

510
7-266

S.J. TURAYEV
I.N. RUZIMURODOV
R.V. SALOMOVA

HISOB CALCULUS



510
5-466

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI AXBOROT
TEKNOLOGIYALARI VA KOMMUNIKATSIYALARINI
RIVOJLANTIRISH VAZIRLIGI

TOSHKENT AXBOROT TEKNOLOGIYALARI
UNIVERSITETI QARSHI FILIALI

DASTURIY INJINIRING KAFEDRASI

S.J.TURAYEV, I.N.RUZIMURODOV,
R.V.SALOMOVA

HISOB (CALCULUS)

- 4384 -

O'zbekiston Respublikasi oliy va o'rta
maxsus ta'lim vazirligi tomonidan
o'quv qo'llanma sifatida tavsiya etilgan

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TALIM,
FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI
CHIRCHIQ DAVLAT PEDAGOGIKA UNIVERSITETI
AXBOROT RESURS MARKAZI

TOSHKENT
"CHINOR FAYZI BALAND"
2022

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TALIM,
FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI
CHIRCHIQ DAVLAT PEDAGOGIKA UNIVERSITETI
AXBOROT RESURS MARKAZI
1-FILIALI

UO'K 510.56(075)
K BK 22.161ya73

T 87 **Hisob (Calculus) fanidan:** O'quv qo'llanma. S.J.Turayev, I.N.Ruzimurodov,
R.V.Salomova, "Chinor fayzi baland" – T.: 2022 yil, 240 b.

Tagirizchilar:

Qarshi Mill "Oliy matematika" kafedra mudiri, dotsent, B.E.Eshmatov
TATU Qarshi filiali f.m.f.n. dotsent, A.K.Muhammadiyev

Ushbu o'quv qo'llanma Hisob (Calculus) fanidan Oliy ta'lim muassasalarining 5330600-Dasturiy injiniringi, 5330500-Kompyuter injiniringi ta'lim yo'nalishlari kunduzgi va sirtqi ta'lim bakalavr talabalariga mo'ljallab yozilgan. Unda **Hisob (Calculus)** fanining asoslarini sodda tilda ifodalashga harakat qilingan. O'quv qo'llanmada mavzularni chuqur o'zlashtirish maqsadida o'z-o'zini tekshirish uchun savollar va mustaqil yechishga mo'ljallangan masollar ham keltirilgan. O'quv qo'llanma ko'proq amaliy tavsifga ega bo'lib, undan talabalar, tadqiqotchilar va professor-o'qituvchilar foydalanishi mumkin.

UO'K 510.56(075)
K BK 22.161ya73

O'quv qo'llanma Toshkent axborot texnologiyalari universiteti qarshi filialining 17-mart 2022-yil № 106-sonli bayonnomasi asosida kengashning qaroriga asosan chop etildi.

ISBN 978-9943-7877-7-3

© S.J.Turayev, I.N.Ruzimurodov,
R.V.Salomova, 2022
© "CHINOR FAYZI BALAND", 2022

MUNDARIJA

KIRISH

I BO'LIM. DIFFERENSIAL HISOB

§ 1. Sonlar ketma-ketlik tushunchasi. Ketma-ketlikning limiti. Funksiya tushunchasi. Funksiya limiti. Funksiya limitini hisoblash	6
§ 2. 1- va 2-ajoyib limitlar. Ekvivalent cheksiz kichik funksiyalar. Cheksiz kichik funksiyalar taqqoslash	13
§ 3. Funksiyaning uzluksizligi. Uzluqlik nuqtalari va ularning turlari	17
§ 4. Hosilasi tushunchasi va misollar. Hosilani hisoblash. Yuqori tartibli hosila. Oshkormas va parametrik funksiyalar hosilasini hisoblash. Teskari funksiya hosilasi	22
§ 5. Funksiyaning differensial. Roll, Lagranj va Koshi teoremlari	27

II BO'LIM. DIFFERENSIAL HISOBNING TADBIQLARI

§ 6. Funksiyaning Lagranj va Nyuton interpoliyatsion formulalari yordamida appрокsimatsiyalash va egri chiziqli yasash	37
§ 7. Funksiyaning hosila yordamida tekshirish va grafigini yasash (ekstrimum, qavurqilik, botdqligik va asimptotalar)	39
§ 8. Optimalashtrish usullari (optemalashtrish masalalar Nyuton usuli)	51
§ 9. Lopital qoidasi va misollar	63
§ 10. Boshlang'ich funksiya. Aniqmas integral. Aniqmas integral o'zgaruvchini almashtrish va bo'laklab integrallash usullari	68
§ 11. Kasr- ratsional ifodalarni va ba'zi irratsional funksiyalarni integrallash	76
§ 12. Trigonometrik funksiyalarni integrallash	87

