonlar ustida bajariladigan amallar, amallarning bajarilish qoidalari o'quvchiga maktab, kollej va litseylarda o'qitiladigan "Matematika" fanidan ma'lum.

"Oliy matematika" kursi davomida ko'p hollarda haqiqiy sonlardan foydalaniladi. Shuning uchun haqiqiy sonlar haqidagi asosiy ma'lumotlarni qisqacha bayon etamiz.

#### 1.1. Ratsional va irratsional sonlar

Ma'lumki,  $\frac{p}{q}$  ko'rinishida ifodalaniladigan son ratsional son deyiladi, bunda  $p$  – butun son,  $q$  esa natural son bo'lib, ular o'zaro tub, ya'ni  $(p, q) = 1$ . Oddiy kasrlar esa ratsional son bo'ladi.

Agar  $\frac{p}{q}$  kasrning maxraji 10, 100, umuman, 10 ning natural darajalari ( $10^n$ ) bo'lsa, bunday oddiy kasr o'nli kasr deyiladi. Masalan,

$$\frac{3}{2}, \frac{1}{17}, \frac{23}{11}, \frac{8}{9} - \text{oddiy kasrlar,}$$

$$\frac{7}{10} = 0,7, \frac{112}{10} = 11,2, \frac{23}{100} = 0,23 - \text{o'nli kasrlar bo'ladi.}$$

$\frac{p}{q}$  ratsional son – oddiy kasr berilgan bo'lsin. Bo'lish qoidasidan foydalanib,  $p$  butun sonni  $q$  natural songa bo'lamiz. Agar bo'lish jarayonida biror qadamdan keyin qoldiq nolga teng bo'lsa, u holda bo'lish jarayoni to'xtab,  $\frac{p}{q}$  kasr o'nli kasrga aylanadi. Odatda, bunday o'nli kasr chekli o'nli kasr deyiladi.

$p$  ni  $q$  ga bo'lish jarayoni cheksiz davom etib, ma'lum qadamdan keyin yuqorida aytilgan qoldiqlardan biri yana bir marta uchrashi, so'ng undan oldingi raqamlar mos ravishda takrorlanishi mumkin. Odatda, bunday o'nli kasr cheksiz davriy o'nli kasr deyiladi. Takrorlanadigan raqamlar (raqamlar birlashmasi) o'nli kasrning davri deyiladi.

Masalan,  $\frac{53}{36}$  ratsional son  $1,4722\dots=1,47(2)$  o'nli kasrga keladi. Bu cheksiz davriy o'nli kasr bo'lib, uning davri 2 ga teng:  $\frac{53}{36}=1,47(2)$ .

Demak, har qanday  $\frac{p}{q}$  ratsional son chekli o'nli kasr yoki cheksiz davriy o'nli kasr orqali ifodalanadi.

Aksincha, har qanday chekli o'nli kasrni yoki cheksiz davriy o'nli kasrni  $\frac{p}{q}$  ko'rinishida ifodalash mumkin.

Masalan, 
$$1,03=1\frac{3}{100}=\frac{103}{100},$$

$$0,(3)=0,3333\dots=0+\frac{3}{10}+\frac{3}{10^2}+\frac{3}{10^3}+\dots=\frac{\frac{3}{10}}{1-\frac{1}{10}}=\frac{3}{10}\cdot\frac{10}{9}=\frac{1}{3}$$

(bunda, cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyaning yig'indisini topish formulasidan foydalanildi) bo'ladi.

Demak, har qanday chekli yoki cheksiz davriy o'nli kasr ratsional son orqali ifodalanadi.

Shunday qilib, ixtiyoriy ratsional son chekli yoki cheksiz davriy o'nli kasr orqali va aksincha, ixtiyoriy chekli yoki cheksiz davriy o'nli kasr ratsional son orqali ifodalanadi.

Ammo cheksiz davriy bo'lmagan o'nli kasrlar ham mavjud. Masalan, 1,1010010001..., 1,4142135..., 2,7182818... sonlar cheksiz davriy bo'lmagan o'nli kasrlar bo'ladi (bu sonlardan ikkinchisi  $\sqrt{2}$  ni, uchinchisi esa  $e$  sonini ifodalaydi). Ravshanki, bu sonlar ratsional sonlar bo'lmaydi.

**Ta'rif.** Cheksiz davriy bo'lmagan o'nli kasr irratsional son deyiladi. Masalan,

$$1,4142135\dots=\sqrt{2}, \quad 3,141583\dots=\pi, \quad 2,718281\dots=e$$

sonlar irratsional sonlardir.

### 1.2. Haqiqiy son. Haqiqiy sonlar to'plami va uning xossalari

**Ta'rif.** Ratsional va irratsional sonlar umumiy nom bilan haqiqiy sonlar deyiladi.

Masalan,  $2, 7\frac{1}{2}, -3, \sqrt{2}, \pi,$   
sonlar haqiqiy sonlardir.

Odatda, matematikada turli matematik obyektlar, jumladan, haqiqiy sonlar, alohida-alohida o'rganilmasdan, ularning bir nechitasi birgalikda o'rganiladi. Bu "to'plam" tushunchasiga olib keladi.

To'plam matematikaning boshlang'ich tushunchalaridan bo'lib, u narsalarning ma'lum belgilar bo'yicha birlashmasi (majmuasi) sifatida tushuniladi. Masalan, 2, 4, 6 sonlaridan tashkil topgan to'plam bir nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqlardan tashkil topgan to'plam deyilishi mumkin. To'plamni tashkil etgan narsalar uning elementlari deyiladi.

Haqiqiy sonlardan tashkil topgan to'plamlar sonli to'plamlar deyiladi. Bundan keyin sonli to'plam o'rniga qisqacha to'plam deb qo'llaymiz.

Matematikada to'plamlar bosh harflar bilan, uning elementlari esa kichik harflar bilan belgilanadi. Masalan,  $A, B, \dots$  to'plamlar,  $a, b, \dots$  to'plam elementlari.

Agar  $a$  biror  $A$  to'plamning elementi bo'lsa,  $a \in A$  kabi yoziladi va "a element A to'plamga tegishli" deb o'qiladi. Agar  $a$  shu  $A$  to'plamga tegishli bo'lmasa, u  $a \notin A$  kabi yoziladi va «a element A to'plamga tegishli emas» deb o'qiladi.

Odatda, barcha natural sonlardan iborat to'plam  $N$  harfi:

$$N = \{1, 2, 3, \dots\},$$

barcha butun sonlardan iborat to'plam  $Z$  harfi:

$$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\},$$

barcha ratsional sonlardan iborat to'plam  $Q$  harfi:

$$Q = \left\{ \frac{p}{q} : p \in Z, q \in N, (p, q) = 1 \right\},$$

barcha haqiqiy sonlardan iborat to'plam  $R$  harfi bilan belgilanadi.

Agar  $A$  chekli sondagi elementlardan tashkil topgan bo'lsa, u chekli to'plam, aks holda, cheksiz to'plam deyiladi.

Masalan,  $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$

chekli to'plam,  $N = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$

cheksiz to'plam bo'ladi.

Ta'kidlash kerakki, to'plamni tashkil etgan elementlar orasida aynan bir-biriga teng bo'lgan elementlar to'plamning elementi sifatida faqat bir martagina olinadi.

Aytaylik, ikki  $E$  va  $F$  to'plamlari berilgan bo'lsin. Agar  $E$  to'plamning barcha elementlari  $F$  to'plamga tegishli bo'lsa,  $E$  to'plam  $F$  to'plamning qismi deyiladi va  $E \subset F$  kabi yoziladi. Masalan,

$$N \subset Z \subset Q \subset R$$

bo'ladi.