III BO'LIM. ANIQL INTEGRALNING VA UNING TADBIQLARI

§ 13. Aniq integral ta'rifi (Riman yig'indilari)	90
§ 14. O'rta qiymat haqidagi teorema	95
§ 15. Nyuton- Leybnis formulasi. Aniq integrallarning tadbiqlari (Yassi shaklning yuzasi. Egri chiziqli yoyi uzunligi. Hajmlarni hisoblash)	97
§ 16. I- va II- tur xosmas integrallar. Xosmas integrallarning yaqinlashishi	114

IV BO'LIM. SONLI VA FUNKSIYALAR QATORLARI

§ 17. Sonli qatorlar (musbat hadli qatorlarning yaqinlashish teoremlari, Leybnis teoremasi. Absalut va sharti yaqinlashish)	124
§ 18. Darajali qatorlar. Yaqinlashish radiusi yaninlashish sohasi. Teylor formulasi va Teylor qatori	132
§ 19. Furiye qatori va uning tadbiqlari. Furiye qatori	141

V BO'LIM. KO'P O'ZGARUVCHI FUNKSIYALAR	150
§ 20. Ikki argumentli funksiya aniqlanish sohasi, grafiqi, limiti, uzluksizligi	150
§ 21. Birinchi va ikkinchi tartibli xususiy hosilalar. To'la differensial, taqribiy hisoblash. Ikkinchi tartibli hosila va differensial	160
§ 22. Ikki argumentli funksiyaning ekstremumlari va eng katta, eng kichik qiymatlarini topish. Shartli ekstremumlar	170
VI BO'LIM. KARRALI VA CHIZIQLI INTEGRALLAR	181
§ 23. Ikki o'lovli integral (ta'rifi va misollar, ikki o'lovli integralni hisoblash)	181
§ 24. Dekart va qutb koordinatalar sistemasida ikki karrali integralarni hisoblash. Ikki karrali integral tartibini o'zgartirish.....	184
§ 25. Ikki karrali integralning tadbirlari. Ikki karrali integral yordamida yuza va hajmi hisoblash. Massa va o'rta qiymat inersiya momentini hisoblash..	187
§ 26. Uch karrali integralni hisoblash. Silindrik va sferik koordinatalar sistemasida uch karrali integral. Uch karrali integral tadbirlari	190
§ 27. I- va II- tur egri chiziqli integrallar (geometrik va fizik ma'nosi). Grin formulasi	198
VII BO'LIM. SIRT INTEGRAL	212
§ 28. I va II tur sirt integrallari. Sirt integrallarining tadbirlari	212
§ 29. Vektor va skalyar maydonlar. Sath chiziqlari. Yo'nalish bo'yicha hosila. Skalyar maydon gradienti. Ostragradskiy teoremi. Vektor maydon divergensiyasi	223
§ 30. Vektor maydon sirkulyatsiyasi. Stoks formulasi. Vektor maydon uymasi	233
Foydalanilgan adabiyotlar	238

KIRISH

Hugungi kunda yoshlarni zamon talablariga mos raqobatbardosh kadrlar qilib tayyorlash dolzarb masala hisoblanib, mamlakatimizda bu masalaga juda katta e'tibor berilmoqda. Jumladan, 2017-yilning 7-fevralida yurtboshimiz Sh.M.Mirziyoyev tashabbusi bilan qabul qilingan 2017-2021 yillarga muljallangan O'zbekiston Respublikasini rivojlantirishning beshta ustuvor yo'nalishi bo'yicha «Tarakkatlar strategiyasi» dasturi hamda 2020-yil 7-maydagi «Matematika sohasidagi ta'lim sifatini oshirish va ilmiy tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risida»gi qarorlarining ishlab chiqilishi va tasdiqlanishi kelajakda bujarialimiz lozim bo'lgan bir qator vazifalarni belgilab berdi.

Respublikamizda matematika faniga yuqori hissa qo'shgan olimlar va akademik-larimizdan shu jumladan mamlakatimizdan tashqarida ham ma'lum. Yuqori natijalarga ega bo'lishda matematiklardan V.I.Romanovskiy, T.N.Qori-Mirzoy, T.A.Sarimsoqov, S.X.Sirojiddinov, M.S.Saloxiddinov, T.A.Azharov, Sh.A.Ayupov, Sh.A.Alimov, A.A.Abdushukurov va boshqalarning xizmatlari nihoyatda kattadir.

Ushbu o'quv qo'llanma Davlat ta'lim standart talablariga mos Dasturiy lojining, Kompyuter injiniring talabalari uchun «Hisob» fani namunaviy dasturi asosida yozilgan.

Hisob fanidan qo'llanmani yozishdan maqsad-talabalarda amaliy iqtisodiyotga yo'naltirishni kuchaytirish bilan, ularning fundamental matematik tayyorgarlik darajasini oshirish nazarda tutilgan.

Zamonaviy kadrlarni yetishtirish borasida shunday xulosa chiqarish kerakki, hozirgi zamonada fundamental fanlar bilan bir qatorda ularning tadbiriqga bog'ishlangan maxsus kurslarni ko'proq o'qitish dolzarb masalalardan biri bo'lib bormoqda. O'quv materiallarni talabalar o'zlashtirishi qiyin bo'lmastigi uchun mavzularga doir misollar yechib ko'rsatilgan.

Mualliflar o'quv qo'llanma to'g'risidagi tanqidiy fikr va mulohazalarini munimniyat bilan qabul qiladi.

I BO'LIM. DIFFERENSIAL HISOBI

§ 1. Sonlar ketma-ketlik tushunchasi. Ketma-ketlikning limiti. Funktsiya tushunchasi. Funktsiya limiti. Funktsiya limitini hisoblash

1.1. Sonlar ketma-ketligi tushunchasi va uning limiti

Aytaylik, biror qoidaga ko'ra har bir natural n songa ($n \in N$) bita x_n haqiqiy son mos qo'yilgan bo'lsin ($f: n \rightarrow x_n$). Ravshanki, bu holda argumenti n bo'lgan funksiyaga ega bo'lamiz. Bunday funktsiya natural argumentli funktsiya deyiladi:

$$x_n = f(n).$$

Bu funktsiya qiymatlaridan iborat ushbu

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots \quad (1.1)$$

to'plam sonlar ketma-ketligi deyiladi va $\{x_n\}$ kabi belgilanadi. $x_1, x_2, \dots$ sonlar (1.1) ketma-ketlikning hadlari, x_n esa (1.1) ketma-ketlikning umumiy yoki n -hadi deyiladi.

Odatda, ketma-ketlik, uning umumiy hadi orqali belgilanadi.

Masalan,

$$1) x_n = \frac{n+1}{n}; \quad \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \dots, \frac{n+1}{n}, \dots$$

$$2) x_n = \frac{1}{\sqrt{n}}; \quad 1, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \dots, \frac{1}{\sqrt{n}}, \dots \text{ ketma-ketliklar bo'ladi.}$$

Ketma-ketlikning har bir x_n ($n=1, 2, 3, \dots$) hadi sonlar o'qida bita nuqtani tasvirlaydi.

Biror $\{x_n\}$:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots \quad (1.1)$$

ketma-ketlik berilgan bo'lsin.

Agar (1.1) ketma-ketlikning hadlari uchun

$$x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_n \leq \dots \quad (x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_n < \dots),$$

ya'ni

$$\forall n \in N \text{ uchun } x_n \leq x_{n+1} \quad (\forall n \in N \text{ uchun } x_n < x_{n+1})$$

bo'lsa, (1.1) ketma-ketlik o'suvchi (qat'iy o'suvchi) deyiladi.

Agar (1.1) ketma-ketlikning hadlari uchun

$$x_1 \geq x_2 \geq x_3 \geq \dots \geq x_n \geq \dots \quad (x_1 > x_2 > x_3 > \dots > x_n > \dots),$$

ya'ni

$$\forall n \in N \text{ uchun } x_n \geq x_{n+1} \quad (\forall n \in N \text{ uchun } x_n > x_{n+1})$$

bo'lsa, (1.1) ketma-ketlik kamayuvchi (qat'iy kamayuvchi) deyiladi.

O'suvchi hamda kamayuvchi ketma-ketliklar umumiy nom bilan monoton ketma-ketliklar deyiladi.

1-ta'rif. Agar a nuqtaning ixtiyoriy $U_\varepsilon(a)$ atrofi olinganda ham (1.1) ketma-ketlikning biror hadidan boshlab keyingi barcha hadlari shu atrofga tegishli bo'lsa, a son x_n ketma-ketlikning limiti deyiladi va

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a \text{ yoki } n \rightarrow \infty \text{ da } x_n \rightarrow a$$

kabi yoziladi.

Ta'rifdagi "biror hadidan boshlab, keyingi barcha hadidan" iborasi "shunday natural n_0 topilib, $\forall n > n_0$ uchun" deb aytilishini bildiradi.

Demak, $\forall n > n_0$ uchun $x_n \in U_\varepsilon(a) = (a - \varepsilon, a + \varepsilon)$ bo'lishi bunday hadlarning ushbu

$$a - \varepsilon < x_n < a + \varepsilon, \quad -\varepsilon < x_n - a < \varepsilon$$

ya'ni

$$\text{tengsizlikning bajarilishini keltirib chiqaradi.} \quad |x_n - a| < \varepsilon$$

Unda yuqorida keltirilgan ta'rifni quyidagicha ham aytsa bo'ladi: agar ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ son olinganda ham shunday natural n_0 son topilib, barcha $n > n_0$ uchun $|x_n - a| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, a son x_n ketma-ketlikning limiti deyiladi.

Misol. Ushbu

$$x_n = \frac{1}{n};$$